대한기계학회논문집 A권, 제26권 제4호, pp. 667~676, 2002



# 볼트결합부를 포함한 구조물의 정적 및 동적 해석을 위한 유한요소 모델링

권영두† · 구남서* · 김성윤** · 조민호***

(2001년 5월 30일 접수, 2002년 1월 25일 심사완료)

# Finite Element Modeling for Static and Dynamic Analysis of Structures with Bolted Joints

Young Doo Kwon, Nam Seo Goo, Sung Yun Kim and Min Ho Cho

**Key Words:** Preload(초하중), GAP Element(갭 요소), Von Mises Stress(폰미제스응력), Stick Friction(고착마찰)

**Abstract**

Many studies on the finite element modeling for bolted joints have proceeded, but the structures with bolted joints are complicated in shape and it is difficult to find out the characteristics according to joint condition. Usually, experimental methods have been used for bolted joint analysis. A reliable and practical finite element modeling technique for structure with bolted joints is very important for engineers in industry. In this study, three kinds of model are presented; a detailed model, a practical model and a simple model. The detailed model is modeled by using 3-D solid element and gap element, and the practical model is modeled by using shell element (a portion of bolt head) and beam element (a portion of bolt body), the simple model is modeled by simplifying practical model without using gap elements. Among these models, the simple model has the least degree of freedom and show the effect of memory reduction of 59%, when compared with the detailed model.

## 1. 서 론

공작기계, 인공위성체등 고정밀도를 요구하는 구조물 뿐 아니라 자동차의 구조등 대부분의 기계 구조물은 볼트, 리벳, 용접, 접착제 등의 결합방식을 사용하여 각 부분구조를 결합하여 전체 구조 형상을 구성하고 있다. 결합부의 특성이 전체 구조의 동적 특성에 큰 영향을 미치는 항공기나 로켓 구조, 자동차 차체 구조등에 있어서 전체 구조물의 동특성을 해석하기 위해서는 결합부의 특성을 반드시 이해하여야 한다. 그러나 결합부는 형상이 복잡하고, 결합조건에 따른 동특성치를 알아내기가 어려워 주된 연구의 대상이 되어 연구되어 왔다.

볼트 결합부의 모델링 기법과 관련하여 이미 수행된 기존의 연구는 대부분 결합부를 평판요소와 보요소 및 고체요소 등을 혼용하여 모델링하여 정적 혹은 동적 해석을 수행하였다. 볼트 결합부의 정확한 거동을 예측하기 위해서는 접촉에 의한 마찰, 예압 효과 그리고 결합에 의한 비선형 거동 등을 고려한 상세한 3차원 모델링이 필요하다. 실제 구조물의 유한요소 모델링시 이러

† 책임저자, 회원, 경북대학교 기계공학부
E-mail : ydkwon@knu.ac.kr
TEL : (053)950-5575 FAX : (053)950-6550
* 회원, 경북대학교 기계공학부
** 현대중공업 산업기술연구소
*** (주)신도리코 기술연구원

한 점들을 정확히 고려하기 위해서는 많은 유한요소가 필요하며 해석시간이 많이 걸릴 뿐 아니라, 여러 복잡한 현상의 고려로 인한 수렴성의 보장이 어려운 문제점이 있다. 그러므로 대형 구조물을 해석하기 위해서는 볼트 결합부의 상세 모델링뿐만 아니라 실용적인 방법이 필요하다.

본 논문에서는 볼트결합부와 그것을 포함하는 구조물에 대하여 (1) 상세모델링, (2) 실용모델링, (3) 단순모델링 기법을 제시하였다. 실제 볼트체결시 결합력의 증가와 외력의 변동 영향을 감소시키기 위해서 초하중(preload)을 가한다. 이러한 초하중의 영향을 고려하여 볼트결합부에 대한 상세 및 실용모델을 설정하였다.

상용유한요소 프로그램인 NISA를 사용하여 (1) 상세모델은 고체요소(incompatible 8-node solid element)와 3차원 접촉요소인 갭(gap) 요소를 이용하여 실제 볼트결합부를 모델링하였다. (2) 실용모델은 상세모델을 수정한 것으로 볼트머리부와 너트부를 셸(shell) 요소를 이용하여 모델링하고 볼트몸통부는 고체(solid) 요소와 셸요소 및 보요소를 각각 사용하여 3가지 모델링 기법을 제시하였다. (3) 단순모델은 실용모델을 더욱 단순화한 모델로서 볼트 초하중의 영향으로 항상 접촉이 일어나는 영역의 볼트머리부와 너트부 또는 멤버를 일체화시켰고 접촉요소인 갭 요소를 제거하여 동적 해석이 원활하도록 모델링 하였다. 정적 실험을 통하여 상세모델의 정확성을 검증하였고, 진동 모드 실험을 통해 단순모델의 진동모드해석 결과를 검증하였다.

## 2. 볼트결합부의 정적해석

### 2.1 상세모델의 타당성 검토

제시된 네가지의 유한요소 모델의 해석에 앞서 상세모델의 해석과 스트레인 게이지를 이용한 실험의 결과를 비교하였다. 스트레인 게이지 부착순서는 볼트 결합부를 기준으로 A(우단에서 284mm), B(237mm), C(190mm)로 하였으며, A 스트레인 게이지는 지지부가 있는 곳과 없는 곳의 경계지점에 부착하여 실험을 하였다. 그리고 A 스트레인 게이지의 부착위치를 5개로 세분하여 1, 2는 지지부가 있는 위치, 3은 경계위치(우단에서 284mm), 4, 5는 지지부가 없는 위치이며, 그 결과를 비교하였다. 시편은 폭 31.6mm, 두께 8.46mm, 길이 320mm인 두 개의 시편을 M10볼트로 체결한 것을, 재료상수는 207 GPa를 사용하였다. Fig. 2에서 보듯이 볼트 결합부가 없는 외팔보 모델의 경우 게이지 세부위치 번호의 감소에 따라 스트레인이 증가한다. 그러나 볼트결합부가 있는 상세모델의 경우는 하부판의 지지효과로 인하여 스트레인이 감소하는 것을 잘 보여주고 있다. 실험결과는 스트레인 게이지이 의한 1에서 5의 위치의 평균값으로 상세모델의 평균값과 잘 일치한다. 따라서 외팔보 공식은 볼트 결합부 부근에서는 적용이 되지 않는다. 그리고 A, B, C 스트레인 게이지의 값들은 Table 1에 나타내었다.

본 실험에 사용한 장비들은 MM사의 동적 스트레인 측정기(2310 system), Strawberry사의 data acquisition system(DS-EXP), MM사의 스트레인 게이지(EA-30-125AC-350)와 CAS사의 스트레인 게이지(AE-11-S30N-120-EL), JP사의 스트레인 게이지 전용 접착제(CA-200SL)를 사용하였다.

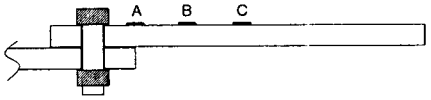



**Fig. 1** Strain gages position

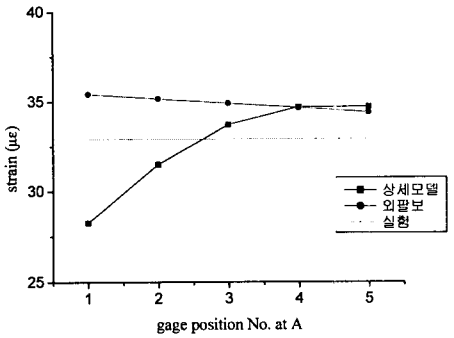



**Fig. 2** Strain comparison of A gage

**Table 1** Strain comparison of the detailed model and experiment (unit : $\mu\varepsilon$)

| | | 이론해 | 실험 | 상세모델 | 오차(%) |
|---|---|---|---|---|---|
| 위치 | A | — | 32.930 | 32.589 | Fig. 2 |
| | B | 29.263 | 29.177 | 29.277 | 0.34 |
| | C | 23.357 | 23.328 | 23.365 | 0.16 |

2.2 볼트결합부의 실용모델

볼트결합부의 정확한 거동을 보기 위해서는 마찰과 예압 효과를 고려한 접촉에 의한 비선형 거동을 고려한 상세한 3차원 모델링이 필요하지만 실제의 대형 구조물의 유한요소 모델링시 이를 정확히 고려하기 위해서는 많은 유한요소가 필요하여 해석시간이 많이 걸릴 뿐 아니라, 여러 복잡한 현상의 고려로 인한 수렴성의 보장이 어려운 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 볼트결합부의 실용적인 모델을 제시하였으며 상세한 3차원 모델과 비교하였다.

M10 볼트를 모델로 하여 볼트결합부를 모델링하였으며, 볼트결합부의 정확한 거동을 해석하기 위해서 볼트 머리와 부재, 너트와 부재, 아래위 부재, 볼트 몸통부와 두 멤버 사이의 접촉면들을 갖는 3차원 볼트결합부 형상을 모델링 하였고 접촉면에서의 접촉요소로 갭요소를 이용하였다. 실제 볼트체결시 체결력의 증가와 외력 변동에 의한 영향을 감소시키기 위해 초하중을 가한다. 따라서, 초하중을 모델링하기 위해 너트와 멤버사이의 접촉부분에서 볼트머리에는 인장방향의 하중을 부재에는 압축방향의 하중을 가하였다.

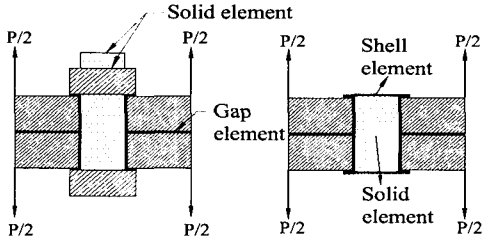
부재는 3차원 고체 요소로 모델링하고 M10 너트, 볼트 머리부와 볼트 몸통부를 셸요소나 보요소를 이용한 다음 네가지 모델을 제시하였다. 폭 31.6mm, 두께 8.46mm, 재료상수 207 GPa인 판의 결합부의 양단에 1,200N의 굽힘 하중을 부과 하였다. 각 판을 두께 방향으로 두 층으로 분할 하였고, 전체 요소수는 1,620개이고, 절점수는 1,823개이다.

① 상세모델 (3차원 고체 요소)

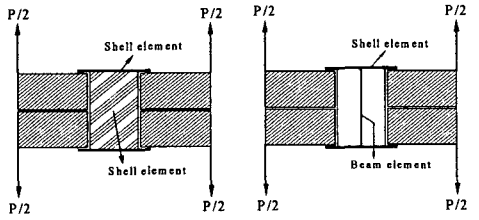
3차원 상세 모델로서 3차원 고체 요소와 3차원 접촉요소인 갭요소를 이용한 연속체 모델이다. 접촉부분의 빗금친 부분이 갭요소를 나타낸다. 너트와 부재사이의 접촉부분에 너트는 윗 방향으로 부재는 아래 방향으로 하중을 가하여 초하중을 주었다. 외부하중은 Fig. 3 에서 보듯이 대칭적으로 부재의 원주 방향에 분포시켰다.

② 실용모델 1

상세모델에서 너트와 볼트 머리부를 셸 요소로, 모델링하고 Fig. 3와 같이 볼트머리부와 너트를 부재에 가깝게 이동시켰다.




(a) Detailed model (b) 1st practical model




(c) 2nd practical model (d) 3rd practical model

**Fig. 3** Finite element models for bolted joints loaded in tension by forces P

③ 실용모델 2

실용모델1에서 볼트몸통부도 셸 요소를 이용하고 실린더 형태로 모델링하였다. 이때 실린더 지름은 볼트 몸통부지름과 같게 하였고 다음과 같이 등가의 셸 두께( $t$ )를 사용하였다.

$$l \times t = \frac{\pi}{4} d^2 , \qquad t = \frac{\pi d^2}{4 l} \tag{1}$$

$l$ : 실린더 원주둘레의 셸 요소의 길이

④ 실용모델 3

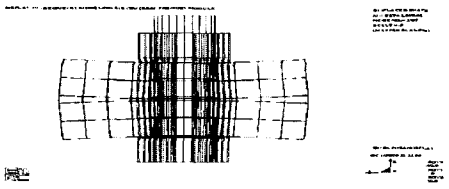
실용모델 1에서 볼트몸통부를 등가의 보 요소를 사용하여 모델링하였다.

2.3 유한요소 해석결과

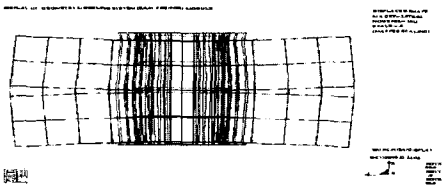
2.3.1 볼트결합부의 변형해석

제시된 네 가지 모델에 대한 정적해석을 통해 볼트결합부의 변형을 살펴보았으며 Fig. 4에 나타내었다. 변형 양상은 각 모델 사이에 유사하였다.

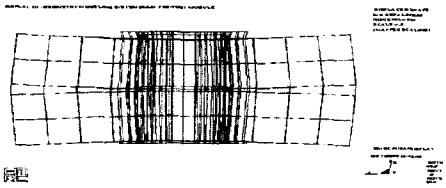
각 모델의 최대 변형값은 Table 2과 같으며 상세모델에 대한 오차를 비교하였다. Table 2에서 보듯이 실용모델 1와 2는 상세모델과의 오차가 각각 0.64, 1.3% 로 그 결과가 잘 맞으며 실용모델 3은 12% 로 오차가 매우 큼을 알 수 있다. 이



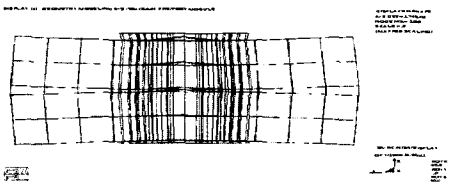
(a) Detailed model



(b) 1st practical model



(c) 2nd practical model



(d) 3rd practical model

**Fig. 4** Deformation of the detailed and the practical models

는 실용모델 3에서 보 요소와 볼트머리부의 연결 부분에서의 굽힘 강성이 실제보다 작게 모델링되기 때문이다.

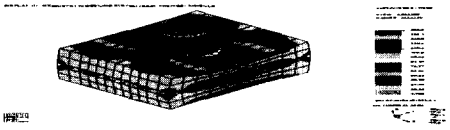
### 2.3.2 볼트결합부의 응력해석

각 모델의 응력해석을 통해 폰 미제스 응력, X 방향 응력( $S_{xx}$) 및 Y 방향 응력 ( $S_{yy}$) 을 비교하였다. Fig. 5에 각 모델의 폰 미제스 응력 분포와 변형 형태를 나타낸다. 그림에서 보듯이 응력 분포는 각 모델이 비슷한 경향을 보이고 있다. 최대 폰 미제스 응력은 초하중의 영향에 의해 부재가 너트에 접촉하는 부위에서 나타난다.

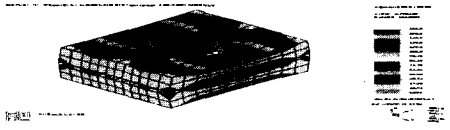
Fig. 6에는 접촉 부분을 확대한 부분에서의 폰 미제스 응력 분포를 상세모델, 실용모델 1, 실용모델 2, 실용모델 3으로 나타내었다. 각 모델의 최대응력이 나타나는 단면 부위에서 보듯이 실용

**Table 2** Comparison of maximum displacements of each model

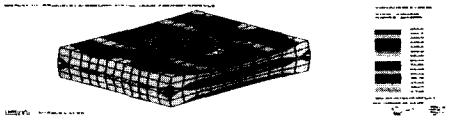
| | 상세 모델 | 실용 모델 1 | 실용 모델 2 | 실용 모델 3 |
|---|---|---|---|---|
| Displacement (mm) | 1.56E-2 | 1.57E-2 | 1.54E-2 | 1.74E-2 |
| Error (%) | - | 0.64 | 1.3 | 12. |



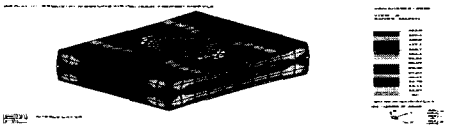
(a) Detailed model



(b) 1st practical model



(c) 2nd practical model



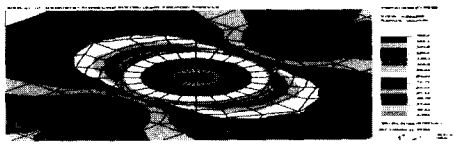
(d) 3rd practical model

**Fig. 5** Von Mises stress distribution of each model

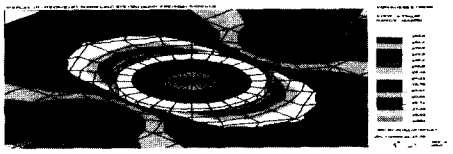
모델 3의 최대응력이 다른 모델보다 약간 작게 나타난다.

Fig. 7와 Fig 8에 각각 X 방향의 응력 ( $S_{xx}$) 및 Y 방향의 응력 ( $S_{yy}$)을 최대응력 부분인 볼트몸통부와 두 부재사이의 접촉 부분의 단면에서 비교하였다. 각 모델의 최대응력이 나타나는 단면 부위에서 보듯이 실용모델 3의 최대응력이 다른 모델보다 약간 작게 나타난다. 이상의 응력 해석 결과를 요약하면 Table 3과 같다.

볼트결합부의 응력 해석 결과로부터 실용모델 1과 2는 상세모델과 최대응력이 나타나는 부분이 동일하며 그 결과도 잘 일치함을 알 수 있으나 실용모델 3은 폰 미제스 응력과 X 방향의 응력, Y 방향의 응력에서 다른 모델보다 오차가 크게 나타남을 알 수 있다.

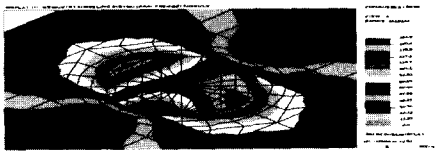


(a) Detailed model



(b) 1st practical model

(c) 2nd practical model



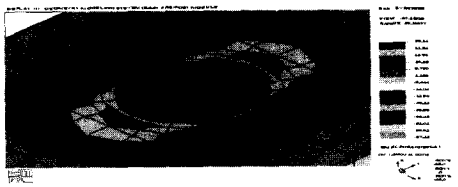
(d) 3rd practical model

**Fig. 6** Detailed views of Von Mises stress distribution of each models

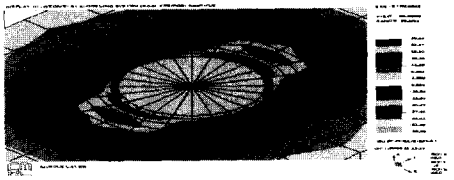
**Table 3** Stress comparison of each model

(unit : MPa)

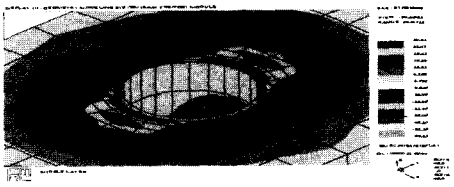
| | Von Mises stress (% error) | $S_{xx}$ (% error) | $S_{yy}$ (% error) |
|---|---|---|---|
| 상세모델 | 163.4 (-) | 39.14 (-) | 136.0 (-) |
| 실용모델 1 | 163.6 (0.12) | 39.24 (0.26) | 135.0 (0.74) |
| 실용모델 2 | 163.6 (0.12) | 39.52 (0.96) | 135.2 (0.59) |
| 실용모델 3 | 161.9 (0.92) | 37.71 (3.7) | 138.8 (2.1) |



(a) Detailed model



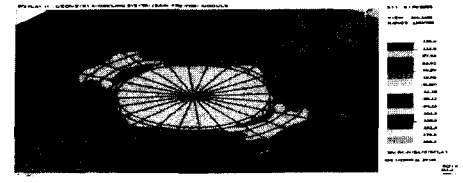
(b) 1st practical model



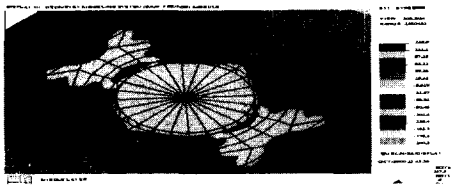
(c) 2nd practical model

(d) 3rd practical model

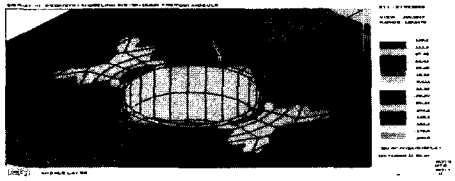
**Fig. 7** Sxx stress distribution of each models



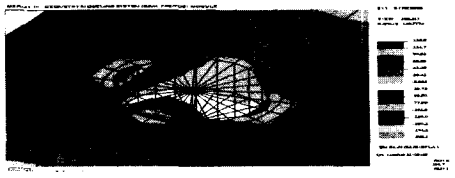
(a) Detailed model



(b) 1st practical model



(c) 2nd practical model



(d) 3rd practical model

**Fig. 8** Syy stress distribution of each models

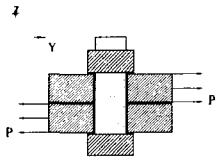



**Fig. 9** Bolted joint loaded by forces P

2.3.3 인장하중을 받는 볼트결합부의 응력해석

Fig. 9에는 부재가 인장하중을 받고 있는 볼트결합부를 나타내고 있다. 이때, 볼트몸통부는 이 인장하중에 의해 전단변형을 일으키게 된다. 제시된 실용모델을 이용하여 해석하고 상세모델과 그 결과를 비교하였다. Table 4에 나타나듯이 볼트몸통부를 셸 요소를 사용한 실용모델 2가 큰 오차를 보임을 알 수 있다.

**Table 4** $S_{YZ}$ stress (unit : MPa)

| | 상세모델 | 실용모델 1 | 실용모델 2 |
|---|---|---|---|
| $S_{YZ}$ | 27.99 | 27.94 | 34.31 |
| Error (%) | - | 0.18 | 23. |

2.3.4 각 모델의 비교

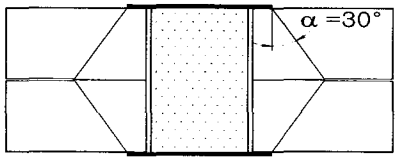
이상의 볼트결합부의 정적해석 결과로부터 상세모델을 수정한 실용모델 1과 2는 상세모델과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 따라서, 두 실용모델이 볼트결합부 해석에 있어서 모델링이 간단하며 실용적인 모델임을 알 수 있다. 그러나, 부재가 인장하중을 받아 볼트몸통부에 전단변형이 크게 작용하는 경우에는 볼트몸통부를 셸 요소를 사용하는 실용모델 2가 23.0%라는 큰 오차를 보여 문제점을 보임을 알 수 있었다.

## 3. 볼트결합구조물의 동적해석

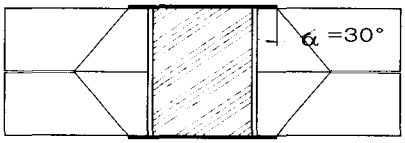
볼트결합부의 동적해석을 위해 실용모델 1와 실용 모델 2를 수정한 동적해석용 단순모델 1과 단순모델 2를 제시한 후 진동모드해석을 하고 이를 진동모드실험을 통해 비교하였다. 동적해석을 위한 단순모델은 실용모델 2와 실용모델 3에서 접촉요소로 모델링된 접촉부분의 갭요소를 모두 제거하고 너트와 볼트머리부는 이동시켜서 부재와 일체화시키고 두 부재의 접촉부분도 이동시켜서 초하중에 의해 영향을 받는 일정한 각도 범위내를 일체화하여 모델링하였다. 이는 우선 갭요소는 동적해석에서 사용할 수 없으며, 초하중에 의한 결합력에 의해 너트와 볼트머리부가 부재에 고착 마찰(stick friction) 상태이고 두 부재의 접촉부분이 초하중의 영향을 받아 일정 각도 범위에서 고착 마찰 상태라는 가정에 의한 것이다.

3.1 볼트결합부의 동적해석용 단순모델

Fig. 10에는 진동모드해석을 위한 단순모델 1과 단순모델 2를 나타내었다. 그림에서 볼트머리부와 너트는 부재에 일체화되어 있고 두 부재는 초하중에 의한 결합력이 작용하는 빗금친 부분이 일체화되어 있다. 그리고 나머지 접촉부분은 접촉요소를 사용하지 않고 분리시켰다.




(a) 1st dynamic practical model




(b) 2nd dynamic practical model

**Fig. 10** Practical models for dynamic analysis ($\alpha$: apex angle)

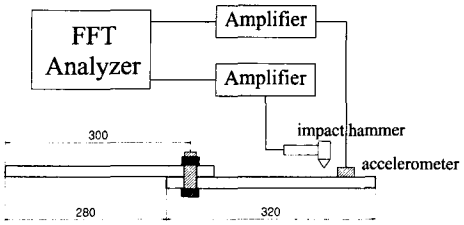
수정된 두 모델을 이용하여 볼트결합부를 포함하는 구조를 모델링하여 진동해석을 하고 검증용 모델의 진동실험을 통해 비교하였다.

### 3.2 진동실험

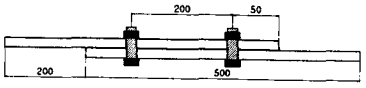
앞에서 언급한 두 모델을 이용한 유한요소 진동해석결과와 진동실험 결과를 비교하기 위해 다음과 같이 진동모드실험을 통해 실험 모델의 고유진동수를 추출하였다. 유한요소모델은 그림의 볼트결합부 부분을 제시된 두 모델을 사용하여 모델링하였다. 실험은 자유 경계조건을 주기 위해 모델의 길이 방향의 중간부분을 가는 줄로 묶어 매단 다음 가속도계(PCB 394B06)를 부착하여 충격해머(PCB 086C03)로 가진하여 주파수응답기(FFT, HP 35665A)로 측정하였다. Fig.11 (a)는 폭 31.6mm, 두께 8.46mm, 길이 320mm이고, Fig.11 (b)는 폭 31.6mm, 폭 8.6mm, 길이는 500mm, 재료상수는 207 GPa인 시편을 사용하였다.

Fig. 11에는 같이 볼트결합부를 가진 두 종류의 모델을 사용하여 진동 모드 실험을 하였고 이를 유한요소 진동해석 결과와 비교하였다. 그 결과를 Table 5, 6 에 나타내었다. 표에서 확인할 수 있듯이 실용모델 1과 2가 실험과 유사한 결과를 보이고 있으며 1차 고유진동수의 경우 각각 0.25%와 0.98%의 오차를 나타내고 있다

두 개의 볼트를 가진 결합부(two bolted joint)의 경우에는 오차가 약간 크나 이는 보와 보의 접촉의 영향이 작용한 것으로 보이며 이에 대해서는 추후의 연구가 더 필요하다.




(a) One bolted joint (mm)




(b) Two bolted joint (mm)

**Fig. 11** Dynamic experimental setup for modal analysis

**Table 5** Natural frequencies for one bolted joint

| 모드 No. | 실험 | 단순모델 1 (% error) | 단순모델 2 (% error) |
|---|---|---|---|
| 1 | 120. | 120.3 (0.25) | 120.3 (0.25) |
| 2 | 332. | 334.8 (0.84) | 334.8 (0.84) |
| 3 | 424. | 429.5 (1.3) | 429.4 (1.3) |
| 4 | 640. | 640.9 (2.7) | 640.8 (2.9) |
| 5 | 1060. | 1073.8 (1.3) | 1073.8 (1.3) |

**Table 6** Natural frequencies for two bolted joint

| 모드 No. | 실험 | 단순모델 1 (% error) | 단순모델 2 (% error) |
|---|---|---|---|
| 1 | 132. | 133.3 (0.98) | 133.3 (0.98) |
| 2 | 240. | 241.9 (0.79) | 241.9 (0.79) |
| 3 | 368. | 370.3 (0.63) | 370.3 (0.63) |
| 4 | 644. | 662.9 (2.9) | 662.9 (2.9) |
| 5 | 836. | 838.4 (0.29) | 838.3 (0.28) |

Fig. 12와 Fig. 13에는 볼트결합부가 2개소와 1개소인 모델의 진동모드를 보여준다. 볼트결합부가 1개소인 경우의 3번모드와 2개소인 경우의 3번, 5번 모드는 면외 모드(out-of-plane mode)이다.

(a) Mode 1

(b) Mode 2

(c) Mode 3

(d) Mode 4

(e) Mode 5

**Fig. 12** Mode shapes of two bolted joint

(a) Mode 1

(b) Mode 2

(c) Mode 3

(d) Mode 4

(e) Mode 5

**Fig. 13** Mode shapes of one bolted joint

3.3 실용모델과 단순모델 정적해석을 통한비교

진동실험을 통해 제시된 단순모델 1과 2의 진동해석결과가 실험치와 잘 일치함을 알 수 있었다. 단순한 볼트결합구조물의 정적해석에 상세모델과 단순모델을 사용하여 비교하였다.

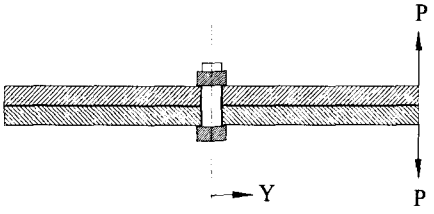
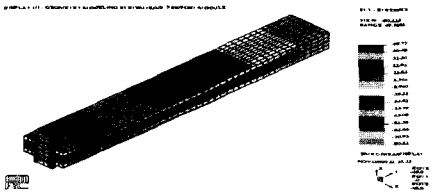
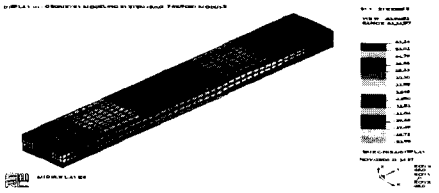



**Fig. 14** Bolt joint structure loaded by forces P



(a) Detailed model



(b) Practical model

**Fig. 15** Syy stress distribution of models

Fig. 14의 볼트결합구조물을 상세모델과 단순모델 1과 2를 이용하여 모델링하고 정적해석을 통해 그 결과를 비교하였다. Fig. 15(a) 와 15(b)는 각각 상세모델과 단순모델의 길이방향에 따른 Y 방향 응력을 비교한 것이다. 볼트결합부 주위에서는 응력분포가 약간 다른 경향을 보이고 있지만 결합부에서 멀어질수록 서로 유사한 경향을 보이고 있음을 알 수 있다.

Fig. 16는 상세모델과 단순모델 1, 2에 대해 구조물 길이에 따른 y 방향 응력을 비교한 그래프이다. 그림에서 보듯이 볼트직경의 2.5배의 거리까지는 상세모델과 단순모델이 오차를 보이지만 2.5배이상 부터는 거의 오차없이 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 전체결합구조물 해석에 있어서 단순모델이 적합한 모델임을 알 수 있다.

이상과 같이 볼트결합부에 대한 여러가지 유한

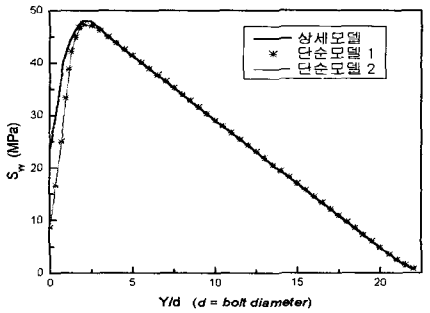



**Fig. 16** Syy stress comparison of Y-direction

요소모델을 제시하여 각 모델의 타당성을 살펴보았다. 정리하면, 단순모델이 가장 자유도가 작고 모델링도 간단하여 볼트결합구조물에 사용할 수 있는 가장 실용적인 모델이다. 그러나 볼트결합부 부근을 정확하게 해석하고자 한다면 실용모델이 적합하다.

## 4. 결 론

볼트결합부는 형상이 복잡하기 때문에 결합 조건에 따른 특성치를 알아내기가 어렵다. 또한, 결합부 거동에 대한 연구도 부족하며 주로 실험적인 방법으로 연구되어 왔다. 본 논문에서는 접촉면을 갖기 때문에 모델링이 어려운 볼트결합부와 그것을 포함하는 간단한 구조물에 대하여 상세모델과 실용모델 및 단순모델을 제시하였다. 이상의 내용과 해석결과를 요약하면 아래와 같다.

(1) 볼트결합부를 3차원 연속체 요소로 해석하는데 있어서 세 종류 모델 (상세모델, 실용모델, 단순모델)을 제시하였다.

(2) 볼트로 결합된 부재에 스트레인 게이지를 사용하여 스트레인을 측정한 결과 단층부에서는 이론치 및 상세해석 모델의 결과와 잘 일치하였다. 단층에서 이층의 천이부에서 상세모델은 천이효과를 잘 나타내었으며, 실험결과와 잘 일치함을 볼 수 있었다.

(3) 정적해석시에 있어서 실용모델 1과 2는 상세모델과 잘 일치하며 자유도를 줄일 수 있다.

(4) 동적해석시에 있어서 실용모델 1과 2를 수정한 단순모델 1과 2를 제시했으며, 이를 이용한 결과는 실험결과와 잘 일치하였다.

(5) 단순모델 1과 2를 사용하여 정적해석을 수

행할 경우에는 볼트부에서 2.5d 이상 떨어진 곳에서는 상세모델과 잘 일치함을 알 수 있었다.

(6) 해석목적에 따라 상세모델, 실용모델 및 단순모델 중 하나를 선정하여 해석할 수 있으며 단순모델의 경우 가장 자유도가 작으며 상세모델에 비해 약 59% 메모리 감소를 기할 수 있다.

## 참고문헌

(1) 김진곤, 박성수, 김윤영, 최석환, 김병권, 1996, "볼트결합부가 있는 구조물의 유한요소 모델링 및 실험적 검증," 대한기계학회 논문집 (A), 제20권, 제6호, pp. 1854~1861.

(2) Shigley, J.E., Mischke, C.R., 1989, *Mechanical Engineering Design*, 5th ed., McGraw-Hill, Co.

(3) Hamrock, B.J., Jacobson, B., and Schmid, S.R., 1999, *Fundamentals of Machine Elements*, McGraw-Hill, Co.

(4) Bickford, J.H., 1990, *An Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints*, 2nd ed., Marcel Dekker, Inc.

(5) Gaul, L. and Brebbia, C.A., 1999, *Computational Methods in Contact Mechanics IV*, WIT press.

(6) 이재운, 1994, "결합부가 있는 복합구조물의 동적 해석," 박사학위논문, 서울대학교.

(7) 고강호, 이장무, 2001, "집중 질량-스프링 모델을 이용한 볼트 결합부 모델링," 대한기계학회 논문집 (A), 제25권, 제3호, pp. 495~501.

(8) Tanaka, M., Miyazawa, H., Asaba, E., and Hongo, K., 1981, "Application of the Finite Element Method to Bolt-nut Joints - Fundamental Studies on Analysis of Bolt-nut Joints Using the Finite Element Method," *Bulletin of the JSME*, Vol. 24, No. 192, pp. 1064~1071.

(9) Bathe, K.J., 1996, *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Inc.

(10) Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E., 1988, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 3th ed., John Wiley & Sons Inc.