

## 이동질량을 가진 유체유동 외팔 파이프의 동특성 Dynamic Characteristics of Cantilever Pipe Conveying Fluid with the Moving Masses

윤한익† · 손인수\*

Han-Ik Yoon and In-Soo Son

(2002년 4월 12일 접수 : 2002년 6월 3일 심사완료)

**Key Words** : Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체유동 외팔 관), Dynamic Characteristics(동적특성), Moving Mass(이동질량), Follower Force(종동력)

### ABSTRACT

The vibrational system of this study is consisted of a cantilever pipe conveying fluid, the moving mass upon it and an attached tip mass. The equation of motion is derived by using Lagrange equation. The influences of the velocity and the inertia force of the moving mass and the velocities of fluid flow in the pipe have been studied on the dynamic behavior of a cantilever pipe by numerical method. As the velocity of the moving mass increases, the deflection of cantilever pipe conveying fluid is decreased. Increasing of the velocity of fluid flow make the amplitude of cantilever pipe conveying fluid decrease. The deflection of the cantilever pipe conveying fluid is increased by moving masses. After the moving mass passed upon the cantilever pipe, the amplitude of pipe is influenced due to the deflection of pipe with the effect of moving mass and gravity.

### 1. 서론

파이프 속을 흐르는 유체에 의하여 파이프에 진동이 발생하며, 유체의 속도가 어떤 임계값에 도달하면 그 진동이 불안정하여 파이프가 좌굴되기도 한다. 점성이 작은 유체의 분사력은 파이프의 끝단에 작용하는 집중종동력으로 되며, 점성이 큰 유체는 파이프의 내면에 작용하는 등분포 접선종동력을 일으킨다. 이러한 종동력들은 비보존력으로써 탄성계의 진동 및 안정성 해석에 중요한 인자가 된다.

유체유동에 의한 송수관의 진동과 안정성에 대한 연구는 Ashley와 Haviland<sup>(1)</sup>에 의해 아라비아의 횡단 송유관에서 관찰된 진동 현상을 규명하려는 시도

에서 비롯된다. 그 후 Feodos'ev<sup>(2)</sup>는 양단이 단순지지된 송수관의 선형 운동방정식을 유도하였는데 아주 단순한 수식형태였다.

Benjamin<sup>(3,4)</sup>은 2자유도를 갖는 분절된 송수관(articulated pipe)의 동역학에 대한 이론적 연구와 실험적 연구를 병행하였다. 그는 이 연구를 통해, 송수관이 양단 단순지지된 경우는 유동유체의 힘은 보존적이고, 계는 어떤 임계유속 이상에서 발산형(divergence) 불안정을 일으키지만 유체가 나오는 유출 끝단이 자유인 경우는 유동유체의 힘이 비보존적이며, 계는 어떤 임계유속 이상에서 플러터(flutter) 불안정을 일으킨다는 것을 제시하였다. 또, Yoon 등<sup>(5)</sup>은 이동질량을 가진 단순지지 유체유동 파이프의 동특성에 관한 연구를 수행하였다. Chen<sup>(6)</sup>은 양단이 단순지지된 송수관에 시간 종속적(time-dependent)인 유속이 주어지는 경우에 있어서 송수관의 파라메타 불안정(parametric instability)에 대한 연구를 하였다. Sugiyama 등<sup>(7)</sup>은 집중질량을 갖고 탄성 스프링에 의

† 책임저자, 정회원, 동의대학교 기계산업시스템공학부  
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr  
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232

\* 정회원, 동의대학교 대학원 기계공학과

해 지지된 외팔 수평 송수관의 내부에 유체가 흐르는 경우 스프링과 집중질량의 복합효과가 계의 동역학적 안정성에 어떤 영향을 미치는가를 실험과 수치해석적 방법으로 연구하였고, 기계 장치부를 갖는 수직 외팔 파이프 구조물의 동적 안정성에 관한 연구<sup>(8)</sup>가 수치해석과 실험을 통하여 진행되어 졌다.

이 연구에서는 점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 외팔 파이프의 끝단에 집중 중동력이 작용하고 동시에 파이프 위를 질량들이 일정 속도와 간격으로 이동하는 계를 고려하였으며, 이러한 계는 높은 온도를 가진 이동질량 또는 일정 수의 이동질량에 의하여 파이프에 발생하는 열을 파이프 속을 흐르는 유체로써 냉각시키는 기계장치를 모델링한 것이다. 파이프의 끝단에 작용하는 집중 중동력의 크기는 유동 유체 속도의 제곱에 비례하므로 파이프의 횡진동과 안정성은 파이프 속을 흐르는 유체의 속도와 밀접한 관계에 있다. 또한 이동 질량 역시 파이프의 횡진동에 크게 관계되고 있다. 따라서 이동질량의 속도가 파이프의 횡진동에 미치는 영향을 검토하였으며, 동시에 유동유체의 속도, 이동질량의 속도, 그리고 이동질량 사이의 간격 등의 연성효과를 해석하여 파이프의 횡진동을 제어할 수 있는 특성 및 이동질량이 파이프 위를 떠난 후 파이프의 동특성에 관하여 연구하였다.

## 2. 이론해석

내부에 유체가 흐르는 외팔 파이프 위를 집중질량들이 일정속도와 일정간격을 가지고 연속적으로 이동하는 탄성계의 개략도는 Fig. 1 과 같다. 여기서  $m_1, m_2, m_3$  는 파이프 위를 이동하는 집중질량들,  $v$  는 집중질량들의 속도, 그리고  $u$  는 유동유체의 속도이며  $\rho Au^2$  은 유동유체의 분사력이다. 또,  $m_p$  는 파이프의 노즐 등에 해당하는 끝단질량이고,  $a$  는 집중

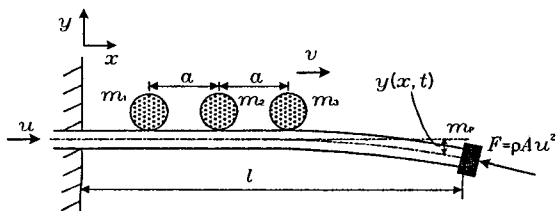


Fig. 1 A cantilever pipe conveying fluid with moving masses

질량 사이의 간격, 그리고  $l$ 은 외팔 파이프의 전체 길이를 나타내고 있다. 이동질량의 속도와 이동질량의 크기, 그리고 유동유체의 속도변화가 외팔 파이프의 동특성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Lagrange 방정식으로 계의 운동방정식을 유도한다.

### 2.1 외팔 파이프의 에너지 식

외팔 파이프의 횡변위  $y(x, t)$  를 유체가 없는 경우, 경계조건을 만족시키는 외팔 보의 자유 진동에 대한 고유함수  $\phi_i(x)$  를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

여기서,  $q_i(t)$  는 일반화된 좌표,  $\mu$  는 일반화 좌표의 수를 나타낸다. 또,  $\phi_i(x)$  는 고유함수로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_i(x) = & \cos(\lambda_i x) - \cosh(\lambda_i x) \\ & - \alpha_i [\sin(\lambda_i x) - \sinh(\lambda_i x)] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\alpha_i$  는 외팔보의 자유진동의  $i$  번째 고유치이며 아래 식으로 주어진다.

$$\alpha_i = \frac{\cos(\lambda_i l) + \cosh(\lambda_i l)}{\sin(\lambda_i l) + \sinh(\lambda_i l)} \quad (3)$$

식 (3)에서  $\lambda_i$  는 다음 식에서 구한다.

$$\frac{1 + \cos(\lambda_i l) \cosh(\lambda_i l)}{\sin(\lambda_i l) \cos(\lambda_i l) + \cos(\lambda_i l) \sinh(\lambda_i l)} = \frac{m_p}{m l} (\lambda_i l) \quad (4)$$

여기서  $m$  은 외팔 파이프의 단위 길이당 질량이다. 따라서, 외팔 파이프의 운동에너지는

$$\begin{aligned} T_p = & \frac{m}{2} \sum_{i=1}^n \dot{q}_i^2(t) \int_0^l \phi_i^2(x) dx \\ & + \frac{1}{2} m_p \{ \dot{y}(l, t) \}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

이고,  $(\dot{\quad})$  는 시간  $t$  에 대한 미분을 나타낸다.

자중을 무시한 외팔 파이프의 포텐셜 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_p = \frac{1}{2} \int_0^l EI (y'')^2 dx - m_p g y(l, t) \quad (6)$$

여기서  $EI$  는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수,  $g$  는 중

력가속도, 그리고 ( ' )은 축방향 좌표  $x$ 에 대한 미분을 의미한다.

### 2.2 유동 유체의 에너지 식

파이프에 대한 유체의 상대속도가  $u$ 이므로, 유체의 절대속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 유체의 절대속도의 수직성분, 즉  $y$  방향성분은  $\dot{y} + u y'$  이고,  $x$ 축에 평행한 수평성분은  $u(1 - \frac{1}{2} y'^2)$  이다.

유속의 합을 구하면  $\sqrt{u^2 + 2u \dot{y} y' + \dot{y}^2 + \frac{1}{4} y'^4}$  이 된다. 또, 미소항의 고차항  $y'^4$  을 생략하면 유체유동의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_f = \frac{1}{2} \int_0^l m_f (u^2 + 2u \dot{y} y' + \dot{y}^2) dx \quad (7)$$

유량과 중력을 고려하면 유동 유체의 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$V_f = - \int_0^l m_f g y dx \quad (8)$$

여기서,  $m_f$ 는 유체의 단위 길이당 질량이다.

### 2.3 유체유동의 분사력에 의한 일량

유체유동의 분사력에 의하여 파이프에 작용되는 힘은  $x = l$ 인 점에 작용하는 집중 접선 중동력이 된다. 이러한 비보존적인 접선 중동력에 의한 일은 그 보존력성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분된다. 따라서 집중 접선 중동력의 보존력 성분에 의한 일은

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A u^2 y'^2 dx \quad (9)$$

이고, 집중 접선 중동력의 비보존력 성분에 의한 일은 다음과 같다.

$$W_N = - \rho A u^2 y'(l, t) y(l, t) \quad (10)$$

### 2.4 이동질량의 에너지 식

이동질량의 수평속도가  $v$  이면 그 수평변위는

$$\begin{aligned} x_1 = f_1(t) &= \int_0^t v dt \\ x_2 = f_2(t) &= \int_0^t v dt - a \end{aligned} \quad (11)$$

$$x_3 = f_3(t) = \int_0^t v dt - 2a$$

이고, 수직 변위를  $y_{m_1}, y_{m_2}, y_{m_3}$  이라고 하면 이동질량  $m_1, m_2, m_3$  는 집중질량이므로 그 운동에너지는

$$T_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k (\dot{y}_{m_k}^2 + v^2) \quad (12)$$

이고, 포텐셜에너지는 다음과 같다.

$$V_m = - \sum_{k=1}^n m_k g y_{m_k} \quad (13)$$

여기서  $n$  은 이동질량의 수이고,  $y_{m_k}$  는 이동 질량  $m_k$  의 연직방향 변위인 동시에 외팔보의 횡변위이다. 즉, 이동질량들은 보와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 본다. 따라서 이동질량의 연직방향 변위와 속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_{m_1} &= y(x_1, t)|_{x_1=f_1(t)} \\ y_{m_2} &= y(x_2, t)|_{x_2=f_2(t)} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} y_{m_3} &= y(x_3, t)|_{x_3=f_3(t)} \\ \dot{y}_{m_1} &= \left( \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_1=f_1(t)} \\ \dot{y}_{m_2} &= \left( \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_1=f_2(t)} \\ \dot{y}_{m_3} &= \left( \frac{\partial y}{\partial x_3} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_1=f_3(t)} \end{aligned} \quad (15)$$

이를 고려하여, 식 (1)을 식 (15)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{y}_{m_k} &= \sum_{i=1}^n \left\{ v \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \phi_i' [f_k(t)] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{a}_i(t) \phi_i [f_k(t)] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 또, 식 (16)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 이동질량들의 운동에너지는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \left\{ v^2 \sum_{i=1}^{\infty} a_i^2(t) \phi_i'^2 [f_k(t)] \right. \\ &\quad \left. + 2v \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \dot{a}_i(t) \phi_i [f_k(t)] \phi_i' [f_k(t)] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{a}_i^2(t) \phi_i^2 [f_k(t)] + \frac{1}{2} v^2 m_k \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

### 2.5 계의 운동방정식

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 앞에서 구한 일과 에너지 식을 다음의 Lagrange 방정식에 대입

하여 정리한다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = 0 \quad (18)$$

여기서  $L$ 은 Lagrangian 이다. 따라서 계의 운동방정식은  $i = 1$  부터  $\mu$  항까지의 합으로 표현되며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\mu} \left\{ m \int_0^l \phi_i^2(x) dx + m_p \phi_i^2(l) \right. \\ & + m_f u \int_0^l \phi_i(x) dx + \sum_{k=1}^n m_k \phi_i^2(x_k) \left. \right\} \ddot{q}_i(t) \\ & + \sum_{i=1}^{\mu} \left\{ \sum_{k=1}^n m_k \frac{d}{dt} [\phi_i^2(x_k)] \right\} \dot{q}_i(t) \\ & + \sum_{i=1}^{\mu} \left\{ EI \int_0^l (\phi_i''(x))^2 dx - \rho A u^2 \int_0^l (\phi_i'(x))^2 dx \right. \\ & + 2\rho A u^2 \phi_i(l) \phi_i(l) + \sum_{k=1}^n \left\{ v m_k \frac{d}{dt} (\phi_i'(x_k)) \phi_i(x_k) \right. \\ & \left. \left. - m_k v^2 \phi_i^2(x_k) + \phi_i(x_k) \phi_i'(x_k) \right\} \right\} q_i(t) \\ & - m_f g \int_0^l \phi_i(x) dx - m_p g \phi_i(l) - \sum_{k=1}^n m_k g \phi_i(x_k) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)의 운동방정식을 자유진동해석을 위해 행렬 형태의 식으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (20)$$

식 (20)은 자유진동해석에 대해 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$M^* \dot{\eta} + M^* \eta = 0 \quad (21)$$

여기서 각 항은 각각 다음과 같다.

$$M^* = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad K^* = \begin{bmatrix} C & K \\ -I & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\{\eta\} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ q \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서,  $I$ 는 단위행렬을 의미한다. 복소모드 해석을 위해 식 (23)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta = e^{\lambda t} \theta \quad (24)$$

여기서  $\lambda$ 는 복소수 값의 고유치이고,  $\theta$ 는 모드형상을 나타내는 행렬이다. 식 (21~24)를 이용하여 구해진 고유치는 다음과 같이 복소수 값을 갖는데 이 값으로부터 고유진동수( $\Omega$ )를 구할 수 있다.

Table 1 Specifications of cantilever pipes conveying fluid system

|                              |            |
|------------------------------|------------|
| Mass per unit length ( $m$ ) | 0.2 (kg/m) |
| Length ( $l$ )               | 2 (m)      |
| Young's modulus( $E$ )       | 9.72 (Mpa) |
| Outer diameter               | 26 (mm)    |
| Inner diameter               | 14 (mm)    |
| Tip mass ( $m_p$ )           | 0.2 (kg)   |

$$\begin{aligned} \lambda &= b + \omega i \\ \Omega &= \sqrt{b^2 + \omega^2} \end{aligned} \quad (25)$$

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 이론해석에서 유도된 운동방정식을 바탕으로 계의 동특성을 지배하는 유동유체의 속도, 이동질량의 크기 및 속도들에 대하여 외팔 파이프의 횡진동을 10 차 모드까지 고려하여 ( $\mu = 10$ ) 그 각각의 영향을 수치해석 하여 비교, 고찰하였다. Table 1은 수치해석을 위한 입력 데이터를 나타내고 있다.

유체의 질량은 파이프의 질량과 더불어 중력에 의한 파이프의 처짐에 영향을 주며, 수치해석시 파이프의 질량에 포함하여 계산하였다. Fig. 2는 이동질량의 속도가 0.1 m/s, 유동유체의 속도가 5 m/s 이고, 이동질량들 사이의 간격이 0.5 m 일 때 이동질량의 크기에 따른 외팔 파이프의 끝단 횡변위를 보여주고 있다. 이동질량의 속도와 시간 사이에는  $l = vt$ 의 관계가 성립하므로, 속도가 0.1 m/s의 경우는 파이프를 통과하는데 걸리는 시간은 20 초이다. 이동질량의 크기가 클수록 파이프의 처짐이 커지고, 그 처짐 량에 따라서 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭이 결정되어진다. 또, 이동질량이 파이프의 후반부로 갈수록 진동수가 작아지며, Fig. 2 (c)에서 파이프 위의 이동질량이 2 개가 되는 5초~10초 사이에는 진폭이 조금 증가하지만, 이동질량이 3 개가 되는 10초에서 20초에서는 이동질량의 크기로 인해 진폭이 오히려 감소하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 2 (a)에서 이동질량의 크기가 작으면, 파이프 처짐이 작아져서 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 진폭에 큰 영향을 주지 못한다. 그러므로 처음 진폭을 거의 일정하게

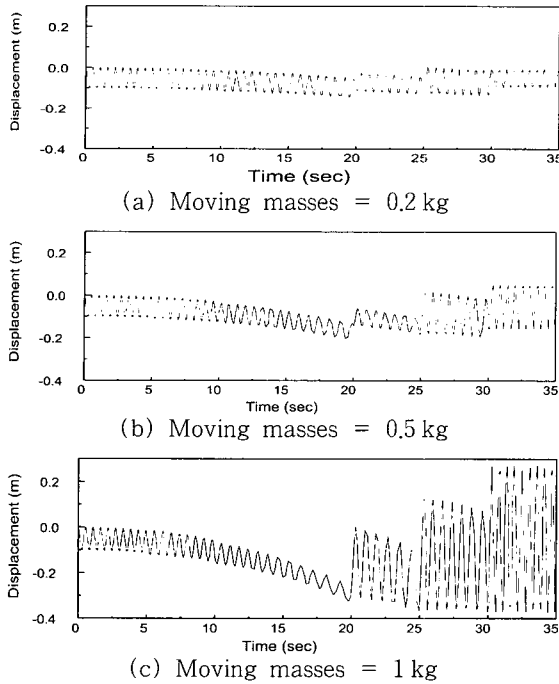


Fig. 2 Tip displacement of cantilever pipe according to variation of moving masses

유지되고, 이동질량의 크기가 클수록 처짐 량이 크기 때문에 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭이 더 커짐을 알 수 있다.

Fig. 3은 이동질량의 크기가 0.5 kg, 이동질량의 속도가 0.1 m/s, 그리고 유동유체의 속도가 5 m/s 일 때 이동질량들 사이의 간격에 따른 파이프의 끝단 횡변위를 표현하고 있다. 이동질량들 간의 간격이 좁을수록 파이프의 처짐은 더 커지고, 진폭도 미소량 더 커진다. 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭변화에 대하여 살펴보면, Fig. 3 (a)에서는 20초를 지나면서 위쪽으로 진동하는 순간에 첫번째 이동질량이 파이프 위를 떠나기 때문에 다시 위쪽으로 진동하고, 다음 순간 두번째 이동질량이 파이프 위를 떠나면서, 파이프의 아래쪽 방향 진동과 위쪽 방향 진동의 상쇄로 일정정도 위쪽으로 변위를 증가시킨다. 마지막 세번째 이동질량이 떠나는 순간 아래쪽 방향의 진동과 위쪽으로의 진동이 서로 상쇄되기 때문에 큰 진폭 변화가 일어나지 않는다. Fig. 3 (b)에서는 이동질량들이 파이프 위를 떠나는 순간에 모두 위쪽으로 진동하기 때문에, 이동질량들이 모두 파이프 위를 떠났을 때의 진폭은 약 0.1 m이고, Fig. 3 (a)의 진폭은 약 0.22 m로서 2 배정도 큰 값을 가진다. Fig. 3 (c)와

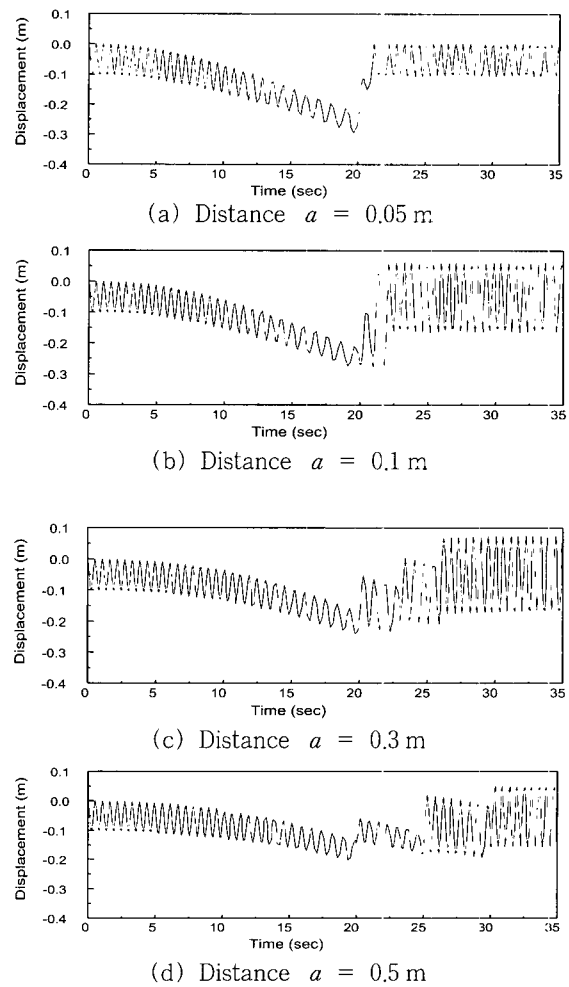


Fig. 3 Tip displacement of cantilever pipe according to variation of distance of moving masses

Fig. 3 (d)의 경우 모두 그러한 현상들의 반복에 의하여 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 진폭이 결정되어 진다. 즉, 이동질량의 간격은 그 이동질량이 파이프 위를 떠나는 순간 시스템의 에너지 출입 시기가 결정되기 때문에 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭에 영향을 미친다. 또, 앞에서 보인 Fig. 2 (a)에서 세번째 이동질량이 파이프 위를 떠난 후 진폭이 작아진 이유도 여기서 설명된다.

Fig. 4는 3 개의 이동질량의 크기가 각각 0.5 kg, 유속이 5 m/s, 그리고 이동질량들 사이의 간격이 0.02 m로 거의 동시에 파이프 위를 이동하는 경우에 파이프의 끝단 횡변위를 나타내고 있으며, Fig. 5는 유속이 5 m/s 이고, 1.5 kg 인 하나의 이동질량이 파이프 위를 통과하는 경우, 파이프의 횡변위를 도시하고

있다. 이동질량의 속도를 0.1 m/s로 같게 했을 때 Fig. 4와 Fig. 5를 비교하면 이동질량이 파이프 위를 이동할 때는 거의 같은 처짐과 진폭을 가지지만, 이동질량이 통과한 후의 파이프 진폭은 약 0.15 m, 하나의 이동질량을 가질 때는 0.37 m로서 하나의 이동질량을 가질 때 더 큰 진폭을 가진다. 이는 이동질량이 3 개일 경우는 각각의 이동질량이 파이프 위를 떠나면서 파이프의 끝단 진폭을 어느 정도 억제하는 역할을 하는 반면, 이동질량이 하나일 때는 단지 이동질량과 중력에 의한 영향 등으로 인한 파이프의 처짐이 이동질량이 통과한 후의 파이프 진폭을 지배함을 알 수 있다.

Fig. 6은 이동질량의 크기가 0.5 kg, 속도가 0.1 m/s, 그리고 이동질량들 사이의 간격이 0.5 m 일 때

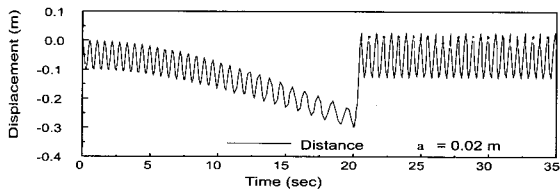


Fig. 4 Tip displacement of cantilever pipe with the three moving masses (distance  $a = 0.02$  m)

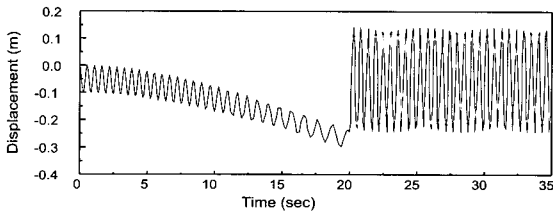


Fig. 5 Tip displacement of cantilever pipe with the moving mass

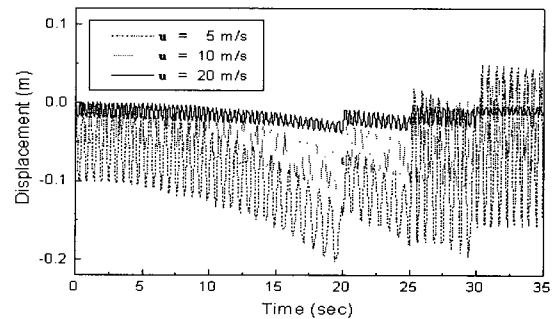
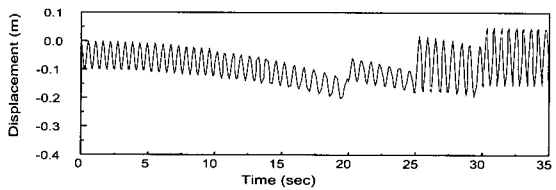


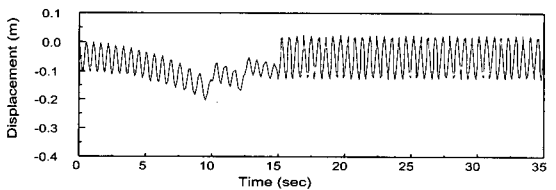
Fig. 6 Tip displacement of cantilever pipe according to variation of fluid velocity

유동유체의 속도 변화에 따른 파이프의 끝단 횡변위를 표현하고 있다. 임계유속에 도달하기 이전까지는 유동유체의 속도가 파이프 끝단에서 작용하는 중동력에 영향을 주어 파이프의 진동을 억제하기 때문에 이동질량이 파이프 위를 이동하는 동안이나, 파이프 위를 통과한 이후 모두 파이프의 진폭은 유동유체의 속도가 빠를수록 작아지는 현상을 보인다. 유속이 10 m/s에 비해 5 m/s 일 때, 이동질량이 파이프 위를 통과하고 있을 경우는 진폭의 차가 약 0.03 m 이고, 이동질량들이 모두 파이프 위를 떠난 경우에는 두 진폭의 차는 약 0.08 m 정도 차이를 보인다.

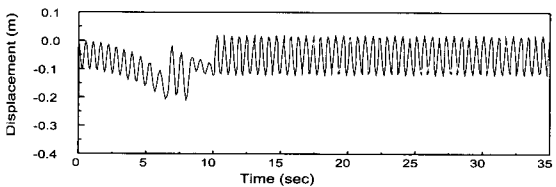
Fig. 7은 이동질량의 크기가 0.5 kg 이고, 이동질량들 사이의 간격이 0.5 m 일 때 이동질량의 속도에 따른 파이프의 끝단 횡변위를 나타내었다. 전반적으로 이동질량이 파이프 위를 통과하는 동안의 진폭은 거의 같으며, 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭은 이동질량의 속도에 반비례한다. 그리고 유체유동의 영향으로 인해 감쇠는 일어나지 않는다.



(a) Moving mass velocity  $v = 0.1$  m/s



(b) Moving mass velocity  $v = 0.2$  m/s



(c) Moving mass velocity  $v = 0.3$  m/s

Fig. 7 Tip displacement of cantilever pipe according to variation of moving masses velocity

#### 4. 결 론

점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 외팔 파이프의 끝단에 집중 종동력이 작용하고, 동시에 파이프 위를 질량들이 일정 간격 및 속도로 이동하는 계의 동특성에 관한 수치해석으로 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 이동질량의 크기가 클수록 파이프의 처짐이 커지고, 이동질량이 파이프 위를 떠나는 순간의 처짐량에 의해서 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭이 결정된다.

(2) 이동질량의 간격은 그 이동질량이 파이프 위를 떠나는 순간 시스템의 에너지 출입 시기가 결정되기 때문에 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭에 영향을 미친다.

(3) 임계유속에 도달하기 전까지는 유동유체의 속도가 빠를수록 이동질량이 파이프 위를 이동하는 동안이나, 파이프 위를 통과한 이후 모두 파이프의 진폭은 작아지는 현상을 보인다.

(4) 이동질량이 파이프 위를 통과하는 동안의 진폭은 거의 같으며, 이동질량들이 모두 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭은 이동질량의 속도에 반비례한다.

#### 참 고 문 헌

(1) Ashley, H. and Haviland, G., 1950, "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, pp.

229~232.

(2) Feodos'ev, V. P., 1950, "Vibrations and Stability of a Pipe when Liquid Flows through It," *Izhenernyi Sbornik*, Vol. 10, pp. 169~170.

(3) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society (London)*, Series A, Vol. 261, pp. 457~486.

(4) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (II. Experiments)," *Proceedings of the Royal Society (London)*, Series A, Vol. 261, pp. 487~499.

(5) Yoon, H. I., Lim, S. H. and Yu, J. S., 2001, "Dynamic Behavior of Simply Supported Fluid Flow Pipe with Moving Masses," *Proceedings of International Conference on Concition Monitoring*, pp. 498~511.

(6) Chen, S. S., 1971, "Dynamic Stability of Tube Conveying Fluid" *Journal of Engineering Mechanics Division*, *Proceedings of the ASCE*, Vol. 97, pp. 1469~1485.

(7) Sugiyama, Y., Kawagoe, H., Kishi, T. and Nishiyama, S., 1988, "Studies on the Stability of Pipes Conveying Fluid(The Combined Effect of a Spring Support and a Lumped Mass)," *JSME International Journal*, Series 1, Vol. 31, No. 1, pp. 20~26.

(8) 류봉조, 정승호, 이종원, 2000, "유체유동에 의한 유연한 파이프의 불안정과 진동억제에 미치는 부가질량의 영향," *한국소음진동공학회지* 제 10 권, 제 2 호, pp. 280~290.

# 압착모드형 ER마운트를 이용한 보 구조물의 진동저감 해석

## Vibration Reduction of Beam Structure Using Squeeze Mode ER Mount

정우진\* · 김두기\* · 정의봉\*\* · 홍성룡\*\*\* · 최승복\*\*\*

Woo-Jin Jung, Du-Ki Kim, Weui-Bong Jeong, Sung-Ryoung Hong and Seung-Bok Choi

(2002년 4월 20일 접수 ; 2002년 5월 24일 심사완료)

**Key Words** : ER Mount(ER마운트), Squeeze Mode(압착모드), Vibration Reduction(진동저감), State Space Equation(상태공간 방정식), Optimal Control(최적 제어)

### ABSTRACT

To reduce unwanted vibrations in war ship which may be transmitted through underwater path, it is required to use high damping mounts to isolate the vibration. In this work, the beam structure with squeeze mode ER mount is proposed and response characteristics such as acceleration and force transmissibility of beam with constant voltage and optimal controller are experimentally analyzed. The controller is empirically realized and control responses are evaluated in frequency domains. Experiments show vibration reduction capability of squeeze mode ER mount.

### 1. 서 론

함정탑재 기계류들에서 발생되는 진동, 구조전달소음을 차단하고 충격으로부터 보호하기 위해서 일반적으로 탄성 마운트 시스템을 사용하고 있다. 탑재된 기계류의 진동에 의하여 선체로 전달되는 진동을 감소시키기 위해서는 작은 강성과 댐핑을 갖는 마운트가 효과적이지만, 기계류 거동과 마운트 내구성 측면에서는 큰 강성의 마운트가 요구된다. 이러한 요구특성으로 인하여, 탄성 마운트 시스템의 공진이 존재하는 저주파수 영역에서는 가진진폭과 충격력이 크기 때문에, 큰 강성으로 기계류의 과도한 움직임을 제한하고 큰 감쇠력으로 충격력을 감소시켜야 한다. 한편,

가진변위와 충격력이 작은 고주파수 가진영역에서는 작은 감쇠력을 이용하여 기계류에 의한 전달되는 진동을 감소시켜야 한다. 이럴 경우 탄성마운트 시스템은 고주파수 가진영역에서 마운트의 성능악화를 초래할 가능성이 높다.

탄성 마운트 시스템에 사용될 수 있는 마운트의 종류로는 고무마운트(수동형), 유체마운트(수동형 혹은 반능동형), 능동형 마운트등이 있다. 이중 가장 많이 쓰이는 것이 고무마운트이다. 그러나 고무마운트는 고주파수 영역의 진동절연에는 효과적이거나, 감쇠력이 작기 때문에 저주파수 영역에서의 큰 진폭의 진동은 절연시키지 못한다. 이러한 단점을 보완하고자 유체마운트가 제안되었다. 그러나 유체마운트는 10~20 Hz대역의 주파수영역에 존재하는 마운트 시스템의 공진점에서만 효과적인 진동절연성능을 나타낸다. 따라서 보다 넓은 주파수영역에서의 진동절연을 위하여 능동형 마운트가 제안되었으나, 별도의 기계적 구동장치와 제어시스템이 필요하며, 전력소모가 크고 고가이며 특히 충격에 약하다는 단점이 있다. 따라서 충격 문제 및 안전성을 위하여 기존의 고무마운트를 이용

† 책임저자, 정회원, 국방과학연구소  
E-mail : wjjung@add.re.kr  
Tel : (055) 540-6154, Fax : (055) 542-3737  
\* 정회원, 국방과학연구소  
\*\* 정회원, 부산대학교 기계공학과  
\*\*\* 정회원, 인하대학교 기계공학과



한 반능동/능동 마운트가 필요하다.

최근에 고무마운트를 기본으로 지능재료의 하나인 ER(electro-rheological) 유체를 이용한 ER유체 마운트(이하 ER마운트 라함)에 대한 연구가 수행되고 있다.<sup>(1~4)</sup> 감쇠력이 전기장에 의하여 조절되는 ER마운트는 전기장의 강도에 따라 강성과 감쇠력을 연속적으로 조절할 수 있으며 별도의 액튜에이터가 필요없어 장치의 소형화가 가능하다. 또한, 시스템의 응답특성이 빠르며 전력소모가 작다는 장점을 갖고 있다. 그러나 이들 ER마운트들은 비교적 변위가 크게 일어나는 10 Hz 내외의 저주파에서 유용한 진단모형과 유동모드형 ER마운트들이다. 그러나 탑재된 기계류들이 정상작동을 시작하면 진동변위가 최대 0.1 mm 이하이다. 따라서 작은변위의 진동에도 사용할 수 있는 ER마운트가 필요하다. 한편 탄성 마운트 시스템에 사용되는 받침대 구조물의 유연성(flexibility)으로 인한 공진모드가 존재하게 된다. 이들 공진모드에 의해서 탄성 마운트 시스템의 진동감소 성능이 악화된다. 특히 최근에는 음향탐지 센서들의 성능발달로 수십 Hz의 저주파 대역까지 탐지할 수 있는 능력의 센서가 출현하게 되었다. 그런데 탄성 마운트 시스템의 받침대는 보통 20~30 Hz에서 1차 탄성 공진모드가 발생한다. 따라서 합정에서 저주파 방사소음은 탄성 마운트 시스템받침대의 저주파 공진모드와 깊은 연관이 있다. 그러므로 탄성 마운트 시스템 받침대의 저주파 모드 제어도 필요하다. 이를 위하여 저자들은 압착모드형 ER마운트를 제안하였고, 이를 보 구조물과 프레임 구조물의 진동제어에 적용하였다.<sup>(5)</sup> 이 연구에서는 변위와 속도성분을 이용하여 보 구조물과 프레임 구조물의 가속도 응답을 이용하여 진동제어성능을 고찰하였다. 그런데 합정용 마운트들은 전달되는 힘도 감소시켜야 하므로 마운트를 통한 전달력의 응답특성도 고찰하여야 한다.

따라서 본 논문에서는 100 Hz 영역이내에서 구조물의 탄성모드 제어와 진동저감을 목적으로 제안된 소형 압착모드형 ER마운트를 보(beam) 구조물에 적용하고 전달력과 속도성분을 이용한 제어로직을 구성하여 전달력과 가속도 응답을 이용하여 진동저감 성능을 실험적으로 고찰하였다. 또한 ER마운트의 위치변화에 따른 진동저감 성능도 실험적 방법을 이용하여 수행하였다.

## 2. 이론적 배경

진동하고 있는 제어대상계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M_s] \{ \ddot{w}(x, t) \} + [C_s] \{ \dot{w}(x, t) \} + [K_s] \{ w(x, t) \} = [B_s] \{ u(t) \} + [D_s] \{ f(t) \} \quad (1)$$

$[M_s]$ ,  $[C_s]$ ,  $[K_s]$  는  $n \times n$  크기의 질량, 감쇠, 강성 행렬이며,  $u(t)$ 는  $m_1 \times 1$  크기의 제어력벡터,  $f(t)$ 는  $m_2 \times 1$ 의 외력벡터이다.  $[B_s]$  는  $n \times m_1$ ,  $[D_s]$  는  $n \times m_2$  이다. 식 (1)을 질량 정규화(mass normalization)된 모드행렬  $[\phi]$ 와 일반화 좌표  $\{q(t)\}$  및  $\{w(x, t)\} = [\phi] \{q(t)\}$ 를 이용하여 정리하면,

$$[I] \{ \ddot{q}(t) \} + \text{diag}[2\xi\omega_n] \{ \dot{q}(t) \} + \text{diag}[\omega_n^2] \{ q(t) \} = [\phi]^T [B_s] \{ u(t) \} + [\phi]^T [D_s] \{ f(t) \} \quad (2)$$

$[\phi]^T [M] [\phi] = [I]$  이며,  $\text{diag}[2\xi\omega_n] = [\phi]^T [C_s] [\phi]$ ,  $\text{diag}[\omega_n^2] = [\phi]^T [K_s] [\phi]$ 은 대각행렬이다. 식 (2)에서 질량 정규화된 모드행렬  $[\phi]$ 와  $[\phi]^T [B_s]$  는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_1(l_1) & \phi_2(l_1) & \dots & \phi_n(l_1) \\ \phi_1(l_2) & \phi_2(l_2) & \dots & \phi_n(l_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1(l_j) & \phi_2(l_j) & \dots & \phi_n(l_j) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1(l_n) & \phi_2(l_n) & \dots & \phi_n(l_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} l_1, l_2, \dots, l_n = \\ \text{각 절점의 좌표값} \\ \phi_j(l_k) = \text{절점 } l_k \\ \text{에서의 } j \text{ 번째} \\ \text{고유 모드} \end{matrix}$$

$$[\phi]^T [B_s] \{ u(t) \} = \begin{bmatrix} \left[ \sum_{j=1}^n \phi_1(l_j) B_{j1} \right] u_1(t) & \dots & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_1(l_j) B_{jm_1} \right] u_{m_1}(t) \\ \left[ \sum_{j=1}^n \phi_2(l_j) B_{j1} \right] u_1(t) & \dots & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_2(l_j) B_{jm_1} \right] u_{m_1}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left[ \sum_{j=1}^n \phi_n(l_j) B_{j1} \right] u_1(t) & \dots & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_n(l_j) B_{jm_1} \right] u_{m_1}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$[\phi]^T [B_s] \{ u(t) \}$ 의  $i$ 번째 열의 값은

$$\begin{aligned} & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) B_{j1} \right] u_1(t) + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) B_{j2} \right] u_2(t) \\ & + \dots + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) B_{jm_1} \right] u_{m_1}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

이며,  $[\phi]^T [D_s] \{K(t)\}$ 의  $i$ 번째 열의 값은

$$\begin{aligned} & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) D_{j1} \right] f_1(t) + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) D_{j2} \right] f_2(t) \\ & + \dots + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) D_{jm_2} \right] f_{m_2}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 식 (2)에서  $i$ 번째 항에 대한 수식을 나타내면,

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_{ni} \dot{q}_i(t) + \omega_{ni}^2 q_i(t) = \\ & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) B_{j1} \right] u_1(t) + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) B_{j2} \right] u_2(t) \\ & + \dots + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) B_{jm_1} \right] u_{m_1}(t) + \\ & \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) D_{j1} \right] f_1(t) + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) D_{j2} \right] f_2(t) \\ & + \dots + \left[ \sum_{j=1}^n \phi_i(l_j) D_{jm_2} \right] f_{m_2}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 이용하여 필요한 상태공간(state space) 방

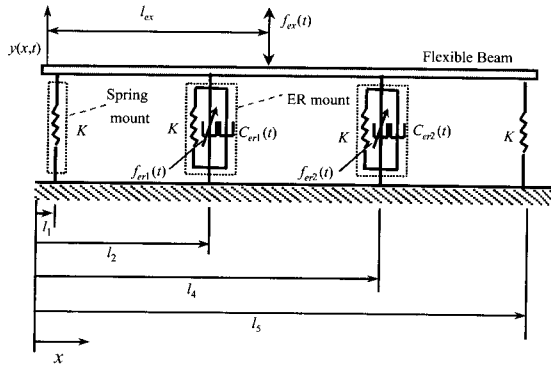


Fig. 1 Beam structure with ER mount in the vicinity of center

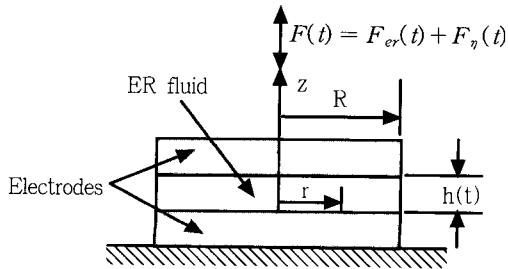


Fig. 2 Schematic diagram of ER squeeze flow

정식을 구성하고 제어기를 설계하게 된다.

### 3. ER마운트가 설치된 보 구조물 진동저감

#### 3.1 중앙부에 ER마운트가 설치된 보 구조물

Fig. 1과 같이 스프링 마운트와 압착모드형 ER마운트 각 2개씩 이용하였다. 이때 보 구조물 재질은 SM40C, 제원은 1500 mm × 60 mm × 15 mm이며, 스프링 마운트 강성은 4000 N/m이다. 그리고  $l_1 = 50$  mm,  $l_2 = 450$  mm,  $l_4 = 1050$  mm,  $l_5 = 1450$  mm,  $l_{ex} = 650$  mm이다.

본 논문에 사용된 ER유체는 자체조성한 것으로, ER유체의 유변학적 거동은  $\tau = \tau_y(E) + \tau_\eta(\dot{\gamma}) = \alpha E^\beta + \eta \dot{\gamma}$ 의 병행(Bingham)모델로 표현된다. 여기서  $\tau_y(E)$ 는 전기장에 대한 지수함수로 표현되는 ER유체의 항복응력이며,  $\tau_\eta(\dot{\gamma})$ 는 뉴토니안 유체의 전단응력을 나타낸다.  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 실험장치를 이용하여 실험적으로 구하는 상수값으로 본 논문에 사용된 ER유체는  $\alpha = 437$ ,  $\beta = 1.20$ ,  $\eta = 0.08$ 로 측정되었다. 그리고 압착모드형 ER마운트에 작용하는 전체 압착력은 Fig. 2와 같이 전기장에 의한 가변 감쇠력 ( $F_{er}$ )과 전기장 무부하시의 감쇠력 ( $F_\eta$ )로 구성된다.

$$\text{이들은 } F_\eta(t) = \frac{3}{2} \pi \eta R^4 \frac{\dot{h}}{h^3}, \quad F_{er}(t) = \frac{4}{3} \pi R^3 \tau_y(E)$$

$\frac{\text{sgn}(\dot{h})}{h}$ 이다. 한편 보 구조물의 진동저감을 위하여 ER마운트의 가변감쇠력을 적절히 조율할 수 있는 최적제어 알고리즘을 적용하였다. 최적제어기는 물리적 구속조건을 만족시킴과 동시에 성능지수가 최소화 또는 최대화가 되도록 제어입력을 결정한다. 위의 모델에서 제어력은  $l_2$ ,  $l_4$ 에 위치한 2개의 ER마운트이며 외력은  $l_{ex}$ 에 위치한 1개이다. 본 논문에서는 100 Hz 이내에 존재하는 1, 2차 탄성모드의 제어를 통한 진동저감이 목적이므로 식 (6)을 이용하여 상태공간 방정식을 구하면,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma d(t), \quad y(t) = Cx(t) \quad (7)$$

$$x(t) = \{q_1(t) \dot{q}_1(t) q_2(t) \dot{q}_2(t)\}^T$$

$$u(t) = [f_{er2}(t) f_{er4}(t)]^T, \quad d(t) = [f_{ex}(t)]^T$$

$$y(t) = [y_2(t) y_4(t)]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -2\xi_1\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\xi_2\omega_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Phi_1(l_2) & \Phi_1(l_4) \\ 0 & 0 \\ \Phi_2(l_2) & \Phi_2(l_4) \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_1(l_{ex}) \\ 0 \\ \Phi_2(l_{ex}) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \Phi_1(l_2) & 0 & \Phi_2(l_2) & 0 \\ \Phi_1(l_4) & 0 & \Phi_2(l_4) & 0 \end{bmatrix}$$

$q_1(t)$ ,  $q_2(t) = 1, 2$ 차 탄성 모드의 일반화 좌표값  
 $\Phi_1(\cdot) = 1$ 차 탄성 모드,  $\Phi_2(\cdot) = 2$ 차 탄성 모드

제어변수로 변위와 속도를 가장 많이 이용하고 있으나, 마운트 시스템의 경우에는 마운트를 통한 전달력제어도 중요하므로 마운트 전달력이 가장 클 것으로 예상되는 양단에서의 마운트 전달력과 ER마운트가 설치된 두 지점에서의 속도를 고려한 상태공간 방정식을 도출하였다.

$$\dot{z}(t) = A^*z(t) + B^*u(t) + \Gamma^*d(t) \quad (8)$$

$$z(t) = [F_1(t), \dot{y}_2(t), \dot{y}_4(t), F_5(t)]^T = Px(t)$$

$$u(t) = [f_{er2}(t)f_{er4}(t)]^T, \quad d(t) = [f_{ex}(t)]^T$$

$$A^* = PAP^{-1}, \quad B^* = PB, \quad \Gamma^* = P\Gamma$$

$$P = \begin{bmatrix} k\Phi_1(l_1) & 0 & k\Phi_2(l_1) & 0 \\ 0 & \Phi_1(l_2) & 0 & \Phi_2(l_2) \\ 0 & \Phi_1(l_4) & 0 & \Phi_2(l_4) \\ k\Phi_1(l_5) & 0 & k\Phi_2(l_5) & 0 \end{bmatrix}$$

여기서,  $A^*$ 는 시스템 행렬,  $B^*$ 는 입력행렬,  $\Gamma^*$ 는 외관입력행렬,  $P$ 는 상태변환행렬이다. 이때 성능지수(performance index)  $J$ 를 다음과 같이 정의하였다.

$$J = \min \int_0^\infty \{z^T(t)Qz(t) + u^T(t)Ru(t)\}dt \quad (9)$$

이때  $Q$ 는 상태변수(state variable) 가중행렬로 양의 반한정 대칭행렬이고,  $R$ 은 양의 제어력 가중치이다. 식 (8)로 표현된 동적시스템은 제어가능하므로 다음의 리카티(Riccati)방정식을 만족시키는 해  $F$ 를 얻을 수 있다.

$$Q - FB^*R^{-1}B^*F + FA^* + A^*F = 0 \quad (10)$$

최적제어이론을 통하여 얻어진 제어신호는 다음과 같다.

$$u(t) = -R^{-1}B^*Fz(t) = Kz(\cdot) \quad (11)$$

식 (11)로부터 ER마운트의 제어감쇠력은 다음과 같다.

$$u_j(t) = f_j(F_1(t), \dot{y}_2(t), \dot{y}_4(t), F_5(t)) \\ = k_{j1}F_1(t) + k_{j2}\dot{y}_2(t) + k_{j3}\dot{y}_4(t) + k_{j4}F_5(t) \quad (12)$$

단,  $j=2, 4$  이다. 여기서,  $F_1(t)$ ,  $F_5(t)$ 는 힘센서를 이용하여 직접 측정한다. 그러나 2번에 위치한 ER마운트의 변위만 변위센서를 이용하여 측정하므로, 4번에 위치한 ER마운트의 변위는 추정되어야 한다. 이렇게 측정이 가능하지 않은 상태변수 및 물리량을 추정하는 것을 관측(observation)이라고 한다. 본 연구에서는 시스템의 모든 상태변수를 추정하는 전차수 상태관측기(full-order state observer)를 구현하였다. 관측기 설계문제는 실제 상태  $x(t)$ 와 추정상태  $\hat{x}(t)$  사이의 오차가 최소화되는 방향으로 추정하는 것이다. 행렬  $A, B$ 가 관측가능(observable)이면 관측기는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y'(t) - C\hat{x}(t)) \quad (13)$$

$$\hat{x}(t) = [\hat{q}_1(t) \hat{q}_1(t) \hat{q}_2(t) \hat{q}_2(t)]^T$$

$$y'(t) = [y_2(t)]^T, \quad C = [\Phi_1(l_2) \ 0 \ \Phi_2(l_2) \ 0]$$

여기서,  $L(\in R^{4 \times 1})$ 은 관측기 게인행렬로서  $[A - LC]$ 의 고유치는  $A$ 의 고유치보다 충분히 작은 음의 실수 값을 갖도록  $L$ 을 선정한다. 식 (13)을 이용하여  $\dot{y}_2(t), \dot{y}_4(t)$ 에 대한 추정값  $\hat{y}_2(t), \hat{y}_4(t)$ 를 구하게 되며, 이를 식 (3)~(6)에 대입하면 제어입력은 다음과 같이 관측된 변수를 이용하여 표현할 수 있다.

$$u_j(t) = f_j(F_1(t), \hat{y}_2(t), \hat{y}_4(t), F_5(t)) \\ = k_{j1}F_1(t) + k_{j2}\hat{y}_2(t) + k_{j3}\hat{y}_4(t) + k_{j4}F_5(t) \quad (14)$$

단,  $j=2, 4$  이다. 보 구조물에 적용된 ER마운트는 반능동형 작동기이므로 식 (14)의 제어신호에 보의 속도와 제어감쇠력의 방향이 같을 때에만 제어입력이 부하되는 반능동조건을 고려해야 한다.

$$u_j(t) = \begin{cases} u_j(t) & \text{for } u_j(t)\dot{y}(l_j, t) > 0 \\ 0 & \text{for } u_j(t)\dot{y}(l_j, t) \leq 0 \end{cases}, j=2, 4 \quad (15)$$

ER마운트에 부하될 전압은 다음의 식에 의하여 결정된다.

$$\begin{aligned}
 V_j(t) &= E_j(t)(h_0 + y_j(t)) \\
 &= \left[ \frac{3}{4} \frac{(h_0 + y_j(t))}{\pi R^3 \alpha} u_j(t) \right]^{1/\beta} \\
 &\quad (h_0 + y_j(t)), j=2,4 \quad (16)
 \end{aligned}$$

위의 식들과 양단의 스프링마운트 하부에 설치된 힘 측정기와 첫 번째 ER마운트 위치에서 레이저 센서로 측정된 변위신호를 이용하여 진동제어를 수행하였다. 먼저 ER마운트로 지지되는 보 구조물의 1차, 2차 공진주파수에서의 모드형상을 구하였다.

아래의 Fig. 3 과 Fig. 4로부터 각 마운트에서 1차, 2차 모드의 영향이 잘 나타날 것이며, 가진점을 중앙 쪽에 근접한 곳으로 하였기 때문에 가진점에서는 2차 모드의 영향이 매우 작게 나타날 것으로 예상된다. 위의 보 구조물에 대하여 ER마운트에 일정전압을 가하는 경우에 대한 실험을 수행하였다. 이 때 외력은  $0.5 \sin(2\pi ft)$  형태로 입력하였다.

Fig. 5는  $0.5 \sin(2\pi ft)$ 로 25 Hz에서 90 Hz까지 가진한 경우 보의 가속도를 측정된 것이다. 여기서  $Acc_1, Acc_2, Acc_3, Acc_4, Acc_5$  는 Fig. 1의  $l_1, l_2, l_{ex}, l_4, l_5$ 에서의 가속도이다. 여기서 1 kV의 전압을 가하면 진동모드가 사라지는 현상을 확인할 수 있다. 1차 탄성 공진주파수에서 첫 번째 스프링마운트의 가속도인  $Acc_1$  은 0, 0.5 kV, 1 kV의 전압을 부하함에 따라  $9.5 \text{ m/s}^2$ 에서  $2.5, 0.17 \text{ m/s}^2$ 로 감소하였으며, 2차 탄성 공진주파수에서는  $3.5 \text{ m/s}^2$ 에서  $0.04, 0.03 \text{ m/s}^2$ 로 감소하였다.

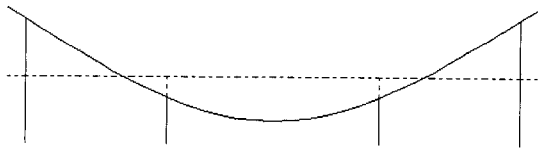


Fig. 3 1st mode of beam structure with ER mount ( $f = 31.6 \text{ Hz}$ , measured)

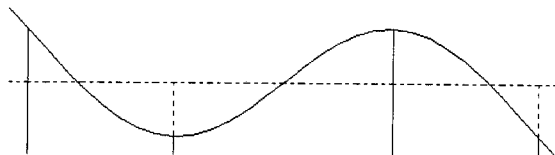


Fig. 4 2nd mode of beam structure with ER mount ( $f = 83.6 \text{ Hz}$ , measured)

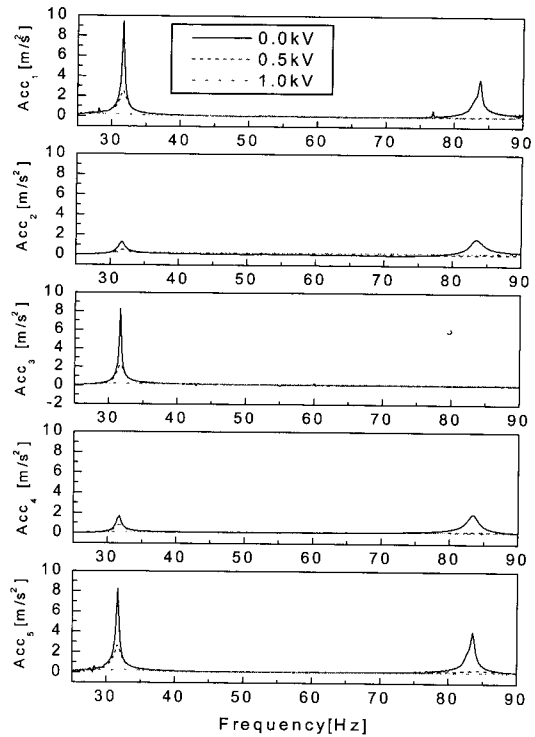


Fig. 5 Acceleration of beam with constant voltage

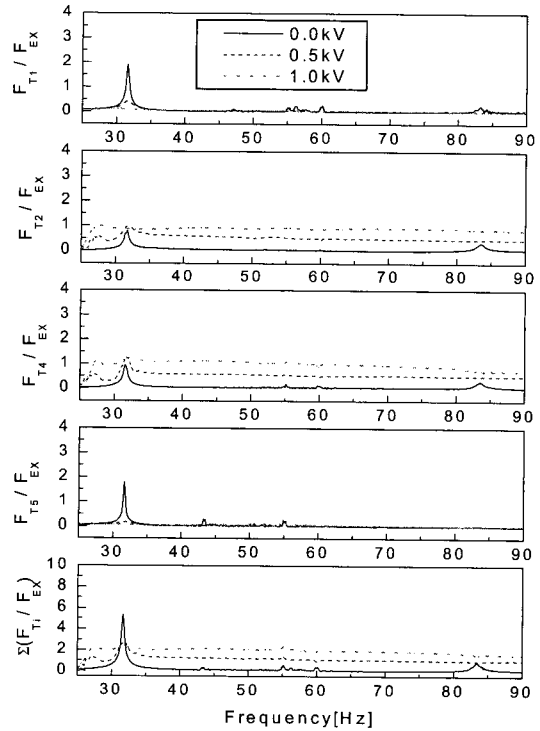


Fig. 6 Force transmissibility of beam with constant voltage

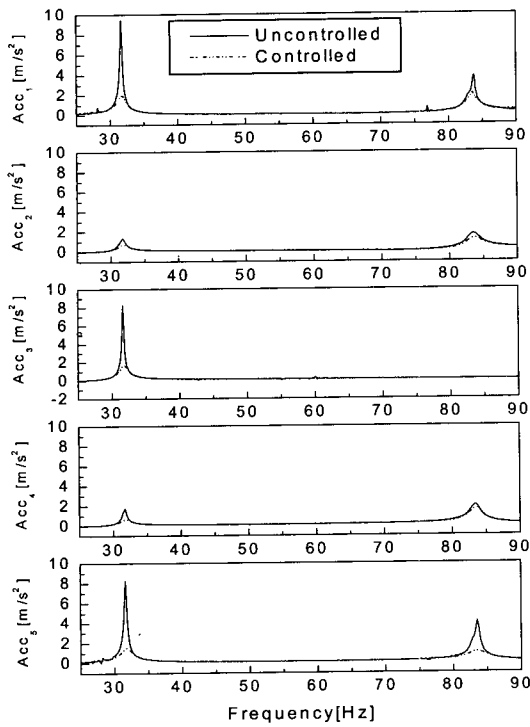


Fig. 7 Acceleration of beam with force/velocity feedback optimal control

Fig. 6은  $0.5 \sin(2\pi ft)$ 로 25 Hz에서 90 Hz까지 가진 경우, 각 마운트에서 힘전달률을 도시한 것으로  $F_{T1}$ ,  $F_{T2}$ ,  $F_{T4}$ ,  $F_{T5}$ 는 Fig. 1의  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_4$ ,  $l_5$ 에서의 힘이다. 전압을 0, 0.5 kV, 1 kV로 부하함에 따라 1차 탄성 공진주파수에서 첫 번째 스프링마운트의 힘전달률인  $F_{T1}/F_{ex}$ 는 1.9에서 0.4, 0.1로 감소되며, 2차 탄성 공진주파수에서는 0.27에서 0.04, 0.02로 감소하였다. 첫 번째 ER마운트 힘전달률인  $F_{T2}/F_{ex}$ 는 1차 탄성 공진주파수에서는 0.78에서 0.95, 0.86으로 다소 변동하였으며, 2차 탄성 공진주파수에서는 0.27에서 0.37, 0.75로 증가하는 경향을 보였다. 전체 마운트의 힘전달률인  $\sum(F_{Ti}/F_{ex})$ 는 1차 공진주파수에서 전압 무부하시 5.5에서 0.5 kV 부하시 2.5로 감소하지만, 비공진 주파수 대역에서는 약 2로 증가하였다. 한편 Fig. 7과 Fig. 8은 속도와 전달력을 제어할 경우의 응답을 도시한 것이다.

이때 식 (14)의 제어이득(gain)값은 아래의 값을 이용하였다.

$$k_{21} = -0.1798, k_{22} = 139.46, k_{23} = 96.9, k_{24} = -0.11$$

$$k_{41} = -0.1165, k_{42} = 98.85, k_{43} = 139.83, k_{44} = -0.1796$$

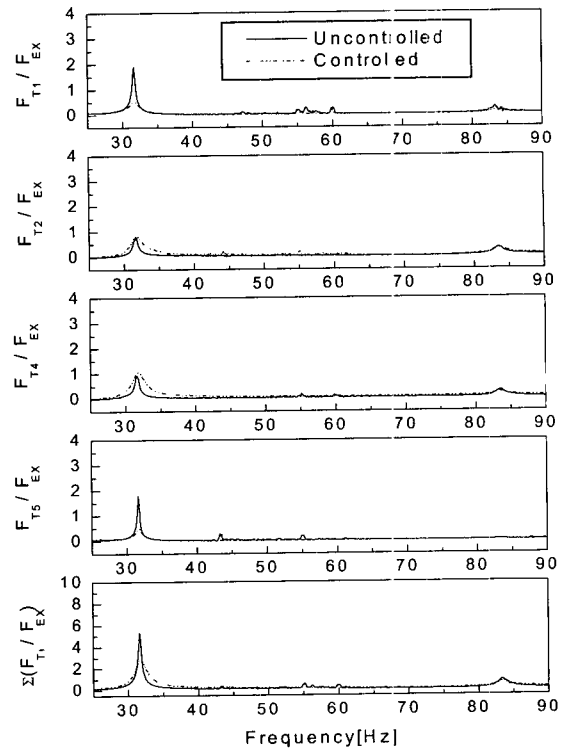


Fig. 8 Force of beam with force/velocity feedback optimal control

Fig. 7은  $0.5 \sin(2\pi ft)$ 로 25 Hz에서 90 Hz까지 가진 경우 보 가속도를 측정된 것으로서, 1에 위치한 스프링마운트위의 보 구조물의 가속도인  $Acc_1$ 은 1차 탄성 공진주파수시  $9.5 \text{ m/s}^2$ 에서  $2 \text{ m/s}^2$ , 2차 탄성 공진주파수에서는  $3.8 \text{ m/s}^2$ 에서  $2.0 \text{ m/s}^2$ 로 가속도가 감소하였다.

Fig. 8은  $0.5 \sin(2\pi ft)$ 로 25 Hz에서 90 Hz까지 가진 경우 보의 힘전달률 선도로서, 1에 위치한 스프링마운트 힘전달률인  $F_{T1}/F_{ex}$ 은 1차공진주파수에서 2.0에서 0.5로 감소하였으며, 2차공진주파수에서는 0.25에서 0.13으로 감소하였다. 2번째 위치한 ER마운트의 힘전달률인  $F_{T2}/F_{ex}$ 은 1,2차 탄성 공진주파수에서 거의 변화가 나타나지 않았다. 전체 힘전달률인  $\sum(F_{Ti}/F_{ex})$ 은 1차 탄성 공진 주파수에서는 5.3에서 2.9로 감소하였으며, 2차 탄성 공진주파수에서는 0.9에서 0.7로 나타났다.

### 3.2 양단에 ER마운트가 설치된 보 구조물

ER마운트의 위치변화에 따른 진동저감 효과를 살

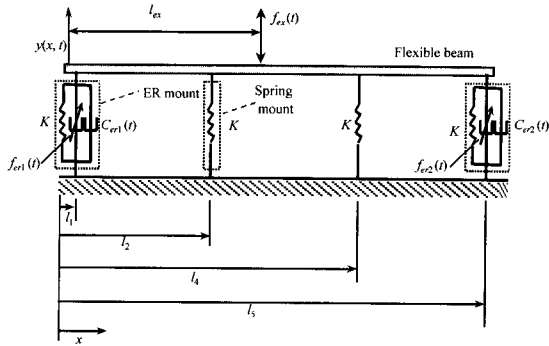


Fig. 9 Beam structure with ER mount in the both ends

펴보기 위하여 Fig. 9와 같이 ER마운트를 양단에 설치하였다. 이때 입력제어력의 위치와 ER마운트 전달력이 동일한 위치이므로 상호연성이 되어 상태공간 방정식을 도출하는 것이 매우 어렵다. 따라서 ER마운트의 가변감쇠력을 적절히 조절할 수 있는 제어게인 값을 실험적으로 구하였다. 제어변수로는 양단에서의 힘과 속도를 이용하였으며, 성능지수  $J$  를 다음과 같이 정의하였다.

$$J = \int_0^{\infty} \{F(t)^T Q F(t) + \dot{y}(t)^T R \dot{y}(t)\} dt \quad (17)$$

여기서,

$$F(t) = [F_1(t) \ F_5(t)]^T, \quad \dot{y}(t) = [\dot{y}_1(t) \ \dot{y}_5(t)]^T$$

따라서 ER마운트의 제어감쇠력은 다음과 같이 설정하였다.

$$u_j(t) = f_j(F_j, \dot{y}_j) = k_{j1} F_j(t) + k_{j2} \dot{y}_j(t), \quad j=1,5 \quad (18)$$

본 보 구조물에 적용된 ER마운트는 반능동형 작동기이므로 식 (15)와 같은 반능동조건을 고려하여야 한다. ER마운트에 부하될 전압은 위의 식 (16)을 이용하여 결정할 수 있는데 다만  $j=2,4$  대신  $j=1,5$  를 이용한다. 실험시 양단 ER마운트 하부에 힘검출기를 설치하여 필요한 힘신호(force signal)을 측정하여 사용하였으며, 동일한 위치에 가속도계를 설치하여 가속도 신호를 측정하였다. 설치된 가속도계 신호로부터 신호증폭기(B&K2635)에 내장된 적분기능을 이용하여 적분을 수행하여 제어에 필요한 속도성분 구하였다.

Fig. 10은  $0.5 \sin(2\pi ft)$ 로 25 Hz에서 100 Hz까지

가진한 경우 보 구조물의 가속도를 측정된 결과들로  $Acc_1, Acc_2, Acc_3, Acc_4, Acc_5$  는 Fig. 9의  $l_1, l_2, l_{ex}, l_4, l_5$ 에서의 가속도이다. ER마운트는 Fig. 1과는 달리  $l_1$  과  $l_5$  에 설치되어 있다. 실험결과 1차 탄성 고유진동수는 31.6 Hz이며, 2차 탄성 고유진동수는 87.6 Hz로 중앙부에 ER마운트가 설치된 보 구조물보다 2차 탄성모드에서 높게 나타났으며, 1차, 2차 공진주파수에서의 모드형상은 Fig. 3 과 Fig. 4와 동일하다. 또한 식 (18)의 제어이득(gain)값은 아래의 값을 이용하였다.

$$k_{11}=2.5, \quad k_{51}=2.5, \quad k_{12}=800, \quad k_{52}=800$$

Fig. 9의 보 구조물에 제어로직 적용시 가속도가 전체적으로 감소하였으며, ER마운트가 설치된 1번 위치에서의 보의 가속도인  $Acc_1$  은 1차 탄성 공진주파수에서는  $7.3 \text{ m/s}^2$ 에서  $0.8 \text{ m/s}^2$ , 2차 탄성 공진주파수에서는  $3.5 \text{ m/s}^2$ 에서  $0.9 \text{ m/s}^2$ 으로 가속도가 감소하였다.

Fig. 11은  $0.5 \sin(2\pi ft)$ 로 25 Hz에서 100 Hz까지

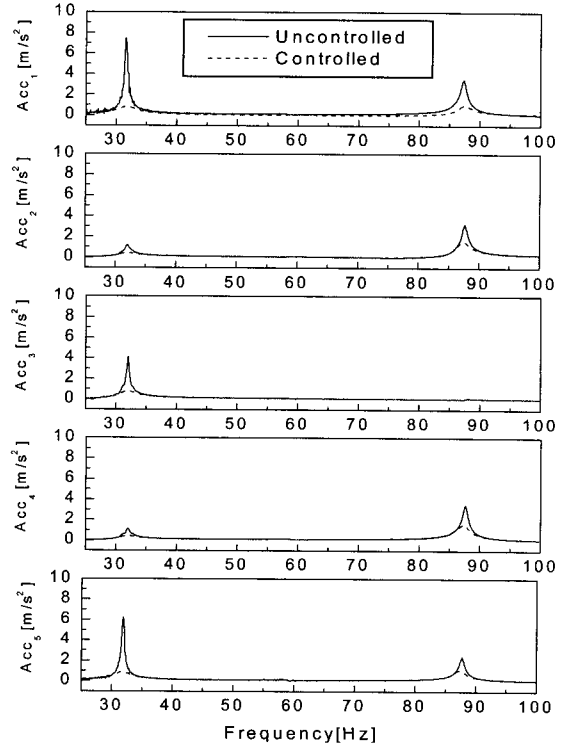


Fig. 10 Acceleration of beam with force/velocity feedback control(Ex. force :  $\pm 0.5 \text{ N}$ )

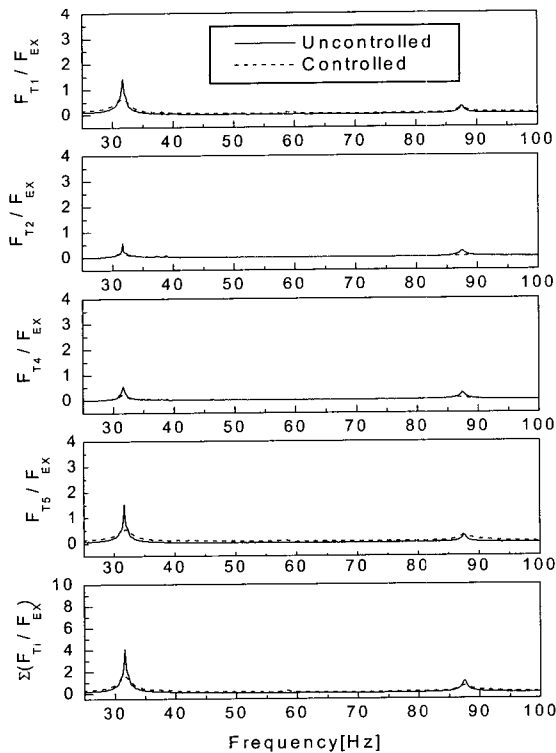


Fig. 11 Force of beam with force/velocity feedback control(Ex. force :  $\pm 0.5$  N)

가진한 경우 보 구조물의 힘전달률 선도이다.

여기서  $F_{T1}$ ,  $F_{T2}$ ,  $F_{T4}$ ,  $F_{T5}$  는 Fig. 9의  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_4$ ,  $l_5$  에서의 힘으로  $l_1$  과  $l_5$  에 ER마운트가 설치되어 있다. 힘전달률이 가장 큰 1차 탄성 공진주파수 대역에서 ER마운트로의 힘전달률인  $F_{Ti}/F_{ex}$  은 1.4에서 0.6로 감소하며, 비공진 주파수 대역에서 ER마운트 전달력의 증가가 미약한 것으로 나타나, 진동제어가 효과적으로 수행된 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

ER마운트가 적용된 보 구조물과 관련 시험장치를 이용하여 고전압 부하에 따른 보의 가속도와 보 구조물의 힘전달률을 주파수 영역에서 고찰하였다. 보 자체의 가속도는 ER마운트에 부하되는 전압이 높을수록

많이 감소되는 특성을 보였으며, 이에 따른 스프링마운트의 힘전달률도 함께 감소되었다. 그러나 고전압부하로 인한 가변감쇠력의 증가는 ER마운트의 힘전달률을 비공진 주파수대역에서 상승시키는 결과를 초래하였다. 이는 보 구조물의 진동을 감소시키기 위한 적절한 제어알고리즘이 필요함을 의미한다. 따라서, 보의 진동저감을 목적으로 마운트의 전달력과 보의 진동을 동시에 고려한 제어알고리즘을 설계하여 보 구조물의 진동저감 효과를 실험적으로 고찰하였다. 이 결과 보의 진동과 각 마운트의 힘전달력 측면에서 우수한 진동저감 성능을 보였다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Williams, E. W., Rigby, S. G., Sproston, J. L. and Stanway, R., 1993, "Electrorheological Fluids Applied to an Automotive Engine Mount", *Journal of Non-newtonian Fluid Mechanics* 47, pp. 221~238.
- (2) Choi, S. B. and Choi, Y. T., 1999, "Sliding Mode Control of Shear-mode Type ER Engine Mount", *KSME International Journal* 13, pp. 26~33.
- (3) 홍성룡, 최승복, 정우진, 함일배, 김두기, 2000, "작동모드에 따른 ER마운트의 동특성 해석", *한국소음진동공학회지*, 제 10 권 제 5 호, pp. 819~829.
- (4) Hong, S. R., Choi, S. B., Jung, W. J., Harn, I. B. and Kim, D. K., 2001, "Vibration Control of an ER Mount Subjected to High Static Loads", *Journal of Sound and Vibration* 242, pp. 740~748.
- (5) Hong, S. R., Choi, S. B., Jung, W. J. and Jeong, W. B., 2001, "Vibration Isolation of Structural Systems Using Squeeze Mode ER Mount", 8th International Conference on ER Fluid and Magnetic Rheological(MR) Suspensions.
- (6) Meirovitch, L., 1990, *Dynamics and Control of Structures*, John Wiley and Sons, chap. 6.