

## 축-베어링 계의 불균형 응답에 대한 능동 제어 베어링의 효과

노병호<sup>†</sup> · 김경웅<sup>‡</sup>

한국과학기술원 기계공학과

## Effect of Active Control Bearing on Unbalance Response of a Rotor-Bearing System

Byoung-Hoo Rho<sup>†</sup> and Kyung-Woong Kim<sup>‡</sup>

Department of Mechanical Engineering, KAIST

**Abstract** – The paper presents the unbalance response of a rotor-bearing system supported by an active control bearing. The proportional, derivative and integral controls are investigated for the control algorithm of an active control bearing to suppress the unbalance response of a rotor-bearing system. Results of analytical investigations on the unbalance responses of a rotor supported by an active control bearing are presented for various control gains. It is found that the unbalance response of a rotor can be greatly suppressed by the proportional, derivative or integral control of the bearing. The proportional control is more effective than the derivative control at low rotational speed, and the derivative control is more effective than the proportional control at high rotational speed. In the case of the integral control of the bearing, the unbalance response of a rotor is increased as a general rule. However, the integral control of the bearing is extremely superior to proportional or derivative control at very low rotational speed.

**Keywords** – active control, rotor-bearing system, unbalance response.

### 1. 서 론

산업 기술의 발달로 인하여, 터빈 및 발전기 등과 같은 회전 기계들이 대형화와 더불어 고속화 되고 있다. 특히, 발전 설비에서와 같은 회전 기계는 시스템이 보다 안전하게 운전되어지도록 설계하는데 있다. 따라서 회전 기계의 보다 안전한 운전을 위해서는 시스템의 안정성을 향상시키거나, 축 진동을 줄여야 하며, 따라서 회전 기계의 진동 특성을 충분히 이해해야 할 필요가 있다. 회전 기계의 축 진동을 억제하기 위한 많은 연구가 수행되었으며, 특히 텔팅-패드 혹은 플로팅 링 그리고 비진원형 베어링은 진원형 베어링에 비하여 보다 효율적이며, 효과적으로 시스템의 운전 영역을 확장시킬 수 있

다[1-3]. 축-베어링 계의 축 진동을 억제하기 위한 베어링의 능동 제어와 관련된 연구로서, Lee[4] 등은 외부 기압 공기 베어링으로 지지 되는 수직형 회전 축계에 대하여 베어링을 능동 제어함으로써 축-베어링 계의 안정성을 향상시킬 수 있다고 보고하였으며, Rho[5] 등은 유체 윤활 베어링으로 지지 되는 수평형 회전 축계에 대하여 베어링을 능동 제어함으로써 축-베어링 계의 안정성을 향상시킬 수 있다고 보고하였다. 그러나 베어링을 능동 제어하는 경우, 축-베어링 계의 안정성을 향상시키기 보다는 주어진 운전 조건에서 축을 보다 안전하고 정숙하게 운전 시키는 데 그 목적이 있으며 따라서 베어링을 능동 제어하는 경우의 축 불균형 질량에 의한 축 진동 특성의 변화를 충분히 이해할 필요가 있다.

발전 설비에서 많이 사용되는 텔팅-패드 저널 베어링 등은 베어링에서 발생되는 연성 성분의 반력이 매우 작거나 연성 성분의 반력이 비연성 성분의 반력에 비하

<sup>†</sup>주저자 : bhrho@kaist.ac.kr

<sup>‡</sup>책임 저자 : tacho@kaist.ac.kr

여 무시할 수 있다. 또한 구름 베어링도 베어링에서 발생되는 연성 성분의 반력이 비연성 성분의 반력에 비하여 무시할 수 있는 경우가 많이 있다. 따라서 본 논문에서는 베어링의 비례, 미분 및 적분 제어가 축의 불균형 질량에 의한 축 진동 특성에 미치는 영향에 대하여 알아보았으며, 이의 해석적 고찰을 위하여 베어링에서 발생되는 연성 성분의 반력이 비연성 성분의 반력에 비하여 무시할 수 있는 경우에 대하여 그 효과를 알아보았다.

## 2. 이론해석

축-베어링 계의 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 베어링의 연성 성분의 반력을 무시할 수 있는 경우에 대하여, 비연성 성분의 강성을  $k$ , 비연성 성분의 감쇠를  $c$ 라 가정하는 경우의 축-베어링 계의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{x}_b) + k(x - x_b) = me\Omega^2 \cos\Omega t \quad (1a)$$

$$m\ddot{y} + c(\dot{y} - \dot{y}_b) + k(y - y_b) = me\Omega^2 \sin\Omega t \quad (1b)$$

여기서  $m$ 은 축의 질량,  $x, y$ 는 축 중심의 좌표,  $x_b, y_b$ 는 베어링 중심의 좌표이다. 그리고  $e$ 는 질량 편심,  $t$ 는 시간,  $\Omega$ 는 축의 회전 속도이다.

능동 제어 베어링은 정적평형위치로부터의 축 중심의 변위에 대하여 다음과 같이 비례, 미분 및 적분 제어되도록 하였다.

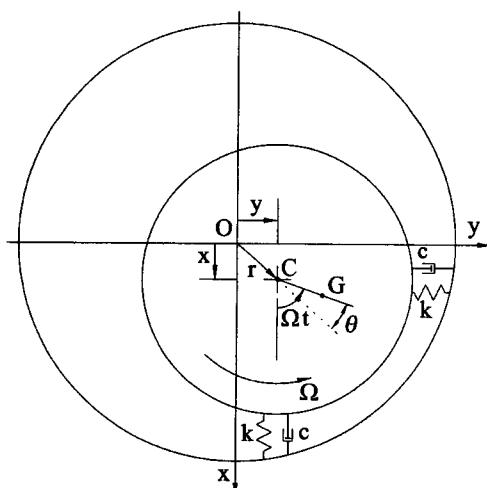


Fig. 1. Coordinate system.

$$x_b = -K_p x - K_d \dot{x} - K_i \int x dt \quad (2a)$$

$$y_b = -K_p y - K_d \dot{y} - K_i \int y dt \quad (2b)$$

여기서  $K_p, K_d, K_i$ 는 각각 능동 제어 베어링의 비례, 미분 및 적분 제어 계인이다. 이 능동 제어 베어링은 축 중심의 위치를 센서로 감지하는 센서부와 베어링을 구동시키는 구동부 그리고 구동부에 제어 신호를 발생시키는 제어부로 그 구현이 가능하다. 축의 불균형 질량에 의한 응답 특성을 알아보기 위하여 다음의 복소수를 정의하자.

$$r = x + jy \quad (3)$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하고 식 (3)에서 정의된 복소수로 축-베어링 계의 운동 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$(m + cK_d)\ddot{r} + (c + cK_p + kK_d)\dot{r} + (k + kK_p + cK_i)r + kK_i \int r dt = me\Omega^2 e^{j\Omega t} \quad (4)$$

축의 불균형 질량에 의한 축 중심의 정상 상태 불균형 응답을  $r = r_o e^{j\Omega t}$ 라 가정하고, 이를 식 (4)의 운동 방정식에 대입하면 다음의 무차원 불균형 응답 및 축의 질량 중심과 기하학적 중심이 이루는 위상각을 얻을 수 있다.

$$(r_o/e) = \Omega^3 / \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad (5a)$$

$$\theta = \tan^{-1}(A_2/A_1) \quad (5b)$$

여기서

$$A_1 = \Omega^2 \left( 1 + K_p + \frac{2\gamma K_i}{\omega_n} \right) - \Omega^4 (1 + 2\gamma\omega_n K_d) \quad (6a)$$

$$A_2 = \Omega^2 (2\gamma + 2\gamma K_p + \omega_n K_d) - \frac{K_i}{\omega_n} \quad (6b)$$

여기서  $\Omega^*$ 은 무차원 회전 속도,  $\omega_n$ 은 공진주파수, 그리고  $\gamma$ 는 감쇠비로써 다음과 같다.

$$\Omega^* = \Omega/\omega_n, \omega_n^2 = k/m, \gamma = c/2\sqrt{mk} \quad (7)$$

제어되지 않는 경우의 무차원 불균형 응답과 위상각은 다음과 같다.

$$(r_o/e)_o = \Omega^2 / \sqrt{(1 - \Omega^*)^2 + (2\gamma\Omega^*)^2} \quad (8a)$$

$$\theta_o = \tan^{-1} \left( \frac{2\gamma\Omega^*}{1 - \Omega^*} \right) \quad (8b)$$

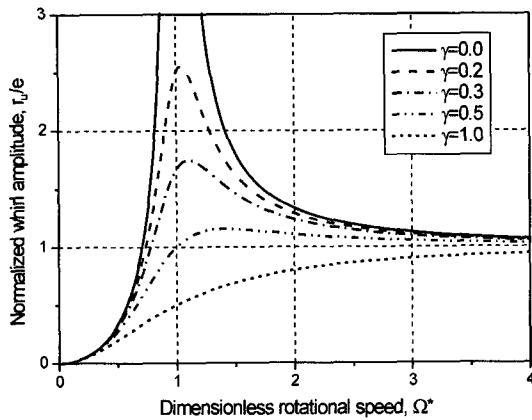


Fig. 2. Unbalance response of a rotor.

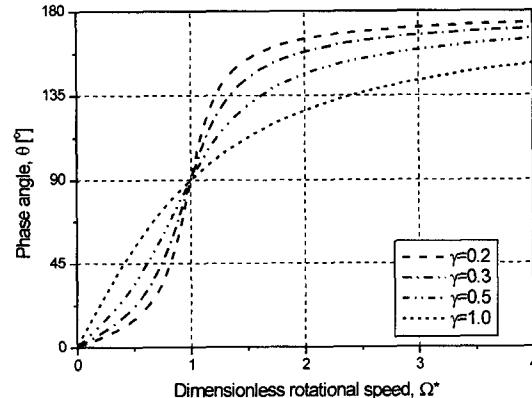


Fig. 3. Phase angle of a rotor.

제어하지 않는 경우의 축-베어링 계에 대한 무차원 불균형 응답과 위상각을 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. 시스템의 감쇠비가 클수록 불균형 응답은 작아지며, 위상각은 저속에서  $0^\circ$ , 고속에서는  $180^\circ$ 로 수렴하며, 공진 속도에서의 위상각은  $90^\circ$ 가 된다.

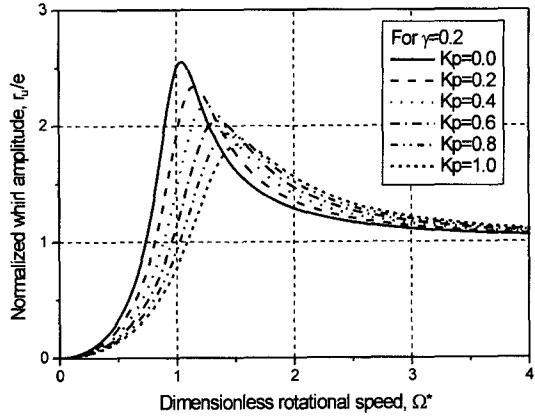
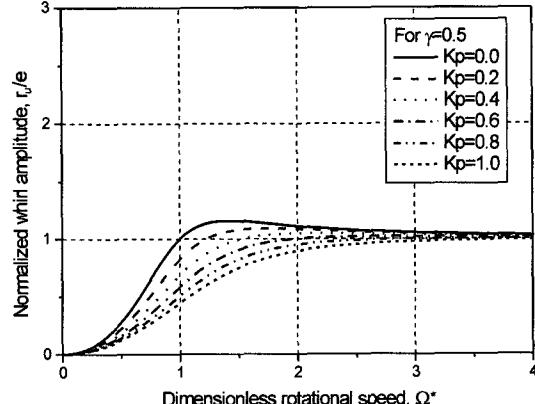
### 3. 결과 및 고찰

#### 3-1. 비례제어 특성

베어링을 비례 제어하는 경우의 무차원 불균형 응답 및 위상각은 다음과 같다.

$$\left[ \frac{r_u}{e} \right]_p = \frac{\Omega^2}{\sqrt{[1+K_p - \Omega^2]^2 + [2\gamma\Omega(1+K_p)]^2}} \quad (9a)$$

$$\theta_p = \tan^{-1} \left[ \frac{2\gamma\Omega^*(1+K_p)}{1+K_p - \Omega^2} \right] \quad (9b)$$

Fig. 4. Unbalance responses of P-control for ( $\gamma=0.2$ ).Fig. 5. Unbalance responses of P-control for ( $\gamma=0.5$ ).

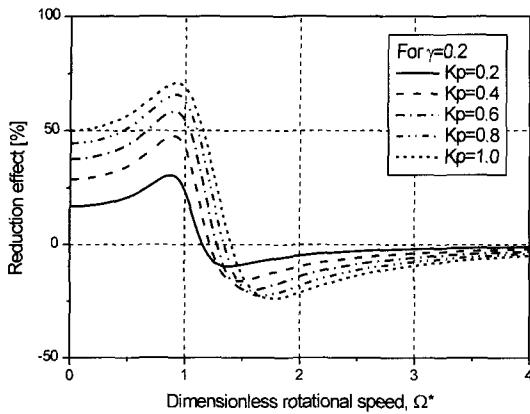
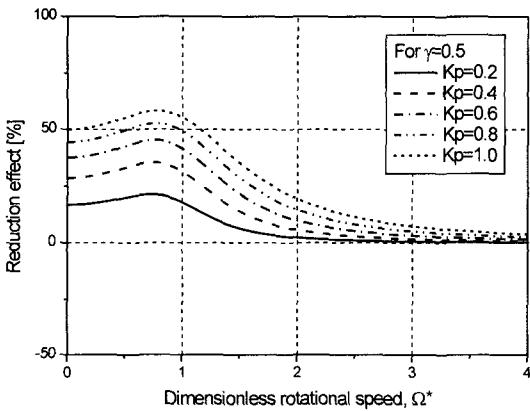
시스템의 감쇠비가 0.2와 0.5인 경우에 대하여 베어링을 비례 제어하는 경우의 불균형 응답을 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 시스템의 감쇠비가 작은 경우에 공진 속도보다 높은 회전 속도에서 불균형 응답의 크기가 커질 수 있다. 시스템의 감쇠비가 충분히 큰 경우엔 제어 개인 증가와 더불어 불균형 응답의 크기는 줄어든다.

불균형 응답에 대한 저감 효과를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었으며, 저속과 고속한계에서의 저감 효과는 다음과 같다.

$$\left[ \frac{[r_u/e]_o - [r_u/e]_p}{[r_u/e]_o} \right]_{\Omega^* \rightarrow 0} = \frac{K_p}{1+K_p} \quad (10a)$$

$$\left[ \frac{[r_u/e]_o - [r_u/e]_p}{[r_u/e]_o} \right]_{\Omega^* \rightarrow \infty} = 0 \quad (10b)$$

이와 같이 베어링을 비례 제어하는 경우, 공진 속도

Fig. 6. Reduction effect of P-control for ( $\gamma = 0.2$ ).Fig. 7. Reduction effect of P-control for ( $\gamma = 0.5$ ).

근방에서 최대 저감 효과가 있으며, 공진 속도 이상의 고속보다는 공진 속도 이하의 저속에서 보다 효과가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

### 3-2. 미분제어 특성

베어링을 미분 제어하는 경우의 무차원 불균형 응답 및 위상각은 다음과 같다.

$$[r_e/e]_d = \Omega^2 / \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad (11a)$$

$$\theta_d = \tan^{-1}(B_2/B_1) \quad (11b)$$

여기서

$$B_1 = 1 - \Omega^2(1 + 2\gamma\omega_n K_d) \quad (12a)$$

$$B_2 = \Omega^2(2\gamma + \omega_n K_d) \quad (12b)$$

시스템의 감쇠비가 0.5인 경우에 대하여 베어링을 미분 제어하는 경우의 불균형 응답과 이의 저감 효과

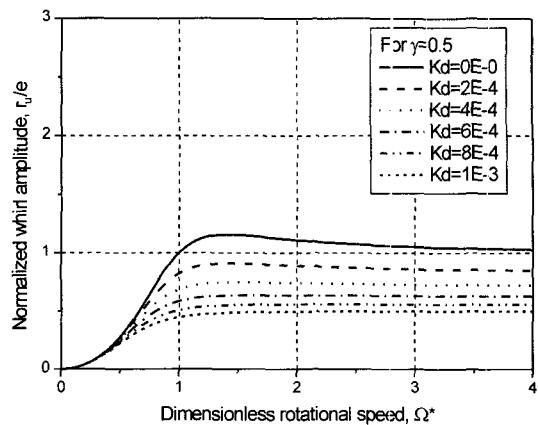


Fig. 8. Unbalance responses of derivative control.

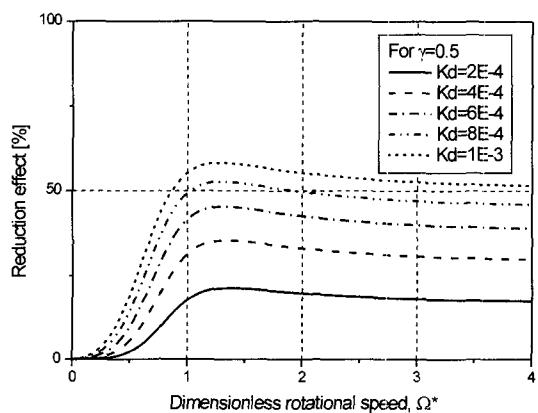


Fig. 9. Reduction effects of derivative control.

를 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었으며, 미분 제어에 의한 저속과 고속에서의 저감 효과는 다음과 같다.

$$\left[ \frac{[r_e/e]_o - [r_e/e]_d}{[r_e/e]_o} \right]_{\Omega^* \rightarrow 0} = 0 \quad (12a)$$

$$\left[ \frac{[r_e/e]_o - [r_e/e]_d}{[r_e/e]_o} \right]_{\Omega^* \rightarrow \infty} = \frac{2\gamma\omega_n K_d}{1 + 2\gamma\omega_n K_d} \quad (12b)$$

베어링을 미분 제어하는 경우, 제어 개인 증가와 더불어 불균형 응답의 크기는 감소한다. 이는 공진 속도 근방에서 최대 저감 효과가 있으며, 공진 속도 이상의 고속이 공진 속도 이하의 저속보다 그 효과가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

### 3-3. 적분제어 특성

베어링을 적분 제어하는 경우의 무차원 불균형 응답 및 이의 위상각은 다음과 같다.

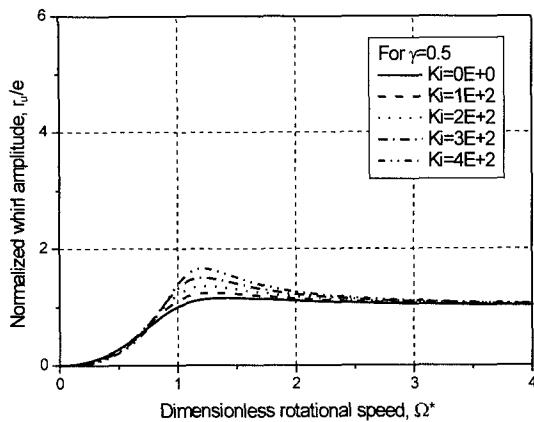


Fig. 10. Unbalance responses of integral control.

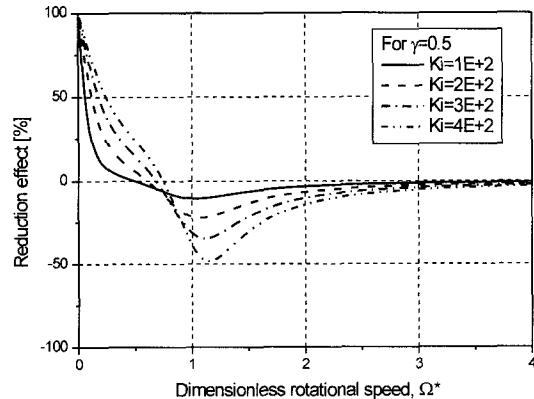


Fig. 11. Reduction effects of integral control.

$$\left[ \frac{r_u}{e} \right]_i = \frac{\Omega^3}{\sqrt{\left[ \Omega^2 \left( 1 + \frac{2\gamma K_i}{\omega_n} \right) - \Omega^{*3} \right]^2 + \left[ 2\gamma \Omega^{*2} - \frac{K_i}{\omega_n} \right]^2}} \quad (13a)$$

$$\theta_i = \tan^{-1} \left[ \frac{(2\gamma \Omega^* - K_i)/\omega_n}{\Omega^*(1 + 2\gamma K_i/\omega_n) - \Omega^{*3}} \right] \quad (13b)$$

시스템의 감쇠비가 0.5인 경우에, 베어링을 적분 제어하는 경우의 불균형 응답과 이의 저감 효과를 Fig. 10과 Fig. 11에 나타내었으며, 적분 제어에 의한 저속과 고속에서의 저감 효과는 다음과 같다.

$$\left[ \frac{[r_u/e]_o - [r_u/e]_i}{[r_u/e]_o} \right]_{\Omega^* \rightarrow 0} = 1 \quad (14a)$$

$$\left[ \frac{[r_u/e]_o - [r_u/e]_i}{[r_u/e]_o} \right]_{\Omega^* \rightarrow \infty} = 0 \quad (14b)$$

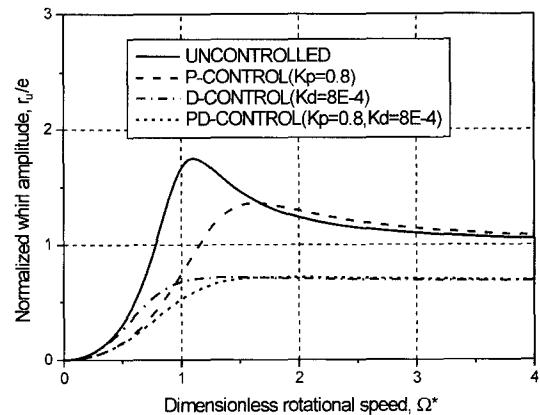
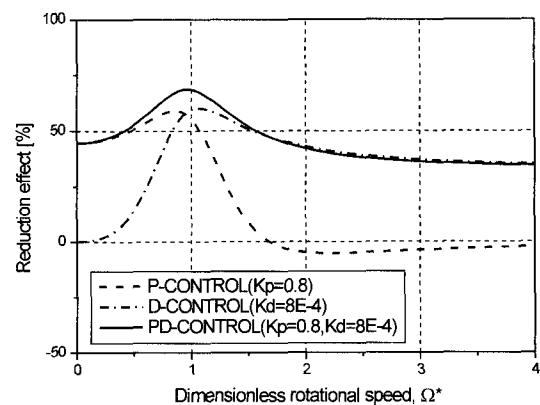
베어링을 적분 제어하는 경우, 공진 속도 이하의 매

우 낮은 운전 영역을 제외하고는 적분 제어에 의한 불균형 응답에 대한 저감 효과는 없음을 알 수 있다. 그러나 공진 속도 이하의 매우 낮은 운전 영역에서는 축의 진동 진폭을 매우 효과적으로 저감시키고 있음을 알 수 있다.

### 3-4. 비례-미분제어 특성

이상의 결과로부터 공진 속도보다 매우 낮은 저속의 경우는 적분제어 특성이 우수하며, 저속에서 공진 속도까지는 비례제어 특성이 우수하고, 공진 속도에서 고속까지는 미분제어 특성이 우수한 것을 알았다. 실제 제어를 통한 시스템의 동작에 있어서, 상기 세 가지 제어 형태를 조합하거나 혹은 단독으로 사용할 수 있다. 여기서는 가장 많이 사용되는 비례-미분 제어에 의한 응답 특성에 대하여 추가적으로 알아보았다.

Fig. 12와 Fig. 13은 베어링을 비례-미분 제어하는

Fig. 12. Unbalance responses of PD-control ( $\gamma=0.5$ ).Fig. 13. Reduction effects of PD-control ( $\gamma=0.5$ ).

경우의 축-베어링 계의 불균형 응답과 이의 저감 효과를 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이, 저속에서는 비례 제어의 특성이 지배적이며, 고속에서는 미분 제어에 의한 특성이 지배적으로 작용하여 축-베어링 시스템의 축 진동 진폭을 전 운전 구간에 걸쳐 효과적으로 저감시키고 있음을 알 수 있다. 최대 저감 효과는 공진 속도에서 발생한다.

#### 4. 결 론

비례, 미분, 적분 제어되는 능동 제어 베어링으로 지지 되는 축-베어링 계의 불균형 응답을 해석적으로 알아보았으며, 연구 결과 다음의 결론을 얻었다.

베어링을 비례 제어하는 경우 저속에서 공진 속도 근방까지 저감 효과가 크며, 베어링을 미분 제어하는 경우 공진 속도 근방에서 고속까지 저감 효과가 크게 나타나고 있다. 결과적으로 베어링의 비례-미분 제어는 저속에서는 비례 제어로 인하여, 고속에서는 미분 제어로 인하여 전 운전 구간에 걸쳐 축 진동 진폭을 효과적으로 저감시킬 수 있게 된다. 베어링의 적분 제어는 매우 저속에서 그 효과가 우수하나, 전 운전 구간에 걸쳐 시스템의 축 진동 진폭을 크게 하고 있다.

#### 후 기

본 연구는 과학기술정책연구원(STEPI) 국제공동연구 사업(98-I-03-030)에서 일부 지원을 받아 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. M. L. Adams, and S. Payandeh, "Self-Excited Vibration of Statically Unloaded Pads in Tilting-Pad Journal Bearings," ASME J. of Lubri. Technol., Vol. 105, pp. 377-384, 1983.
2. Y. M. Cheong, and K. W. Kim, "An Analysis of the Circumferentially Grooved Floating Ring Journal Bearing Considering the Variation of Cavitation Region," JSME International Journal, Vol. 37, No. 4, pp. 804-811, 1994.
3. K. Vaidyanathan, and T. G. Kieth, "Numerical Prediction of Cavitation in Noncircular Journal Bearing," STLE Tribology Trans., Vol. 32, No. 2, pp. 215-224, 1989.
4. J. B. Lee, and K. W. Kim, "A Study on Stability Characteristics of Actively Controlled Externally Pressurized Air Journal Bearings," JSME International Journal, Series C, Vol. 42, No. 2, pp. 427-434, 1999.
5. B. H. Rho, and K. W. Kim, "Proportional and Derivative Control of Hydrodynamic Journal Bearings," J. of KSTLE, Vol. 17, No. 4, pp. 283-289, 2001.