

축대칭 튜브 하이드로포밍 공정의 유한요소 시뮬레이션

김용석* · 김영탁**

(2001년 11월 13일 접수)

Finite Element Simulation of Axisymmetric Tube Hydroforming Processes

Y. S. Kim and Y. T. Keum

Abstract

Recently, the hydroforming process is widely applied to the automotive industry and rapidly spreaded to other industries. In this paper, An implicit finite element formulation for simulating axisymmetric tube hydroforming processes is performed. In order to describe normal anisotropy of the tube, Hill's non-quadratic yield function is employed. The frictional contact between die and tube and the frictionless contact between tube and fluid are considered using the mesh-normal vectors computed from the finite element mesh of the tube. The complete set of the governing relations comprising equilibrium and interfacial equations is linearized for Newton-Raphson procedure. In order to verify the validity of the developed finite element formulation, the axisymmetric tube bulge test is simulated and the simulation results are compared with experimental measurements. In a simulation of stepped circular tube hydroforming processes, an optimal hydraulic pressure curve is pursued by considering simultaneously internal pressures and axial forces.

Key Words : Axisymmetric Tube Hydroforming, Finite Element Simulation, Tube Bulging, Axial Force Optimal Hydraulic Pressure

1. 서론

하이드로포밍은 한쪽 금형의 역할을 대신하여 액압을 이용하는 공법으로 부품의 다양한 디자인을 가능하게 하고, 여러 단계의 공정을 감소시켜 주며, 재료를 절감하여 제품의 무게를 감소시킨다. 이 기술은 튜브 하이드로포

밍(tube hydroforming) 과 박판 하이드로포밍 (sheet hydroforming)으로 분류할 수 있다. 튜브 하이드로포밍은 직선이나 굽혀진 관을 금형 속에 넣고 관 끝을 밀봉한 후 유체로 내부를 채우고 유압으로 압력을 가하여 금형 형상을 갖는 최종 부품을 만드는 방법으로서 기존의 방법에 비해 공정수를 줄이고, 용접을 제거하여 생산능력

* 한양대학교 일반대학원 정밀기계공학과

** 한양대학교 기계공학부

을 향상시키며, 제품의 디자인 자유도를 크게 할 수 있는 장점이 있다. 따라서, 자동차 회사나 항공사에서 많은 연구와 적용이 이루어지고 있다.⁽¹⁾

Rama 등⁽²⁾은 튜브 하이드로포밍 공정을 외연적 방법을 이용하여 수치해석을 하였으며 Longwu 등⁽³⁾은 유한요소 분석을 통해 두께분포의 민감도와 유효 소성변형률 구배를 나타내었다. 시뮬레이션에서 성형조건이 달라질 때 해석 결과들이 변화하는데, 예를 들어, 축압력이 적용될 때 튜브의 두께변화를 관찰하였다. 성형조건이 결과에 미치는 민감도는 하이드로포밍 기술자들이 유한요소 성형 모델의 시스템적인 인자 수행에 의해 성형가공에 적용할 수 있다고 하였다. Ahmed 등⁽⁴⁾은 관재 부품의 벌징 성형의 발전을 개략 표현했다. 내압, 축압, clamping load를 계산하는 이론적인 방법이 관재 부품을 성형하는데 요구되어 질뿐 아니라, 다이와 금형의 디자인도 요구된다. 고찰을 통해 관재의 크기와 물질에 대한 인자의 전형적인 값들이 표현되어 지고, 디자인과 가공의 작동에서 그들의 상호관계를 기술하였다. Chang 등⁽⁵⁾은 배기 가스관 성형을 위해 기존 방식을 이용하면 굽힘(bending), 파팅(parting), 램포밍(ram forming), 사이징(sizing), 트리밍(trimming)등을 포함하는 27단계로 거쳐야 하지만, 튜브 액압 성형법을 이용하여 18단계로 공정을 축소시킬 수 있음을 보였다. 그리고, 기존 프레스보다 큰 성형압력을 가할 수 있고, 축력을 가하는 실린더와 쉽게 일체화할 수 있는 잠금시스템(locking system)을 이용한 장치를 제작하였다. Vari-form사의 엔지니어인 Morphy⁽⁶⁾는 HSLA강(High Strength Low Alloy Steel)의 액압 성형법에 대한 연구를 통해, 스템핑 부품의 조합을 이용할 때보다 많은 장점이 있음을 보였다. 그리고, 실제 엔진 크래들(engine cradle)의 성형에 적용하였다. 국내에서는 이승희 등⁽⁷⁾이 많은 성형인자들이 성형시 끼치는 영향을 분석하여 성형조건을 찾아내었다. 해석결과를 이용하여 프레스의 용량을 결정하였다. 생산에 사용될 프레스 용량에 따른 최적 생산 개수를 설정하였으며, 금형을 설계하였다. 파이프 소재의 예비 가공형을 설계하였다. 김성태 등⁽⁸⁾은 축압력과 내압을 적용하는 하이드로포밍 시뮬레이터(simulator)를 개발했다. 내압과 축압과 같은 각 인자의 효과를 조사하기 위해 실험적인 연구를 수행하였다. 성형 실패 인자요소로 과도한 축압력에 의한 축방향의 좌굴(buckling)과 상대적으로 높은 내압에 의한 원주방향의 내경 파단이 있음을 보였다.

본 연구에서는 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정을 성형 해석하기 위하여 막대이론을 기초로한 유한요소 방정식을 정식화하고 이를 바탕으로 내연적 유한요소 해석 프

로그램을 개발하였다. 튜브 벌징 성형해석을 통해 개발된 프로그램의 정확도를 검증하였으며, 계단 원형 튜브 하이드로포밍 공정을 해석하여 내압과 축 유입량에 의한 적정 성형 곡선을 제시하였다.

2. 수학적 모델링

본 연구에서는 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정의 강점 소성 내연적 유한요소 방정식을 정식화하고 유한요소 기초 법선벡터를 이용하여 액압 및 축압 작용을 효과적으로 묘사하였다. 또한, 평형 방정식과 기하학적 구속조건을 동시에 만족시키는 통합 시스템 방정식을 도입하여 수치적 불안정성을 극복하였다.

2.1 항복이론 / 변형 경화 법칙

평균 응력 상태에 있는 수직이방성 재료의 거동을 예측하기 위한 Hill의 새로운 항복이론⁽⁹⁾에서 변형률 속도장의 항복조건식은 다음과 같다.

$$\bar{\epsilon} = D_1 \left[|\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2|^{M-1} + D_2 |\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2|^{M-1} \right]^{\frac{M-1}{M}} \quad (1)$$

$$D_1 = \frac{1}{2} [2(1 + \bar{r})]^{\frac{1}{M}} \quad (2)$$

$$D_2 = [1 + 2\bar{r}]^{\frac{-1}{M-1}} \quad (3)$$

여기서, D_1 과 D_2 는 각각 소재의 수직 이방성을 묘사하기 위한 물질상수이다.

본 연구에서 도입한 변형 경화 법칙은 변형률 속도장을 고려하는 강점소성 유한요소 수식화에 주로 사용되는 응력-변형률 관계식이다.

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n (\dot{\bar{\epsilon}}/\dot{\gamma})^m \quad (4)$$

여기서, $\bar{\sigma}$, $\bar{\epsilon}$, K , n , m 은 유효응력, 유효변형률, 강도계수, 가공경화 지수, 변형률속도 민감도지수를 각각 나타낸다. 또한, $\dot{\gamma}$ 는 기본 변형률 속도(base strain rate)이고, ϵ_0 는 이전 변형률(pre-strain)이다.

2.2 유한요소 수식화

2.2.1 평형방정식

평형 방정식은 운동학적으로 가용한 모든 가상변위 $\delta(\mathbf{u})$ 에 대하여 가상일의 원리로부터 다음과 같이 유

도된다.

$$\int_{V_0} \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \delta(\Delta \mathbf{u}) dV_0 = \int_{A_c} f_e \delta(\Delta \mathbf{u}) dA_c \quad (5)$$

유한 요소법에서 $\delta(\Delta \mathbf{u})$ 는 가상의 절점변위를 의미하고, 이 가상량이 공간좌표 파라미터의 함수가 아님을 고려하면, 힘평형 방정식은 다음과 같이 표현된다.⁽¹⁰⁾

$$\mathbf{F}_i(\Delta \mathbf{u}) = \mathbf{F}_e(\Delta \mathbf{u}) \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_i = \int_{V_0} \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} dV_0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e &= \mathbf{F}_{e1} + \mathbf{F}_{e2} + \mathbf{F}_{e3} \\ &= \int_{A_{c1}} f_{e1} dA_{c1} + \int_{A_{c2}} f_{e2} dA_{c2} + \mathbf{F}_{e3} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, \mathbf{F}_i 는 튜브의 소성변형에 대한 내부 저항력이고, \mathbf{F}_e 는 외부접촉력을 나타내며, \mathbf{F}_{e1} 은 금형과 튜브 소재의 접촉력, \mathbf{F}_{e2} 는 액압면에 의해 튜브 소재에 가해지는 액압, \mathbf{F}_{e3} 는 축방향 하중을 각각 나타낸다.

2.2.2 외부 접촉력

점진함수 $\phi(\Delta \mathbf{u}_t)$ 를 마찰-접촉 조건에 도입하여 기존의 쿨롱 마찰법칙을 수정함으로써, 고착상태를 미끄럼 상태로 취급할 수 있다. 본 연구에서는 다음과 같은 점진함수(smoothing function)를 도입하였다.

$$\phi(\Delta \mathbf{u}_t) = \tanh\left(\frac{3 \|\Delta \mathbf{u}_t\|}{\delta}\right) \quad (9)$$

여기서, δ 는 $\|\Delta \mathbf{u}_t\|$ 의 미소량으로 수치해석에서 지정하는 파라미터이고, 튜브 요소의 상대적 미끄럼 변위 증분 $\Delta \mathbf{u}_t$ 는 접선방향의 변위 증분의 놈이다. 이 때 금형과 튜브 소재 사이에 존재하는 외부접촉력은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_{e1} = (\mathbf{n} - \mu \phi(\Delta \mathbf{u}_t) \mathbf{t}) P_1 \quad (10)$$

여기서, P_1 은 튜브 요소와 금형의 수직 접촉력이다.

하이드로포밍 공정에서는 일정 형상의 금형과 함께 일정 형상을 갖추지 않은 액압을 전달하는 유체가 접촉하게 된다. 이 때 액압은 튜브 요소에 균일한 수직압력으로 존재하게 된다. 즉, 액압면과 소재 사이의 마찰이 존

재하지 않게 된다. 따라서, 액압면과 박판 접촉에 의한 외부접촉력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F}_{e2} = \mathbf{n} P_2 \quad (11)$$

여기서, P_2 는 작용하는 액압의 크기이며 편치 진행에 따른 시간 및 속도의 함수이다.

튜브 액압 성형에서는 축방향 하중이 중요한 변수가 된다. 축방향 하중은 튜브 끝단에서 튜브에 수직하게 작용하게 되며 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F}_{e3} = (\mathbf{n} + \mathbf{t}) P_3 \quad (12)$$

여기서, P_3 는 튜브 끝단에 작용하는 축방향 하중의 크기이다.

2.2.3 튜브 요소

튜브 형상을 갖는 부품을 2차원적으로 단면 해석하기 위해서는 Fig. 1과 같은 튜브 요소가 필요하다. 성형이 진행되면서 요소는 다음과 같은 축방향 변형률과 원주방향 변형률을 갖게 된다.

$$\epsilon_x = \ln \frac{l_x}{L_x} \quad (13)$$

$$\epsilon_\theta = \ln \frac{l_\theta}{L_\theta} \quad (14)$$

여기서, L_x 와 L_θ 는 각각 시간 t 에서 튜브 요소의 x 방향과 θ 방향의 길이가 되며, l_x 와 l_θ 는 각각 시간 $t + \Delta t$ 에서의 요소의 x 방향과 θ 방향의 길이이다.

식(13)에서 시간 t 와 $t + \Delta t$ 에서의 반경 방향 길이는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

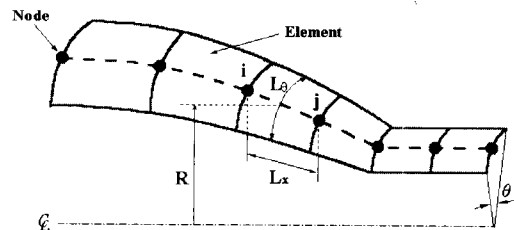


Fig. 1 Schematic illustration of axisymmetric elements

$$l_x = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (15)$$

$$L_x = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (16)$$

식(14)에서 원주방향 변형률 ϵ_θ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\epsilon_\theta = \ln \frac{r\theta}{R\theta} = \ln \frac{r}{R} \quad (17)$$

여기서, θ 는 튜브 요소가 초기에 전체 튜브에서 차지하는 각도로서 성형이 진행되면서 변화가 없다. 따라서, ϵ_θ 는 θ 에 무관함을 알 수 있다. 식(17)에서 시간 t 와 $t + \Delta t$ 에서의 요소 반지름 R 과 r 은 각각 시간 t 와 $t + \Delta t$ 에서 요소의 Z -방향 좌표값으로부터 결정되기 때문에, 즉 $R = (Z_i + Z_j)/2$ 이므로 ϵ_θ 는 다음과 같이 요소의 좌표값으로 정의될 수 있다.

$$\epsilon_\theta = \ln \frac{z_i + z_j}{Z_i + Z_j} \quad (18)$$

소재는 성형 중에 체적 불변의 법칙을 만족해야하므로 두께방향 변형률은 다음과 같은 수식으로부터 결정된다.

$$\epsilon_t = -(\epsilon_x + \epsilon_\theta) \quad (19)$$

2.2.4 강성행렬

식(6)에서 변위증분 $\Delta \mathbf{u}$ 를 뉴튼랩슨 절차의 시도변위 증분 $\Delta \mathbf{u}^*$ 와 수정변위 증분 $\delta \mathbf{u}$ 의 합으로 보면 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^* + \delta \mathbf{u} \quad (20)$$

여기서, $\delta \mathbf{u}$ 는 평형상태에서 0이 된다.

식(20)을 시도변위 증분 $\Delta \mathbf{u}^*$ 에 관하여 테일러(Taylor) 급수로 전개하고 선형화를 위하여 2차 이상의 미분항들을 무시하면 다음과 같다.

$$F_I(\Delta \mathbf{u}^*) + \left. \frac{\partial F_I(\Delta \mathbf{u})}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \delta \mathbf{u} = F_E(\Delta \mathbf{u}^*) + \left. \frac{\partial F_E(\Delta \mathbf{u})}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \delta \mathbf{u} \quad (21)$$

식(21)을 정리하여 단순화시키면 다음과 같다.

$$\mathbf{K} \cdot \delta \mathbf{u} = (\mathbf{F}_E - \mathbf{F}_I) \quad (22)$$

여기서, \mathbf{K} 는 시도변위의 증분 $\Delta \mathbf{u}^*$ 로 정의되는 접선 강성행렬로서 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_I - \mathbf{K}_E = \left(\frac{\partial F_I}{\partial \Delta \mathbf{u}} - \frac{\partial F_E}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right) \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \quad (23)$$

식(22)과 식(23)에서 사용된 F_I 는 식(7)로부터

$$F_I = \int_{V_0} \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} dV_0 \quad (24)$$

이고, 내부 강성행렬 \mathbf{K}_I 는 식(24)을 변위증분 $\Delta \mathbf{u}$ 로 미분함으로써 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_I &= \frac{\partial F_I}{\partial \Delta \mathbf{u}} \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \\ &= \int_{V_0} \left\{ \bar{\sigma} \frac{\partial^2 \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}^2} + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon} + \frac{1}{\mathcal{A}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon} \right) \cdot \left(\frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right) \left(\frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right)^T \right\} \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} dV_0 \end{aligned} \quad (25)$$

식(24)과 식(25)에서 유효응력 및 그의 미분치인 $\bar{\sigma}$, $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon}$ 및 $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon}$ 는 변형경화 곡선에서 얻어지며, $\frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}}$ 와 $\frac{\partial^2 \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}^2}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}_i} = \frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \epsilon_x} \cdot \frac{\partial \Delta \epsilon_x}{\partial \Delta \mathbf{u}_i} + \frac{\partial \bar{\Delta \epsilon}}{\partial \Delta \epsilon_\theta} \cdot \frac{\partial \Delta \epsilon_\theta}{\partial \Delta \mathbf{u}_i} \quad (26)$$

여기서, $\frac{\partial \Delta \epsilon_x}{\partial \Delta \mathbf{u}_i}$, $\frac{\partial \Delta \epsilon_\theta}{\partial \Delta \mathbf{u}_i}$ 는 다음과 같이 구할수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \epsilon_x}{\partial \Delta \mathbf{u}_i} &= \frac{1}{l_x} [x_1 - x_2 \quad z_1 - z_2 \quad x_2 - x_1 \quad z_2 - z_1] \end{aligned} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \Delta \epsilon_\theta}{\partial \Delta \mathbf{u}_i} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서, r 는 다음과 같다.

$$r = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (29)$$

식(26)를 변위증분 Δu 에 대하여 2차 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Delta \bar{\epsilon}}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} = \sum_{\beta=1}^2 \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 \Delta \bar{\epsilon}}{\partial \Delta \epsilon_\beta \partial \Delta \epsilon_\alpha} \cdot \frac{\partial \Delta \epsilon_\beta}{\partial \Delta u_i} \cdot \frac{\partial \Delta \epsilon_\alpha}{\partial \Delta u_j} + \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial \Delta \bar{\epsilon}}{\partial \Delta \epsilon_\alpha} \cdot \frac{\partial^2 \Delta \epsilon_\alpha}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} u_j \quad (30)$$

한편, 식(26)의 각 항들에서 축방향 변형률과 원주방향 변형률에 대한 2차 미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Delta \epsilon_x}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} = \frac{1}{1_x^4} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ & (sym) & K_{33} & K_{34} \\ & & & K_{44} \end{bmatrix} \quad (31)$$

여기서,

$$\begin{aligned} K_{11} &= 1_x^2 - 2(x_j - x_i)^2 & K_{12} &= -2(x_j - x_i)(z_j - z_i) \\ K_{13} &= -1_x^2 + 2(x_j - x_i)^2 & K_{14} &= 2(x_j - x_i)(z_j - z_i) \\ K_{22} &= 1_x^2 - 2(z_j - z_i)^2 & K_{23} &= 2(x_j - x_i)(z_j - z_i) \\ K_{24} &= -1_x^2 + 2(z_j - z_i)^2 & K_{33} &= 1_x^2 - 2(x_j - x_i)^2 \\ K_{34} &= -2(x_j - x_i)(z_j - z_i) & K_{44} &= 1_x^2 - 2(z_j - z_i)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta \epsilon_\theta}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \bar{r}}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial \Delta u} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial \Delta u^2} \\ &= -\frac{1}{4r^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 \\ & (sym) & 0 & 0 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

한편, 외력벡터 F_E 는 다음과 같이 표현된다.

$$F_E = P(\mathbf{n} - \mu \phi(\Delta u_i) \cdot \mathbf{t}) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \quad (33)$$

식(23)의 K_E 는 식(33)을 변위증분 Δu 에 대하여 미분함으로써 다음과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} K_E &= \frac{\partial F_E}{\partial \Delta u} \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \\ &= P \left\{ \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \Delta u} - \mu \left(\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \Delta u} \phi + \frac{\partial \phi}{\partial \Delta u} \mathbf{t} \right) \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

2.3 금형표면의 묘사

축대칭 튜브 하이드로포밍의 성형 해석에서는 변형체인 튜브와 강체로 가정된 금형의 수학적 묘사가 필수적이다. 금형표면을 묘사하는 방법에는 해석법, B-spline법, 그리고 선형 패치에 의한 선형보간법 등이 있다.⁽¹¹⁾

본 연구에서는 축대칭 튜브의 금형을 구성하고 있는 점 데이터를 이용한 선형보간법을 도입하였다. 개발된 프로그램에서 마찰 접촉 해석은 유한요소 기초 단위벡터를 이용하기 때문에 금형표면의 경사와 곡률을 사용하지 않고 금형표면의 위치만을 참고하여 선형보간이 보다 효율적이다.

2.4 마찰-접촉 모델

내연적 유한요소법을 이용하여 액압 성형 공정을 해석하기 위해서는 힘평형 방정식과 비침투조건(기하학적 구속조건)이 수치해석 각 증분단계마다 항상 만족되어야 한다. $t = t + \Delta t$ 에서 유한요소 절점의 벡터를 \mathbf{x}^s 라 하고, 이 절점에서 유한요소 기초 법선벡터 방향 위치벡터를 \mathbf{x}^p 로 정의하면 편차와 접촉하는 운동체의 관점에서 볼 때 다음과 같은 기하학적 구속조건을 항상 만족해야 한다.

$$\mathbf{x}^s = \mathbf{x}^p \quad (35)$$

수치해석 과정에서 식(20)의 기하학적 구속조건이 만족되지 않고 유한요소 절점이 금형 내부로 침투될 때 발생하는 금형과 튜브 사이의 접촉오차(contact error) D^p 는 해석이 완료되면 "0"이 되어야 한다. 이 때, 접촉오차 D^p 는 다음과 같다.

$$D^p = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{x}^p - \mathbf{x}^s) \quad (36)$$

한편, W^p 는 임의의 접촉 절점에서 유한요소 기초 법

선벡터의 \mathbf{n} 방향 직선이 금형 표면에 접하는 점과 이 직선에 직각을 이루는 수직선을 정의하였을 때, 접촉 점점과 정의된 수직선 사이의 Z-방향 거리(Z_n)를 의미한다. 이 때, D^p 와 W^p 는 삼각형의 상사정리에 의해 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$D^p = \frac{W^p}{Z_n} \quad (37)$$

2.5 통합시스템 방정식

본 연구는 기하학적 구속조건과 힘평형 조건을 동시에 포함하는 미지의 종속벡터 \mathbf{r} 을 도입하여 다음과 같은 통합시스템 방정식을 정의하였다.

$$\mathbf{R}_i(\Delta \mathbf{r}) = \mathbf{R}_e(\Delta \mathbf{r}) \quad (38)$$

여기서, \mathbf{r} 은 종속벡터, \mathbf{R}_i 는 통합된 내력벡터, 그리고 \mathbf{R}_e 는 통합된 외력벡터이며 각각은 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i(\Delta \mathbf{u}) \\ \mathbf{x}^s \cdot \mathbf{n} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\mathbf{R}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{e1}(\Delta \mathbf{u}) + \mathbf{F}_{e2}(\Delta \mathbf{u}) + \mathbf{F}_{e3}(\Delta \mathbf{u}) \\ \mathbf{x}^p \cdot \mathbf{n} \end{bmatrix} \quad (41)$$

이 때, \mathbf{u} 는 절점변위이고, \mathbf{P} 는 법선 접촉력이다.

구하는 종속벡터의 증분 $\Delta \mathbf{r}$ 은 뉴턴-랩슨 반복과정에 서 표현되는 종속 벡터의 시도증분 $\Delta \mathbf{r}^*$ 과 종속벡터의 수정증분 $\delta \mathbf{r}$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta \mathbf{r}^* + \delta \mathbf{r} \quad (42)$$

식(42)에서 $\delta \mathbf{r}$ 은 평형상태에서 10^{-4} (임계수렴값) 이하의 작은 값을 갖게된다.

식(38)를 종속벡터의 시도증분 $\Delta \mathbf{r}^*$ 에 관하여 테일러 급수로 전개한 후, 선형화시키면 다음과 같은 유한요소 기초 뉴턴-랩슨 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{K}_r \cdot \delta \mathbf{r} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i \quad (43)$$

여기서, \mathbf{K}_r 은 통합된 접선 강성행렬이다. 식(43)을 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{F} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{e1} + \mathbf{F}_{e2} + \mathbf{F}_{e3} - \mathbf{F}_i \\ D^p \end{bmatrix} \quad (44)$$

여기서, \mathbf{K} , \mathbf{F} , 그리고 \mathbf{C} 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_i - \mathbf{K}_e = \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \Delta \mathbf{u}} - \frac{\partial \mathbf{F}_e}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right) \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \quad (45)$$

$$\mathbf{F} = -(\mathbf{n} - \mu \phi \mathbf{t}) \quad (46)$$

$$\mathbf{C} = - \frac{\partial (W^p / Z_n)}{\partial \Delta \mathbf{u}} \quad (47)$$

3. 수치 해석

개발된 프로그램을 검증하기 위하여 튜브 벌징 공정 해석하고 시험치와 비교하였다. 또, 내압과 축압이 동시에 고려되는 계단 원형 튜브 하이드로포밍 성형 해석을 통해 적정 성형 곡선을 제시하여 프로그램의 유용성을 관찰하였다.

3.1 튜브 벌징 성형

튜브 벌징은 튜브 재료의 성형성 평가를 위해 많이 사용되고 있는 성형 실험으로서, 본 연구에서는 개발된 프로그램의 정확성을 검증하기 위하여 이 튜브 벌징을 성형 해석하였다. 본 튜브 벌징 성형 해석에서는 자동차 배기장치에 사용되는 재료로 물성치는 Table 1과 같다.⁽¹⁰⁾ 튜브의 순수한 벌징 효과를 관찰하기 위해 튜브의 양 끝을 고정하였으며, 해석에서는 대칭 경계조건을 고려해 우측 부분만 모델링하였다. 또한 70개의 절점과 69개의 선형요소로 분할하여 축대칭 모델을 적용하였으며 마찰계수는 0.1로 수행하였다. 다이는 2절점 선형요소로 묘사하고, 다이 어깨부를 튜브 요소보다 작게 나누어 접촉부위에서의 벌징을 효과적으로 관찰하였다.

Fig. 2는 튜브 벌징 성형의 다이 배치도이다. 내압이 증가함에 따라 튜브가 벌징되는 형상을 Fig. 3에서 보여 주고 있다. Fig. 4은 내압에 따른 벌징 높이를 시물레이

선 결과와 실험 측정치를 비교한 그림이다. 내압이 증가함에 따라 벌징되는 형상은 대체적으로 실험 결과와 비슷한 경향을 나타내고 있다. 실험 결과에서는 18.3MPa에서 벌징 높이가 15.31mm 되었으며, 이 때 튜브에 파단이 발생하였다. 해석결과에서는 19.1MPa 일 때, 벌징 높이가 17.7mm 로 해석되었다. 같은 압력이 주어질 때 실험 결과보다 해석 결과가 성형이 조금 더 진행 된 것을 알 수 있었다. 튜브 벌징 시험에서 가장 주의 깊게 관찰해야 하는 인자는 최대 벌징이 일어나는 부위에서 재료의 두께이다. 내압에 따른 중심부위에서의 두께를 Fig. 5에 나타내었다. 같은 압력에서 해석 결과가 실험 결과보다 두께가 더 두꺼운 것을 볼 수 있는데, 해석에서는 압력이 튜브 전체에 벌징의 형상에 따라 수직방향으로 이상적으로 작용하는데 반해 실험에서는 튜브의 용접선이나 재료의 불균일로 인해 국부적으로 두께도 불균일해지며, 또한 실험에서 튜브의 두께를 측정하는데 여러 가지 오차 요인을 가지고 있어 미소한 차이가 발생한 것으로 추정된다. 본 연구에서 개발된 단면 성형 해석 프로그램은 3차원 해석보다 빠른 해석시간을 갖기 때문에, 재료 변수들을 조정하여 그 해석 결과와 실제 벌징 시험과의 비교를 통해 튜브의 물성치를 빠르고 정확하게 파악할 수 있는 장점이 있다.

Table 1 Material properties used in the simulation of tube bulging test⁽¹²⁾

Properties	Value
Diameter	57.15 mm
Thickness	0.6 mm
Yield Stress	289 MPa
Ultimate tensile strength	652 MPa
Strength coefficient	1451 MPa
Strain-hardening coefficient	0.6

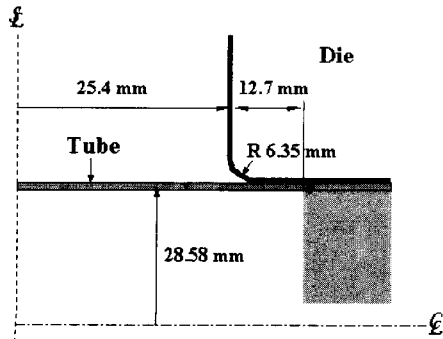


Fig. 2 Tooling geometry of tube bulging⁽¹²⁾

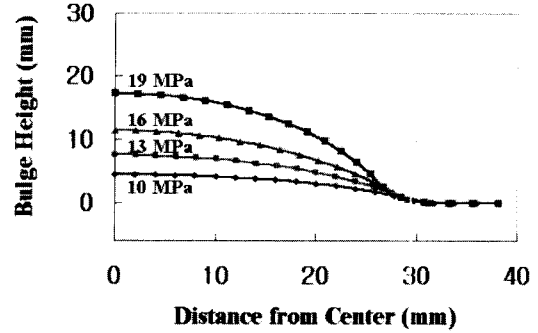


Fig. 3 Formed tube geometries associated with hydraulic pressure increase

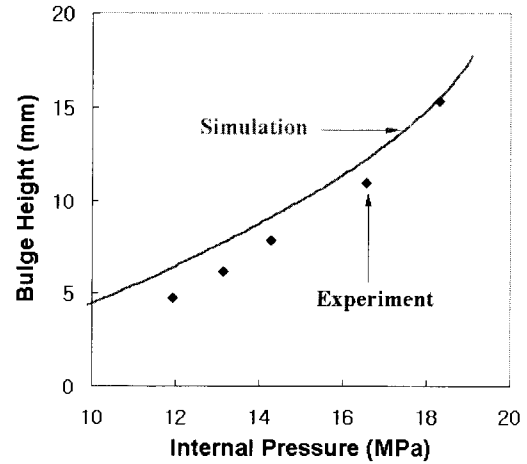


Fig. 4 Bulge height associated with various internal pressures⁽¹²⁾

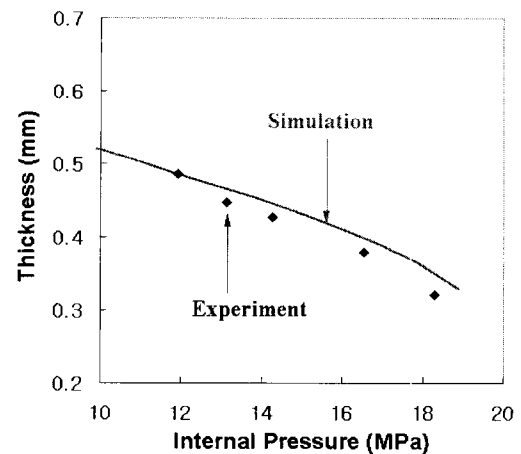


Fig. 5 Thickness at center associated with internal pressures⁽¹²⁾

3.2 계단 원형 튜브 성형

튜브 벌징 성형 시험과 달리 계단 원형 튜브 하이드로 포밍은 다이 형상이 주어지기 때문에, 성형이 진행될수록 튜브는 급형 형상에 따라 벌징이 진행되게 된다. 본 해석에서 적용한 계단 원형 튜브의 물성치와 급형 형상은 각각 Table 2와 Fig. 6에 각각 나타내었다. 대칭성을 고려해 우측단면을 140개의 절점과 139개의 선형요소로 분할하였으며 마찰계수는 0.1로 수행하였으며 다이는 2 절점 선형요소로 적용하였다.

튜브 하이드로포밍 공정에서 가장 중요하게 고려되어야 할 것이 내압과 축 유입량(축방향으로 재료가 유입되는 양, Axial Draw-in)의 최적 경로를 찾는 것으로 알려져 있다. 즉, 내압이 축 유입량보다 상대적으로 큰 경우에는 과단이 생기게 되며, 과도한 축 유입량이 작용시에는 축방향으로 주름이 발생하게 된다. 본 연구에서는 계단 원형 튜브 성형에 있어서 적절한 액압 곡선을 찾기 위해 서로 다른 축압을 조정하여 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 7은 각각의 경우에 축 유입량에 따른 내압의 크기를 나타내고 있다. Case1(C1)과 Case2(C2)는 최종 액압은 비슷하나 축 유입량이 서로 다른 결과를 나타냈으며, 마찬가지로 Case3(C3)와 Case4(C4)도 같은 경우이다. 영역 A(Region A)에서는 과단이 발생하는 영역이며, 주름이 발생하는 영역은 영역 B(Region B)로 표기를 하였다.⁽⁶⁾ 각각의 경우에 최종형상을 Fig. 8에 나타내었다. 최종 형상은 Fig. 7의 축 유입량에 따라 결정되어짐을 확인할 수 있다. 즉, 축 유입량이 내압보다 성형성에 더 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있으며, 소재의 가공성을 향상시키고 있음을 볼 수 있다. 최종 성형 단계에서 C1과 C2의 변형률 분포를 서로 비교하여 Fig. 9에 나타내었다. 여기에서 원주방향 변형률인 주 변형률은 튜브 형상에 지배적인 값으로 나온다. 벌징이 많이 되는 중간 부위에서는 주 변형률이 음의 값을 가지게 되며, 어깨 다이 부위에서는 인장이 되어 양의 값을 갖는다. 결국, Fig. 8과 Fig. 9을 종합해 볼 때, 본 계단 원형 튜브 공정 해석에서 C1의 경우가 더 많은 성형이 진행되어 원하는 급형 형상에 가깝게 성형됨으로 최적의 액압 곡선으로 간주된다.

Table 2 Material properties used in the stepped circular tube hydroforming simulation

Properties	Value
Diameter	40 mm
Thickness	1.2 mm
Yield Stress	215 MPa
Strength coefficient	534 MPa
Strain-hardening coefficient	0.207

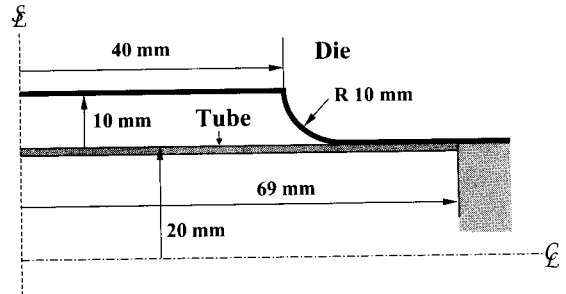


Fig. 6 Tooling geometry of stepped circular tube hydroforming

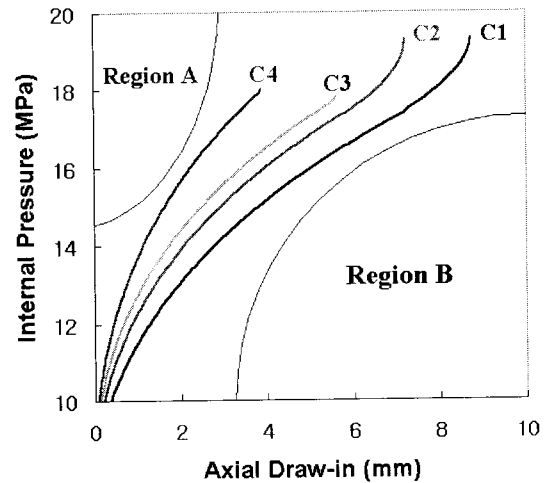


Fig. 7 Trial paths to examine the formability

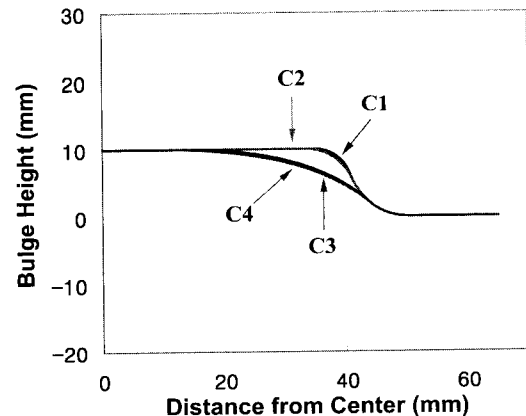


Fig. 8 Formed tube geometries associated with various trial paths shown in Fig. 7

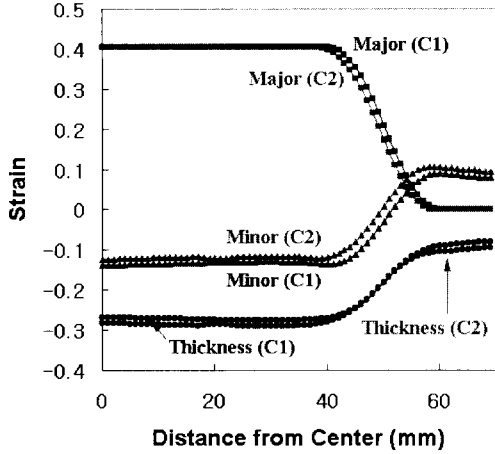


Fig. 9 Comparison of strain distributions between C1 and C2 paths shown in Fig. 7 after final formings

4. 결론

본 연구에서는 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정의 유한요소 해석을 위해 소재와 액압, 축압을 묘사할 수 있는 유한요소 방정식을 정식화하고 프로그래밍하여 튜브 벌징 시험 해석 및 계단 원형 튜브 하이드로포밍 공정을 해석하였다. 본 연구를 요약하고 이로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 축대칭 튜브 요소에 Hill의 비이차 수직이방성 항복조건을 도입하고 액압 성형 공정을 해석할 수 있는 강점소성 내연적 유한요소 방정식을 수식화하였다.
- (2) 개발된 프로그램의 해석 결과를 실험 결과와 비교하여 유한요소 수식화의 정당성을 검증하였다.
- (3) 축압에 따른 내압 곡선을 달리하여 계단 원형 튜브 성형 공정 해석을 수행한 결과 개발된 프로그램은 성형에 적절한 액압 곡선을 제시하는데 효과적인 수단이 될 수 있음을 보였다.
- (4) 개발된 프로그램으로 튜브 벌징을 해석하여, 튜브 재료의 물성 평가에 유용하게 적용 할 수 있다.

후 기

이 논문은 1999년도 학술진흥재단의 연구비에 의하여 지원되었음. (KRF-99-041-E00087)

참 고 문 헌

- (1) Ahmetoglu, M. and Altan, T., 2000, "Tube hydroforming: State-of-the-art and future trends", J. Mat. Proc. Tech., Vol.98, pp.25~33.
- (2) Rama, S. C. and Zhang, J. M., 1999, "A numerical approach to analyze tubular hydroforming", NUMI-SHEET'99, pp.497~502.
- (3) Longwu, W. and Yu, Y., 1996, "Computer simulations of forming automotive structural parts by hydroforming process", NUMISHEET'96, pp.324~329.
- (4) Ahmed, M and Hashmi, M.S.J., 1997, "Estimation of machine parameters for hydraulic bulge forming of tubular components", J. Mat. Proc. Tech., Vol. 64, pp.9~23.
- (5) Chang, D., Nees, R. and Morin, M., 1996, "Application of Hydroforming Technology for Exhaust Manifolds", SAE 960804, pp.135~140.
- (6) Morphy, G., 1996, "Hydroforming High Strength Steel Tube for Automotive Structural Applications Using Expansion", SAE 96MJA436.
- (7) 이승희, 전병희, 김의석, 오수익, 1998, "Tube hydroforming을 위한 성형인자 연구", 한국소성가공학회, 98추계학술대회논문집, pp.32~36.
- (8) 김성태, 임성연, 이택근, 김영석, 2000, "관재 하이드로포밍에 의한 성형 공정의 실험적 연구", 한국소성가공학회지, 제9권 제1호, pp.35~42.
- (9) Hill, R., 1979, "Theoretical Plasticity of Textured Aggregates", Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 85, pp.179~191.
- (10) 금영탁, Wagoner, R. H., 1991, "프레스 금형 단면의 성형성 평가를 위한 유한요소법", 대한기계학회 논문집, 제15권 제4호, pp.1108~1122.
- (11) Keum, Y. T. and Wagoner, R. H., 1990, "Compatible Description of Tool Surfaces and FEM Meshes for Analyzing Sheet Forming Operations in Two- and Three- Dimensions", Ph.D. Dissertation, The Ohio State University.
- (12) Sokolowski, T., Gerke, K., Ahmetoglu, M. and Altan, T., 2000, "Evaluation of tube formability and material characteristics: hydraulic bulge testing of tubes", J. Mat. Proc. Tech., Vol.98, pp.34~40.