韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2002, 5. 제 41권, 제 1호, 35-44.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2002, Vol. 41, No. 1, 35-44.

교사의 수학적 관념에 대한 연구

김 용 대 (청주교육대학교 강사)

I. 서 론

A. 연구의 필요성 및 목적

지금까지 수학교육의 방향을 개선하고자 한 여러 노력들은 수학적 사고력을 기본 바탕으로 하고 있다. 그런데 이러한 노력이 효과를 거두기 위해서 필요한 조건 가운데 하나가 바로 교사의 수학에 대한 사고를 먼저 이해하는 것이다(Fennema & Franke, 1992; NCTM, 1991). 또한 수학 학습지도 방법에서의 실질적인 변화는 천천히 나타나고 성취하기가 어려운 이유에 대하여 Cooney (1994)는 그것은 바로 교사가 갖고 있는 수학적 관념 때문이라고 말한다. 그리고 Fisher(1990)는 사회가 갖고 있는 수학에 대한 관념은 학교수학 교육과정의 실천에 중요한 영향을 준다고 하였다. 특히 수학 교사의 수학에 대한 관념을 이해한다는 것은 수학 교육과정의 실천에서 성공을 위한 중요한 열쇠가 된다고 말한다.

Thompson(1984)에 의하면, 교사의 수학적 관념과 학습지도 활동 사이에 깊은 관련이 있으며 수학에 대하여 도구적 관점이 강한 교사는 수학이 정확한 절차와 결과에 의해서 특징지어지고 그 기본 요소는 연산, 절차, 용어와 정리라고 믿고 있다는 것이다. 이러한 교사는 수학을 안다는 것을 정해진 절차를 잘 수행하는 것과 동일하게 본다. 반면에 수학에 대하여 문제해결적 관점이 강한 교사는 학생들로 하여금 수학의 발생적 과정에 참여할 수 있는 탐구 활동을 강조하는 수업을 하는 경향이 높다고 하였다.

Fennema와 Franke(1992)는 '교사가 수학 학습지도 활동을 조직화하는 방법에 영향을 주는 교사의 수학적 지식에는 어떠한 것이 있는가?'라는 물음에 대하여 이것을 위해서는 먼저 교사의 수학적 관념을 이해하는 것이 선행되어야 한다는 주장을 펴고 있다. 왜냐하면, 지금까지 교사의 수학적 지식과 관련된 대부분의 연구에서 교사의 수학적 관념이 적절하게 고려되지 않았다는 것이다. 따라서 수학과 교육과정이 수학의 과정과 수학적 아이디어의 상호관련성, 실생활에서 문제해결을 강조하는 방향으로 바뀌도록 하기 위해서는 교사의 수학적 관념을 이해하는 것이 중요한 문제로 대두된다.

이것으로 볼 때 학교수학의 학습지도의 방향을 모색하거나 교육과정의 개발을 위한 기초 자료로써 교사의 수학적 관념을 먼저 알아볼 필요가 있다.

물론 교사의 수학적 관념이 수학 학습지도 활동과 어떤 관계가 있는지도 알아볼 필요가 있지만 본 연구에서는 교사의 수학적 관념은 수학 학습지도 활동에 영향을 미친다는 것을 기본 가정으로 하고 현재 우리나라 수학 교사의 수학적 관념을 알아보고자 한다.

B. 연구 문제

본 연구에서는 교사의 수학적 관념을 알아보기 위해서 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

(연구문제) 교사의 수학적 관념을 수학적 지식의 구성·구조·상태에 대한 관념, 수학적 활동과 수학 학습에 대한 관념으로 세분하였을 때 외적인 관점과 내적인 관점 사이에 유의미한 차이가 있는가?

II. 문헌 고찰

A. 수학적 관념의 유형

수학적 관념에 대해서는 학자들이 보는 관점에 따라 여러 가지 측면에서 설명되어진다. 이들 가운데 몇 가지 유형을 살펴보면 다음과 같다.

먼저, Thompson(1984)은 수학적 관념을 문제해결적 관점과 플라톤적 관점 및 도구적 관점의 측면에서 분류

---

* 2001년 10월 투고, 2002년 3월 심사 완료.
* ZDM분류 : B59
* MSC2000분류 : 97C50
* 주제어 : 관념, 지식, 구성, 구조, 상태, 활동, 학습.

하였다.

첫째, 문제해결적 관점에서 보면, 수학은 역동적이고 문제 지향적이라는 것이다. 즉, 수학은 새로운 창조와 발견이 계속적으로 일어나는 분야라고 본다.

둘째, 플라톤적 관점에서 보면, 수학은 상호 연결된 진리와 구조를 가진 정적이고 통일된 지식체라는 것이다. 즉, 수학은 고정되고 예정된 분야라고 본다.

셋째, 도구적 관점에서 보면, 수학은 특정한 결과에 도달하기 위하여 문제에 적용되는 사실, 기능, 규칙을 구체화시키는 도구들의 모임으로 보는 것이다. 여기서는 수학의 중심 되는 부분을 정확한 원리와 절차라고 본다.

이 세 가지 측면 중에서 수학의 구조를 강조하는 플라톤적 관점은 1960년대 초에 일어난 '현대 수학' 운동에서 반영되고 도구적 관점은 사실, 규칙, 기능을 강조하는 1970년대의 '기본으로 돌아가자'는 운동에서 반영되었다. 그리고 과정과 전략을 강조하는 문제해결적 관점은 1980년대이후에 반영되었다(Thompson, 1992).

Dossey(1992)는 수학적 관념을 외적인 관점과 내적인 관점의 측면에서 다음과 같이 구분하였다.

첫째, 수학에 대한 외적인 관점은 수학을 교육과정 속에 있는 여러 가지 사실, 원리와 기능들로 이루어진 것으로 보는 것이다. 이것은 학생들에게 수학적 개념, 사실, 원리와 기능들을 전달하는데 있어서 교사에게 도움을 주는데 초점이 맞추어져 있다고 볼 수 있다. 이러한 외적인 관점은 주로 학생들이 수학을 학습하는 방법보다는 교사의 효과적인 수업 방법에 초점을 두고 있다. 또한 교사가 수학적 지식을 어떻게 조직하고 순서화하여 개성과 능력이 다양한 학생들에게 어떻게 제시하는가에 초점을 두고 있다. 이런 측면에서 수학에 대한 외적인 관점이 도구적 관점과 깊은 관련이 있는 것으로 보여진다.

둘째, 수학에 대한 내적인 관점은 개별적으로 구성되는 것으로서의 수학에 초점을 둔 것이라고 볼 수 있다. 이것은 결과보다는 과정을 중시하는 것으로 수학을 아는 것이 곧 수학을 행하는 것이라고 보는 것이다. 따라서 수학 학습은 개별적인 문제이며 학습자는 자신의 직접적인 수학적 활동을 통해서 수학적 개념을 발달시킨다는 것이다. 이런 측면에서 수학에 대한 내적인 관점이 문제해결적 관점과 깊은 관련이 있는 것으로 보여진다.

또한 Grouws(1994)는 수학적 관념을 수학적 지식과 활동 및 수학 학습의 측면에서 내적인 관점과 외적인 관점으로 구분하여 다음과 같이 말하고 있다.

첫째, 수학적 지식은 개념과 아이디어로 구성되며 일관되고 연결된 구조를 지닌다. 또한 수학적 지식은 항상 변화하는 역동적인 상태를 지니며 수학적 활동은 결과보다는 과정이나 의미를 중시해야 하며 수학 학습은 구성하고 이해하는 것이라는 관점이다. 이것은 수학에 대한 내적인 관점을 말한다.

둘째, 수학적 지식은 규칙과 절차로 구성되며 분리된 구조를 지닌다. 또한 수학적 지식은 정적인 상태를 지니며 수학적 활동은 과정보다는 결과를 중시해야 하며 수학 학습은 정보를 암기하고 기억하는 것이라는 관점이다. 이것은 수학에 대한 외적인 관점을 말한다.

위의 연구를 종합해 볼 때, 수학에 대한 도구적 관점, 문제해결적 관점(Thompson, 1984), 내적인 관점과 외적인 관점(Dossey, 1992), 그리고 Grouws(1994)에 의한 내적인 관점과 외적인 관점 사이의 관계를 비교해 보면, 다음 <표 Ⅱ-1>과 같다.

<표 Ⅱ-1> 수학적 관념의 유형

분류자	수학적 관념의 유형	
Thompson(1984)	문제해결적 관점	도구적 관점
Dossey(1992)	내적인 관점	외적인 관점
Grouws(1994)	내적인 관점	외적인 관점

B. 교사의 수학적 관념에 대한 선행 연구

Thompson(1984)에 의하면, 교사의 수학적 관념에 대한 연구의 기초적 가정은 바로 교사의 수학적 관념이 수학 학습지도 활동에 영향을 준다는 것이다. 즉, 교사의 수학적 관념에서의 차이가 그의 수학 학습지도 활동에 대한 차이와 관련된다고 한다. 또한 교사의 수학적 관념에서의 차이는 학생들의 수학적 이해를 구성하는 것이 무엇인지와 수업 계획의 목적에 대한 지각에서의 차이와 관련 있다고 한다. 그리고 수학 학습지도 활동은 학생들의 수학적 지식에 대한 관점, 수학을 배우는 방법에 대한 관점, 일반적으로 학교의 역할과 목적에 대한 관점을 반영한다는 것이다. 그리고 교사의 수학 학습지도 활동과 교사의 수학적 관념 사이에는 상관성이 있는 것으로 나타났다(Carpenter 외, 1988)고 한다.

Thompson(1984)은 교사의 수학적 관념의 특징을 다음과 같이 기술하고 있다.

첫째, 수학에 대하여 도구적 관점이 강한 교사의 수학적 관념은 ㉠ 수학은 조직화되고 물질계에 있는 아이디

어들을 설명하는 기호들과 절차들의 논리적인 체계이다. ㉡ 수학은 인간의 창작품이지만 수학적 아이디어들은 그 것을 발견하는 인간의 능력과 별개이다. 그래서 수학은 기호 체계 그 이상이다. ㉢ 수학은 불가사의한 것이다 - 수학의 폭넓은 범위와 수학적 개념들의 추상성은 인간이 그것을 완전하게 이해하기에는 불가능하다. ㉣ 수학은 정확하고 엄밀하고 논리적이다. ㉤ 수학은 일관되고, 확실하고, 모순성과 애매 모호함이 없다. ㉥ 수학적 내용은 고정된 것이고 예정된 것이다. ㉦ 수학 토픽은 조직상의 구조나 골격 내에서 서로 관련되고 논리적으로 연결된다. ㉧ 수학 내용의 변화는 단지 그것이 계속 확장되는 정도에서 일어난다.

둘째, 수학에 대하여 문제해결적 관점이 강한 교사의 수학적 관념은 ㉠ 수학의 주요 목적은 과학과 인간 노력의 다른 분야를 위한 도구로서 제공하는 것이다. ㉡ 수학적 내용은 과학과 수학 자체의 필요에 의해서 나타난다. ㉢ 수학은 도전적이고 엄밀하고 추상적인 교과이며 수학 학습은 고도의 정신 활동을 위한 폭넓은 기회를 제공한다. ㉣ 수학 학습을 통해서 논리적이고 엄밀하게 추론할 수 있는 능력이 향상된다. ㉤ 수학에서 결론은 확실한 것이다. ㉥ 수학적 명제와 결론은 공리적 방법에 의해서 타당성이 보장된다. ㉦ 수학 내용은 계속적인 발전과 변화가 일어난다.

또한 Raymond(1997)는 교사의 수학에 대한 관념과 수학 학습에 대한 관념의 특징을 다음과 같이 말하고 있다.

첫째, 수학에 대한 관념은 ㉠ 수학은 무관한 사실, 규칙, 기능들의 모임이다. ㉡ 수학은 고정된 것이고 예언 가능하며 절대적이고 확실하고 응용 가능하다. ㉢ 수학은 정적이지만 상호 연결 구조를 가진 지식의 통합적 본체이다. ㉣ 수학은 정적임과 동시에 동적이고, 예언 가능함과 동시에 놀랍고, 절대적임과 동시에 상대적이고, 의심스러움과 동시에 확실하고, 응용 가능함과 동시에 심미적이다. ㉤ 수학은 동적이고 문제 유도적이고 계속적으로 확장된다. ㉥ 수학은 놀랍고, 상대적이고, 의심스럽고, 심미적이다.

둘째, 수학 학습에 대한 관념은 ㉠ 수학 학습은 교사에 의해서 수학적 지식을 전수하는 것이다. ㉡ 수학 학습은 개별적 활동에 의해서 이루어진다. ㉢ 수학 학습은 기능 숙달을 위하여 반복 수행하는 것이다. ㉣ 수학 학습은 한가지 방법으로만 이루어진다. ㉤ 수학 학습은 알고리즘을 암기하고 기능을 숙달하는 것이다. ㉥ 수학 학습은 기능과 알고리즘을 이해함과 동시에 숙달하는 것이다. ㉦ 수학 학습의 방법은 한가지 이상이다. ㉧ 수학 학습은 반복 연습과 탐구를 통해서 이루어진다. ㉨ 수학 학습은 오직 문제 해결 활동을 통해서만 이루어진다. ㉩ 수학 학습은 협동적인 상호작용을 통해서 이루어진다.

그런데 Grouws(1994)는 교사의 수학적 관념을 수학적 지식의 구성·구조·상태에 대한 관념, 수학적 활동에 대한 관념, 수학 학습에 대한 관념의 5가지 하위 요소로 세분하고 있다.

첫째, 수학적 지식의 구성에 대한 관념은 ㉠ 수학 문제를 해결할 때는 규칙을 반드시 지켜야 한다. ㉡ 수학에서는 공식을 아는 것보다 그 공식의 의미가 더 중요하다. ㉢ 수학에서 계산과 공식은 아주 적은 부분을 차지한다. ㉣ 수학에서 계산 기능의 숙달이 문제를 해결하는 방법보다 더 중요하다. ㉤ 수학 문제는 정해진 순서에 따라 해결 할 수 없는 문제가 더 많이 있다. ㉥ 수학은 사실과 절차가 전부라고 할 수 있다. ㉦ 수학은 아이디어와 개념으로 이루어져있다.

둘째, 수학적 지식의 구조에 대한 관념은 ㉠ 표와 그래프 부분은 계산과 방정식 부분과 전혀 관계가 없다. ㉡ 하나의 수학 개념이 여러 가지 공식에 대한 기초를 제공해 준다. ㉢ 한 가지 형태의 수학 문제에 대한 해법을 찾는 것이 다른 형태의 문제를 푸는데 도움이 되지 않는다. ㉣ 수학은 아이디어를 사용하는 활동이라기보다는 수, 점, 직선과 같은 것들 사이의 관계를 더 중요시한다. ㉤ 측정과 분수 사이에는 공통점이 전혀 없다. ㉥ 수학적 지식의 대부분은 서로간의 관련성을 찾기가 어렵다. ㉦ 수학적 아이디어는 서로서로 관련된다.

셋째, 수학적 지식의 상태에 대한 관념은 ㉠ 새로운 수학 내용을 배우게 될 때는 이미 알고 있는 수학 내용은 변하지 않은 형태로 존재한다. ㉡ 수학적 지식은 항상 창조된다. ㉢ 수학에서 새로운 발견이란 절대로 일어나지 않는다. ㉣ 수학적 지식은 항상 변화한다. ㉤ 수학에서 탐구한다는 것은 이미 알려진 것을 발견하는 것이다. ㉥ 새로운 수학 내용을 배울 때는 알고 있는 아이디어를 변화시켜야 한다. ㉦ 오늘날의 수학은 옛날의 수학과 차이가 전혀 없다.

넷째, 수학적 활동에 대한 관념은 ㉠ 수학 문제를 해결할 때는 결과 보다 과정을 아는 것이 더 중요하다. ㉡ 수학 문제를 즉시 풀 수 없으면 많은 시간을 투자해도 풀 수 없다. ㉢ 수학 문제를 해결할 때 중요한 것은 그것이 나에게 의미가 있어야 한다. ㉣ 수학적 개념을 이해하는데는 공식을 잘 사용하는 것으로 충분하다. ㉤ 수학적 활동은 남이 만들어 놓은 것을 이해하는 활동이다. ㉥ 수학 문제는 공식을 많이 알고 있으면 대부분 풀 수 있다. ㉦ 수학 문제를 해결할 때는 해결 방법보다 문제의 의미를 이해하는 것이 더 중요하다.

다섯째, 수학 학습에 대한 관념은 ㉠ 수학 문제의 해결 방법을 익힌다는 것은 일련의 단계들을 암기하는 것이다. ㉡ 수학 학습에서 공식 암기는 문제 해결하는데 도움이 되지 않는다. ㉢ 수학 학습은 수학적 지식을 암기하는 것이다. ㉣ 수학 학습에서는 오류를 분석하는 것이 중요하다. ㉤ 새로운 수학 내용의 학습에서는 그것을 이미 알고 있는 내용과 비교하는 것이 중요하다. ㉥ 수학 문제의 해결은 남이 해결한 방법에 대한 이해를 통해 이루어진다. ㉦ 수학 학습은 정보를 기억하는 것이 아니라 더 많은 사고를 하는데 목적이 있다.

또한 Grouws(1994)는 이와 같이 수학적 관념의 요소를 수학적 지식의 구성에 대한 관념, 수학적 지식의 구조에 대한 관념, 수학적 지식의 상태에 대한 관념, 수학적 활동에 대한 관념, 수학 학습에 대한 관념으로 세분하였다. 그리고 각 요소들을 두 가지 측면 즉, 내적인 관점과 외적인 관점으로 구분하였다. 여기서 수학적 관념의 각 하위 요소별로 내적인 관점과 외적인 관점의 특징적인 변인을 서로 비교하면 다음 표 Ⅱ-2와 같다.

<표 Ⅱ-2> 수학적 관념의 요소와 유형

수학적 관념의 요소	유형	
	내적인 관점	외적인 관점
수학적 지식의 구성에 대한 관념	개념과 아이디어로 구성	규칙과 절차로 구성
수학적 지식의 구조에 대한 관념	연결된 구조	분리된 구조
수학적 지식의 상태에 대한 관념	역동적인 상태	정적인 상태
수학적 활동에 대한 관념	과정을 중시	결과를 중시
수학 학습에 대한 관념	구성과 이해	암기와 기억

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

A. 연구 대상

본 연구는 교사의 수학적 관념을 조사하고자 K도 지역의 중등학교 수학 교사 200명을 임의로 선정하여 연구 대상으로 하였으나 검사지를 투입한 결과 회수된 검사지 가운데서 무응답 문항이 있는 것을 제외하고 문항 분석이 가능한 188명만을 최종적인 분석 대상으로 선정하였다.

B. 연구 설계

연구문제를 해결하기 위하여 질문지를 통한 조사 연구가 이루어졌다. 본 연구에서 사용된 질문지의 목적은 교사의 수학적 관념을 알아보기 위하여 수학적 지식의 구성에 대한 관념, 수학적 지식의 구조에 대한 관념, 수학적 지식의 상태에 대한 관념, 수학적 활동에 대한 관념, 수학 학습에 대한 관념을 하위 요소로 하였다.

C. 검사 도구

본 연구에서 사용된 질문지는 수학적 관념을 측정하기 위하여 5개의 하위 요소 즉, 수학적 지식의 구성·구조·상태에 대한 관념, 수학적 활동과 수학 학습에 대한 관념으로 세분되며, 각 하위 요소에는 7개의 문항이 있고 전체 35개의 문항으로 구성되어 있다. 그리고 이 검사 도구의 신뢰도는 크론바하 알파 계수가 0.72로 나타났다. 수학 교사들의 수학적 관념을 알아보기 위한 질문지의 문항은 구조적인 형태로 이루어졌으며 7점 척도로 구성하였다.

본 연구에서 사용한 수학적 관념의 5가지 하위 요소와 각 요소에 해당하는 문항의 번호는 다음 표 Ⅲ-1과 같다(질문지는 부록 참조).

<표 Ⅲ-1> 수학적 관념의 하위 요소와 문항 번호

수학적 관념의 하위 요소	문항 번호
수학적 지식의 구성에 대한 관념	1, 7, 17, 22, 25, 31, 33
수학적 지식의 구조에 대한 관념	5, 9, 13, 16, 20, 26, 32
수학적 지식의 상태에 대한 관념	3, 8, 14, 18, 23, 27, 29
수학적 활동에 대한 관념	2, 6, 11, 19, 21, 24, 35
수학 학습에 대한 관념	4, 10, 12, 15, 28, 30, 34

그리고 수학적 관념의 각 하위 요소별 문항은 다음과 같다.

질문지 문항 가운데 수학적 지식의 구성, 수학적 지식의 구조, 수학적 지식의 상태, 수학적 활동, 수학 학습에 대한 관념에 해당하는 것으로 사용한 문항의 번호와 그 내용은 각각 다음 <표 Ⅲ-2>, <표 Ⅲ-3>, <표 Ⅲ-4>, <표 Ⅲ-5>, <표 Ⅲ-6>과 같다.

<표 Ⅲ-2> 수학적 지식의 구성에 대한 문항

번호	내용
1	수학 문제를 해결할 때는 규칙을 반드시 지켜야 한다.
7	수학에서는 공식을 아는 것보다 그 공식의 의미가 더 중요하다.
17	수학에서 계산과 공식은 아주 적은 부분을 차지한다.
22	수학에서 계산 기능의 숙달이 문제를 해결하는 방법을 익히는 것 보다 더 중요하다.
25	수학 문제는 정해진 순서에 따라 해결 할 수 없는 문제가 더 많이 있다.
31	수학의 내용은 사실과 절차가 전부라고 할 수 있다.
33	수학적 지식은 아이디어와 개념으로 이루어져있다.

<표 Ⅲ-3> 수학적 지식의 구조에 대한 문항

번호	내용
5	수학에서 표와 그래프 부분은 계산과 방정식 부분과 전혀 관계가 없다.
9	하나의 수학 개념이 여러 가지 공식에 대한 기초를 제공해 준다
13	한 가지 형태의 수학 문제에 대한 해법을 찾는 것이 다른 형태의 문제를 푸는데 도움이 되지 않는다.
16	수학은 아이디어를 사용하는 활동이라기보다는 수, 점, 직선과 같은 것들 사이의 관계를 더 중요시한다.
20	수학에서 측정과 분수 사이에는 공통점이 전혀 없다.
26	수학 내용의 대부분은 서로간의 관련성을 찾기가 어렵다.
32	모든 수학적 아이디어는 서로서로 관련된다.

<표 Ⅲ-4> 수학적 지식의 상태에 대한 문항

번호	내용
3	새로운 수학 내용을 배우게 될 때는 이미 알고 있는 수학 내용은 변하지 않은 형태로 존재한다.
8	수학의 내용은 항상 발명된다.
14	수학에서 새로운 발견이란 절대로 일어나지 않는다.
18	수학은 항상 변화한다.
23	수학에서 탐구한다는 것은 이미 알려진 것을 발견하는 것이다.
27	새로운 수학 내용을 배울 때는 알고 있는 아이디어를 변화시켜야 한다.
29	오늘날의 수학은 옛날의 수학과 차이가 전혀 없다.

<표 Ⅲ-5> 수학적 활동에 대한 문항

번호	내용
2	수학 문제를 풀 때는 정답보다 그 정답을 얻는 과정을 아는 것이 더 중요하다.
6	수학 문제를 즉각적으로 풀 수 없으면 많은 시간을 투자해도 절대로 풀 수 없다.
11	수학 문제를 해결할 때 중요한 것은 그것이 나에게 의미가 있어야 한다.
19	수학적 개념을 이해하는데는 공식을 잘 사용하는 것으로 충분하다.
21	수학을 배운다는 것은 남이 만들어 놓은 것을 이해하는 활동이다.
24	수학 문제는 공식을 많이 알고 있으면 대부분 풀 수 있다.
35	수학 문제는 해결 방법을 찾아내는 것보다 문제의 의미를 이해하는 것이 더 중요하다.

<표 Ⅲ-6> 수학 학습에 대한 문항

번호	내용
4	수학 문제의 해결 방법을 익힌다는 것은 일련의 단계들을 암기하는 것이다.
10	수학에서 공식을 암기하는 것은 문제를 해결하는데 전혀 도움이 되지 않는다.
12	수학을 배운다는 것은 수학적 지식을 암기하는 것에 불과하다.
15	수학을 배울 때는 자신의 오류를 분석하는 것이 제일 중요하다.
28	새로운 수학 내용을 배울 때는 그것을 이미 알고 있는 내용과 비교하는 것이 중요하다.
30	수학 문제를 풀기 위해서는 다른 사람이 푸는 방법을 알 때만 해결된다.
34	수학을 배운다는 것은 정보를 기억하는 것보다 더 많은 사고를 하는데 있다.

D. 자료의 분석 방법

본 검사에서는 먼저 수학적 지식의 구성에 관한 7개의 문항을 하나의 범주로 묶어서 이 문장들을 읽고 자신의 생각과 ① 아주 일치한다고 생각되는 문항의 번호를 첫 번째, ② 많이 일치한다고 생각되는 문항의 번호를 두 번째, ③ 조금 일치한다고 생각되는 문항의 번호를 세 번째, ④ 보통이다라고 생각되는 문항의 번호를 네 번째, ⑤ 조금 일치하지 않는다고 생각되는 문항의 번호를 다섯 번째, ⑥ 많이 일치하지 않는다고 생각되는 문항의 번호를 여섯 번째, ⑦ 전혀 일치하지 않는다고 생각되는 문항의 번호를 일곱 번째로 하여 이것을 순서대로 나열하도록 하였다. 이와 같은 방법으로 수학적 지식의 구조에 대한 관념에 해당하는 7개의 문항, 수학적 지식의 상태에 대한 관념에 해당하는 7개의 문항, 수학적

활동에 대한 관념에 해당하는 7개의 문항, 수학 학습에 대한 관념에 해당하는 7개의 문항 각각의 범주에 대하여 같은 범주 내에서 자신의 생각과 일치하는 정도에 따라 아주 일치한다고 선택한 문항에서부터 전혀 일치하지 않는다고 선택한 문항까지를 순서에 따라 각 일치 정도에 따른 빈도를 백분율로 나타냈다.

자료의 분석 방법은 각 범주에 속한 문항 가운데서 내적 관점의 정도가 높은 문항에 대해서는 <아주 일치한다>는 3점, <많이 일치한다>는 2점. <조금 일치한다>는 1점, <보통이다>는 0점, <조금 일치하지 않는다>는 -1점, <많이 일치하지 않는다>는 -2점, <전혀 일치하지 않는다>는 -3점으로 배점하였다. 그러나 외적 관념의 정도가 높은 문항에 대해서는 <아주 일치한다>는 -3점, <많이 일치한다>는 -2점, <조금 일치한다>는 -1점, <보통이다>는 0점, <조금 일치하지 않는다>는 1점, <많이 일치하지 않는다>는 2점, <전혀 일치하지 않는다>는 3점으로 배점하였다. 본 연구에서 사용된 문항 가운데 수학에 대한 내적 관점이 높은 문항과 외적 관점이 높은 문항의 구분은 Grouws(1994)의 구분(예를 들어, 1번 문항은 외적 관점이 높은 문항으로 분류되었고 33번 문항은 내적 관점이 높은 문항으로 분류되었다.)에 근거한 것이다.

그리고 각 문항별로 평균 점수를 계산하였다. 이 평균 점수가 양수로 나타나면 내적 관점이 높은 것으로 간주할 수 있고 음수로 나타나면 외적 관점이 높은 것으로 간주할 수 있으므로 각 범주별로 내적 관점이 높은 문항 수와 외적 관점이 높은 문항 수를 비교하여 교사들의 수학적 관념이 내적 관점과 외적 관점 중 어느 쪽이 높게 나타나는지를 결정하기로 한다. 그리고 수학에 대한 내적 관점과 외적 관점간의 차이를 알아보기 위하여 비모수 통계방법인 부호 검증을 하였다.

Ⅳ. 결과 분석 및 결론

A. 결과 분석

먼저, 수학적 지식의 구성에 대한 관념의 특징은 「① 수학 문제에서 규칙을 반드시 따를 필요는 없다. ② 수학에서 공식의 의미를 아는 것이 중요하다. ③ 수학에서 계산과 공식은 일부분이다. ④ 수학에서 계산 기능의 숙달보다는 해결 방법이 중요하다. ⑤ 수학 문제의 해결 방법은 정해진 것이 아니다. ⑥ 수학에서 사실과 절차는 전부가 될 수 없다. ⑦ 수학은 아이디어와 개념으로 이뤄져 있다」이다.

둘째, 수학적 지식의 구조에 대한 관념의 특징은 「① 수학에서 표와 그래프 부분은 계산과 방정식 부분과 관계가 있다. ② 한 가지 수학 개념이 여러 가지 공식에 대한 기초를 제공해 주지는 않는다. ③ 하나의 문제에 대한 해법이 다른 형태의 문제를 푸는데 도움이 된다. ④ 수학은 수, 점, 직선과 같은 것들 사이의 관계를 중요시한다. ⑤ 수학 내용의 대부분은 서로 관련된다. ⑥ 수학적 아이디어는 서로 관련된다」이다.

셋째, 수학적 지식의 상태에 대한 관념의 특징은 「① 수학 내용은 새로운 형태의 수학을 배울 때 변한다. ② 수학 내용은 항상 창조된다. ③ 수학에서 새로운 발견은 항상 일어난다. ④ 수학은 항상 변화한다. ⑤ 수학을 탐구한다는 것은 알려진 내용을 발견하는 것이다. ⑥ 새로운 수학 내용에서는 아이디어를 변화시켜야한다. ⑦ 오늘날의 수학과 옛날의 수학 사이에는 차이가 있다」이다.

넷째, 수학적 활동에 대한 관념의 특징은 「① 수학 문제의 해결에서는 정답보다는 풀이 과정이 중요하다. ② 수학 문제는 어느 정도의 노력에 의하여 해결 할 수 있다. ③ 수학 문제의 해결에서 중요한 것은 해결의 필요성을 느끼는 것이 중요하다. ④ 수학 공식을 잘 이용한다고 해서 개념을 잘 이해하는 것은 아니다. ⑤ 수학적 활동은 스스로 만들어 가는 것이다. ⑥ 수학 문제는 공식을 많이 알고 있으면 쉽게 풀 수 있다. ⑦ 수학 문제의 해결에서는 해결 방법보다 문제의 의미를 이해하는 것이 더 중요하다」이다.

다섯째, 수학 학습에 대한 관념의 특징은 「① 수학 문제의 해결 방법을 익힌다는 것은 일련의 풀이 단계를 암기하는 것이다. ② 수학 공식을 암기하는 것은 문제를 해결하는데 도움이 된다. ③ 수학 학습은 지식을 암기하는 것이 아니다. ④ 수학 학습에서 오류 분석은 중요하다. ⑤ 새로운 수학 내용을 학습할 때는 이미 알고 있는 내용과 비교하는 것이 중요하다. ⑥ 수학 학습은 정보를 기억하는 것보다 더 많은 사고를 하는 것이다」이다.

또한 수학적 지식의 구성·구조·상태에 대한 관념, 수학적 활동과 수학 학습에 대한 관념을 나타낸 7개의

문항 각각에 대하여 평균 점수를 계산하여 비모수 통계 방법인 부호 검증을 이용하여 처리한 결과는 각각 다음 <표 Ⅳ-1>, <표 Ⅳ-2>, <표 Ⅳ-3>, <표 Ⅳ-4>, <표 Ⅳ-5>와 같다.

<표 Ⅳ-1> 수학적 지식의 구성에 대한 관념의 부호 검증 결과

문항번호 / 관점	1	7	17	22	25	31	33	평균	p값
내적관점 (가)	0.72	1.26	0.77	1.23	1.13	0.96	1.45	1.07	
외적관점 (나)	-0.63	-0.95	-0.56	-0.34	-0.67	-0.69	-0.87	-0.67	0.0000*
문항별 평균 점수 (가)+(나)	0.09	0.31	0.21	0.89	0.46	0.27	0.58	0.40	

*p<.05

<표 Ⅳ-2> 수학적 지식의 구조에 대한 관념의 부호 검증 결과

문항번호 / 관점	5	9	13	16	20	26	32	평균	p값
내적 관점 (가)	0.71	1.32	0.81	1.56	0.66	1.17	1.37	1.08	
외적 관점 (나)	-0.39	-1.09	-0.64	-0.22	-0.66	-0.26	-1.12	-0.63	0.0039*
문항별 평균 점수 (가)+(나)	0.32	0.23	0.17	1.34	0	0.91	0.25	0.45	

*p<.05

<표 Ⅳ-3> 수학적 지식의 상태에 대한 관념의 부호 검증 결과

문항번호 / 관점	3	8	14	18	23	27	29	평균	p값
내적 관점 (가)	0.82	0.86	1.58	1.20	1.02	1.25	1.01	1.11	
외적 관점 (나)	-0.66	-0.64	-0.14	-0.76	-0.48	-0.87	-0.40	-0.56	0.0000*
문항별 평균 점수 (가)+(나)	0.16	0.22	1.44	0.44	0.54	0.38	0.61	0.55	

*p<.05

<표 Ⅳ-4> 수학적 활동에 대한 관념의 부호 검증 결과

문항번호 / 관점	2	6	11	19	21	24	35	평균	p값
내적 관점 (가)	1.32	1.60	1.22	0.72	0.62	0.48	1.36	1.05	
외적 관점 (나)	-0.95	-0.14	-0.62	-0.42	-0.62	-0.90	-0.99	-0.66	0.0313*
문항별 평균 점수 (가)+(나)	0.37	1.46	0.60	0.30	0	-0.42	0.37	0.39	

*p<.05

<표 Ⅳ-5> 수학 학습에 대한 관념의 부호 검증 결과

문항번호 / 관점	4	10	12	15	28	30	34	평균	p값
내적 관점 (가)	0.36	0.24	1.02	1.37	1.54	0.74	1.36	0.95	
외적 관점 (나)	-0.91	-1.03	-0.34	-0.51	-0.82	-0.37	-1.03	-0.72	0.0313*
문항별 평균 점수 (가)+(나)	-0.55	-0.79	0.68	0.86	0.72	0.37	0.33	0.23	

*p<.05

이 결과에 의하면, 수학적 지식의 구성·구조·상태에 대한 관념, 수학적 활동과 수학 학습에 대한 관념 모두에서 내적 관점과 외적 관점간에는 유의수준 p<.05에서 유의미한 차이를 보였다. 따라서 수학 교사들의 수학적 관념은 내적 관점이 외적 관점보다 높다고 할 수 있다.

B. 결론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 수학적 지식의 구성을 개념, 아이디어, 규칙, 절차의 측면에서 보았을 때, 수학 교사들은 수학적 지식의 구성에 대하여 내적 관점이 외적 관점보다 높게 나타났다.

둘째, 수학적 지식의 구조를 일관성, 연결성, 분리된 정보들의 모임의 측면에서 보았을 때, 수학 교사들은 수학적 지식의 구조에 대하여 내적 관점이 외적 관점보다 높게 나타났다.

셋째, 수학적 지식의 상태를 역동적인 상태와 정적인 실재의 측면에서 보았을 때, 수학 교사들은 수학적 지식의 상태에 대하여 내적 관점이 외적 관점보다 높게 나타났다.

넷째, 수학적 활동을 의미를 중시하는 것과 결과를 중시하는 측면에서 보았을 때, 수학 교사들은 수학적 활동에 대하여 내적 관점이 외적 관점보다 높게 나타났다.

다섯째, 수학 학습을 구성하기, 이해하기, 기억하기, 암기하기의 측면에서 보았을 때, 수학 교사들은 수학 학습에 대하여 내적 관점이 외적 관점보다 높게 나타났다.

참 고 문 헌

Carpenter, T.P. ; Fennema, E., Peterson, P.L. & Carey, D.A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge in mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), pp.385-401.

Cooney, T.J. (1994). Research and teacher education: In search of common ground, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), pp.608-636.

Dossey, J.A. (1992). *The nature of mathematics: Its role and its influence*, In D. A. Grouws(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning, pp.39-48, New York: Macmillan Publishing Company.

Fennema, E., & Franke, M. (1992). *Teachers' knowledge and its impact*, In D. A. Grouws(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning, pp.147-164, New York: Macmillan Publishing Company.

Fisher, C. (1990). The Research agenda project as prologue, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), pp.81-89.

Grouws, D.A. (1994). *Critical issues in problem solving instruction in mathematics*, In D. Zhang, T. Sawada, & J.P. Becker(Eds.), Proceedings of the China- Japan-U.S. seminar on mathematical education.

NCTM (1991). *Professional standards for teaching mathematics*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Raymond, A.M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice, *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), pp.550-576.

Thompson, A.G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice, *Educational Studies in Mathematics*, 15, pp.105-127.

Thompson, A.G. (1992). *Teachers' beliefs and conceptions : A synthesis of the research*. In D. A. Grouws(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning, pp.127-146, New York: Macmillan Publishing Company.

A Study on Teachers' Conceptions of Mathematics

Kim, Yong Dae

Bonggok 13-18. Changwon Kyungnam ,641-821

E-mail: yongmath@lycos.co.kr

The purpose of this study is to estimate teachers' conceptions of mathematics through the conception on compositions of mathematical knowledge, the conception on structure of mathematical knowledge, the conception on status of mathematical knowledge, the conception on mathematical activity, and the conception of mathematics learning. This study reached the following conclusions: Most of teachers has more internal viewpoint than external viewpoint on the compositions, structures and status of mathematical knowledge, mathematical activity and mathematics learning.

---

* ZDM classification : B59
* MSC2000 classification : 97C50
* key word : concept, knowledge, function, pairs, graph, correspondence, relation, epuation.

【부 록】

※ 다음 각 문장에 대하여 아래 예와 같이 차례대로 번호를 나열해 주세요.

> [예] 각 문장의 번호가 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이라고 할 때 자신의 생각과
> 가장 일치한다고 생각되는 문장이 3번, 많이 일치한다고 생각되는 문장이 2번,
> 조금 일치한다고 생각되는 문장이 5번, 보통이다라고 생각되는 문장이 6번,
> 조금 일치하지 않는다고 생각되는 문장이 1번, 많이 일치하지 않는다고 생각되는 문장이 4번,
> 전혀 일치하지 않는다고 생각되는 문장이 7번
> 이라면 아래와 같이 기록해 주세요.
> (3 → 2 → 5 → 6 → 1 → 4 → 7)

1. 다음 각 문장을 읽고 자신의 생각과 일치하는 정도에 따라 위의 예와 같이 순서대로 아래 괄호 안에 나열해 주세요.

번호	내용
1	수학 문제를 해결할 때는 규칙을 반드시 지켜야 한다.
7	수학에서는 공식을 아는 것보다 그 공식의 의미가 더 중요하다.
17	수학에서 계산과 공식은 아주 적은 부분을 차지한다.
22	수학에서 계산 기능의 숙달이 문제를 해결하는 방법을 익히는 것 보다 더 중요하다.
25	수학 문제는 정해진 순서에 따라 해결 할 수 없는 문제가 더 많이 있다.
31	수학의 내용은 사실과 절차가 전부라고 할 수 있다.
33	수학적 지식은 아이디어와 개념으로 이루어져있다.

( )

2. 다음 각 문장을 읽고 자신의 생각과 일치하는 정도에 따라 위의 예와 같이 순서대로 아래 괄호 안에 나열해 주세요.

번호	내용
5	수학에서 표와 그래프 부분은 계산과 방정식 부분과 전혀 관계가 없다.
9	하나의 수학 개념이 여러 가지 공식에 대한 기초를 제공해 준다
13	한 가지 형태의 수학 문제에 대한 해법을 찾는 것이 다른 형태의 문제를 푸는데 도움이 되지 않는다.
16	수학은 아이디어를 사용하는 활동이라기보다는 수, 점, 직선과 같은 것들 사이의 관계를 더 중요시한다.
20	수학에서 측정과 분수 사이에는 공통점이 전혀 없다.
26	수학 내용의 대부분은 서로간의 관련성을 찾기가 어렵다.
32	모든 수학적 아이디어는 서로서로 관련된다.

( )

3. 다음 각 문장을 읽고 자신의 생각과 일치하는 정도에 따라 위의 예와 같이 순서대로 아래 괄호 안에 나열해 주세요.

번호	내용
3	새로운 수학 내용을 배우게 될 때는 이미 알고 있는 수학 내용은 변하지 않은 형태로 존재한다.
8	수학의 내용은 항상 발명된다.
14	수학에서 새로운 발견이란 절대로 일어나지 않는다.
18	수학은 항상 변화한다.
23	수학에서 탐구한다는 것은 이미 알려진 것을 발견하는 것이다.
27	새로운 수학 내용을 배울 때는 알고 있는 아이디어를 변화시켜야 한다.
29	오늘날의 수학은 옛날의 수학과 차이가 전혀 없다.

( )

4. 다음 각 문장을 읽고 자신의 생각과 일치하는 정도에 따라 위의 예와 같이 순서대로 아래 괄호 안에 나열해 주세요.

번호	내용
2	수학 문제를 풀 때는 정답보다 그 정답을 얻는 과정을 아는 것이 더 중요하다.
6	수학 문제를 즉각적으로 풀 수 없으면 많은 시간을 투자해도 절대로 풀 수 없다.
11	수학 문제를 해결할 때 중요한 것은 그것이 나에게 의미가 있어야 한다.
19	수학적 개념을 이해하는데는 공식을 잘 사용하는 것으로 충분하다.
21	수학을 배운다는 것은 남이 만들어 놓은 것을 이해하는 활동이다.
24	수학 문제는 공식을 많이 알고 있으면 대부분 풀 수 있다.
35	수학 문제는 해결 방법을 찾아내는 것보다 문제의 의미를 이해하는 것이 더 중요하다.

( )

5. 다음 각 문장을 읽고 자신의 생각과 일치하는 정도에 따라 위의 예와 같이 순서대로 아래 괄호 안에 나열해 주세요.

번호	내용
4	수학 문제의 해결 방법을 익힌다는 것은 일련의 단계들을 암기하는 것이다.
10	수학에서 공식을 암기하는 것은 문제를 해결하는데 전혀 도움이 되지 않는다.
12	수학을 배운다는 것은 수학적 지식을 암기하는 것에 불과하다.
15	수학을 배울 때는 자신의 오류를 분석하는 것이 제일 중요하다.
28	새로운 수학 내용을 배울 때는 그것을 이미 알고 있는 내용과 비교하는 것이 중요하다.
30	수학 문제를 풀기 위해서는 다른 사람이 푸는 방법을 알 때만 해결된다.
34	수학을 배운다는 것은 정보를 기억하는 것보다 더 많은 사고를 하는데 있다.

( )