

내연기관 밸브의 동적 접촉 및 응력 해석

Analysis of Dynamic Contact and Stress of a Valve in Internal Combustion Engine

이 기 수*, 김 동 우*, 박 상 호**, 조 석 호**, 김 방 원**
Ki Su Lee, Dong Woo Kim, Sang Ho Park, Seok Ho Cho, Bang Won Kim

ABSTRACT

Numerical analysis of dynamic contact and stress developing in the high-speed driven valve of an internal combustion engine is presented. The valve is modeled by finite element techniques, and the dynamic contact between the valve and the valve seat is analyzed by the solution strategies of differential algebraic equations. Also an iterative scheme similar to the augmented Lagrange multiplier method is employed to enforce the contact constraints. It is shown that the contact and separation between the valve and the valve seat can be computed by the finite element techniques without assuming the artificial springs, and the efficiency and accuracy of the solution are demonstrated by the numerical examples.

주요기술용어 : Valve(밸브), Dynamic contact(동적접촉), Finite element method(유한요소법)

1. 서 론

자동차 엔진을 포함한 각종 고속 내연기관에 흡배기 용으로 사용되는 밸브는 캠, 로커 암 및 스프링의 작용에 의하여 엔진의 밸브 시트와 동적으로 접촉하게 된다. 내연기관이 정상적인 성능을 발휘하려면 밸브는 내연기관 내부에서 공기 및 연료의 압축 및 연소가 이루어지는 동안 계속 밸브 시트와 접촉하고 있어야 된다. 그러나 엔진의 회전 속도가 증가하게 되면 밸브는 밸브 시트와 고속으로 접촉한 후 밸브 시트로부터 분리되어 튀어 오르는 현상(즉 bounce)이 발생하게 되며, 이러한 밸브의 고속 접촉 후 분리 현상은

엔진 성능 및 고속 회전의 범위에 결정적 영향을 주게 된다. 따라서 밸브와 밸브 시트의 동적인 접촉 및 이에 수반되는 응력 해석은 내연기관 흡배기 밸브의 해석 및 설계에서 중요한 요소가 된다.

한편 유한요소법은 현재 각종 복잡한 기계 및 구조물의 해석에 광범위하게 응용되고 있으며, 엔진 밸브의 구조해석에도 사용되고 있으나 대부분 밸브의 열 변형 등¹⁾ 정역학적인 해석에 국한되고 있다. 그런데 밸브는 실제로 주위 엔진 부품들과 고속의 동적인 접촉을 하게 되므로 밸브의 동적접촉을 고려하여 유한요소법 해석을 할 수 있으면 bounce 현상 이외에도 마모 및 응력 해석 등을 좀더 정확히 할 수 있을 것이다. 전통적으로 유한요소법에서 두 물체 사이의 접촉 해석을 위하여는 Lagrange multiplier method, penalty method 등이 사용되고 있다. 그런데 이러한 유한요소

* 회원, 전북대학교 기계공학부, 자동차 신기술 연구소

** 회원, 전북대학교 대학원 기계공학과

법의 접촉 해석 방법은 정적인 접촉의 경우에는 비교적 양호한 결과가 얻어지나, 동적인 접촉의 경우에는 접촉면에서의 속도 및 가속도로 인하여 추가적인 고려가 필요하게 된다. 대부분의 문헌 및 상용 유한요소법 코드(예로써 Bathe,²⁾ Hughes et al.,³⁾ ABAQUS⁴⁾)에서는 접촉면에서 두 물체의 운동량 보존 법칙을 적용하여 속도 또는 가속도를 수정하는 방식을 사용하고 있다. 그러나 이러한 경우에는 한 물체의 접촉면에서의 속도가 그 물체 내부에 있는 점들과는 연속이 되지 못하게 되며, 따라서 이와 같은 방법에 의하여 얻어지는 동적인 접촉의 해에는 일반적으로 수치해석의 오류로 인하여 실제에 없는 고주파 진동이 포함되게 된다. 유한요소법을 사용하여 복잡한 물체의 동적인 접촉 해석을 하는 경우 이와 같은 계산의 불안정성 이외에도 컴퓨터 계산 시간이 대폭 늘어나게 되는 등의 추가적인 문제가 발생한다. 따라서 문헌에서 밸브와 밸브 시트의 동적인 접촉 현상을 유한요소법을 사용하여 해석한 경우는 찾기 어려우며, 대부분 밸브와 밸브 시트 사이에 스프링이 존재한다고 가정하고 밸브는 강체로 취급하여 해석하였다.⁵⁻⁸⁾ 그러나 이 경우 밸브와 밸브 시트 사이의 스프링은 실제로 존재하지 않는 가상의 스프링이며, 그 해석 결과는 가정된 스프링 상수에 의하여 좌우된다. 따라서 밸브의 정확한 동접촉 해석을 위하여는 접촉면에서 스프링을 가정하지 않고 유한요소법 방정식을 정확히 적용시키는 해법이 필요하다.

그런데 Taylor와 Papadopoulos⁹⁾ 및 Lee^{10,11)}는 동접촉 문제의 경우 운동 방정식은 미분 방정식이고 접촉 조건은 대수 방정식임을 고려하여 미분 대수 방정식 해법을 적용하여 접촉면에서의 속도 및 가속도 구속 조건을 변위의 구속 조건과 동시에 만족시키는 기법을 도입하여 안정된 수치 해를 구할 수 있음을 입증하였다. 본 논문에서는 Lee^{10,11)}의 속도 및 가속도 구속 조건을 고려하는 해법을 도입하여 밸브와 밸브 시트 사이의 동적인 접촉을 유한요소법을 사용하여 해석하고자 한다.

2. 접촉 조건을 가진 밸브 운동 방정식 해법

본 논문에서는 참고문헌 10) 및 11)의 반복계산법을 사용하여 유한요소법 운동 방정식을 시간 적분할 때마다 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉 조건을 만족시키는 방법을 사용한다. 매 계산 시간(time step) 단위마다 접촉 조건을 만족시키기 위한 반복 계산법이 사용되는데, 그 반복 계산법의 계산 과정은, 첫째로 다음에 정의되는 접촉 오차 벡터를 이용하여 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉력을 계산하고, 둘째로 계산된 접촉력을 사용하여 전체 운동 방정식을 풀고 다시 접촉 오차 벡터를 계산하는 것으로서 augmented Lagrange multiplier method와 유사한 것이다. 반복 계산법의 자세한 계산과정은 참고문헌 10) 및 11)에 상세히 기술되어 있으므로 여기에서는 밸브에 응용하기 위한 개략적인 과정만 간단히 기술한다.

본 논문에서 밸브는 일반적인 탄성체로 취급하며 또한 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉력은 해 이전에 알고 있다고 가정하여 운동 방정식을 만들고, 정확한 접촉력을 본 논문의 반복계산법을 사용하여 계산한다. 그러면 일반적인 유한요소법을 사용하여 다음 형태의 운동 방정식을 만들 수 있다.

$$M\ddot{u} + Ku = r(p) \quad (1)$$

위에서 M 은 질량 행렬, K 는 강성도 행렬, u 는 변위, p 는 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉력, $r(p)$ 는 접촉력 p 를 유한 요소 전체 방정식에서 사용하는 힘으로 변환한 것이다. 또한 밸브 스프링 역시 스프링 요소를 사용하여 위의 운동 방정식에 포함되고, 특히 밸브에는 축대칭 요소를 사용하여 유한요소법을 적용한다. 접촉력이 주어진 경우 위의 운동 방정식은 일반적인 Newmark method를 사용하여 간단한 시간 적분이 가능하다. 또한 접촉점 i 에서 밸브와 밸브 시트 사이의 간격을 s_i 라고 하면, 시간 $t + \Delta t$ 에서의 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{p}_i^{t+\Delta t} &\leq 0 \\ s_i^{t+\Delta t} &\leq 0 \\ \dot{p}_i^{t+\Delta t} &= 0 \text{ if } s_i^{t+\Delta t} < 0 \end{aligned} \quad (2)$$

본 논문에서는 정확한 접촉력을 계산하기 위한 과정으로서 다음과 같이 접촉 오차를 정의한다.

$$\begin{aligned} v_i^{t+\Delta t} &= s_i^{t+\Delta t} \text{ or } \dot{p}_i^{t+\Delta t} > 0 \\ 0 &= \text{otherwise} \end{aligned} \quad (3)$$

그러면 접촉 조건 (2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{p}_i^{t+\Delta t} &\leq 0 \\ v_i^{t+\Delta t} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

따라서 본 논문에서는 참고문헌(10) 및 11)에서와 마찬가지로 다음과 같이 augmented Lagrange multiplier method와 비슷한 반복 계산법을 사용하여 접촉 오차를 0으로 단조 감소시켜 위의 접촉 조건을 만족시키는 방법을 사용한다.

$$\begin{aligned} \bar{p}_i^{t+\Delta t, m} &= P_i^{t+\Delta t, m-1} - \alpha v_i^{t+\Delta t, m-1} \\ \dot{p}_i^{t+\Delta t, m} &= \min(\bar{p}_i^{t+\Delta t, m}, 0) \end{aligned} \quad (5)$$

위에서 $t+\Delta t$ 는 시간, m 은 반복 횟수를 나타내고, α 는 참고문헌 10) 및 11)에서 사용된 상수로서 다음에 설명한다.

밸브는 선형 탄성체이므로 접촉력 \mathbf{p} 와 접촉면에서의 수직 변위 \mathbf{u} 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$\mathbf{u}^{t+\Delta t} = \mathbf{w}^{t+\Delta t} + \mathbf{C}\mathbf{p}^{t+\Delta t} \quad (6)$$

위에서 \mathbf{w} 는 접촉력을 제외한 기타의 힘들에 의한 접촉면의 수직 변위를 나타내고, 행렬 \mathbf{C} 는 \mathbf{u} 와 \mathbf{p} 관계를 나타내는 행렬로서 positive definite이다. 따라서 참고문헌 10) 및 11)의 과정에 의하여 α 가 다음의 조건

$$0 < \alpha < 2 / \|\mathbf{C}\|_{\infty} \quad (7)$$

을 만족시키는 경우 반복계산법(5)에 의한 접촉력 변화에 의하여 운동 방정식(1)의 해로부터 다음과 같은 접촉 오차에 관한 부등식을 얻을 수 있다.

$$\|\mathbf{v}^{t+\Delta t, m}\|_2 < \|\mathbf{v}^{t+\Delta t, m-1}\| \quad (8)$$

따라서 접촉력을 반복 계산법(5)에 의하여 계

산함으로써 접촉 오차를 0으로 단조 감소시켜 접촉 조건(4)를 만족시킬 수 있다. 반복 계산법(7)에서 최대 효율을 위한 α 는 행렬 \mathbf{C} 의 고유치 분포와 관계되지만 일반적으로 $\alpha=1.9/\|\mathbf{C}\|_{\infty}$ 이면 충분한 수준의 수렴 속도가 얻어진다.

한편 접촉점에서의 속도 및 가속도 적합 조건을 만족시키기 위하여 다음과 같이 접촉점의 속도 오차 및 가속도 오차 벡터를 정의한다.

$$\begin{aligned} v_i^{t+\Delta t} &= \dot{s}_i^{t+\Delta t} \text{ if } \bar{p}_i^{t+\Delta t} < 0 \\ &= 0 \text{ otherwise} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_i^{t+\Delta t} &= \ddot{s}_i^{t+\Delta t} \text{ if } \bar{p}_i^{t+\Delta t} < 0 \\ &= 0 \text{ otherwise} \end{aligned} \quad (10)$$

위의 속도 및 가속도 접촉 오차 벡터는 참고문헌 10 및 11과 마찬가지로 반복 계산법(5)를 사용하여 매 계산 시간마다 그 크기를 0으로 단조 감소시켜 접촉면에서 속도 및 가속도 구속 조건이 만족되도록 한다.

3. 예제 계산

내연기관의 밸브는 캠 및 록커 암의 형상, 밸브 스프링 상수, 캠의 회전 속도 등에 의하여 밸브가 밸브 시트에 접촉(충돌)하는 순간의 속도가 결정된다. 그런데 밸브가 밸브 시트와 접촉하는 순간의 속도가 아주 작지 않으면 밸브는 밸브 시트와 일단 접촉한 이후에 다시 튀어 올라 밸브 시트와 분리되는 bounce 현상이 발생할 수 있다. 이러한 현상은 밸브의 속도, 형상, 탄성 계수, 질량 및 밸브 스프링 상수에 의하여 크게 좌우된다. 본 논문에서는 이러한 실제 변수들을 변경시켜가며 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉 현상을 검토하기로 한다. 실제 엔진의 경우 밸브가 밸브 시트와 접촉을 개시하는 순간의 속도는 캠의 형상 및 캠의 회전속도 등에 의하여 결정되겠지만, 여기에서는 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉을 중점적으로 해석하기 위하여 밸브의 초기 속도를 지정하여 계산을 하기로 한다.

본 예제에서 사용하는 밸브는 탄성체로서 높이가 85mm 밀면 반지름 14mm인데 Fig. 1에서 보인

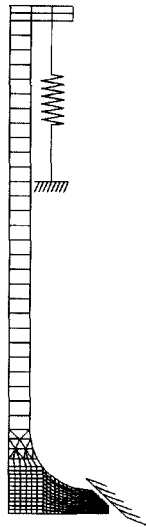


Fig. 1 Finite element model of a valve

바와 같은 축대칭 모델을 사용하며 341개의 4절점 및 3절점 축대칭 요소를 사용하여 계산한다. 한편 밸브 시트는 강체라고 가정하며, 밸브와 밸브 시트 사이의 평면은 밸브 축과 45° 각도를 이룬다. 본 예제에서는 Fig. 1의 모델에 밸브의 탄성 계수, 밸브의 비중, 밸브와 밸브 시트가 접촉을 개시하는 순간의 속도, 밸브 스프링 상수 및 밸브 스프링의 힘(여기에서 밸브 스프링 힘은 밸브가 밸브 시트와 정역학적으로 완전히 접촉하고 있는 동안 밸브 스프링에서 가해지는 힘을 의미함)들을 변경시켜 가며 밸브와 밸브 시트 사이의 간격(gap) 및 접촉력을 계산하기로 한다. 그리고 아래의 모든 그림에서 시간은 밸브의 접촉 개시 시점을 0으로 하여 표시한다.

먼저 case 1으로서 밸브는 알루미늄 합금이고 종탄성 계수는 70Gpa, 포아송 비는 0.3, 밀도는 2800 kg/m³, 밸브와 밸브 시트 사이의 초기 속도는 5m/s, 밸브 스프링 상수는 40KN/m, 밸브와 밸브 시트가 완전 접촉할 경우의 스프링 힘은 150N인 경우를 고려한다. 이 경우 밸브와 밸브 시트 사이의 간격의 변화가 Fig. 2에 표시되어 있으며 밸브가 초기 접촉 후 분리되는 최대 간격은 0.55mm 정도이다. 그리고 이 경우 밸브와 밸브 시트 사이의

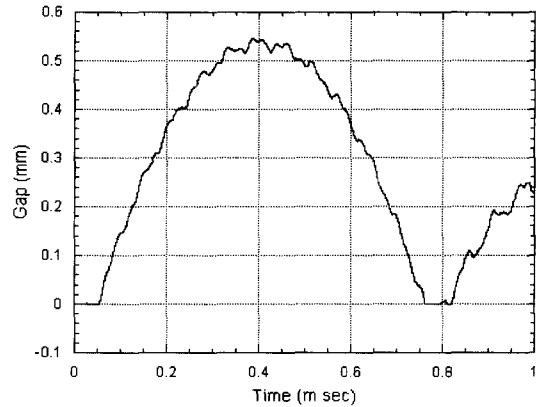


Fig. 2 Variation of gap between the valve and the valve seat(case 1)

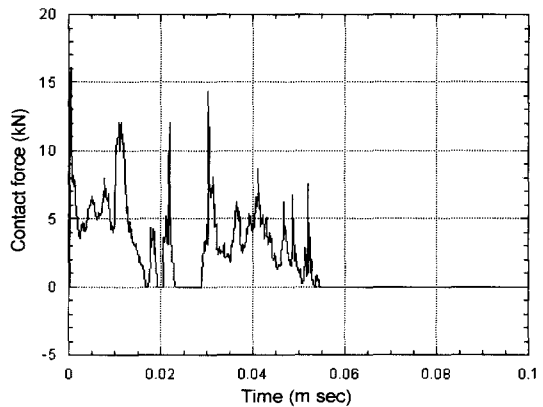


Fig. 3 Variation of contact force between the valve and the valve seat(case 1)

접촉력의 변화가 Fig. 3에 표시되어 있다. 다음 case 2로서 case 1의 종탄성 계수 및 밀도를 강철 합금 수준인 210Gpa 및 7800kg/m³으로 변경시킨 경우, Fig. 4에 표시된 바와 같이 밸브가 초기 접촉 후 분리되는 최대 간격은 1.3mm 정도로서 case 1에 비하여 크게 증가한다. 그리고 이 경우 밸브 시트에서 작용하는 반력 역시 Fig. 5에 보인 바와 같이 case 1보다 증가한다. 다음 case 3으로서 case 2의 밸브 초기 속도를 1m/s로 변경한 경우, Fig. 6에 표시된 바와 같이 분리 간격이 초기 속도의 영향으로 case 2보다 크게 감소한다. 다음 case 4로서 case 2의 밸브 스프링 상수를 200KN/m으

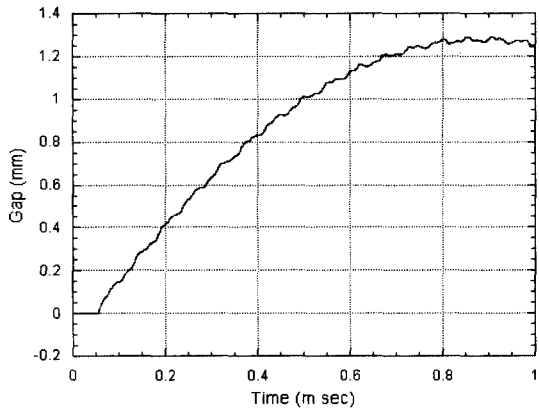


Fig. 4 Variation of gap between the valve and the valve seat(case 2)

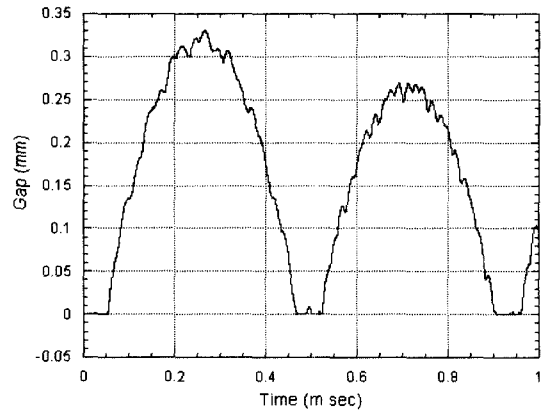


Fig. 7 Variation of gap between the valve and the valve seat(case 4)

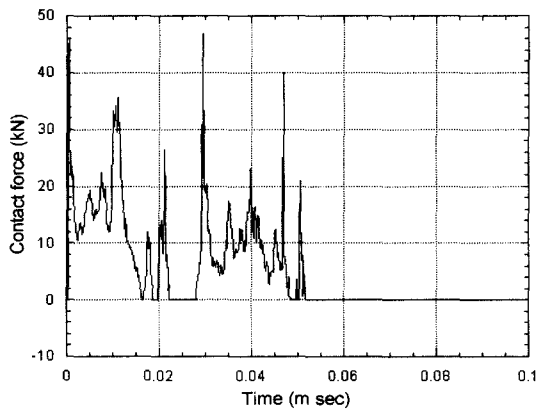


Fig. 5 Variation of contact force between the valve and the valve seat(case 2)

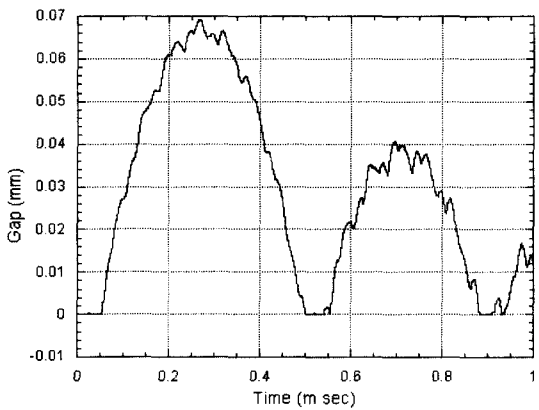


Fig. 6 Variation of gap between the valve and the valve seat(case 3)

로, 밸브와 밸브 시트가 완전 접촉할 경우의 스프링 힘을 750N으로 변경한 경우, Fig. 7에 표시된 바와 같이 접촉 후 밸브가 분리되는 간격은 case 2에 비하여 강한 스프링 영향으로 인하여 대폭 감소한다.

본 계산 방법의 정밀도를 에너지를 이용하여 점검하기 위하여 전체 모델의 에너지 변화를 계산하였으며, 대표적으로 case 2의 모델에 대한 에너지 변화가 Fig. 8에 표시되어 있다. Fig. 8에서 보인 바와 같이 밸브는 밸브 시트와 충돌 후 탄성 에너지의 상당 부분이 운동 에너지로 변환되지만 두 종류 에너지의 합은 실질적으로 일정하며,

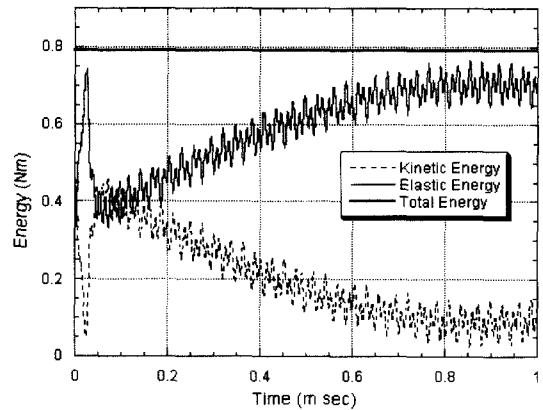


Fig. 8 Variation of energy in the valve and the spring (case 2)

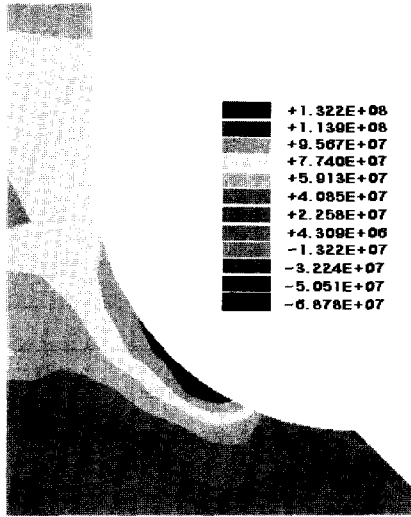


Fig. 9 Distribution of maximum principal stress at the time of 0.01 m sec after the contact(case 2)

따라서 본 계산 방법의 타당성을 간접적으로 입증할 수 있다. 또한 본 논문의 경우 밸브를 유한요소로 모델링하여 계산하였으므로 밸브에서 발생하는 응력을 운동 방정식의 해에서 바로 구할 수 있다. 예로써 case 2에서 밸브와 밸브 시트 사이의 접촉이 개시된 후 0.01msec인 순간에 발생하는 최대 주응력의 분포가 Fig. 9에 표시되어 있다.

위의 모든 경우에 운동 방정식의 Newmark time integration을 위한 시간 간격은 10^7 second로 하였으며, Pentium III(800MHz, 256 MRAM)에서의 계산 시간은 case 1을 포함한 모든 경우에서 140seconds 정도이다. 그런데 case 1을 ABAQUS/standard를 사용하여 동일한 컴퓨터에서 동일한 입력 데이터로 계산한 경우 CPU 시간이 8682seconds로서 본 논문 방법에 의한 계산과는 큰 차이가 난다. 이와 같이 계산 시간이 크게 차이가 나는 이유는 본 논문의 경우 탄성체 해석에서 질량 행렬, 강성도 행렬 및 식(6)의 행렬 C는 불변이므로 계산 초기에 이들을 한번만 계산하여 반복 계산법(5)를 적용시키지만, ABAQUS의 경우 대부분의 상용 유한요소 코드와 마찬가지로 접촉 조건이 포함된 전체 모델의 비선형 방정식을

매 time step마다 Newton Raphson method등의 비선형 해법을 사용하여 풀기 때문이다.

4. 결 론

밸브를 유한요소법을 사용하여 모델링 하였으며 고속 회전하는 내연기관의 흡배기 밸브와 밸브 시트 사이의 동적인 접촉을 해석하였다. 유한요소법에 의한 운동 방정식 즉 미분 방정식과 접촉 조건에 의한 대수 방정식을 안정적으로 풀기 위하여 접촉면에서의 속도 및 가속도를 추가로 고려하였다. 밸브의 탄성 계수 및 비중, 밸브의 속도, 밸브 스프링 힘 및 스프링 상수 등을 변화시켜가며 수치 계산을 수행하여 각각의 경우에 밸브와 밸브 시트 사이의 간격(gap) 및 접촉력을 효율적으로 계산할 수 있음을 입증하였다.

본 논문에서는 기존 참고문헌에서처럼 밸브와 밸브 시트 사이에 인공적인 스프링을 가정하여 접촉력을 계산하지 않았다. 따라서 기존 참고문헌의 경우 임의로 가정하는 인공적인 스프링의 스프링 상수에 의하여 밸브와 밸브 시트 사이의 동적인 접촉의 해석이 좌우되지만, 본 논문의 경우 그러한 가정이 필요 없이 정확히 운동 방정식을 적분할 수 있다. 이러한 방법은 밸브와 밸브 시트뿐 아니라, 캠, 록커 암, 밸브 사이의 동적인 접촉에도 마찬가지로 적용될 수 있을 것이다. 따라서 이러한 모든 요소 및 그들 사이의 동적인 접촉 조건을 포함한 밸브 트레인 전체의 운동 방정식을 정확히 푸는 것이 가능할 것이며 이에 대한 추가 작업이 요망된다. 또한 본 논문의 경우 일반적인 유한요소법을 정확히 사용하여 그 운동 방정식해를 구하는 것이므로 밸브 내부의 응력 및 접촉면에서의 접촉력을 정확히 계산 가능하며, 따라서 열변형 해석 등과 연계하여 밸브의 최적형상 설계 및 접촉면의 마모 해석에 응용 가능하며 이에 대한 연구가 추가 요망된다.

참 고 문 헌

1) B. Balabsubramanian, M. Svoboda, W. Bauer,

- “Structural Optimization of I. C. Engines Subjected to Mechanical and Thermal Loads,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.89, pp.337-360, 1991.
- 2) K. J. Bathe, A. B. Chaudhary, “A Solution Method for Static and Dynamic Analysis of Three-dimensional Contact Problems with Friction,” *Computers and Structures* Vol.24, pp.855-873, 1986.
 - 3) T. J. R. Hughes, R. L. Taylor, J. L. Sackman, A. Curnier, W. Kanoknukulchai, “A Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.8, pp.249-276, 1976.
 - 4) ABAQUS Manual, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., Version 6.1, 2000.
 - 5) C. Chan, A. P. Pasano, “Dynamic Model of a Fluctuating Rocker-Arm Ratio Cam System,” *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.109, pp.356-365, 1987.
 - 6) K. Nagaya, “Nonlinear Transient Response of a High Speed Driven Valve System and Stresses in Valve Springs for Internal Combustion Engines,” *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol.111, pp.264-271, 1989.
 - 7) B. Sendyka, “The Analysis of the Dynamic Contact Stresses Occurring in the Valve-Crankshaft systems of the Internal Combustion Engine,” SAE 940214, 1994.
 - 8) D. Zou, H. E. McCormick, “Dynamic Model and Computer Simulation of Valve Train Assemblies with Hydraulic Lash Adjuster,” SAE 960351, 1996.
 - 9) R. L. Taylor, P. Papadopoulos, “On a Finite Element Method for Dynamic Contact/Impact Problems,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.36, pp.2123-2140, 1993.
 - 10) K. Lee, “A Numerical Solution for Dynamic Contact Problems Satisfying the Velocity and Acceleration Compatibilities on the Contact Surface,” *Computational Mechanics*, Vol.15, pp.189-200, 1994.
 - 11) K. Lee, “A Numerical Method for Dynamic Analysis of Vehicles Moving on Flexible Structures Having Gaps,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.40, pp. 511-531, 1997.