

열림 파괴양식에 대한 구조물의 형상 최적화

Shape Optimization of Structures in Opening Mode

한석영*, 송시엽**
Seog Young Han, See Yeob Song

ABSTRACT

Most of mechanical failures are caused by repeated loadings and therefore they are strongly related to fatigue. To avoid the failures caused by fatigue, determination of an optimal shape of a structure is one of the very important factors in the initial design stage. Shape optimization for three types of specimens, which are very typical ones in opening mode in fracture mechanics, was accomplished by the linear elastic fracture mechanics and the growth-strain method in this study. The linear elastic fracture mechanics was used to estimate stress intensity factors and fatigue lives. And the growth-strain method was used to optimize the shape of the initial shape of the specimens. From the results of the shape optimization, it was concluded that shapes of three types of specimens optimized by the growth-strain method prolong their fatigue lives very much.

주요기술용어 : Shape optimization(형상 최적화), Growth-strain method(성장-변형률법), Fatigue life(피로수명), Opening mode(열림 모드)

1. 서 론

기계 및 구조물에서 발생되는 대부분의 파손은 반복하중으로 인한 피로에 의한 것들이며, 현재 사용하고 있는 거의 모든 기기나 부품들이 반복하중을 받고 있다. 자동차, 항공기, 선박, 철도 차량들에 있어서 이러한 반복하중은 재료내의 결함이나 균열을 성장시킴으로써 파손의 직접적인 원인이 된다. 따라서 기계 및 구조물의 안전성과 신뢰성을 확보하기 위해서는 설계단계에서부터 피로를 고려한 설계를 하는 것이 필수적이다.

* 회원, 한양대학교 기계공학부

** 회원, 한국 철도차량연구소

기존의 연구들은 균열이 성장함에 따른 피로수명에 관한 것으로 이에 미치는 응력 범위, 변형률 범위, 평균 응력 등의 인자들과의 관계¹⁻⁵⁾에 초점을 두었으나, 최근 20여 년간의 연구에서는 에너지 발산,⁶⁾ 짧은 균열의 초기 균열성장⁷⁾ 등과 관련된 여러 가지 인자들에 대한 연구가 진행되고 있다. 그러나, 피로수명을 향상시키기 위한 형상 최적화에 관한 연구⁸⁾는 거의 보고되지 않고 있다.

따라서 본 연구에서는 열림 모드에 관한 세 가지 시편에 대해 최적기준법인 성장-변형률법⁹⁻¹⁰⁾을 이용하여 형상 최적화 한 후, 선형탄성파괴역학¹¹⁾을 이용하여 초기 형상의 시편과 형상 최적화 후의 시편에 대해 피로수명을 계산함으로써

형상 최적화의 타당성을 확인하고자 한다.

2. 응력확대계수 및 피로수명의 계산

2.1 수치해석을 이용한 응력 확대 계수의 계산

균열이 존재하는 구조물에 대하여 수치해석적으로 응력확대계수를 계산^[12]하기 위해서는 식 (1)의 \sqrt{r}^{-1} 항을 고려하여 개발된 Fig. 1과 같은 특이요소(singular element)^[13]를 이용하여 계산하여야 한다. 본 논문에서는 균열 선단부의 모든 특이요소의 크기를 가장 오차가 적은 초기 균열길이의 0.1 크기^[14]로 설정하였다. 변환요소(transition element)^[15]는 균열 선단을 둘러싼 두 번째 요소에 사용하였으며 그 크기는 특이요소와 같이 하였다.

수치해석을 이용한 응력확대계수를 계산하는 방법에는 크게 J적분법과 균열 선단 주변 4분의 1지점의 절점들의 변위를 이용하여 계산하는 QPDT(Quarter Point Displacement Technique), DCT(Displacement Correlation Technique), DET(Displacement Extrapolation Technique)^[15] 등이 있으며, 본 연구에서는 사용하기에 편리하고 정확도도 우수한 QPDT법을 이용하였다.

열림 모드에 대한 응력확대계수 K_I 은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{G}{1+k} \frac{|v'_2 - v'_4|}{\sqrt{r}} \quad (1)$$

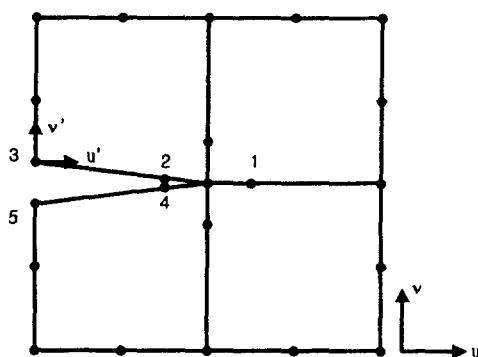


Fig. 1 Singular element

$$\begin{cases} k = 3 - 4\nu & \text{평면변형률의 경우} \\ k = \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{평면응력의 경우} \end{cases}$$

여기서, G 는 전단계수, v' 는 i절점에서의 국부좌표 v' 방향 변위, r 은 균열 선단에서 i절점까지의 거리, ν 는 포와송 비이다.

2.2 실험식을 이용한 응력확대계수의 계산

본 논문에서는 수치해석적으로 구해진 응력확대계수의 계산값에 대한 정확도를 확인하기 위해 Tada^[16]의 핸드북에 수록된 세 가지 열림모드 시편에 대한 실험식을 이용하여 구해진 응력확대계수의 계산값과 비교하였다.

Fig. 2와 같은 예지 단균열 시편에 대한 실험식은 다음과 같다.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/b) \quad (2)$$

여기서, σ 는 인장응력, a 는 균열 길이, b 는 시편의 폭, $F(a/b)$ 는 형상계수이다. 여기서 형상계수 $F(a/b)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$F(a/b) = \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2b}} \times \frac{0.752 + 2.02(a/b) + 0.37(1 - \sin(\pi a/2b))^3}{\cos(\pi a/2b)}$$

2.3 피로수명 계산

구조물의 피로수명은 다음과 같은 두 부분의 값을 더함으로써 구할 수 있다.

$$N = N_0 + \sum_{i=1}^n \Delta N_i, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

여기서 첫 번째 항인 N_0 은 초기 균열이 발생하기 까지의 피로수명을 의미하며, 두 번째 항인 $\sum_{i=1}^n \Delta N_i$ 는 피로균열 진전에 의해 파손될 때까지의 피로수명을 의미한다. 즉, $\sum_{i=1}^n \Delta N_i$ 값은 초기 균열길이(a_i)에서 임계균열길이(a_c)에 이르기까지의, 또는 균열 선단에서의 응력확대계수 K_I 이 K_{IC} 에 도달하기까지의, 또는 최대 von Mises 응력값이 항복응력에 도달하기까지의 피로수명 값

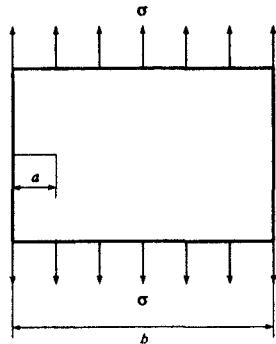


Fig. 2 A single edge crack in opening mode

이다.

피로수명을 계산하기 위하여 Paris Law를 사용하였으며, 그 식은 다음과 같다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (4)$$

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} F(a/b) \quad (5)$$

여기서 C 와 m 은 실험에 의해 결정되어지는 재료상수이며, a 는 균열길이, N 은 하중 반복수이다. K_{\max} 는 반복응력의 최대값이 주어졌을 때의 응력확대계수 값이며, K_{\min} 은 반복응력의 최소값이 주어졌을 때의 응력확대계수 값이다.

피로수명은 위의 식(4)를 적분하여 구해진다.

$$N = \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{C(\Delta K)^m} da \quad (6)$$

식(6)을 수치해석적으로 구하기 위해 다음과 같은 가정을 도입⁸⁾하였다.

① 균열 증가량 da 는 구조물의 크기에 비해 매우 작다.

② 응력확대계수는 선형함수인 $K = K(a)$ 로 근사화할 수 있다.

위의 가정을 이용하면 $K = K(a) = pa + b$ 로 표현할 수 있으며, 균열 증가량 da 에 대한 피로수명은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\Delta N = \frac{1}{C} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \Delta(p a + b)^{-m} da \quad (7)$$

$$\Delta N = \frac{1}{C(1-m)p} [\Delta(p a + b)^{1-m}]_{a_i}^{a_{i+1}} \quad (8)$$

$$\Delta N = \frac{1}{C(1-m)p} (\Delta K_{i+1}^{1-m} - \Delta K_i^{1-m}) \quad (9)$$

여기서, ΔK_i 는 균열의 증가 시작부분에서의 ΔK 의 값, ΔK_{i+1} 은 균열이 증가하는 끝 부분에서의 ΔK 의 값이며, p 는 다음과 같이 정의되는 기울기이다.

$$p = \frac{\Delta K_{i+1} - \Delta K_i}{a_{i+1} - a_i} = \frac{\Delta K_{i+1} - \Delta K_i}{\Delta a_i} \quad (10)$$

위 식들을 이용하여 결과적으로 식(6)을 계산할 수 있다.

3. 성장-변형률법

피로수명을 향상시키기 위해서는 식(6)의 응력확대계수범위 ΔK 의 값을 최소화시켜야만 하며, 응력확대계수는 식(1)과 같이 균열선단 주변 절점들의 변위를 이용하여 계산된다. 따라서 균열 선단을 둘러싼 요소들에 집중된 von Mises 응력값을 최소화함으로써 균열 선단 상의 절점들의 변위를 최소화 할 수 있다. 이를 위해 매개변수(예를 들면 von Mises 응력)를 균일화하는 성장-변형률법을 이용한다.

이 기법은 물체 내의 매개변수를 균일화함으로써 최적의 형상을 구하는 방법으로, 응력을 매개변수로 선정하는 경우 최적화 된 형상 내의 응력은 평균 응력에 가깝고, 가장 변형을 최소로 하는 형상이 얻어지게 된다. 즉, 균열선단에서의 응력만을 감소시키는 것이 아니라 물체 내의 모든 곳에서의 응력이 평균 응력으로 균일화되어, 결과적으로 응력집중이 발생하는 균열 선단과 그 주위에서의 응력과 변위도 최소화하게 된다. 따라서, 이 기법은 피로수명의 향상을 위한 형상 최적화 기법으로 사용하기에 알맞은 방법이라 생각되어 그 타당성을 검토해보고자 한다.

성장-변형률법은 매개변수를 균일하게 분포시키는 과정에서 발생되는 체적변형으로 형상을 최적화시킨다. 이 최적화 과정은 2단계의 반복과정으로 구성되어 있다. 첫 단계는 역학적인 조건하에서 매개변수를 계산하기 위한 응력해

석 단계이며, 두 번째 단계는 응력해석을 바탕으로 계산된 결과에 의해 구조물의 형상을 최적 형상으로 변화시켜 가는 성장해석(체적변형) 단계이다. 매개변수가 균일화된 형상을 만들기 위해 서는 체적변형의 성장법칙인 식(11)에 따라 체적변형을 발생시킨다. 모든 요소에서 축소 체적변형은 σ 와 $\bar{\sigma}$ 의 편차에 비례해서 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 작은 곳에서 발생하고, 팽창 체적변형은 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 클 때 발생한다. 이를 그림으로 표현하면 다음 Fig. 3과 같다.

$$\varepsilon_{ij}^B = \frac{\sigma - \bar{\sigma}}{\sigma} \delta_{ij} h \quad (11)$$

식(11)에서 ε_{ij}^B 는 체적변형, σ 는 매개변수(예를 들면, von Mises 응력), $\bar{\sigma}$ 는 매개변수의 기준값(예를 들면, 평균응력), δ_{ij} 는 크로네커 델타(Kronecker delta), 그리고 h 는 성장변형의 크기를 조절하는 1보다 훨씬 작은 임의의 상수인 성장을 이다.

$$\varepsilon_{ij}^T = \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad (12)$$

여기서 열응력 해석을 고려하면, 물체를 열동방성이라고 가정할 때 발생되는 열변형은 식(12)와 같이 전단 성분이 없는 체적변형만을 발생시킨다. 그러므로 열변형은 성장해석에서의 방정식(11)과 유사한 형태를 갖는다.

성장법칙(growth law)의 형태는 체적을 구속한 채 응력을 축소하는 방법(체적 제어)을 적용한다. 따라서 체적을 목표값으로 제어하기 위해 식(11)을 개선하여 체적을 제어할 수 있는 개선된 성장법칙 식(13)을 유도하였다. 각 반복에서 성장

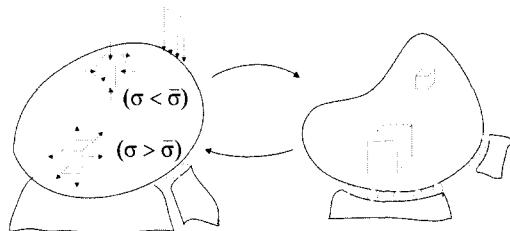


Fig. 3 The principle of the growth-strain method

변형에 의한 체적의 변화량은 외란(disturbance)과 같이 간주되어질 수 있고 이 문제는 자동제어 이론에서 외란에 대한 자동조절(automatic regulation)에 대응할 수 있다. 그러므로 체적 제어는 PID 제어의 개념을 이용해 효율적으로 수행될 수 있으며, 식(14)에서와 같이 평균응력은 기본값으로 사용된다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{B(n)} = & \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h - \left\{ K_p \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} \right. \\ & \left. + K_I \sum_{n=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}^{(n)} = \sum_e \frac{\sigma_e v_e}{V^{(n)}} \quad (14)$$

여기서, (n) 은 n번째 반복횟수, K_p , K_I , K_D 는 비례상수, v_e 는 각 요소의 체적, σ_e 는 각 요소의 대

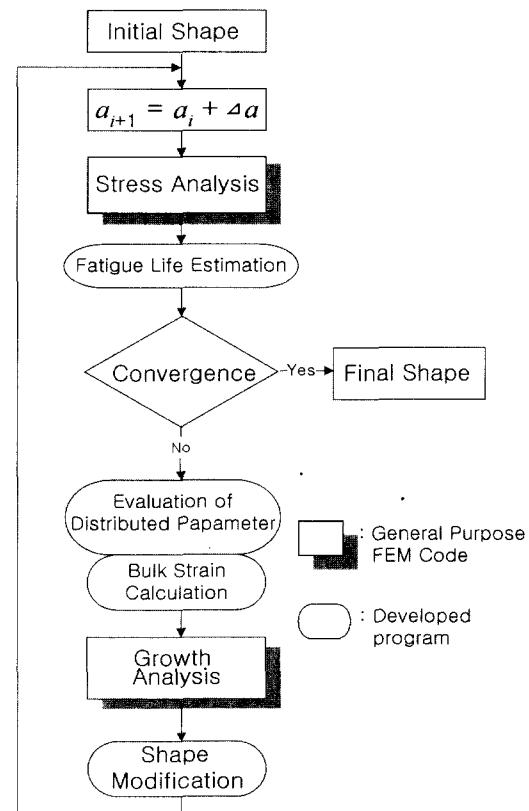


Fig. 4 A schematic diagram of shape optimization process

표응력, V_{obj} 는 목표하는 총 체적, $V^{(n)}$ 는 n번째 반복횟수에서의 총 체적을 의미한다. σ_{obj} 는 목표 응력값이며 $\sigma_{max}^{(n)}$ 는 n번째 반복횟수에서의 응력의 최대값이다.

식(13)에서 K_P 를 가진 두 번째 항은 PID 제어에서 비례동작에 대응하고 목표체적과의 편차에 따라 체적변형을 발생시킨다. K_I 를 가진 항은 적분동작에 대응하고 잔류편차를 줄인다. 또 K_D 를 포함한 항은 미분동작에 대응하며 외란에 대한 응답을 가속화시킨다. 체적 제어는 체적을 목표값으로 제어하면서 응력을 균일하게 만드는 것이 가능하며, 이 성장법칙을 이용함으로써 체적을 구속하면서 강도를 최대화 할 수 있다.

따라서, 위에 기술한 피로수명 향상을 위한 최적화 과정을 도식적으로 표현하면 Fig. 4와 같다. Fig. 4의 수렴조건으로는 균열길이가 임계균열길이(a_c)에 도달하였는가, 또는 균열 선단에서의 응력확대계수 K_I 이 K_{IC} 에 도달하였는가, 또는 최대 von Mises 응력값이 항복응력에 도달하였는가를 사용하였으며, 가장 먼저 만족하는 수렴조건에 의해 최적화 과정을 마치게 된다.

4. 응력확대계수 및 피로수명의 계산

4.1 에지 단균열 시편(single edge crack specimen)

에지 단균열 시편의 재료로는 AL7075-T6를 사용하였고, 시편의 양단에는 최대 인장응력 28.821 MPa에서 최소 인장응력 0. MPa까지의 응력폭을 갖는 반복응력(σ)을 주었으며, 형상 최적화에 필요한 자료들을 Table 1에 나타내었다.

에지 단균열 시편에 대하여 체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하고, 성장을 h 값을 0.05로, K_P , K_I , K_D 값을 각각 2.7, 2.7, 0으로 설정하여 체적 제어를 통한 형상 최적화⁹⁾를 수행하였다. 여기서 K_P , K_I , K_D 값은 수치해석적 경험으로 얻어진 값이다.

최적화를 수행하는데 있어 균열 선단 주변 요

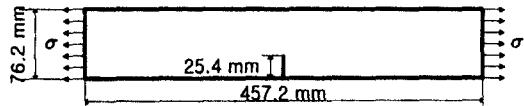


Fig. 5 Initial shape of a single edge crack specimen

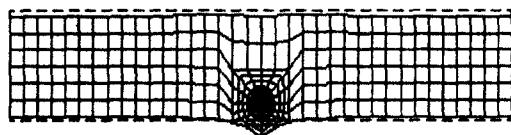


Fig. 6 Optimized shape of a single edge crack specimen

Table 1 Data for a single edge crack specimen

Item		Value
E	Modulus of elasticity	71 GPa
σ_{max}	Maximum stress	28.821 MPa
σ_{min}	Minimum stress	0 MPa
ν	Poisson ratio	0.33
t	Thickness	2.54 mm
K_t	Fracture toughness	$29 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$
σ_y	Yielding stress	523 MPa
a	Initial crack length	25.4 mm

소들이 과대 팽창하여 초기 수렴하는 현상을 방지하기 위하여 매 반복 시 균열 선단의 주변 요소들을 자동으로 재모델링(remeshing) 되도록 하였다. 초기 형상과 경계조건을 Fig. 5에, 최적화된 형상을 Fig. 6에 나타내었다.

체적 제어를 수행하여 매 반복시의 초기체적에 대한 체적비와 초기 최대 von Mises 응력에 대한 응력비, 초기 형상의 응력확대계수에 대한 응력확대계수비의 변화를 Fig. 7에 나타내었다.

최적화 된 형상의 체적은 설정한대로 초기 체적값으로 수렴하였으며, 최대 von Mises 응력값은 초기 최대 von Mises 응력값의 48.2%로, 응력확대계수의 값은 초기 응력확대계수 값의 46.8%로 크게 감소하였다.

이 시편에 대한 피로수명은 식(13)에서 $N_0 = 0$,

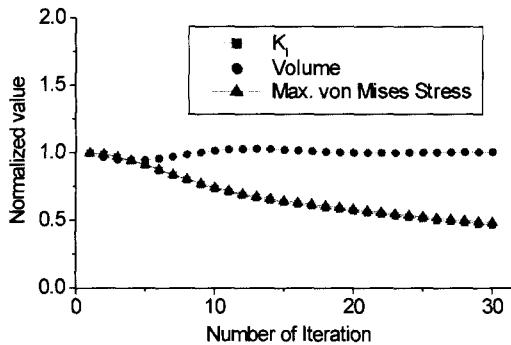


Fig. 7 History of iteration for the change of volume, von Mises stress and K_I of a single edge crack specimen

$C = 2.71 \times 10^{-8} \frac{\text{mm}/\text{cycle}}{(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^m}$, $m=3.70$ 으로 계산하였을 때, 초기 형상에 대한 피로수명은 8회였으나 최적화된 형상에 대한 피로수명은 154회로 크게 증가하였다. 초기 형상에 대해 수치해석적으로 구해진 응력확대계수는 최대 오차 2% 이내에서 계산되었다.

4.2 중앙 균열 인장 시편(center crack tension specimen)

중앙 균열 인장 시편의 재료로는 AL7075-T6를 사용하였고, 시편의 양끝단에 최대인장응력 60.676 MPa에서 최소인장응력 0. MPa까지의 응력폭을 갖는 반복응력(σ)을 주었으며, 형상 최적

Table 2 Data for center crack tension specimen

Item	Value	
E	Modulus of elasticity	71 GPa
σ_{\max}	Maximum stress	60.676 MPa
σ_{\min}	Minimum stress	0 MPa
ν	Poisson ratio	0.33
t	Thickness	2.54 mm
K_k	Fracture toughness	$29 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$
σ_y	Yielding stress	523 MPa
a	Initial crack length	50.8 mm

화에 필요한 자료들을 Table 2에 나타내었다.

중앙 균열 인장 시편에 대하여 체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하고, 성장을 h 값을 0.05로, K_P , K_I , K_D 값을 각각 5.4, 5.4, 0으로 설정하여 체적 제어를 통한 형상 최적화를 수행하였다. 초기 형상과 경계조건을 Fig. 8에, 최적화된 형상을 Fig. 9에 나타내었다.

체적 제어를 수행하여 매 반복 시의 초기 체적에 대한 체적비와 초기 최대 von Mises 응력에 대한 응력비, 초기 형상의 응력확대계수에 대한 응력확대계수비의 변화를 Fig. 10에 나타내었다.

최적화된 형상의 체적은 설정한 대로 초기 체

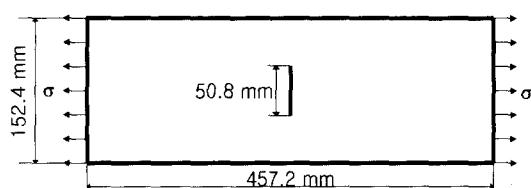


Fig. 8 Initial shape of a center crack tension specimen

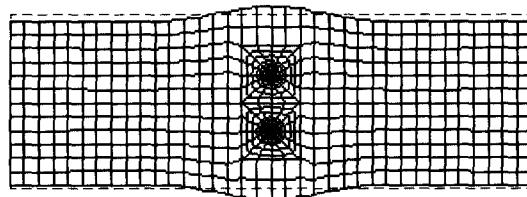


Fig. 9 Optimized shape of a center crack tension specimen

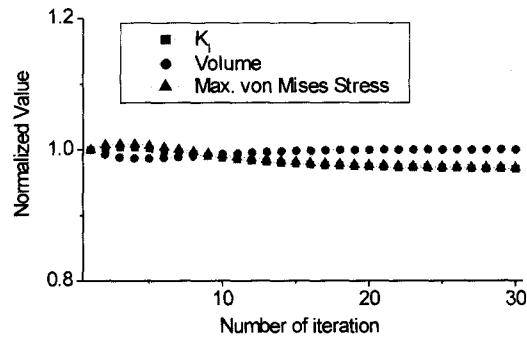


Fig. 10 History of iteration for the change of volume, von Mises stress and K_I of a center crack tension specimen

적 값으로 수렴하였으며, 최대 von Mises 응력 값은 초기 최대 von Mises 응력 값의 97.1%로, 응력 확대계수의 값은 초기 응력확대계수 값의 97.3%로 감소하였다.

이 시편에 대한 피로수명은 $N_0=0$, $C=2.71 \times 10^{-8} \frac{\text{mm}/\text{cycle}}{(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^m}$, $m=3.70$ 로 계산하였을 때, 초

기 형상에 대한 피로수명은 6회였으나 최적화 된 형상에 대한 피로수명은 7회로 16% 정도 증가하였다. 초기 형상에 대해 수치해석적으로 구해진 응력확대계수는 최대 오차 3% 이내에서 계산되었다.

4.3 컴팩트 인장 시편(compact tension specimen)

컴팩트 인장 시편의 재료는 AL7075-T6를 사용하였고, 시편의 양쪽에 최대 하중 4.88kN에서 최소 하중 4.87kN까지의 하중폭을 갖는 반복하중(P)을 주었으며, 형상 최적화에 필요한 자료들을 Table 3에 나타내었다.

중앙 균열 인장 시편에 대하여 체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하고, 성장을 h 값을 0.05로, K_P , K_I , K_D 값을 각각 15, 2, 0으로 설정하여 체적 제어를 통한 형상 최적화를 수행하였다. 초기 형상과 경계조건을 Fig. 11에, 최적화된 형상을 Fig. 12에 나타내었다.

Table 3 Data for compact tension specimen

Item		Value
E	Modulus of elasticity	71GPa
P_{max}	Maximum force	4880N
P_{min}	Minimum force	0N
ν	Poisson ratio	0.33
t	Thickness	25mm
K_k	Fracture toughness	$29\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$
σ_y	Yielding stress	523MPa
a	Initial crack length	10mm

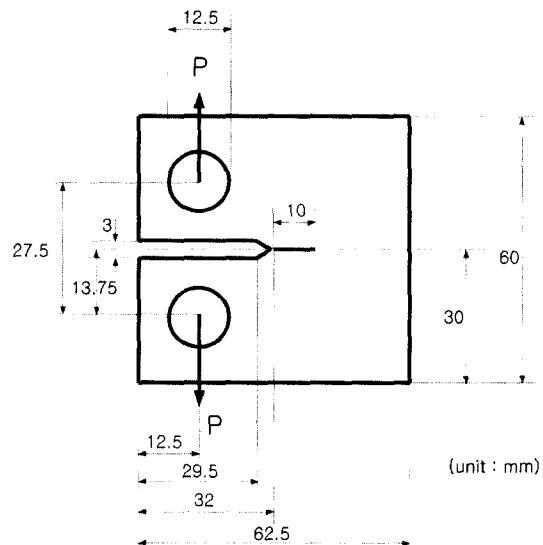


Fig. 11 Initial shape of a compact tension specimen

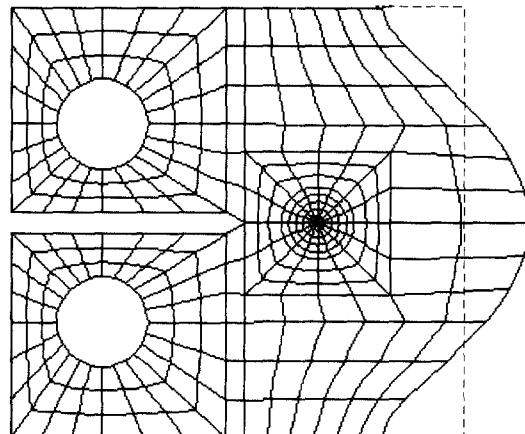


Fig. 12 Optimized shape of a compact tension specimen

체적 제어를 수행하여 매 반복 시의 초기 체적에 대한 체적비와 초기 최대 von Mises 응력에 대한 응력비, 초기 형상의 응력확대계수에 대한 응력확대계수비의 변화를 Fig. 13에 나타내었다.

최적화 된 형상의 체적은 설정한 대로 초기 체적 값으로 수렴하였으며, 최대 von Mises 응력 값은 초기 최대 von Mises 응력 값의 82.8%로, 응력 확대계수의 값은 초기 응력확대계수 값의 73.6%로 감소하였다.

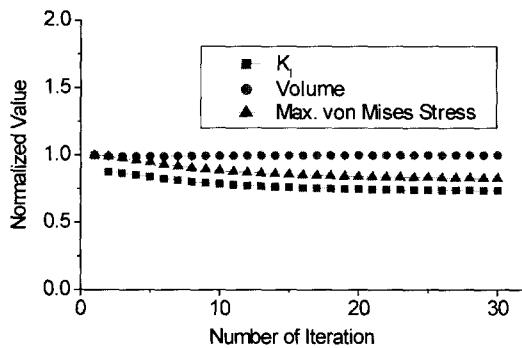


Fig. 13 History of iteration for the change of volume, von Mises stress and K_I of a compact tension specimen

이 시편에 대한 피로수명은 $N_0=0$, $C=2.71 \times 10^{-8} \frac{\text{mm}/\text{cycle}}{(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^m}$, $m=3.70$ 로 계산하였을 때, 초기 형상에 대한 피로수명은 66회였으나 최적화 된 형상에 대한 피로수명은 245회로 크게 증가하였다. 초기 형상에 대해 수치해석적으로 구해진 응력확대계수는 최대 오차 4% 이내에서 계산되었다.

5. 결 론

본 연구에서는 성장-변형률법을 이용하여 피로수명을 향상시키기 위한 형상 최적화를 수행함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 시편에 대한 피로수명은 선형 탄성파괴역학의 피로수명식인 Paris law를 적용하여 계산하였으며, 피로수명을 향상시키기 위한 형상 최적화는 최적기준법인 성장-변형률법을 이용하여 수행함으로써 균열이 있는 시편의 피로수명을 크게 향상시킬 수 있었다.

2) 형상 최적화된 에지 단균열 시편과 컴팩트 인장 시편의 피로수명을 계산해 본 결과 초기 형상에 대한 피로수명의 각각 1825%와 271.2%로 크게 증가하였다.

3) 형상 최적화된 중앙 균열 인장 시편의 경우 피로수명을 계산한 결과 초기의 6회에서 7회로 16% 증가에 그쳐 균열이 시편의 중앙에 위치한 경우엔 형상 최적화를 통한 피로수명 향상의 효

과가 적게 나타났다.

4) 성장-변형률법이 균열이 있는 시편의 형상 최적화에 타당함을 확인하였으며, 구조물의 형상 최적화에도 적용 가능할 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- 1) 이억섭, 김동준, 류황희, “혼합모드하중에서의 피로균열전파방향과 피로수명 예측,” 대한기계학회논문집(A), 제23권 제9호, pp.1550-1558, 1999.
- 2) 홍장우, 진근찬, 이성근, 김종배, “5083-H115 알루미늄 합금의 혼합 모우드 피로 균열성장 특성,” 대한기계학회논문집, 제13권 제3호, pp.461-471, 1989.
- 3) G. C. Sih, “Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems,” Int. J. of Fracture Vol.10, pp.305-321, 1974.
- 4) A. K. Wong, “On the Application of the Strain Energy Density Theory in Predicting Crack Initiation and Angle of Growth,” Eng. Fracture Mech. Vol.27, pp.157-170, 1987.
- 5) J. G. Williams, P. D. Ewing, “Fracture under Complex Stress-The Angled Crack Problem,” Int. J. Fracture Mech. Vol.8, pp. 441-445, 1972.
- 6) 백태현, “혼합모드 크랙 선단응력의 광 탄성 해석,” 대한기계학회논문집, 제16권 제11호, pp.2072-2081, 1992.
- 7) 송삼홍, 이경로, “피로균열개구거동을 이용한 짧은 균열의 거동 분석,” 한국 정밀공학 회지, 제14권 제4호, pp.136-144, 1997.
- 8) L. Gani, S. D. Rajan, “Use of Fracture Mechanics and Shape Optimization for Component Designs,” AIAA Journal Vol.37, No.2, pp.255-260, 1999.
- 9) 한석영, 배현우, “일반적인 2차원 구조물의 형상 최적화,” 대한기계학회논문집(A), 제23 권 제9호, pp.1622-1627, 1999.
- 10) M. Shimoda, T. Sajura, Y. Kondo, H. Azegami, “Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth Strain Method(Application to Chassis Components),” SAE 1992 Transactions Vol. 101, Section 6, pp.1136-1145, 1993.
- 11) T. L. Anderson, Fracture Mechanics(Fundamen-

- tals and Applications), 2nd ed., CRC Press, 1995.
- 12) D. Barry, F. K. Z. Truman, "An Evaluation of Fracture Mechanics Quarter-Point Displacement Techniques Used for Computing Stress Intensity Factors," *Engineering Structures* Vol.21, pp. 406-415, 1999.
- 13) H. L. J. Pang, "Linear Elastic Fracture Mechanics Benchmarks: 2D Finite Element Test Cases," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.44, No.5, pp.741-751, 1993.
- 14) I. L. Kim, L. W. Johnston, S. K. Choi, "Comparison Between Various Displacement-Based Stress Intensity Factor Computation Techniques," *International Journal of Fracture* Vol.58, pp.193-210, 1992.
- 15) 홍기주, 강기주, "혼합모드 하중을 받는 CTS 시험편에서 K_I , K_{II} 와 J-적분의 측정방법," *대한기계학회논문집(A)*, 제20권 제11호, pp.3498-3506, 1996.
- 16) H. Tada, P. C. Paris, G. R. Irwin, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Del Research Corporation, 1973.