

슬라이딩모드기법을 이용한 자기부상시스템의 강인한 관측기 설계

(A Robust Observer Design of Magnetic Levitation System
using Sliding Mode Method)

이대종 · 김주식 · 유정웅*

(Dae-Jong Lee · Ju-Sik Kim · Jeong-Woong Ryu)

요 약

본 논문에서는 자기부상시스템의 상태추정을 위한 슬라이딩모드 관측기와 동적 안정화를 위한 슬라이딩모드 제어기를 제안한다. 제안된 슬라이딩모드 관측기는 관측오차를 감소시키기 위해서 Lyapunov 안정도이론에 의하여 구성되고, 추정된 상태에 대해서 등가 제어입력과 비선형 제어입력의 일차결합으로 슬라이딩모드 제어기가 설계된다. 제안된 설계방법의 유용성은 모의실험결과로부터 검증한다.

Abstract

This paper presents a sliding mode observer and controller for the state estimation and the dynamic stabilization of the magnetic levitation systems. The proposed sliding mode observer is constructed by means of Lyapunov stability theorem to decrease the observer error, and the sliding mode controller is designed by a linear combination of the equivalent and nonlinear control input for the estimated states. The feasibilities of the suggested design method are illustrated with the simulation results.

Key Words : Sliding mode observer, Sliding mode controller, Magnetic levitation system

1. 서 론

자기부상시스템(magnetic levitation system)은 자력에 의하여 위치를 제어하는 시스템으로 관성장치,

진동차단장치, 마그네틱 베어링, 고속열차 등에 많이 응용되고 있다[1-4]. 그러나 이 시스템은 수학적 모델이 비선형 미분방정식으로 표현되고, 개루프 상태에서 불안정한 동특성을 보일 뿐만 아니라 질량, 인덕턴스, 저항 등의 동작 환경에 따른 불확실성과 외란 그리고 시스템의 섭동 등에 의한 영향 때문에 원하는 제어성능을 얻지 못할 수도 있다.

위와 같은 문제점들을 해결하기 위해서 국내에서도 1990년대 초반부터 강인제어기법에 관한 연구가 시작되었다[2-4]. 그러나 자기부상시스템의 정밀한

* 주저자 : 충북대 전기전자및컴퓨터공학부 교수
Tel : 043-261-2422, Fax : 043-261-3280

E-mail : jwryu@engine.chungbuk.ac.kr

접수일자 : 2002년 3월13일

1차심사 : 2002년 3월25일, 2차심사 : 2002년 5월 2일

심사완료 : 2002년 5월15일

제어를 위해서는 외란이나 잡음에 강인한 제어기뿐만 아니라 시스템 전 상태에 대한 측정이 어렵기 때문에 상태값을 수학적으로 추정하는 강인한 관측기가 구성되어야 한다. 따라서 관측기를 포함한 강인제어기법의 도입이 필요하다. 본 논문에서 도입한 슬라이딩모드(Sliding Mode ; SM) 제어기법은 1960년대부터 구 소련의 학자들에 의하여 연구되었으며, 1970년대 말 서방세계에 소개된 제어이론이다. 이러한 슬라이딩모드제어의 기본개념은 위상공간 상에서 시스템의 상태가 미리 정의된 임의의 불연속면을 교차할 때, 제한제어기의 구조를 전환하여 원하는 특성을 가지는 새로운 시스템을 얻어내는 것이다. 이렇게 구현된 슬라이딩모드 제어시스템은 외란이나 섭동에 강인한 특성을 지니게 된다[5,6].

본 논문에서는 외란 또는 섭동에 불안정한 특성을 보이는 자기부상시스템을 대상으로 강인한 관측기 설계에 관점을 둔 슬라이딩모드 제어기를 제안한다. 슬라이딩모드 관측기는 상태추정오차의 감소를 위해서 Lyapunov 안정도이론에 기반을 두고 있으며, 슬라이딩모드 제어기는 자기부상시스템이 안정화되도록 스위칭 초평면을 설계한 후 이러한 스위칭 초평면을 향하도록 등가 제어입력과 비선형 제어입력이 구성된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 자기부상시스템의 수학적 모델을 기술하고, 3장에서는 자기부상시스템을 위한 강인한 슬라이딩모드 관측기와 제어기를 제안한다. 4장에서는 모의실험을 통하여 제안된 방법의 타당성을 검토하고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

2. 자기부상시스템의 선형화 모델

자기부상시스템은 자기부상열차의 안정성과 승차감에 직결되는 부분으로서 부상원리에 따라 흡인식과 반발식으로 구분되며, 본 논문은 상전도 흡인식 자기부상시스템의 부상제어에 관한 연구이다. 본 장에서는 이 시스템의 기본단위인 단일자석 부상시스템의 선형화 모델식을 고려한다.

단일자석 부상시스템은 그림 1과 같은 구성을 가지며, 누설자속과 자석코어의 리액턴스를 무시하면 전기적, 기계적 운동의 평형관계로부터 다음과 같은 비선형 동특성 미분방정식을 얻을 수 있다[1-4].

$$\ddot{z}(t) = -\frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left[\frac{i(t)}{z(t)} \right]^2 + \frac{1}{m} f_d(t) + g \quad (1)$$

$$\dot{i}(t) = -\frac{\dot{z}(t)i(t)}{z(t)} + \frac{2z(t)}{\mu_0 N^2 A} [v(t) - Ri(t)] \quad (2)$$

여기서, $z(t)$ 는 에어갭, μ_0 는 공기의 투자율, N 은 전자석의 권선수, A 는 전자석의 단면적, m 은 부상체의 질량, $i(t)$ 는 전류, $f_d(t)$ 는 질량에 대한 외란, g 는 중력가속도, $v(t)$ 는 전자석의 양단전압, R 은 권선저항을 각각 나타내며, 흡인력 $F(i, z)$ 는 평형점에서 $F_0(i_0, z_0) = mg$ 의 관계를 갖는다[1,4].

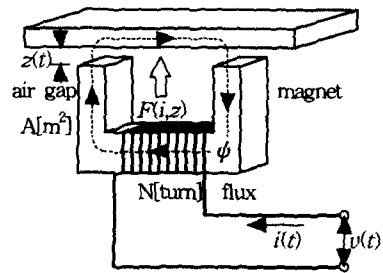


그림 1. 단일자석 부상시스템
Fig. 1. Single magnet levitation system

그리고 식 (1)과 (2)에서 에어갭과 전류의 동작점 z_0 와 i_0 가 $z(t) = z_0 + \Delta z(t)$, $i(t) = i_0 + \Delta i(t)$ 의 관계를 갖고, $v(t) = v_0 + \Delta v(t)$ 이면, (z_0, i_0) 근방에서 선형화된 모델의 1차 근사식을 다음과 같이 구할 수 있다[4].

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef_d(t) \quad (3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4)$$

여기서, $x(t) = [\Delta z(t) \quad \Delta \dot{z}(t) \quad \Delta i(t)]^T$, $u(t) = \Delta v(t)$ 이고, 각각의 항은

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \frac{k_z}{m} & 0 & -\frac{k_i}{m} \\ 0 & \frac{k_z}{k_i} & -\frac{R}{L_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix}$$

$$E = [0 \ 1 \ 0]^T, \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

이고, 각 항에 포함된 공극계수 $k_z = \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \cdot \left[\frac{i_0^2}{z_0^2} \right]$,

전류계수 $k_i = \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \cdot \left[\frac{i_0}{z_0^2} \right]$, 전자석 권선의 인덕턴

스 $L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \cdot \left[\frac{1}{z_0} \right]$ 이며, $\frac{i_0}{z_0} = \frac{k_z}{k_i} = \frac{k_i}{L_0}$ 의 관계가 성립한다.

3. 슬라이딩모드 관측기를 갖는 자기부상 제어시스템

3.1 슬라이딩모드 관측기 설계

슬라이딩모드제어를 실현하기 위해서는 스위칭 초평면의 설계에 상태변수에 대한 모든 정보가 필요하지만 시스템에 불확실성과 외란이 포함된 경우에는 일반적인 전치수 관측기만으로는 정확한 상태추정이 곤란하다. 따라서 본 논문에서는 다음과 같은 강인성을 갖는 슬라이딩모드 관측기를 제안한다.

먼저 선형 시불변시스템을 식 (5)와 (6)으로 고려하고, 관측기 설계를 위해 다음의 '가정'을 설정한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + r(x, t)) \quad (5)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (6)$$

여기서, $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y \in R^l$ 이고, $r(x, t)$ 는 외란 또는 시스템의 섭동을 나타낸다.

- 1) (A, C) 는 가관측이다.
- 2) 어떤 실대칭행렬 $Q \in R^{n \times n}$ 가 존재하고, 행렬 $F \in R^{m \times p}$ 에 대해서 다음이 성립한다.

$$C^T F^T = PB \quad (7)$$

단, P 는 다음의 Lyapunov 방정식의 해이다.

$$A_0^T P + PA_0 = -Q \quad (8)$$

- 3) 어떤 스칼라함수 $\eta > 0$ 가 존재하고, 다음이 성립한다.

$$\|r(x, t)\| \leq \eta(t, u) \quad (9)$$

위의 가정 하에서 제안된 관측기는 다음과 같은 구성을 갖는다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - KC)\hat{x}(t) + Ky(t) - M(e, \rho) + Bu(t) \quad (10)$$

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) - M(e, \rho) - Br(x, t) \quad (11)$$

여기서, 관측기의 스위칭 초평면은 다음과 같다.

$$\bar{S}(e) = FCe(t) \quad (12)$$

단,

$$M(e, \rho) = \begin{cases} \frac{-BFCe}{\|FCe\|} \rho, & \bar{S}(e) \neq 0 \\ 0, & \bar{S}(e) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

이고, $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ 이며, ρ 는 설계될 상수 또는 스칼라함수이다.

위와 같이 설계된 관측기의 오차 $e(t)$ 가 섭동이나 외란에 영향을 받는 $r(x, t)$ 에 무관하게 영점에 수렴하는 것을 증명하기 위해서는 오차에 관한 Lyapunov 후보함수 즉, 다음 관계식이 $\dot{V} < 0$ 을 만족하여야 한다.

$$V = e^T P e > 0 \quad (14)$$

여기서, 행렬 P 는 가정 2)에서 정의되어 있다.

식 (14)를 미분하고, 식 (13)을 고려하여 식 (11)을 이 미분식에 대입하면, \dot{V} 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\dot{V} = e^T (A_0^T P + PA_0) e - 2 \frac{e^T P B F C e}{\|FCe\|} \rho - 2e^T P B r(x, t) \quad (15)$$

슬라이딩모드기법을 이용한 자기부상시스템의 강인한 관측기 설계

그리고 가정 2)와 3)으로부터

$$\dot{V} = -e^T Q e - 2 \|FCe\| \rho - 2e^T C^T F^T \gamma(x, t) \quad (16)$$

를 얻을 수 있고, $\rho > \eta$ 를 만족하도록 선택하면 식 (16)은 다음 조건을 만족한다.

$$\dot{V} \leq -e^T Q e - 2 \|FCe\| \rho + 2 \|FCe\| \rho = -e^T Q e < 0 \quad (17)$$

따라서 \dot{V} 는 e 에 대해서 항상 음의 값을 가지므로, Lyapunov 안정도 이론에 의하여, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 을 얻을 수 있다.

3.2 슬라이딩모드 관측기를 갖는 자기부상 제어시스템

식 (10)에 의해서 추정된 상태 $\hat{x}(t)$ 를 이용하여 구성된 전체 슬라이딩모드 제어시스템이 식 (5)와 (6)에 의해서 주어지면, 관측기를 포함한 시스템을 위한 새로운 스위칭 초평면을 다음과 같이 설정할 필요가 있다.

$$\alpha(\hat{x}) = S\hat{x}(t) = 0 \quad (18)$$

그리고 식 (18)의 관계로부터 등가 제어입력을 다음과 같이 구할 수 있다.

추정된 상태 $\hat{x}(t)$ 가 초평면에 도달하면, 다음 관계로부터

$$0 = S\dot{\hat{x}}(t) = S(A - KC)\hat{x}(t) - SM(e, \rho) + SKC(\hat{x}(t) - e(t)) + SBu(t)$$

등가 제어입력 $u(t) = u_{eq}(t)$ 를 다음과 같이 구할 수 있고,

$$u_{eq}(t) = -(SB)^{-1}SA\hat{x}(t) + (SB)^{-1}SM(e, \rho) + (SB)^{-1}SKC\hat{x}(t) \quad (19)$$

식 (19)를 관측기 방정식 (10)에 대입하여 정리하면, 다음과 같은 관계를 갖는 관측기 복합시스템을 얻을

수 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = [I - B(SB)^{-1}S] \cdot [A\hat{x}(t) - M(e, \rho) - KCe(t)] \quad (20)$$

그러나 시스템에 섭동 또는 입력에 정합된 외란이 발생하였을 때, 등가 제어입력 $u_{eq}(t)$ 만으로는 스위칭 작용으로 인한 채터링 문제점을 보완하지 못할 수도 있다. 따라서 본 논문에서는 식 (19)의 등가 제어입력 외에 다음과 같은 비선형 제어입력 $u_n(t)$ 를 첨가하였다[7].

$$u_n(t) = (SB)^{-1} \hat{u}_n(t) = \beta \frac{(SB)^{-1}S\hat{x}(t)}{\|S\hat{x}(t)\| + \delta} \quad (21)$$

그러면 식 (10)의 제어입력 $u(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

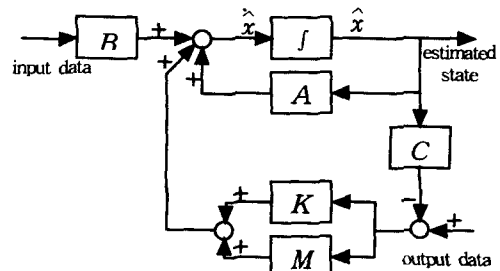
$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t) \quad (22)$$

위에서 전개된 바와 같이 설계된 시스템이 원하는 목표 즉, 동특성을 달성하기 위해서는 적절한 스위칭 초평면 S 의 설정이 필요하다. 본 논문에서는 표준형으로 표현된 시스템으로부터 스위칭 초평면을 직접 설정할 수 있는 극배치방법을 이용하였다[8].

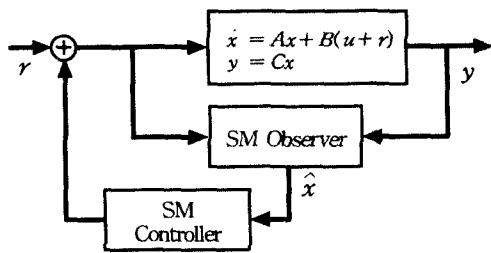
자기부상시스템을 위한 스위칭 초평면은 다음과 같다.

$$\alpha(t) = Sx(t) = s_1 x_1 + s_2 x_2 + x_3 \quad (23)$$

여기서, $S = [s_1 \ s_2 \ s_3]$ 이다.



(a) SM observer



(b) structure of the presented system

그림 2. 슬라이딩모드 관측기를 갖는 자기부상시스템
Fig. 2. Magnetic levitation control system with sliding mode observer

그러면 스위칭 초평면의 위에 시스템의 상태가 놓여졌을 때, 즉 $x_3 = -s_1x_1 - s_2x_2$ 일 때 등가 축차시스템과 극배치방법에 의한 특성방정식은 각각 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k_z}{m} + \frac{k_i}{m}s_1 & \frac{k_i}{m}s_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$D(s) = s^2 + a_1s + a_0 = s^2 + 2\zeta_1\omega_{n1}s + \omega_{n1}^2 \quad (25)$$

여기서, 시스템이 슬라이딩모드 상에 존재할 때 원하는 축차시스템의 동특성이 식 (25)를 만족하도록 선정하면, 식 (24)는 다음과 같이 표현될 수 있고,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 (24), (25) 및 (26)으로부터 스위칭 초평면의 값들은 $s_1 = -\frac{\omega_{n1}m + k_z}{k_i}$, $s_2 = -\frac{2\zeta_1\omega_{n1}m}{k_i}$, $s_3 = 1$ 의 관계를 갖는다.

그림 2는 제안된 슬라이딩모드 관측기와 관측기를 포함한 자기부상 제어시스템의 전체 블록선도를 나타낸 것이다.

4. 모의실험 및 결과

본 장에서는 모든 측정 불가능한 상태와 정합된 외란에 대해 3장에서 제안된 슬라이딩모드 관측기로

부터 추정된 상태값에 의해 구동되는 슬라이딩모드 제어기의 유용성을 보이고자 한다. 초기상태는 정해져 있으며, 기준입력은 갭의 위치를 $1.5 \times 10^{-3}[\text{m}]$ 로 설정하였다. 모의실험에 사용된 시스템은 Sinha[1]의 단일자석 부상시스템이며, 파라미터의 값들은 표 1에 주어진다. 그리고 전차수 상태관측기 즉, 일반적인 Luenberger 형의 관측기를 갖는 경우와 비교하여 모의실험을 수행하였다.

표 1. 시스템 파라미터
Table 1. System parameters

parameter	value	parameter	value
z_0	1.5[mm]	k_z	$58 \times 10^3[\text{N/m}]$
i_0	2[A]	k_i	44[N/A]
m	449.8[kg]	A	$1.8 \times 10^{-3}[\text{m}]$
R	7[Ω]	N	2000[turn]
L_0	$33 \times 10^3[\text{H}]$		

슬라이딩모드 제어기에서 등가 축차시스템의 특성방정식 파라미터들은 $\zeta_1 = 0.707$, $\omega_{n1} = 30\sqrt{2}$ 로 설정하였으며, 제어입력과 스위칭 초평면은 식 (22)와 (23)으로 주어진다. 또한 비선형 제어기에 쓰여진 파라미터들의 값은 $\beta = 100$, $\delta = 0.01$ 이며, 고주파진동에 의한 채터링을 방지하기 위해서 식 (13)을 오차폭 ϵ_0 에 대해 다음과 같이 재정의하였다.

$$M(e, \rho) = \begin{cases} \frac{-BFCe}{\|FCe\|} \rho, & \|FCe\| \geq \epsilon_0 \\ \frac{BFCe}{\epsilon_0}, & \|FCe\| < \epsilon_0 \end{cases} \quad (27)$$

여기서, 관측기의 파라미터 $\rho = 10$, $\epsilon_0 = 0.01$ 이다. 그리고 관측기 행렬 K 의 값은 관측기 오차시스템의 전달함수가 다음과 같은 값을 갖도록 설계하였다.

$$G_0(s) = (s + a)(s^2 + 2\zeta_2\omega_{n2} + \omega_{n2}^2) \quad (28)$$

여기서, $a = 80$, $\zeta_2 = 0.707$, $\omega_{n2} = 50$ 이고, 이 식을 만족하는 관측기행렬 $K = [k_1 \ k_2 \ k_3]$ 는 다음과

같다.

$$k_1 = 2\zeta_2\omega_{n2} + \alpha - (R/L_0),$$

$$k_2 = 2\zeta_2\omega_{n2}\alpha + \omega_{n2}^2 - (R/L_0)k_1,$$

$$k_3 = \frac{mR}{L_0k_i}k_2 - \frac{Rk_z}{L_0k_i} + \frac{k_z}{k_i}k_1 - \frac{m\alpha\omega_{n2}^2}{k_i}$$

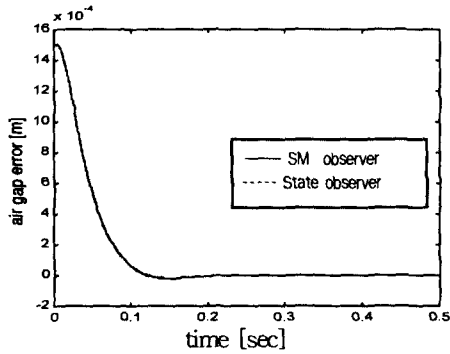


그림 3. 외란이 없는 경우의 출력특성
Fig. 3. Output response without disturbance

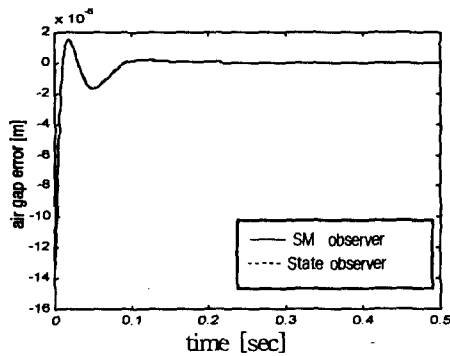


그림 4. 외란이 없는 경우의 관측기 오차
Fig. 4. Observer error without disturbance

그림 3과 4는 외란이 없는 경우에 대해서 제안된 슬라이딩모드 관측기와 전차수 상태관측기를 가진 시스템에 제안된 슬라이딩모드 제어를 각각 적용한 결과로서 출력 및 오차특성을 나타낸 것이다. 이 그림들로부터 두 관측기의 차이는 거의 없음을 알 수 있다. 그러나 제안된 관측기의 유용성은 입력항에 정합된 외란을 고려함으로써 그 개선된 특성을 보일 수 있다. 그림 5와 6은 각각의 입력항에 정현파 외란과 스텝 외란을 첨가한 경우에 대한 관측기의 오차

특성을 보여주고 있다. 이 그림들로부터 전차수 상태 관측기보다 제안된 슬라이딩모드 관측기의 오차가 상대적으로 작음을 볼 수 있다. 따라서 제안된 슬라이딩모드 관측기는 입력항에 정합된 외란이 첨가된 경우에 강인성을 명백하게 보여줌을 알 수 있다.

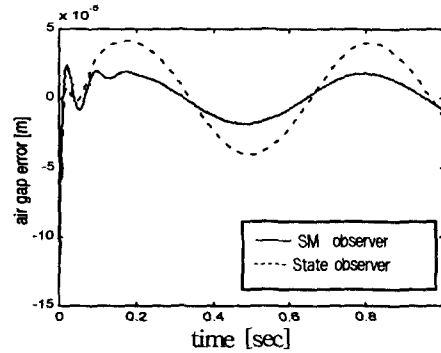


그림 5. 정현파 외란을 가한 경우의 관측기 오차
Fig. 5. Observer error under sine disturbance

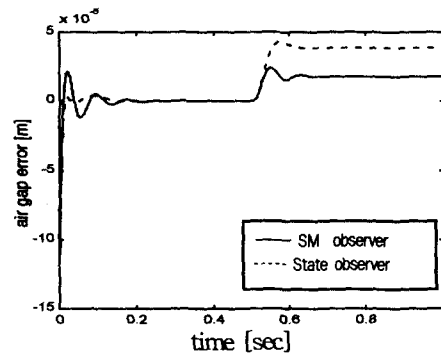


그림 6. 스텝 외란을 가한 경우의 관측기 오차
Fig. 6. Observer error under step disturbance

5. 결론

본 논문에서는 부적절한 상태제환과 많은 외란요인을 갖는 자기부상시스템에서 원하는 동특성을 만족시키기 위해 강인한 슬라이딩모드 관측기를 포함한 슬라이딩모드 제어기법을 제안하였다. 슬라이딩모드 관측기는 추정오차의 감소를 위해서 Lyapunov 안정도를 만족하도록 구성하였으며, 슬라이딩모드 제어기는 전체 시스템이 안정화되도록 스위칭 초평면을 설정한 후 이러한 스위칭 초평면을 향하도록 등

가 제어입력에 비선형 제어입력을 첨가하여 설계하였다. 그리고 모의실험결과로부터 일반적인 전차수 상태관측기를 갖는 슬라이딩모드 제어기법 보다 정합된 외란에 대해 강인한 특성을 얻을 수 있었다. 그러나 실제 자기부상시스템에서 질량의 변환은 입력과 비정합된 섭동항이므로 이 부분에 관한 연구가 지속되어야 할 것이다.

References

- [1] P. K. Sinha, *Electromagnetic Suspension : Dynamics and Control*, Peter Peregrinus, 1987.
- [2] Y. C. Kim, "Robust Control for Single Electro-magnet Levitation System", *J. of Ind. Sci. and Technol. Ins.*, vol. 5, no. 2, pp. 135-145, 1991.
- [3] Y. C. Kim, S. K. Ryu, and J. W. Ryu, "Gain Scheduled Control of Magnetic Suspension System", *Proc. of KACC*, pp. 321-326, 1993.
- [4] 박장환, 불확실성 및 시간지연을 갖는 선형계통의 강인 슬라이딩모드제어, 공학박사학위논문, 충북대학교, 1999.
- [5] Y. Itkin, *Control Systems of Variable Structure*, New York & Wiley, 1976.
- [6] Alan S. I. Zinover, *Variable Structure and Lyapunov Control*, Springer-Verlag, 1994.
- [7] J. Burton and A. Zinober, "Continuous Approximation of Variable Structure Control", *Int. J. System Sci.*, vol. 17, no. 6, pp. 875-885, 1986.
- [8] C. Dorling, et.al., "Two Approaches to Hyperplane Design in Multivariable Variable Structure Control Systems", *Int. J. Control*, vol. 44, pp. 67, 1986.

◇ 저자소개 ◇

이 대 종 (李大鍾)

1994년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1997년 동대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년~현재 동대학원 전기공학과 박사과정, 2000년~현재 한국전기안전공사 전기안전시험연구원.

김 주 식 (金周植)

1992년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1994년 동대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년 동대학원 전기공학과 졸업(박사), 1999년~2001년 (주)지앤터씨, 2001년~현재 충북대학교 전기전자및컴퓨터공학부 초빙전임강사.

유 정 웅 (柳正雄)

1965년 한양대학교 전기공학과 졸업, 1976년 단국대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사), 1987년 동대학원 전자공학과 졸업(박사), 1979년~현재 충북대학교 전기전자및컴퓨터공학부 교수.