

## 수학적 개념의 과학적 성격과 교육과정 구성과의 관련성 연구

고 정 화\*

### I. 서론

교육과정이라는 것은 일차적으로 '공부해 나  
야 할 일련의 내용항목들' 또는 '교수요목'을  
일컫는다<sup>1)</sup>. 그리고 이는 곧 교육과정을 논의함  
에 있어 교육의 내용이 초점이 되어야 한다는  
것을 의미한다(이돈희 외, 2000, pp.530-531). 교  
육과정이 내용에 일차적인 관심을 둔다면, 그  
것의 구성은 각 교과가 다루는 개념의 성격을  
분명히 밝히는 데에서 시작되어야 한다는 것은  
말할 필요도 없다. 각 교과의 지식의 성격은  
교육과정을 구성하는 내용과 그 내용의 구성에  
중요한 영향을 줄 수밖에 없기 때문이다. 그런  
의미에서 수학교육학 또한 수학이라는 교과가  
다루는 개념의 성격을 분석하고, 그러한 분석  
에 기초하여 교육과정을 구성하는데 노력을 기  
울여야 한다.

Vygotsky의 과학적 개념의 발달에 관한 연구  
는교육과정을 구성하는 문제와 관련하여, 하나  
의 일관된 이론 체계를 가진 수학 교육과정을  
구성하기 위한 좋은 이론적 토대를 제공하는  
것으로 보인다. 수학적 개념은 '과학적' 개념  
내지는 '이론적' 개념의 대표주자로 간주되기

때문이다. 한편, 1990년대를 전후하여 활발히  
연구되기 시작한 Vygotsky의 연구는 교육방법  
론과 관련된 것으로 이해되어 교육에 대한 실  
제적인 처방을 논의하는 방향으로 흐르는 경향  
이 있었다. 그러나 그의 과학적 개념에 관한  
논의를 보면, 그가 '교육내용'에 관심이 있었다  
는 것을 알 수 있다.

본 연구에서는 Vygotsky의 과학적 개념의 발  
달에 관한 연구를 통해, 과학적, 이론적 성격을  
지니는 수학적 개념의 발달에 대한 시사점을  
얻고자 한다. 그리고 수학적 개념의 과학적 성  
격이 실제로 교육과정 구성과 어떻게 관련되는  
지를 구체적인 교육과정의 사례를 통해 살펴보  
고자 한다.

### II. 본론

#### 1. 과학적 개념의 발달

개념화와 관련된 연구 중에 대표적인 것으로  
Vygotsky의 연구를 들 수 있다. 그는 발달과 교  
육의 관계라는 일반적인 문제를 끌어내기 위해  
일상적 개념과 과학적 개념의 관계에 관해 연

\* 서울대학교 대학원

1) 교육과정(敎育課程)은 넓은 의미에서 교수요목 자체에 한정되지 않는 것으로, 즉 교육의 과정(過程) 전체를 관심의 대상으로 하는 것으로 볼 수도 있다. 교육학에서 전자는 '구심적 관심', 후자는 '원심적 관심'으로 부르기도 한다. 그러나 교육과정이 교육의 과정 전체를 관심의 대상으로 하더라도 언제나 교육내용을 핵심적인 관심사로 삼아야 한다는 점에서 교육과정의 연구는 교육내용을 일차적인 관심사로 둔다고 할 수 있다.

구하였다(Vygotsky, 1962). 개념화에 관한 연구는 그의 이론적 연구 중에서 일반적으로 교육에, 특수하게는 수학교육에 가장 적절한 연구로 이해된다(Schmittau, 1993, p.29).<sup>2)</sup> 이는 그의 과학적 개념에 관한 논의 때문인데, 수학이라는 교과목에 나타나는 개념 자체가 이론적, 과학적 개념을 대표하기 때문이다. 실제로 개념과 관련된 그의 연구에서 언어, 수학과 같은 과목의 예들이 자주 등장한다. 다만, 본 연구는 수학적 개념의 과학적 성격과 수학교육 과정 구성과의 관련성을 살펴보고자 하는 것이므로 논의를 과학적 개념의 발달에 한정하고자 한다.

#### (1) 과학적 개념과 일상적 개념의 상호관계

앞에서 언급한 바와 같이 과학적 개념의 발달에 관한 연구는 교육적인 관심에서 출발한다. 학교에서 개념을 배울 때 아동의 마음속에서는 어떤 작용이 일어나는지, 과학적 개념은 발달을 이루는 것인지, 발달한다면 어떤 기제로 발달하는지 아는 것은, 체계적인 지식을 성공적으로 가르치려는 교육적 관심사임에 틀림없다.

Vygotsky의 개념 발달에 관한 연구는 두 가지 유형의 개념을 구분하는 데에서 시작된다. 하나는 환경과의 상호작용을 통해 다소 비체계적으로 발생하는 ‘자발적’ 개념 또는 ‘일상적’ 개념이며, 다른 하나는 일반적으로 형식적인 교육적 상황에서 도입되고 상호관계의 위계적 체계 내에서 기능하는 ‘과학적’ 개념 또는 ‘이

론적’ 개념이다. 이러한 개념의 구분은 평범한 것이지만 Vygotsky 연구의 독창성은 이 둘의 관련성, 즉 이 둘 사이의 상호작용의 원리를 분석하여 드러내었다는 데에 있다.

두 유형의 개념을 구분하고 과학적 개념 또는 비자발적 개념을 연구하는 것은 중요하다(Vygotsky, 1962, p.86). 왜냐하면, 일상적 개념과 달리 학교에서 가르치는 과학적 개념은 체계성을 그 특징으로 하며 그 중에는 아동이 직접 보거나 경험할 수 없는 많은 것들이 포함되기 때문이다. 학교교육에 근거하느냐 아동 자신의 경험에 의지하느냐에 따라 전혀 다른 내적, 외적 조건하에서 개념이 형성되고 발달할 수 있다. 그러므로 학교에서 체계적인 지식을 가르치는 성공적인 방법을 고안하려면 과학적 개념의 발달을 깊이 이해해야 한다.

한편, 과학적 개념의 ‘발달’과 관련하여 두 가지 입장을 생각할 수 있다(Vygotsky, 1962, pp.82-5). 하나는 과학적 개념이 발달하는 것이 아니라, 아동이 단지 이해와 동화의 과정을 통해 주어진 것을 흡수한다는 것이다. 다른 하나는 과학적 개념과 일상적 개념의 발달을 동일시하여 일상적 개념에 관한 연구 결과를 과학적 개념의 발달에 그대로 적용하는 것이다. 그런데 전자의 입장은, 개념을 단순한 연합이나 심리적 습관이 아니라 복잡하고 순수한 사고 행위, 즉 개념이 일반화의 행위로서 지능의 발달과 더불어 상위 유형의 일반화로 대치되어 간다는 것을 고려하지 못한다. 후자의 입장은 과학적 개념의 독자적인 특성을 면밀히 분석하지 않는다. 과학적 개념은 일상적 개념과 상호

2) 이 글에서 Schmittau는, Vygotsky 연구의 계승자인 Davydov의 이론적 입장에 근거하여, 과학적 개념의 이해를 위한 이론적 일반화의 요청, 경험적 추상화의 한계, 교육과정의 구조화를 위한 발생적 분석의 요청 등에 관해 간략하게 요약정리하고 있다. 본 연구는 이 글에 어느 정도 의존하고 있으나, Vygotsky의 개념 발달에 관한 연구를 상세히 분석하는 가운데, 과학적 성격을 지닌 수학적 개념의 발달을 위해서는 이론적 일반화가 요청될 수밖에 없는 필연적인 사실을 확인시켜주고 있으며, 구체적인 교육과정을 통해 이론적 일반화에 기초한 교육과정의 구성을 예시하고 있다.

작용하며 개념의 전체 체계 안에서 결합되는 것이지 동일한 심리적 과정을 따라 발달하는 것이 아니다.

그렇다면 과학적 개념의 발달은 어떻게 설명될 수 있는가? Vygotsky는 일상적 개념과 과학적 개념으로 대변되는 '형제'와 '착취'라는 개념을 비교함으로써, 두 개념간의 발달 경로는 서로 다르며, 심리적으로나 기능적으로 다른 유형의 개념이며, 서로의 발달에 영향을 미치는 것으로 확신한다(Vygotsky, 1962, p.87). 그의 연구는 바로 여기에서 출발한다.

Vygotsky는 학령기 아동이 대체로 관계를 정확하고 자연스럽게 다루지만 그 관계를 의식적으로 자각하지는 못한다는 것을 발견한다(Vygotsky, 1962, p.87). 예컨대, “나는 내일 학교에 안 갈거야. 왜냐하면 나는 아프기 때문이야” 라는 표현은 정확하게 사용하지만 ‘왜냐하면’의 의미를 이해하지는 못하는 것이다. 아프다는 사실과 학교에 가지 않을 것이라는 사실이 별개의 사실이 아니라 둘 사이의 관계에 관한 것임을 깨닫지 못하는 것이다. 더욱이 “사람이 자전거에서 떨어졌다. 왜냐하면 ..... ”이라는 문장을 주고 빈칸을 채워 넣으라고 하였을 때, 아동은 채우지 못하거나 ‘왜냐하면 팔을 부러뜨렸기 때문에’라고 원인과 결과를 혼동한 대답을 하기도 한다. Vygotsky에 따르면, “왜냐하면”을 포함한 올바른 문장을 사용하면서도 위와 같은 잘못을 범하는 것은 아동의 사고 자체가 비의도적이고 무의식적이기 때문이다.

그렇다면 의식과 자각은 어떻게 발생하는 것인가? 그에 따르면, 반성적인 자각과 의도적인 통제를 주요 특징으로 하는 고등한 정신 기능은 학령초기에 나타난다. 예컨대, 주의나 기억과 같은 지적인 기능은 학령기에 이르면 논리적이고 자발적이 되는 것이다(Vygotsky, 1978). 결국, 아동의 심리발달을 지배하는 기본법칙은

다음과 같이 설명된다. 의식과 통제는 한 기능이 무의식적이고 자발적으로 사용되고 연습된 후에 후기 단계에서 나타난다. 그리하여 하나의 기능이 지적이고 의지적으로 통제되기 위해서는 그 기능을 먼저 지니고 있어야 한다. 실제로 학령기에 임박한 아동은 의식적으로 통제하는 것을 배워야만 하는 기능들을 상당히 성숙한 형태로 지니고 있다. 다만 그 시기에 개념으로의 발전이 이루어지지 않은 것이다. 과학적 개념과 관련하여 학교교육의 중요성은 바로 여기에 있다.

학교교육은 일반화된 지각을 유발시키며, 이를 통해 아동으로 하여금 자신의 심리과정을 의식하게 하는데 결정적인 역할을 한다. 상호관계의 위계적 체계를 가지고 있는 과학적 개념은 먼저 자각과 숙달이 발달할 수 있도록 해주며, 나중에는 다른 개념과 사고영역으로 전이될 수 있게 하는 매개물로 작용한다. 아동의 반성적 의식은 ‘과학적 개념이라는 문’을 통해 얻게 된다. (Vygotsky, 1962, p.92)

학교에서 배우는 과학적 개념은 아동의 발달에 있어 일상적 개념에 선행하여 사실상 그 발달을 촉진한다는 점에서 중대한 의의를 갖는다. 아동이 자발적 개념을 조작할 때는 사고행위 자체가 아닌 개념이 참조하는 사물에 주의를 집중하기 때문에 비의식적이고, 그러한 것들이 체계적 맥락 없이 존재하기 때문에 비체계적이다. 반면, 학교에서 획득되는 과학적 개념은 대상에 대한 관계가 처음부터 다른 개념에 의해 매개된다. 과학적 개념이라는 말 안에는 다른 개념과 관련된 특정 위치, 즉 개념체계 내에서의 위치를 함축하고 있다. 체계화의 기초는 처음부터 과학적 개념과의 접촉을 통해 시작되며, 과학적 개념은 위에서 아래로 심리적 구조를 변화시키면서 일상적 개념으로

전이된다.

이러한 잠정적 결론은 실험연구를 통해 확인되고 있다. 이 실험은 과학적 개념의 본성과 그 역할을 규정하고 일상적 개념과의 관계를 분명히 한다는 점에서, 본 연구에서 중요한 위치를 차지한다. 이하에서는 실험을 자세하게 살펴보고 결과에 대한 분석과 해석을 통해 과학적 개념과 일상적 개념의 관계 그리고 과학적 개념의 위치를 규정해보고자 한다.

실험은 구조적으로는 유사하지만, 다루는 내용 면에서 차이가 있는 문제들을 제시하는 형식으로 이루어진다(Vygotsky, 1962, pp.105-8). 과학적 개념에 아직 친숙해지고 있는 단계에 있는 2학년 학생들의 성취수준과 그런 개념에 어느 정도 친숙해졌다고 할 수 있는 4학년 학생의 성취수준을 비교한다. 문제는 접속사로 연결되는 문장의 일부를 채워 넣는 것인데, 이때 사용되는 낱말은 일상적으로 사용하는 ‘자전거’, ‘어린이’, ‘학교’ 등과 더불어 ‘계급투쟁’, ‘착취’, ‘파리 꼬문’ 등과 같이 덜 친숙한, 학교 수업시간에 처음으로 듣고 배운 것이 사용된다. 예컨대, 아동은 ‘왜냐하면’으로 연결된 문장을 완성하는 문제로, “소년은 자전거에서 떨어졌다. 왜냐하면 ..... ”과 같이 일상적 개념으로 구성된 문제와, “계획경제는 소련에서 가능하다. 왜냐하면 ..... ”과 같이 과학적 개념으로 구성된 문제를 받는다. 이와 같은 문제 상황에서 아동이 나타낸 결과는 다음 표와 같다(Vygotsky, 1962, p.106).

이러한 실험 결과는 무엇을 보여주는가? 사실, 아동이 친숙하고 대화하면서 자발적으로 말하게 되는 것들은 일상적 개념에 가깝기 때문에, 마땅히 일상적 개념이 과학적 개념보다 훨씬 높은 성취를 나타내야 할 것 같다. 그러나 이 실험 결과는 그러한 예상을 완전히 뒤엎고 있다. 이 결과를 연령에 따라 분석해보면,

		2학년	4학년
“왜냐하면”으로 끝나는 문장	과학적 개념	79.7	81.8
	자발적 개념	59.0	81.3
“비록”으로 끝나는 문장	과학적 개념	21.3	79.5
	자발적 개념	16.2	65.5

(결과는 아동이 정확한 문장을 완성한 비율을 나타내며, 단위는 퍼센트(%)이다. 일반적으로 소련의 교육제도상 2학년과 4학년은 각각 평균 8세, 10세에 해당한다.)

모든 문제에 있어 과학적 개념의 성취가 자발적 개념의 성취에 앞섰을 뿐만 아니라, 상당한 차이를 보여주는 부분도 나타난다. 눈에 띄는 부분은 더 어린 학생들의 경우 자발적 개념과 과학적 개념의 성취 수준이 더 나이가 많은 학생들의 경우보다 유의미한 차이를 보인다는 점이다.

‘일상적 개념을 포함한 문제보다 과학적 개념을 포함한 문제를 보다 정확하게 해결한다는 사실을 어떻게 설명할 수 있는가?’ 그것은 ‘의식’ 또는 ‘자각’이라는 개념으로 설명된다(Vygotsky, 1962, p.108). 아동이 일상적인 상황을 수반한 문제를 해결하는데 더 어려움을 느끼는 이유는 개념을 자각하지 못하여 과제가 요구하는 대로 개념을 조작할 수 없기 때문이다. 자발적인 대화의 상황이라면 ‘왜냐하면’과 같은 접속사를 정확하게 사용할 수 있다. “아이가 넘어져서 다리가 부러졌다. 왜냐하면 병원에 데려갔기 때문이다.”와 같은 말을 결코 사용하지 않는다. 자각하지 않고도 자연스럽게 그러한 표현에 익숙해 있기 때문이다. 반면 실험에서는 ‘왜냐하면’의 개념을 의식할 것을 요구하기 때문에 위에서 본 것과 같은 잘못된 문장이 나타나는 것이다. 실험에서 사용된 ‘계획경제는 소련에서 가능하다. 왜냐하면 ..... ’과 같은 문장에 대해서 아이들은 “사유재산이 없

기 때문이다.”와 같이 올바른 문장을 채워 넣는다.

교육이라는 장면을 생각하면 이러한 조작을 수행할 수 있는 이유를 알 수 있다. 내용 면에서 교과 학습은 높은 수준의 추상화를 요구하며, 실제 상황으로부터의 분리, 의도적 분석적 행위 등을 요구한다. 그리고 이러한 교육내용의 성격은 교육방법으로 연결된다. 교사는 설명을 하고, 정보를 주고, 질문하고, 교정해주며, 학생들이 설명해보도록 시킨다. 아동의 개념은 교육의 과정, 즉 성인과 협력하는 과정에서 형성되는 것이다. 위의 실험연구에서도 아동은 독립적으로 문제를 풀고 있지만 교사와의 협력의 소산을 이용하고 있는 것이며, 여기에는 눈에 보이지 않게 제공된 도움이 작용하고 있는 것이다. 그리고 그 보이지 않는 도움이야말로 일상의 문제에 비해 교육을 통해 배운 개념과 관련된 문제를 보다 일찍 해결할 수 있게 해주는 근원인 것이다. 결국, 개념의 의식적인 사용에 있어 과학적 개념은 자발적 개념보다 앞선다고 할 수 있다.

같은 맥락에서 ‘비록’에 관한 문장의 성취수준도 설명된다. 2학년의 경우 성취수준에서 큰 차이가 나지 않는 것은 아동이 ‘비록’이라는 단어를 자발적으로 사용하거나 숙달하지 못했기 때문에 과학적 사고에서도 의도적으로 사용할 수 없는 것이다. 한편, 4학년의 경우에 성취수준의 급격한 향상을 보이는 것은 과학적 개념의 영역에서 상위 수준의 숙달이 자발적 개념의 수준을 높여주기 때문이다. 학교에서 학습하는 과학적 개념은 의식과 통제와 같은 기능을 형성시키면서 일상적 개념에까지 그 적용 범위를 넓혀주고 모든 개념을 재구성하게 한다.

이러한 결과는 아동의 과학적 개념과 자발적 개념이 시작부터 반대 방향으로 발달하고 상당

한 발달이 있는 후에 서로 만나게 된다는 것을 보여준다고 할 수 있다. Vygotsky는 두 유형의 개념 사이의 관련을 다음과 같이 말하고 있다.

일상적 개념은 위로 서서히 작용하면서 과학적 개념과 그것의 아래로의 발달을 위한 경로를 명확하게 한다. 일상적 개념은 과학적 개념에 형체와 생명력을 부여하는, 개념의 보다 근원적이고 초보적인 측면을 발달시키는데 필요한 일련의 구조를 생성한다. 과학적 개념은 다시 의식과 의도적 사용을 향한 자발적 개념의 상향적 발달을 위한 구조를 제공한다. 과학적 개념은 자발적 개념을 통해 아래로 발달하며, 자발적 개념은 과학적 개념을 통해 위로 성장한다.

(Vygotsky, 1962, p.109)

아동이 자발적 개념을 획득하는 것, 즉 단순히 개념이 참조하는 사물을 지칭하는 것은 이른 시기부터 가능하지만, 그것을 단어로 정의하고 의도적으로 조작할 수 있는 능력은 개념을 획득한 후에도 상당한 시간을 요구한다. 한편, 과학적 개념의 발달은 일반적으로 언어적 정의와 비자발적 조작을 사용하는 것, 즉 개념 자체에 대한 작업으로부터 시작한다. 과학적 개념은 자발적 개념이 나중에 도달하게 되는 그 수준에서 시작하는 것이다. 일상적 개념과 과학적 개념이 갖고 있는 내용상의 성격은 이들 사이의 관련을 더욱 구체적으로 보여준다. 아동이 과학적 개념에 관한 질문에 정확하게 답을 할 수 있지만, 이러한 개념에는 풍부한 내용이 결여되어 있다. 자발적 개념은 구체적인 상황에 부딪힘으로써 의미를 수용하게 되는 반면, 과학적 개념은 처음부터 대상에 대한 ‘매개적’ 태도를 수반한다. 학교교육이라는 특수한 상황에서 상호 작용하면서, 자발적 개념의 발달은 위로 진행하고 과학적 개념의 발달은 아래로, 즉 보다 기초적이고 구체적인 수준으로

로 진행한다(Vygotsky, 1962, p.108).

## (2) 교육에의 시사점

앞에서 살펴 본 과학적 개념의 발달에 관한 연구는 교과교육과 관련하여, 특히 수학교육과 관련하여 몇 가지 시사점을 던져준다. 연구자는 과학적 개념에 관한 논의를 교육과정과 연결 지을 수 있는 핵심적인 연결점을, “아동의 정신발달은 궁극적으로 학습하는 지식의 내용에 의해 결정된다”는 데에서 찾고자 한다. 이 문장이 구체적으로 설명이 될 때, 과학적 개념에 관한 연구는 교육적 상황, 좀더 구체적으로는 수학 교육과정을 구성하는 문제와 관련하여 상당한 시사점을 줄 수 있을 것이다.

“아동의 정신발달은 궁극적으로 학습하는 지식의 내용에 의해 결정된다”는 문장은 사고 발달과 관련하여 교육이 궁극적으로 기여하는 것은 교육과정의 내용을 통해서라고 해석될 수 있다(Eli'konin, 1975). 앞에서 우리는 Vygotsky의 과학적 개념의 발달에 관한 연구의 핵심은 일상적 개념과 과학적 개념의 상호작용을 기초로 설명되는 것을 보았다. 특히, 과학적 개념의 발달은 학교교육의 독특한 특성에 기인하였다. 그에 따르면, 학교교육은 일반화된 지각과 심리과정에 대한 의식을 통해 발달에 작용하며, 이때 상호관계의 위계적 체계를 가지고 있는 과학적 개념은 먼저 자각과 숙달을 발달시키는 매개물로 작용하며, 나중에 다른 개념이나 사고영역으로 전이된다. 아동의 반성적 의식은 ‘과학적 개념이라는 문’을 통해 얻게 되는 것이다. 그리고 과학적 개념은 교육과정의 내용을 이룬다. 그러므로 학령기 아동의 정신발달은 궁극적으로 학습하는 지식의 내용에 의해

결정된다고 할 수 있다. 과학적 개념이 교육과정의 내용을 이룬다는 점에서 볼 때 그의 아이디어는 효과적인 ‘교수방법’을 만들고 적용하는 것보다는 ‘교육내용’, 특히 내용의 과학적 특징을 중요하게 다루고 있다고 할 수 있다. ‘방법’이라는 것은 ‘내용’으로부터 유도되는 것이다. 같은 맥락에서 이홍우는 학습 자료의 성격이나 그 조직 방식이 곧 교육내용과 그 구성이므로, 결국 교수 행위 또는 교육방법은 교육 내용에 의해 규제된다고 말한다(이홍우, 2000, pp.478-81).

학교에서 다루는 수학적 개념은 대표적인 이론적, 과학적 개념으로 이해된다. 그러므로 아동의 정신발달을 위해 학교 수학 교육과정의 구성은 수학적 개념의 과학적 성격을 적극적으로 드러내는 것이 되어야 한다. 이는 수학적 개념의 학습에 있어 경험적 일반화와 달리, 이론적 일반화가 요청되는 이유가 된다.<sup>3)</sup>

아동의 정신발달이 학습하는 지식의 내용에 의해 결정된다는 점은 또한 교과교육학 고유의 가치를 드러내준다고 할 수 있다. 교과교육학은 일반교육학과 달리 정신발달을 통제하는 실제 조건과 원리에 대한 자료, 즉 구체적인 교육내용을 연구하기 때문이다. 각각의 특수한 내용과 주어진 연령 수준에 적절한 구체적인 교육 형식을 찾는 것은 오직 교과교육학만이 기여할 수 있는 “교과교육학의 고유한 공헌 지대”라고 할 수 있다. 이 글에서 Schmittau는 Vygotsky 연구의 계승자인 Davydov의 이론적 입장에 근거하여, 과학적 개념의 이해를 위한 이론적 일반화의 요청, 경험적 추상화의 한계, 교육과정의 구조화를 위한 발생적 분석의 요청 등에 관해 간략하게 요약정리하고 있다. 본 연구는 이 글에 어느 정도 의존하고 있으나,

---

3) 이하 2절 참조

Vygotsky의 개념 발달에 관한 연구를 상세히 분석하는 가운데, 과학적 성격을 지닌 수학적 개념의 발달을 위해서는 이론적 일반화가 요청될 수밖에 없는 필연적인 사실을 확인시켜주고 있으며, 구체적인 교육과정을 통해 이론적 일반화에 기초한 교육과정의 구성을 예시하고 있다.

한편, 과학적 개념의 발달과 관련한 위와 같은 해석은 근래에 유행한 구성주의적 입장에 대한 비판적 시각을 제공한다. 과학적 개념은 일상적 개념과 달리 아동 스스로의 경험에 기초하여 자발적으로 형성되기보다는 오히려 먼저 과학적 개념을 학습한 성인에 의한 안내에 의해 형성된다고 할 수 있다. 반면, 구성주의에서는 아동의 자발적인 구성을 생명력 있고 이상적인 교육의 형태로 간주하면서 아동 사이의 협력을 위한 소집단 활동 등을 강조한다. 그러나 수학적 내용을 학습하는 교실 상황에 대한 예가 보여주듯이, 이는 오히려 교육의 본질을 왜곡시키는 결과를 초래한다(임재훈, 2000, pp.75-8). 교육내용이나 그 성격에 대한 면밀한 분석이 없이는 아동의 독립적인 지적 활동을 생명력 있는 교육방법의 주된 특징 중의 하나로 강조하면서 교육을 단순히 더 활동적인 것으로 만들게 되는 것은 불을 보듯 뻔한 것이다(EI'konin, 1975, pp.37-8).

교육에서 교사의 역할, 교사와의 협동과 모방이 중요시되는 것은 과학적 개념의 성격과 무관하지 않다. 스스로 하나의 대상에 대해 알게 되는 것은 경험적 지식을 초래하고, 경험적 개념이나 일반적인 관념을 초래할 수는 있다. 그러나 학교에서 학습하는 개념은 이론적이고 과학적인 개념이다. 학교에서 배우는 개념이 경험적 개념이라면 굳이 학교라는 특수한 교육 제도를 통한 교육이 필요하지 않을 것이다. 더욱이 초등학생이 하나의 대상에 대한 개념이

근거하는 성질들을 독립적으로 발견하고 과학적 개념을 스스로 형성한다고 말하는 것은 정확하지 않다. 오히려 개인은 사회-문화적으로 구성된 개념을 단지 점유하는 것이다. 학생들이 이미 존재하는 지식을 '발명'한다는 구실 하에, 연구하는 학자의 역할에 던져져서는 안 된다. 이는 인식론적으로 '로빈크로소의 모험'이기 때문이다(Davydov, 1990, p.310; Schmittau, 1993, pp.33-4 재인용).

Vygotsky의 개념 발달에 관한 논의를 교육과정과 관련지어 해석할 때, 그의 독창성은 발달에 대한 교육의 역할을 말한 데에 있는 것이 아니라, 지식의 '내용', 경험적 개념의 숙달이 아닌 교육이라는 특별한 형식을 요청하는 '과학적 개념'을 숙달하는 데에 있다고 한 점이다.

## 2. 수학적 개념의 과학적 성격과 수학 교육과정

수학적 개념의 성격은 곧 교육과정의 구성에 상당한 정도로 반영되어야 한다. 수학적 개념은 대표적인 이론적, 과학적 개념으로 이해된다. 그러므로 수학 교육과정의 구성은 수학이라는 교과목의 과학적, 이론적 성격을 통해 아동의 정신발달을 꾀하는 것이 되어야 한다. 이 절에서는 이론적 일반화가 과학적 성격을 지니는 수학 교육과정의 이론적 바탕이 되어야함을 보이고, 그에 기초한 교육과정 구성의 실례를 통해 수학적 개념의 과학적 성격이 어떻게 교육과정에서 구체화 될 수 있는지 살펴보고자 한다.

### (1) 이론적 일반화와 수학 교육과정

우리의 주된 관심사는 과학적, 이론적 사고

를 낳는 개념형성과 일반화에 관한 것이다. 일반화 문제에 관해, 더 폭넓게는 이해라는 문제에 관심을 갖고 연구한 Davydov는 인지에 관한 기존의 경험적 이론을 비판하고 이론적 접근을 시도할 것을 주장하고 있다(Davydov, 1990). 경험적 일반화와 이론적 일반화가 구분되어야 하는 것은 각각을 통해 형성하는 개념의 성격에 본질적인 차이가 있기 때문이다.

Davydov에 따르면, 경험적 사고와 과학적, 이론적 사고는 그 목적이나 발생, 표현, 구체화되는 방식 등에서 차이가 있다(Davydov, 1990, pp.300-1). 경험적 사고가 대상이나 현상들의 일반적인 범주화와 분류의 문제를 다루는 데 그 목적이 두고 있다면, 이론적 사고는 대상의 발달된 본질을 재생산하는 것을 목적으로 한다는 것이다. 또 경험적 사고가 대상이나 관념을 비교하는 것을 통해 이루어진다면, 이론적 사고는 분해된 체계 내에서 사물들의 관계의 역할이나 기능을 분석함으로써 이루어진다. 경험적 사고는 관찰을 근거로 하여 대상의 외적 성질만을 반영한다면, 이론적 사고는 변형을 근거로 하여 대상들의 내적 관련이나 관계를 반영한다. 그리하여 각각의 사고가 낳는 개념의 특징도 차이를 보인다. 경험적 사고가 낳는 일상적 개념은 대상의 형식적인 일반적 성질과 지식을 얻게 한다면, 이론적 사고가 낳는 과학적 개념은 한 체계 내의 다양한 표현들의 발생적 기초로 작용하는 대상이나 사물들의 실제적이고 특수한 관계에 관한 지식을 얻게 한다. 이와 같이 경험적 사고를 기초로 얻는 개념과 이론적 사고를 기초로 얻는 개념은 본질적인 차이가 있다. 예컨대, 해가 동쪽에서 떠서 서쪽으로 지는 것을 경험적으로 지각하는 것은 지구의 자전에 의해 발생하는 과학적 현상을 인식하는 것과 본질적으로 다르다(Lektorsky, 1980/1984; Kozulin, 1990; Schmittau, 1993, p.30 재인

용). 경험적 일반화를 통해서서는 이론적 일반화에 이를 수 없다. 왜냐하면 과학적 지식은 일상적 경험을 단순히 확장한 것이 아니라 추상화라고 하는 특별한 수단, 특수한 분석, 사물들의 내적 관계와 그것들의 본질인 일반화, 인지의 대상을 일반화하는 특수한 방식을 요구하기 때문이다. 일상적 개념의 형성은 경험적 일반화로도 충분하다면, 과학적 개념의 형성에는 이론적 일반화가 요구되는 것이다. 원의 개념을 생각해보자. 접시나 바퀴 등과 같이 다른 기능과 구조를 가진 사물들의 유사성을 추상화하는 것은 경험적 일반화이다. 이와 같이 유사성을 추상화하는 것은 개인의 특별한 시각에 의존할 수도 있다. 반면 ‘한 쪽 끝을 고정하고 다른 끝이 움직일 수 있는 실이나 콤파스로 그려지는 도형’은 특별한 구체물과 독립적인 원의 본질을 표현해준다. 수학이 대상으로 하는 것은 이와 같이 경험과 독립적인 것이며, 오히려 경험을 풍부하게 하는 바로 그런 것이다. 그리고 이러한 성격이야말로 수학적 개념을 과학적, 이론적이라고 말할 수 있게 한다.

그렇다면 수학이 연구하는 대상은 어떤 성격을 지니는가? Kolmogorov는 수학적 연구 대상을 다음과 같이 규정한다.

수학은 특별한 관점에서 물리적 세계를 연구한다. 그 직접적인 주제는 실세계의 공간적 형식과 양적 관계이다. 특수한 물리적 실체(material bodies)라기보다는 순수한 형식으로서의 이러한 형식과 관계들이 수학이 연구하는 실재(reality)이다. (Kolmogorov, 1960; Davydov, 1975, p.68)

‘실세계의 공간적 형식과 양적 관계’는 수학의 본성이자 수학적 개념의 과학적 성격을 나타내는 말이다. 수학이 본질로서 추구하는 ‘형식’과 ‘관계’는 수학적 개념이 이론적 일반화를 요청하는 근거가 된다. 한편, Kolmogorov가 말



한 바 공간적 형식과 양적 관계를 연구하는 것이 수학의 본성이라면, 교육과정은 아이들이 공간적 형식과 양적 관계를 파악하도록 “순수한 형식”을 주고, 적절한 순간에 구체적인 실체를 떠날 수 있게 해야 한다. 이를 위해서는 경험적인 자료로부터 점차 일반화를 형성하도록 교육과정을 구성해서는 안 된다. 일반화를 위해 많은 예들을 보여주고 그 구체적인 예들의 다양성을 없애는 방식으로는 진정한 개념을 형성할 수 없다. 경험적 일반화를 통해 형성되는 것은 의사 개념 내지는 복합체이지 진정한 개념이 아니다. 과학적 개념을 점유할 수 있도록 하기 위해서는 이론적 일반화를 형성할 수 있는 특별한 교육과정이 요구된다.

이론적 일반화를 형성하기 위해서는 추상적인 것에서 시작하여 지적으로 구체적인 것으로 나아가야 한다(Davydov, 1975, p.100; Davydov 1990, p.xvi). 이러한 일반화 과정은 대상의 성질을 사상시켜 빈약하게 하는 과정이 아니라, 오히려 개념을 구체적인 대상에 적용함으로써 내용을 풍부하게 하는 과정이다. 개념자체에서 시작하여 관계와 구조를 다루고 그 안목으로 구체적인 대상이 담고 있는 성질을 볼 수 있게 하는 것이다. 그러할 때 아동에게 이론적 사고를 개발시키는 것이 가능하게 된다. Freudenthal은 이러한 발상은 교육적으로 건전한 것으로 인정하고 있다.

추상화와 일반화는 많은 경우, 많은 구체적이고 특별한 경우로부터 추상화와 일반화에 의해 도달되지 않는다는 것이다. 그러한 것은 오히려 한 가지 전형적인 보기에 의해서 혹은 이러한 것이 없으면 대수에서와 같이 곧바로 추상적이고 일반적인 접근에 의해 도달된다.

(Freudenthal, 1974; 우정호 2000, p.414 재인용)

수학 교과와 두 가지 축이라고 할 수 있는

기하와 수의 학습도 이러한 맥락에서 생각해 볼 수 있다. 기하의 경우 구체적인 공간적 이미지로부터 시작하지 않고 점, 선, 삼각형, 원 등으로 시작한다. 기하학적 도형은 경험적 추상화를 이루어내는 개별적인 항목으로가 아니라 일반성을 지닌 것으로 제시되어야 한다. 마찬가지로 수 개념의 경우 세기로부터 시작하면 학령 전에 경험적인 수준에서 다루었던 수 개념에 머무를 뿐 그 이상 이론적인 수 개념의 형성으로 나아가기 어렵다. 그러므로 수 개념은 수의 일반적인 수준인 실수 체계와 관련되는 ‘양’으로서 시작해야 한다(Davydov, 1975, p.134; Davydov 1990, p.359).

결론적으로, 추상적인 것에서 구체적인 것으로 나아감으로써 이론적 일반화를 형성하기 위해서는 임의의 관계, 특정 분석 수준에서의 구조가 추상화의 대상이면서 또한 개념의 출발점이 되어야 한다

## (2) 교육과정 구성의 실패 - 수 개념

학교수학을 어떤 개념으로 시작하는가 하는 문제는 전체 수학 교육과정을 구성하는데 핵심이 된다(Davydov, 1975, p.55; Davydov, 1982, p.224). 초기에 배우게 되는 개념은 전체 교육과정을 구성하는 기초가 될 뿐만 아니라 아동들은 그것을 배움으로써 수학의 실재가 무엇인가 하는 방향성을 얻게 되기 때문이다. 교육은 아동이 학습하는 ‘내용’을 통해 주로 정신발달에 영향을 준다고 하는 관점을 받아들이면, 초등학교 역시 중요한 것은 이론적, 과학적 지식을 강조하는 것이며, 이를 위해서는 이론적, 과학적 지식이 교육내용의 일부가 되어야 한다.

초등학교 수 개념 및 연산과 관련하여 구성된 교육과정을 살펴보는 것은 앞에서 진술한 이론이 어떻게 구체화되고 있는지 확인할 수

있다는 점에서 의미 있는 일이다. Davydov는 Vygotsky의 이론적 토대 위에서, 수학의 이론적, 과학적 성격이 강조하면서 수 개념 및 연산에 관한 교육과정을 구성하고 있다. 이하에서는 수 개념 및 연산과 관련된 Davydov의 교육과정을 통해 과학적 개념의 성격에 따른 이론적 일반화의 원리가 어떻게 구체화되고 있는지 살펴보고자 한다.

일반적으로 초등학교 초기에 다루게 되는 내용은 실제 문제를 해결하기 위해 사용하는 기술인 수와 그 연산인 덧셈과 뺄셈을 기계적인 기술로 가르치게 된다. 아이들은 이전 경험에 기초하여 수의 덧셈과 뺄셈의 기술을 거뜬히 숙달한다. 이런 식의 접근을 해 온 사람들은 교수 내용이나 방법을 개선할 여지를 발견하지 못한다. 그러나 덧셈과 뺄셈의 기술을 익히고 과제를 잘 수행한다고 해서 이러한 기술의 내재적인 기초를 수학적 현상으로 이해했다고 할 수 있는가? 예컨대, “ $3+2=...$ ”나 “두 개의 사과와 세 개의 사과를 더하면 몇 개지?”와 같은 문제를 풀었을 때, 그들이 수에 대해 조금이라도 더 알게 된 것이 있는가? 왜 그러한 문제에 대한 대답은 5 또는 다섯이 되어야 하는가? 왜 수를 더하고 빼는가? 수라는 실체는 어디에 있는가?<sup>4)</sup>

이런 문제에 답하는데 있어 학교 교육을 받기 전과 받은 후 아무런 차이를 보이지 않는다면 그들이 교육을 통해 성취한 것은 무엇인가? Vygotsky에 따르면 학교는 이론적 개념, 과학적 개념을 통해 의도적인 자각과 의식적인 통제를 획득하게 되는 곳이다. 그러므로 위와 같은 질문에 대해 학교교육을 받은 아동과 학교 교육

을 받지 않은 상태의 아동은 분명히 다른 대답을 할 수 있어야 한다. 일반적으로 위와 같은 질문에 대해 아동이 더 나은 대답을 하지 못한다면 그것은 수나 연산에 대해 이론적 관점에서 접근하지 못했기 때문이다.

한편, 수 개념 및 연산과 관련된 아동의 수학적 사고 발달에 있어 중요한 것은 그 발생적 조건을 이해하는 것이다(Davydov, 1975, 1982, 1990). 발생적 조건은 아동으로 하여금 이론적 관점에서 수와 연산을 생각하게 하고, 점차 수학적 추상화를 발생시키는데 사용되는 절차들의 미묘한 차이에 익숙하게 한다. Davydov는 아동이 수를 가지고 연산을 수행할 수 있는 수준을 넘어 수 개념을 이해하는 차원으로 끌어올리려면, 수의 발생의 근원을 찾고 거기에서 교육을 시작해야 한다고 본다. 교수에 있어 수학적 개념을 그 발생과 분리하는 것은 원리가 완전히 결여된, 논리가 파괴된 수업을 초래하기 때문이다.

수 개념의 발생적 근원은 양(量; quantity)이다. 이러한 견해는 수학자 Kolmogorov를 비롯하여 수많은 수학자들에 의해 제기되었다(Davydov, 1975, pp.129-30; Davydov 1982, p.228). 여기서 양은 구체물을 지칭하는 개념이 아니라, 몇 가지 공준을 만족시키는 비교 준거가 세워진 임의의 원소들의 집합으로 정의된다. 이러한 양의 개념을 기초로 하여 수는 대상 내의 그리고 대상들 사이의 ‘양적 관계’를 표현하는 일반적인 수학적 방법으로 이해된다. 예컨대, 24개의 블록이 있을 때 블록 2개를 측정 단위로 하면 전체는 12가 되지만, 블록 4개를 측정 단위로 하면 전체는 6이 된다. 이와

4) 이하 Davydov는 양이라는 수 개념의 발생적 기원을 기초로 접근하는 교육과정을 제시하고, 이러한 접근이 이론적 관점에서 수와 연산을 생각하게 하여, 단순히 수를 가지고 연산을 수행하는 수준을 넘어 수학적 추상화 과정에 사용되는 미묘한 차이에 익숙하게 한다는 것을 보이고 있다. ‘실험 교육과정을 통한 교육의 특징과 결과’ (Davydov, 1975b, pp.145-204) 참조.

같이 측정 단위로 사용된 대상의 부분과 대상 전체 사이에 존재하는 관계를 인식할 수 있을 때 수 개념을 진정으로 이해했다고 할 수 있다. 전체와 측정 단위 사이의 관계로 수를 이해하지 않고, 학령기 이전부터 친숙한 수를 교육의 출발점으로 삼을 때, 아동은 진정한 수 개념을 소유하지 못하고 단지 경험적 근거에서만 알고 있는 수 개념에 머물게 된다. 친숙한 수 개념이나 기술만 접하면 아동은 더 일반적이고 올바른 개념과 조작을 형성하지 못한다. 아동은 학교 교육을 통해 그 이전의 순전한 경험만으로는 얻을 수 없었던 수에 대한 좀더 일반적이고 이론적인 관점을 얻을 수 있어야 한다. 수 개념의 발생적 원인이 양이라는 것을 받아들이면, 교육과정에서 수를 직접적으로 다루기 전에 양의 기본적인 성질들을 다루는 것이 필수적이다.

Davydov의 교육과정은 숙달되어야 할 양의 성질, 그것을 숙달하기 위한 자료, 이를 위한 행동 등을 기술하는 것으로 구성된다. 그의 교육과정은 수 개념에 대한 일반적이고 이론적인 이해의 기초를 놓는 준비작업이라고 할 수 있다. 그의 교육과정은 다음과 같이 구성된다 (Davydov 1975, pp.135-8). 이하 그의 교육과정을 살펴보면 드러나겠지만, 각각의 주제는 수 개념의 기초가 되는 양적 관계를 파악한다는 하나의 목적을 이루기 위한 세부 사항을 이루고 있다.

주제 I-- 대상을 비교하고 모으기 (길이, 부피, 무게, 성질, 다른 속성에 따라)

- ① 비교와 모으기에 관한 실제적인 문제.
- ② 동일한 대상이 비교되고 모아지는 속성(준거)을 뽑아내기.
- ③ 이러한 속성들을 말로 나타내기('길이에 의해', '무게에 의해' 등)

주제 II-- 대상을 비교하고 등식이나 부등식으로 그 결과를 나타내기.

- ① 대상을 비교하고 그 결과를 기호적으로 나타내는 문제.
- ② 결과의 언어적 표현('더 큰', '더 작은', '같은'). '>', '<', '=' 등의 기호.
- ③ 비교 결과를 나타내기 위해 그림 그리기('모사', 직선을 이용한 '추상화').
- ④ 비교 대상을 문자로, 비교 결과를 식으로 나타내기 :  $A=B$ ,  $A<B$ ,  $A>B$ .
- ⑤ 비교 결과를 나타내는데 다른 식을 사용할 수 없음.(크다, 작다, 같다와 같은 관계의 분리성)

주제 I, II에서는 실제 조작할 수 있는 대상을 통해 그것들의 속성이 양을 정의하는 세 가지 특별한 관계를 가진다는 것을 결정하게 된다. 그리고 그 관계를 초보적이기는 하지만 수학적으로 기술하는 기호적인 수단, 즉 문자 기호나 식을 사용하는 것을 배우게 된다. 이러한 작업이 처음부터 문자 기호와 관련되어 이루어진다는 것은 아동으로 하여금 수학적 관계 자체를 연구하도록 도와주며, 더 높은 단계의 수학으로 진전하게 하는데 중요한 역할을 한다. 그리고 위 단계에서는 수학적 대상을 구조화하면서 그 성질을 연구하게 되는데, 이때 대상은 추상적으로 제시되는 등식과 부등식의 형식을 취한다.

주제 III-- 등식과 부등식의 성질

- ① 등식의 가역성과 반사성(만약  $A=B$ 이면,  $B=A$ ;  $A=A$ )
- ② 비교되는 양변이 '바뀔 때', 부등식에서 '크다', '작다' 사이의 관계(만약  $A>B$ 이면,  $B<A$  등)
- ③ 등식과 부등식의 성질의 추이성.(만약  $A=(>,<)B$ 이고  $B=(>,<)C$ 이면,  $A=(>,<)C$ )
- ④ 물리적 대상으로 등식과 부등식의 성질을 평가하는데 문자만 사용하기. 이러한 성질에 관

한 지식을 요구하는 다양한 문제의 해. (예컨대,  $A > B$ 이고  $B = C$ 일 때  $A$ 와  $C$ 의 관계 찾기)

주제 III에서 아동은 양을 표현하는 등식과 부등식 자체 내에서 그것의 성질을 연구하게 된다. 아동은 대상과 분리되어 언어적, 논리적 사고로 옮겨가게 된다.

주제 IV -- 덧셈(과 뺄셈) 연산

- ① 다양한 요소로 대상의 변화를 관찰하기. ('+', '-'의 기호로 증감 나타내기)
- ② 양변의 한쪽이나 둘 다를 변화시킴으로써 이미 세워진 등식을 조정하기. (만약  $A = B$ 이면,  $A + K > B$ ; 만약  $A = B$ 이면  $A - K < B$ )
- ③ 새로운 등식으로 이동하는 방법. 원리에 따른 '재구조화': '같은 것'을 '등식'에 더하면 '등식'이 된다. (만약  $A = B$ 이면,  $A + K > B$ 이지만  $A + K = B + K$ )

주제 IV에서는 양의 변화를 관찰하고 새로운 값과 이전 값을 비교한다. 그리고 비교 결과를 '증가' 또는 '감소'로 나타내고, '+' 또는 '-' 기호로 그 증감을 표현한다. 등식과 부등식을 그러한 성질과 관련시키고 덧셈과 뺄셈 조작을 통해 등식에서 부등식으로 바꾸는 것을 배운다.

주제 V --  $A < B$  유형의 부등식을 덧셈(뺄셈)을 통해 등식으로 바꾸기

- ① 위와 같은 바꾸기를 요구하는 문제. 비교대상 사이의 차를 결정할 필요성. 이 차의 구체적인 값을 모를 때 등식을 쓸 가능성.  $x$ 를 사용하는 방법. (만약  $A < B$ 이면,  $A + x = B$ ; 만약  $A > B$ 이면,  $A - x = B$ )
- ②  $x$  값을 결정하기. 공식에서 이 값을 빼기(괄호 도입). ( $A < B$ ,  $A + x = B$ ,  $x = B - A$ ,  $A + (B - A) = B$ )
- ③ (문장제 문제를 포함한) 위에 제시된 연산을 요구하는 문제 해결.

주제 V에서는 부등식을 덧셈과 뺄셈을 이용

하여 등식으로 바꾸며 이를 통해 덧셈과 뺄셈 사이의 관계에 대한 깊은 이해를 얻게 한다.

주제 VI-- 등식과 부등식의 덧셈과 뺄셈. 대입.

- ① 등식의 덧셈과 뺄셈. (만약  $A = B$ 이고  $M = D$ 이면,  $A + M = B + D$ ; 만약  $A > V$ 이고  $K > E$ 이면,  $A + K > V + E$ ; 만약  $A > V$ 이고  $B = G$ 이면,  $A \pm B > V \pm G$ .)
- ② 양의 값을 몇 개 값의 합으로 나타낼 가능성. (형태의 대입:  $A = B$ ,  $B = E + K + M$ ,  $A = E + K + M$ )
- ③ 아동이 이미 배운 관계의 성질을 포함하는 다양한 문제의 해. (몇 가지 성질을 동시에 고려하고, 식의 의미를 평가하는데 익숙해지기)

주제 VI에서는 앞의 주제들이 종합된다. 특정한 양은 몇 개의 양의 합으로 표현될 수 있으며 다른 것으로 대체될 수 있다는 것을 통해 덧셈의 교환성질과 결합성질을 도입할 기초를 놓게 된다.

위의 교육과정에는 양의 조작과 양 사이의 수학적 관계의 이해, 그 관계를 문자나 기호로 나타내는 것을 핵심으로 하고 있으며, 이를 바탕으로 수와 그 연산 개념을 동화하는 학습 활동을 구체적으로 제시하고 있다. 위의 교육과정에 나타난 특징을 세부적으로 살펴보면, 그것은 수학의 과학적 성격 그 자체에서 출발함으로써 이론적 일반화를 피하고 있음을 알 수 있다. 주제 I, II에서는 물리적인 대상을 조작하면서 그 속성들을 뽑아내고, 대상들과 그 사이의 관계를 문자와 기호를 통해 나타내는 것을 배우게 된다. 그러나 일단 물리적 조작을 통해 수학적 대상과 그 성질을 뽑아내면 더 이상 물리적인 대상에 집착하지 않는다. 주제 III 이후에는 문자로 표현된 대상과 식으로 표현된 대상 사이의 관계 자체를 연구하게 된다. 관계의 이해, 문자를 이용한 관계의 일반화된 표현 등은 수학의 과학적, 이론적 성격을 잘 나타내는 것이다.

한편, 그의 교육과정은 산술과 대수 학습과 관련하여서도 한 가지 시사점을 준다. 일반적으로 산술에서 대수로 넘어가는 과정에서 가장 큰 어려움이 대수적 언어를 이해하는 것이라고 생각될 정도로, 문자 기호를 사용하여 문자식을 조작하는 것은 상당히 어려운 것으로 인식된다. 이러한 어려움은 수에 대한 비교적 구체적인 내용으로부터 문자를 다루는 추상적인 내용으로 급속히 전환함으로써 상당히 큰 인지적인 갭을 형성하기 때문이다. Davydov의 교육과정은 '수학적 관계'에 주목하고 그것을 문자적 표현을 통해 '일반적으로' 다룰 수 있게 하고, 더 나아가 '이론적인' 대수적 사고를 일찍부터 개발시킴으로써, 산술과 대수 사이의 인지적 간극을 극복하는 교수학적 아이디어를 던져주고 있다고 할 수 있다.<sup>5)</sup>

본 연구의 목적은 과학적 개념의 발달을 살펴보고, 수학적 개념의 과학적 성격이 교육과정을 구성하는 것과 어떤 관련을 갖는가 밝히는 것이었다. 수학적 개념은 이론적 일반화를 요청한다는 것을 알 수 있었다. 그리고 위의 교육과정은 이론적 일반화의 원리를 구현한, 즉 수학적 개념의 과학적 성격을 고려할 때 구성될 수 있는 교육과정의 실례를 수 개념 및 연산을 통해 예시해주고 있다고 할 수 있다. 양의 관계, 그리고 문자로의 표현 등은 수 개념 도입에 있어 하나의 '과학'으로서의 수학의 특징을 잘 드러내는 것이다. 그리고 과학적 성격을 반영하는 이러한 개념과 그 개념을 나타내는 표현들은 Vygotsky의 주장대로 의식과 의도적 사용을 통해 자발적 개념의 상향적 발달을 위한 구조를 제공하게 될 것으로 기대된다. 위에 제시된 교육과정은 수 개념과 관련하여 보더라도 아주 한정된 것이며, 현재 우리의 교

육과정을 비롯하여 다른 교육과정과 비교 분석하는 차원으로 나아갈 때 그 의미가 더 분명하게 드러날 것이다. 다만 본 연구에서는 이론적 일반화의 원리를 구현한 교육과정의 실례를 확인하는 데에 관심이 있었기 때문에 수 개념을 처음 도입하는 부분의 내용으로 한정하였다.

### III. 결론

본 연구는 Vygotsky의 과학적 개념 자체의 성격과 그 발달, 그리고 그것이 교육과 어떤 관련이 있는지 밝히고자 하였다. 본 연구에서 과학적 개념이 일상적 개념과의 관련 속에서 그 성격이 분명하게 드러남을 알 수 있다. 학교교육을 통해 접하게 되는 과학적 개념은 각각 의식의 발달을 돕게 되며, 반성적 의식은 '과학적 개념이라는 문'을 통해 얻게 된다. 일상적 개념이 과학적 개념에 형체와 생명력을 부여하며 그것의 아래로의 발달을 위한 경로를 명확히 한다면, 과학적 개념은 의식과 의도적 사용을 향한 자발적 개념의 상향적 발달을 위한 경로를 제공하는 것이다. 또한 이러한 과학적 개념은 구체적인 교육의 장면에서 교과내용과 관련된다는 것을 알 수 있었다. 그의 과학적 개념의 발달에 관한 논의는 '아동의 정신발달은 궁극적으로 학습하는 지식의 내용에 의해 결정된다'로 해석된다.

또한 본 연구는 과학적 개념에 관한 논의를 수학 교육과 관련짓는데 목적이 있는 만큼, 수학교육에서 그것이 구체화될 수 있는 것인지, 만일 그렇다면 어떻게 구체화될 수 있는 것인지 밝히고자 하였다. 본 연구자는 그 연결점이 수학적 개념의 과학적, 이론적 성격에 있다는

5) 실제로 Davydov는 이러한 실험적 연구의 신빙성을 검증하기 위해 15년 이상 이 프로그램을 사용해서 가르쳤으며, 아동들은 과제들을 대체로 잘 숙달하였다고 밝히고 있다(Davydov, 1982, p.236).

데에서 찾고, 이러한 수학적 개념의 성격은 교육과정 구성을 아주 구체적으로 방향지운다는 것을 보였다. 수학이 본질적으로 다루고자 하는 내용은 경험적 사고에 기초하는 경험적 일반화가 아니라, 이론적 사고를 요구하는 이론적 일반화를 요구하므로, 교육과정을 구성하는 내용 또한 이론적이고 과학적인 것이 되어야 한다. 수학적 개념의 과학적 성격을 고려할 때 교육과정은 이론적 일반화의 원리에 기초하여 구성되어야 하는 것이다. 이러한 원리는 수 개념 및 그 연산과 관련된 Davydov의 교육과정을 통해 예시적으로 확인할 수 있었다.

과학적 개념에 관한 논의는 수학교육의 내용이 과학적, 이론적 지식을 통해 경험적 지식을 통합해 나가는 방식이 되어야 함을 암시하고 있으며, 수학교육은 하나의 일관된 '이론 체계'를 가진 교육내용을 구성할 것을 요청하고 있다고 할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- 우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법, 서울대학교 출판부.
- 이홍우 (2000). 증보 교육과정탐구, 박영사.
- 이돈희 외(2000). 하우동설, 교육학 대백과사전.
- Davydov, D. D. (1975a). Logical and psychological problems of elementary mathematics as an academic Subject. In L. P. Steffe, (Ed.) *Soviet studies in psychology of learning and teaching mathematics, Vol. VII*, (pp.55-107). The University of Chicago.
- Davydov, D. D. (1975b). The psychological characteristics of the "prenumerical" period of mathematics instruction. In L. P. Steffe, (Ed.), *Soviet studies in psychology of learning and teaching mathematics, Vol. VII*, (pp.109-205). The University of Chicago.
- Davydov, D. D. (1990). Types of generalization in instruction. In J. Kilpatrick (Ed.), *Soviet studies in mathematics education*. (pp. ? ) Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Davydov, D. D. (1982). The Psychological characteristics of the formation of elementary mathematical operations in children. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition & Subtraction : A Cognitive Perspective*, (pp.224-238). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- El'konin D. B. (1975). Primary schoolchildren's intellectual capabilities and the content of instruction. In L. P. Steffe (Ed.), *Soviet studies in psychology of learning and teaching mathematics, Vol. VII*, (pp.13-54). The University of Chicago.
- El'konin, D. B. & Davydov, D. D. (1975). Learning capacity and age Level: instruction. In L. P. Steffe (Ed.), *Soviet studies in psychology of learning and teaching mathematics, Vol. VII*, (pp.1-11) The University of Chicago.
- Schmittau, J (1993). Vygotskian scientific concepts: Implications for mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 15(2-3), 29-39
- Sierpinska, A (1993). The development of concepts according to vygotsky. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 15(2-3), 87-107
- Vygotsky, I. S. (1962). *Thought and language*. M.I.T Press.

Vygotsky, I. S. (1978). *Mind in society : The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

Wertsch, J. V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*, 한양대 사회인지 발달연구모임(역), 비고츠키: 마음의 사회적 형성, 정민사.

## A Study of the Scientific Characteristic of Mathematical Concepts and Curriculum Design

Ko Jung Hwa(Seoul National University, Graduate School)

We know that curriculum is, first of all, related to teaching materials, namely, contents. Therefore, when we think of mathematics curriculum, we must take account of characteristic of mathematics. Vygotsky has studied the development of scientific concepts and everyday concepts. According to Vygotsky, scientific concepts grow down through spontaneous concepts; spontaneous concepts grow upward through scientific concepts. And mathematics is a representative of subjects dealing with scientific or theoretical concept. Therefore, his study provides scientific basis for mathematics curriculum design.

In this context, Davydov notes that everyday concepts are developed through empirical abstraction, while scientific concepts require a theoretical abstraction. And Davydov constructed the curriculum materials for the teaching of number concept. Davydov's curriculum is an example of reflecting Vygotsky's theoretical view and his view about the types of abstraction. In particular, it represents mathematical characteristic of a 'science' by introducing number concept through quantitative relationship and use of signs.

In conclusion, since mathematical concepts have scientific characteristic, mathematics curriculum reflects this characteristic.