

2-종모드 레이저를 이용한 고분해능 헤테로다인 간섭계

김민석*, 김승우*

A High-Resolution Heterodyne Interferometer using Beat Frequency between Two-Axial Modes of a HeNe Laser

Min-Seok Kim*, Seung-Woo Kim*

ABSTRACT

We propose a new scheme of high-resolution heterodyne interferometer that employs the two-axial mode He-Ne laser with an inter-mode beat frequency of 600~1000 MHz. An electronic RF-heterodyne circuit lowers the beat frequency down to 5 MHz, so that the phase change of the interferometer output is precisely measured with a displacement resolution of 0.1 nanometer without significant loss of dynamic bandwidth. A thermal control scheme is adopted to stabilize the cavity length with aims to suppress frequency drifts caused by the phenomena of frequency pulling and polarization anisotropy of the two-axial mode laser to a stability level of 2 parts in 10^9 . The two-axial mode HeNe laser yields a high output power of 2.0 mW, which allows us to perform multiple measurements of up to 10 machine axes simultaneously.

Key Words: Heterodyne interferometer (헤테로다인 간섭계), two-axial modes (2 종모드), frequency-stabilized laser(주파수 안정화 레이저), beat frequency (맥놀이 주파수), RF-heterodyne technique (RF 헤테로다인 기법),

1. 서론

운동방향의 위치정도를 측정하거나 제어하기 위해서는 레이저 간섭계를 많이 이용한다. 초정밀 길이 측정 방법 중 레이저 간섭계는 지금까지의 어떤 변위 측정 센서보다도 가장 작은 상대 불확도를 낼 수 있어 정밀 측정 및 가공 분야에서 많이 이용되고 있으며 특히 길이 측정의 표준인 요오드 안정화 헬륨-네온 레이저에 바로 소급이 가능한 장점을 가지고 있다⁽¹⁾. 생산성과 정밀도의 향

상에 따라 최근의 레이저 간섭계는 고 정도, 고 속도 그리고 동시에 다축 측정이 가능하도록 발전되어 왔다. Step and Scan 방식의 반도체 리소그래피 스테퍼에 들어간 레이저 간섭계 시스템의 경우 최대 측정 속도 2.1 m/s, 분해능 0.31 nm를 구현하며 최대 8 축까지 측정할 수 있다⁽²⁾. 상용화된 많은 변위 측정 시스템은 신호 대 잡음비가 우수하고 광학계의 정렬이 더 쉬운 헤테로다인 방식을 채택하고 있으며 이를 위해서 서로 수직 선형 편광인 다른 주파수의 광을 내보내는 광원이 필요하

2001년 9월 21일 접수

* 한국과학기술원 기계공학과

다.

현재 헤테로다인 변위 측정 시스템에 쓰이고 있는 광원은 이중 주파수 광원을 만드는 방식에 따라 지만 효과(Zeeman effect)를 이용한 지만 레이저와 음향-광 변조기(Acousto-optic modulator)를 이용한 이중 주파수 레이저가 있다. 전자의 방식은 최대 맥놀이 주파수가 3 MHz 정도로 측정할 수 있는 최대 속도는 0.95 m/s 로 제한되며 편광의 비직교성에 의한 비선형성 오차가 큰 단점이 있다⁽³⁾. 후자의 방식은 변조 주파수와 맥놀이 주파수가 같으므로 변조 주파수만 크게 하면 속도 제한이 없는 장점이 있으나 음향-광 변조기에 의한 광 손실과 두 주파수의 광을 한 축으로 정렬하는데 어려움이 있다. 이에 비해 2-종모드 레이저에서 발견하는 2 개의 종모드간의 맥놀이 주파수는 공진기의 FSR(Free Spectral Range)값과 비슷한 600~1000 MHz 로 속도에 제한이 없으며 인접하는 두 모드는 모드 경쟁(mode competition)에 의해 편광이 서로 직교하므로 헤테로다인 간섭계의 광원으로서 사용이 가능하다. 또한 기존의 간섭계 광원에 비해 출력이 크므로(2 mW 이상, 기존의 광원은 0.5 mW 이하) 다축 측정용 간섭계 광원으로 적합하다.

2-종모드 사이의 맥놀이 주파수를 이용한 거리 측정기는 여러 논문에서 소개되었으나^(4,5) 두 개의 파장을 합성하여 긴 파장으로 만들어 사용하였기 때문에 수 밀리미터 정도의 낮은 분해능을 갖는다. 또한 S.C. Bartlett, F. Farahi 그리고 D.A. Jackson 은 2-mode 레이저 광원을 사용하여 광 간섭을 이용한 10 나노미터의 분해능을 가지는 간섭계와 합성 파장을 만들어 0.5 mm 의 분해능을 내는 시스템을 제안하였다⁽⁶⁾. 그러나 이 방법은 스펙트럼 분석을 통해 측정물체의 진동의 진폭만을 측정하므로 진동하는 물체만을 측정할 수 있다.

2-종모드 간의 맥놀이 주파수는 광의 주파수에 따라 (즉 2 개의 모드가 이득 곡선에서 어디에 위치해 있는가에 따라) 달라진다. 맥놀이 주파수가 바뀌는 원인으로서는 주파수 당김 효과와 종모드의 편광 상태에 따라 달라지는 공진기의 Q 값 때문이다⁽⁷⁾. Shuko Yokoyama, Tsutomu Araki, 그리고 Norihito Suzuki 는 2-종모드 레이저의 맥놀이 주파수 변화를 이용하여 레이저 주파수를 안정화하는 연구를 수행하였다⁽⁸⁾. RF 헤테로다인 기법을 이용해 주파수 당김 효과에 의한 맥놀이 주파수 변화를 알아내어 레이저 공진기의 길이를 제어하였

다. 하지만 고 분해능 헤테로다인 간섭계의 광원으로의 응용 방안을 제시하지 못하였다.

본 논문에서는 2-종모드 레이저의 맥놀이 주파수를 이용한 고 분해능 레이저 간섭계를 개발하고 그 성능을 검토한다. 맥놀이 주파수를 RF 헤테로다인 기법을 이용하여 물체의 이동 속도와 위상 측정기의 측정 대역에 적합한 5 MHz 로 낮추어 고 분해능 변위 측정도 가능하게 하며 또한 맥놀이 주파수 변화를 이용한 주파수 안정화도 이루는 기법을 이용한다.

2. 2종모드 레이저 광원을 이용한 헤테로다인 간섭계

Fig. 1 은 본 논문에서 제안한 2-종모드 레이저를 이용한 헤테로다인 간섭계를 나타낸 것이다. 헤테로다인 간섭계의 광원은 2-mode 레이저로 선형 편광의 서로 수직한 2 개의 주파수를 갖는 광을 내보낸다. 두 광의 주파수 차이는 공진기의 길이에 따라 다르나 600~1000 MHz 사이의 값을 갖는다.

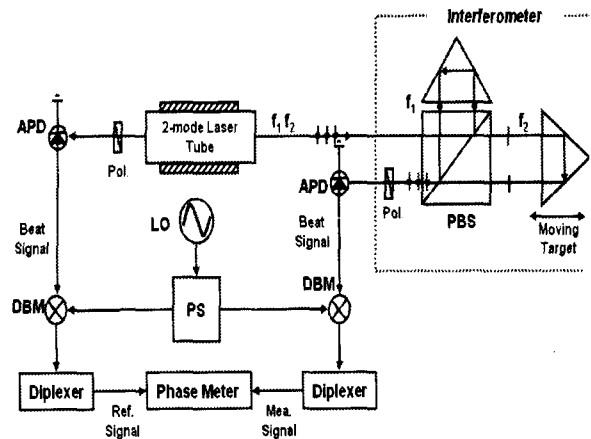


Fig. 1 High-resolution heterodyne interferometer using the intermode beat of a two-mode stabilized laser; APD: Avalanche Photo Diode, LO: Local Oscillator, PS: Power Splitter, DBM: Double Balanced Mixer

레이저의 뒷면에서 나온 광은 각 광의 편광축에 45° 기울어진 편광판에서 간섭을 일으켜 고속 광 검출기에서 (APD) 전기 신호로 바뀐다. 이 신

호를 기준 신호로 사용한다. 기준 신호는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_r = A \cos[2\pi(f_1 - f_2)t] \quad (1)$$

여기서 A 는 신호의 진폭이고 f_1, f_2 는 각각 광의 주파수이다. 한편 레이저의 앞면에서 나온 광은 편광방향에 따라 편광 광 분할기(PBS)에서 나뉘어져 주파수 f_1 의 광은 고정된 반사경에 f_2 의 광은 움직이는 반사경에 반사되어 마찬가지로 45° 기울어진 편광판에서 합쳐져 간섭 신호를 만든다. 이 신호를 측정 신호로 사용한다. f_1 의 왕복 광경로가 $2d_1$, f_2 의 왕복 광경로가 $2d_2$ 이라면 측정 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$I_m = B \cos\{2\pi[(f_1 - f_2)t + 2d_1/\lambda_1 - 2d_2/\lambda_2]\} \quad (2)$$

여기서 B 는 신호의 진폭이고 λ_1, λ_2 는 각각 광의 파장이다. 기준 신호와 측정 신호와의 위상을 측정하면 변위를 알 수 있다. 0.1 nm 의 분해능을 얻기 위해서는 $2 \times (0.1 \text{ nm}) / 633 \text{ nm} \cong 0.1^\circ$ 의 위상 측정 분해능이 필요하다. 하지만 맥놀이 주파수는 앞서 언급했듯이 매우 크므로 위상 검출기(Phase meter)에서 직접 위상 측정이 어렵다. 따라서 RF 헤테로다인 기법을 이용하여 맥놀이 주파수를 위상 측정의 손실 없이 위상 측정기의 측정 대역까지 낮춘다. 고 안정 수정 발진자(TCXO)와 위상 검출기(phase detector), 저역통과 필터(LPF) 그리고 전압제어 발진기(VCO)로 이루어진 PLL 회로를 이용하여 맥놀이 주파수와 가까운 국부 발진기 신호(LO, Local Oscillator)를 만들어 내고 이 신호는 신호 분할기(power splitter)에서 두개로 분리된다. 분리된 신호는 각각 기준 맥놀이 신호, 측정 맥놀이 신호와 DBM(Double Balanced Mixer)에서 곱해진다. IF 단에서는 곱해진 두 신호의 주파수가 합이 되는 신호와 차가 되는 신호가 나오는데 합이 되는 신호는 뒷단의 LPF(Low Pass Filter)와 HPF(High Pass Filter)로 이루어진 다이플렉서(Diplexer)에 의해 제거된다. 주파수가 낮춰진 신호를 위상 검출기에 넣어 위상을 측정한다. 주파수가 낮춰진 기준신호와 측정신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_r = A \cos[2\pi f_{IF} t] \quad (3)$$

$$I_m = B \cos[2\pi(f_{IF} t + 2d_1/\lambda_1 - 2d_2/\lambda_2)] \quad (4)$$

여기서 $f_{IF} = f_1 - f_2 - f_{LO}$, f_{LO} 는 LO 신호의 주파수이다. f_{LO} 를 맥놀이 주파수와 비슷하게 설정하면 위상 측정기의 측정 대역으로 맥놀이 신호의 주파수를 낮출 수 있다. f_{LO} 는 가변이 가능하므로 측정 물체의 속도와 분해능에 따라 기준 신호와 측정 신호의 주파수를 조절할 수 있다.

3. 2종모드 레이저의 특성

3.1 2종모드 레이저의 맥놀이 주파수

2-종모드 레이저는 공진기의 길이가 150~200mm 정도로 아래의 Fig. 2(a)와 같이 He-Ne 의 이득곡선 상에 동시에 2 개의 주파수가 발진하는 레이저를 말한다.

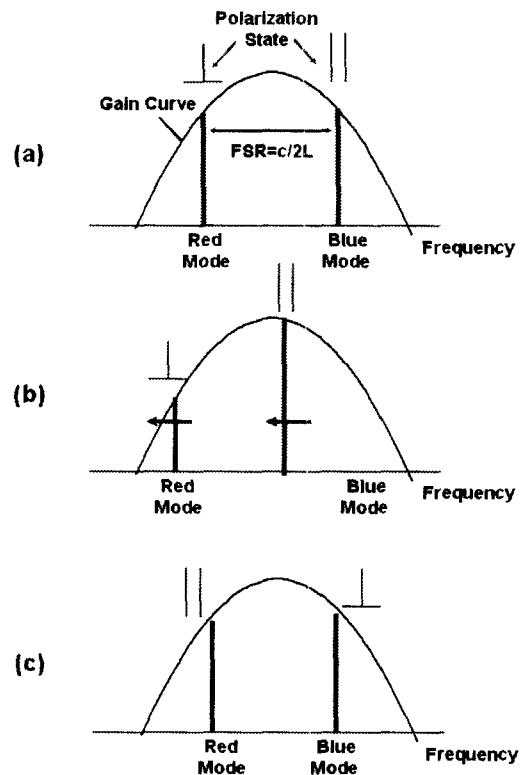


Fig. 2 Periodic movements of longitudinal modes corresponding with $\lambda/2$ cavity expansion. (a) Longitudinal modes standing in the gain curve, (b) movement of longitudinal modes as cavity

length increases, (c) polarization states are in reverse order to the stage (a), but output frequencies are same.

발진하는 두 모드는 편광이 서로 수직이며 모드사이의 간격은 자유 스펙트럼 영역(Free Spectral Range)에 의해 결정된다. 공진기의 길이를 L , 공진기 내부의 굴절률을 n 이라 하면 자유 스펙트럼 영역 $\Delta\nu$ 는 식(5)와 같이 주어진다.

$$\Delta\nu = c / 2nL \quad (5)$$

여기서 c 는 진공에서의 빛의 속도이다.

식(5)에 의해 두 모드간의 맥놀이 주파수는 약 600~1000 MHz 정도이다. 열에 의해 공진기의 길이가 팽창하면 두 모드는 Fig. 2(b)처럼 화살표 방향으로 이득곡선을 따라 움직이게 된다. 공진기의 길이가 $\lambda/2$ 만큼 변할 때 자유 스펙트럼 영역의 크기만큼 레이저 주파수가 이득곡선에서 이동하며 Fig. 2(c)처럼 편광상태는 반대가 된다. 다시 공진기의 길이가 $\lambda/2$ 만큼 변하면 처음의 발진 상태로 되돌아 오게 된다. 이처럼 공진기의 길이가 λ 만큼 변할 때마다 주기적으로 모드는 바뀌게 된다.

3.2 모드 간의 맥놀이 주파수 변화

레이저 공진기가 이상적이라면 맥놀이 주파수는 식(5)에 의해서만 결정되어야 한다. 하지만 맥놀이 주파수는 발진 모드가 이득 곡선의 어느 위치에 있는가에 따라 달라지며 또한 편광상태에 따라 달라진다. Fig. 3은 공진기의 팽창에 따른 맥놀이 주파수 변화를 측정된 그림으로 본 연구에서 사용한 레이저는(Uniphase 사 model 1003) 자유 스펙트럼 영역이 730 MHz 정도였다. 맥놀이 주파수 변화량은 맥놀이 주파수 보다 매우 작기 때문에 앞서 설명하였듯이 믹서와 국부 발진기를 이용하여 주파수를 낮추었다. 맥놀이 주파수 변화곡선을 보면 진폭이 약 100 kHz 인 오목한 모양의 곡선이 약 450 kHz 차이로 위아래로 반복해서 나타남을 알 수 있다. 오목한 모양의 곡선이 나타나는 이유는 발진 모드가 매질의 이득 곡선의 중심에서 발진하지 않을 경우 발진 주파수가 이득곡선의 중심 쪽으로 당겨지는 주파수 당김 효과 때문이다⁽⁹⁾. 그림을 보면 화살표의 간격마다 맥놀이 주파수가 갑자기 변함을 알 수 있는데 공진기가 $\lambda/2$ 식 팽창

함에 따라 편광상태가 (\perp, \parallel) 순서에서, 즉 이득곡선에서 왼쪽에 있는(주파수가 낮은) 광의 편광상태가 (\perp) 오른쪽에 있는 광의 편광상태가 (\parallel)인 상태에서, (\parallel, \perp) 순서로 바뀔 때마다 나타나게 된다. 이는 공진기의 비등방 편광성(polarization anisotropy)에 의해 발진 모드의 편광상태에 따라 반사위상지연이 다르기 때문에 레이저 발진모드의 편광방향에 따라 일정한 발진 주파수 편이가 발생하기 때문이다⁽⁹⁾. 따라서 편광순서가 바뀌면 맥놀이 주파수 값이 갑자기 일정한 양만큼 변하게 된다. 공진기의 길이가 λ 만큼 변할 때마다 맥놀이 주파수는 다시 같아지며 맥놀이 주파수의 변화곡선을 알면 레이저의 발진 주파수와 편광 순서를 알 수 있다.

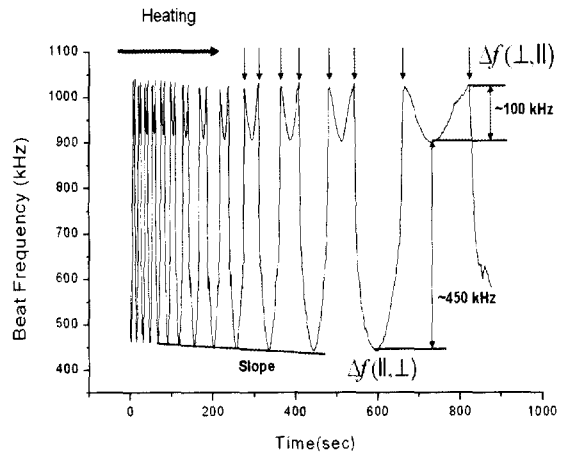


Fig. 3 A plot of beat frequency variation as the cavity length increase

또한 그림을 자세히 보면 공진기가 팽창함에 따라 맥놀이 주파수가 줄어들음을 관찰할 수 있는데 이 현상은 식(5)를 미분 함으로써 설명 할 수 있다.

$$d(\Delta\nu) = -cdL / 2nL^2 \quad (6)$$

공진기의 길이가 20.5 cm 이므로 $dL = \lambda$ 만큼 (한 주기 만큼) 바뀔 때 맥놀이 주파수는 2.26 kHz 만큼 내려간다. 실제 측정된 값을 보면 한 주기 만큼 바뀔 때 맥놀이 주파수는 2 kHz 정도 내려감을 알 수 있다.

4. 2 종모드 레이저의 주파수 안정화

3.2 절에서 언급했듯이 맥놀이 주파수를 알면 발진 광의 주파수와 편광 상태를 알 수 있으므로 맥놀이 주파수가 일정하도록 공진기의 길이를 제어하면 발진 주파수 안정화와 편광 상태를 일정하게 고정할 수 있다.

4.1 안정화 시스템

Fig. 4 에 레이저 주파수 안정화 시스템을 간단하게 도시하였다. 맥놀이 주파수 변화의 크기가 1 MHz 이내이므로 LO 신호를 RF 신호에 최대한 가깝게 맞춘다. 주파수가 0~1 MHz로 낮아진 맥놀이 신호는 비교기에서 디지털 신호로 바뀐 후 1/1000 카운터에서 주파수가 1/1000로 떨어져 마이크로 컨트롤러 80C196KC의 인터럽트 신호로 사용된다. 마이크로 컨트롤러 내부의 카운터에서 인터럽트간의 시간 간격을 세면 맥놀이 주파수 변화를 알 수 있다. 맥놀이 주파수를 일정하게 하기 위해 기준 주파수를 정하고 맥놀이 주파수와 기준 주파수의 차를 오차로 하여 오차 값에 각각 P gain, I gain 그리고 D gain 값을 곱하여 PWM(Pulse Width Modulation) 출력의 duty 값을 조절하였다. 마이크로 컨트롤러에서 이득 값을 조절하므로 아날로그 회로로 구성하는 것 보다 잡음에 둔감하고 이득조정이 쉬운 장점을 가진다.

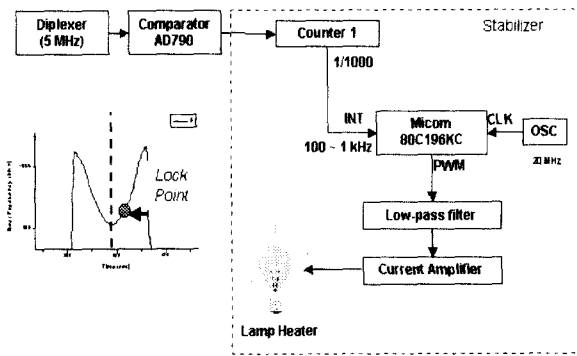


Fig. 4 Laser frequency stabilization system

PWM 출력은 저역 통과 필터(low-pass filter)를 통과하여 duty 값에 비례한 DC 신호로 바꾸고 이 신호를 High-power OP-Amp 로 증폭하여 레이저 공진기 주위의 10W 전구 2 개에 전류를 공급한다.

진구에서 나온 빛은 공진기에서 열로 변환되어 빛의 세기에 따라 공진기에서 받는 열량은 비례한다. 빛이 쉽게 열로 바뀔 수 있도록 공진기를 검정 색으로 칠하였다.

레이저를 켜 후 레이저 공진기의 온도가 70 °C 정도 되도록 미리 5~6 분 정도 가열한다. 제어가 시작되는 지점은 식(6)에 의해 맥놀이 주파수가 감소하는 양을 보면 공진기의 길이가 늘어난 양을 알 수 있으므로 공진기가 일정량만큼 늘어나면 제어를 시작한다. Fig. 5 는 제어가 되기 전과 후의 맥놀이 주파수의 변화를 나타낸 것으로 제어 시작한 후 15 분 이내에 맥놀이 주파수는 3 kHz로 안정화 됨을 알 수 있다. 따라서 맥놀이 주파수 안정도는 4.0×10^{-6} 이다.

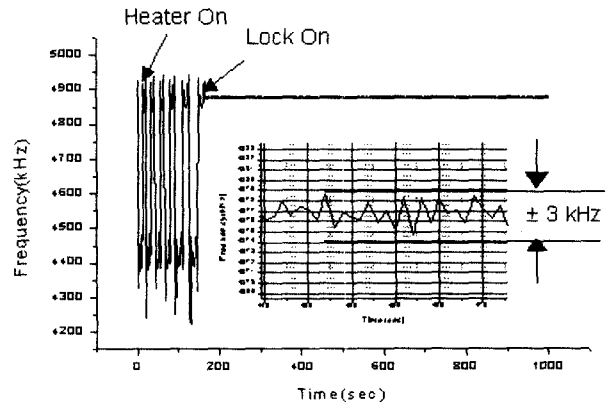


Fig. 5 Beat frequency variation before and after the action of locking

4.2 레이저 주파수 안정도

레이저 주파수의 안정도를 평가하기 위해서 다른 안정화 레이저와 광 헤테로다인 법을 이용하여 주파수 비교를 한다. 안정도 측정에 사용된 레이저는 HP사의 5518A로 주파수 안정도는 약 10^{-9} 이다. 레이저의 출력이 2 개의 주파수로 나오므로 편광판을 이용하여 blue mode로 발진하는 광만을 통과시켜 HP 레이저의 출력광과 합쳤다. Fig. 6 은 맥놀이 주파수의 변화를 3 시간동안 기록한 것이다. 주파수 요동 폭은 1 MHz 표준편차를 구해보면

324 kHz 이다. 주파수 요동 폭으로 계산한 레이저 주파수 안정도는 2.0×10^{-9} 이다. 알란 분산(Allan Variance) 값은 $\sigma(10 \text{ s}) = 4.0 \times 10^{-10}$, $\sigma(100 \text{ s}) = 1.0 \times 10^{-10}$, $\sigma(1000 \text{ s}) = 4.0 \times 10^{-10}$ 이었다.

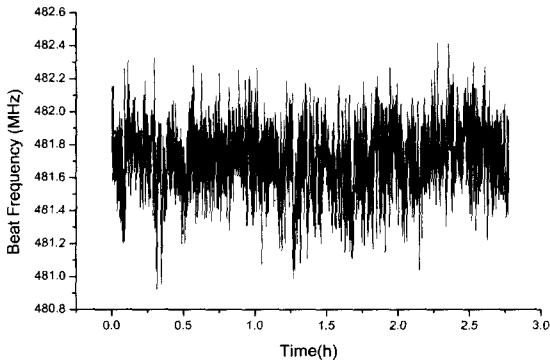


Fig. 6 Fluctuation of beat frequency between stabilized two-mode laser and Zeeman laser

5. 위상 측정의 검증

2-mode 레이저 간섭계 시스템과 기존의 다른 시스템과의 차이는 직접 맥놀이 주파수 신호의 위상차를 측정하는 것이 아니라 RF-heterodyne 기법에 의해 주파수를 낮춘 맥놀이 신호의 위상차를 측정하는 것이다. 따라서 위상을 얼마나 잘 측정하는지 알아볼 필요가 있다.

Fig. 7 은 광학적으로 정밀하게 위상을 조절할 수 있는 실험 장치의 구성도이다. 주파수 차이가 747 MHz 에 해당하는 합성 파장의 길이는 412 mm 이므로 반사체를 1 mm 만큼 움직이면 1.75° 만큼 위상이 변한다. 마이크로 미터가 장착된 스테이지로 반사경의 위치를 변경하면 마이크로 미터의 분해능이 10 μm 이므로 최소 0.0175° 만큼의 위상을 바꿀 수 있다. 또한 맥놀이 주파수 안정도는 4.0×10^{-6} 이므로 반사경을 레이저 광원으로부터 한 파장 이내로 띄어두면 파장 변화에 의한 오차는 무시할 수 있다.

이렇게 함으로써 레이저 간섭계의 다른 오차 요인(공기 굴절률, 비선형성, 정렬오차)을 제외한 시스템의 오차를 구할 수 있다. Fig. 8 에 결과를 나타내었다

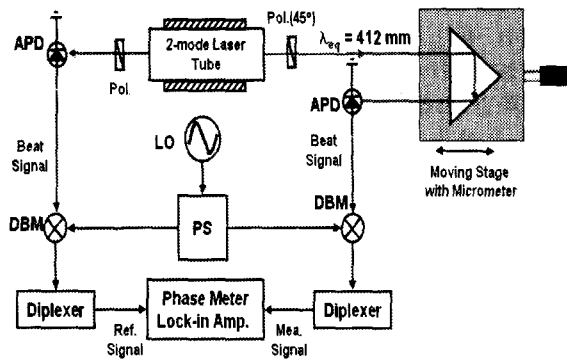


Fig. 7 A schematic diagram of the setup used to optically generate precisely controllable phase differences

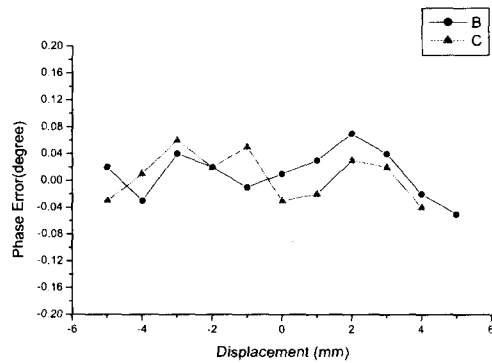


Fig. 8 Test results of phase measuring electronics. Two measurements performed separately are indicated by B and C, respectively.

반사경을 $\pm 5 \text{ mm}$ 로 움직여가며 반사경을 움직여 변한 위상 값과 위상 검출기의(Stanford Research Systems, Model SR844, RF Lock-in Amplifier) 위상 값의 차를 표시하였다. 위상 오차 값은 모두 0.1° 이내로 이로 인한 거리 측정 오차는 0.1 nm 이내이다. 이 오차값은 고 분해능 레이저 간섭계로서 충분히 사용할 수 있는 값이며 위상 검출기의 위상 측정 정확도가 0.1° 이내이므로 위상 오차는 주로 위상 검출기 오차에서 기인한다고 생각된다.

6. 결론

2-종모드를 이용한 고 분해능 헤테로다인 간섭

계를 제안하였다. RF-헤테로다인 기법을 이용하여 맥놀이 주파수를 낮춤으로써 2-종모드간의 맥놀이 주파수가 너무 커 위상 측정이 곤란한 문제를 해결하였으며 또한 맥놀이 주파수 변화를 이용하여 레이저 주파수를 안정화 하였다. 본 연구에서 맥놀이 주파수 안정도 4.0×10^{-6} 와 레이저 주파수 안정도 2.0×10^{-9} 의 결과를 얻었다. 2-종모드 레이저를 이용하면 지만(Zeeman) 레이저처럼 이중 주파수 레이저를 만들기 위해 자장을 가하지 않아도 되며 맥놀이 주파수의 크기에 의해 속도 제한을 받지 않는 장점이 있다. 즉, LO 신호의 주파수를 바꿈으로써 맥놀이 주파수를 원하는 만큼 낮출 수 있으므로 측정 물체의 속도에 따라 적절히 맥놀이 주파수를 조절 할 수 있다. 또한 광의 출력이 2 mW 이상으로 다축 측정에 유리하다. 위상 측정 정밀도를 테스트한 결과 위상 오차는 0.1° 이내로 맥놀이 신호의 주파수를 낮추어 측정해도 위상 측정에 불이익은 없는 것으로 확인되었다. 따라서 본 연구에서 개발한 광원을 사용한 레이저 간섭계는 고속, 고정도 그리고 다축 측정으로 가는 추세에 적절하다고 판단되며 스테이지의 제어용이나 측정기의 변위 측정용으로 충분히 활용할 수 있을 것으로 기대한다.

후 기

본 연구는 2000 년도 창의적연구진흥사업의 재정지원으로 수행되었음을 밝힙니다.

참고문헌

1. 엄태봉 등, "레이저 간섭계와 미터표준," 정밀공학회지, 제 17 권, 제 6 호, pp. 17-24, 2000.
2. Frank C Demarest, "High-resolution, high speed, low data age uncertainty, heterodyne displacement measuring interferometer electronics," Meas. Sci. Tech., Vol. 9, pp. 1024-1030, 1998.
3. Yi. Xie and Yi-zun Wu, "Zeeman laser interferometer errors for high-precision measurements," Appl. Opt. Vol. 31, pp. 881-884, 1992.
4. K. Seta and T. O'ishi, "Distance meter utilizing the interbeat of a He-Ne laser," Appl. Opt. Vol. 29, pp. 1525-1528, 1989.

5. T. Araki, S. Yokoyama, and N. Suzuki, "Simple optical distance meter using an intermode-beat modulation of a He-Ne laser and an electrical-heterodyne technique," Rev. Sci. Instrum. Vol. 65, pp. 1883-1888, 1994.
6. S.C. Bartlett, F. Farahi, and D.A. Jackson, "A dual resolution noncontact vibration and displacement sensor based upon a two wavelength source," Rev. Sci. Instrum. Vol. 61, pp. 1014-1017, 1990.
7. R. Balhorn, F. Lebowsky, and D. Ullrich, "Beat frequency between two axial modes of a He-Ne laser with internal mirrors and its dependence on cavity Q," Appl. Opt. Vol. 14, pp. 2955-2959, 1975.
8. S. Yokoyama, T. Araki, and N. Suzuki, "Intermode beat stabilized laser with frequency pulling," Appl. Opt. Vol. 33, pp. 358-363, 1994.
9. 김민석, 김승우, "맥놀이 주파수 변화를 이용한 2 모드 HeNe 레이저의 안정화," in preparation.