

# 확장된 좌표계 전환기법에 의한 모바일 로봇의 기구학 모델링

## Kinematic Modeling of Mobile Robots by Transfer Method of Augmented Generalized Coordinates

김 희 국, 김 도 형, 이 병 주  
(Wheekuk Kim, Do-Hyung Kim, and Byung-Ju Yi)

**Abstract :** A kinematic modeling method is proposed which models the sliding and skidding at the wheels as pseudo joints and utilizes those pseudo joint variables as augmented variables. Kinematic models of various type of wheels are derived based on this modeling method. Then, the transfer method of augmented generalized coordinates is applied to obtain inverse and forward kinematic models of mobile robots. The kinematic models of five different types of planar mobile robots are derived to show the effectiveness of the proposed modeling method.

**Keywords :** kinematics, modeling method, augmented variable, mobile robot, sliding, skidding

### I. 서론

평면형 모바일 로봇에 자주 사용되는 바퀴의 형태는 크게 고정바퀴(conventional fixed wheel), 제로오프셋 조향바퀴(centered orientable wheel), caster바퀴라 불리는 오프셋 조향바퀴(off-centered orientable wheel), 그리고 대표적인 전방향성(omni-directional) 바퀴 중의 하나인 Swedish바퀴[1]로 분류될 수 있다. 이러한 여러 다양한 형태의 바퀴가 장착된 모바일 로봇의 기구학 모델링을 위한 다양한 접근방법이 문헌에 제안되어왔다[1][2]. Muir와 Newman[1]은 각 바퀴의 관절벡터와 모바일 로봇의 출력벡터 사이의 기구학 관계식을 이용하여 전체 모바일 로봇의 기구학 모델을 구하였다. Campion 등은[2] 각 바퀴의 측면방향으로 미끄럼 마찰운동이 발생하지 않는다는 가정을 적용함으로써 모바일 로봇의 구속공간을 설정하고 이러한 구속공간에 직교한 나머지 공간을 운동허용공간으로 한 기구학 모델을 제시하였다. 특히, Muir와 Newman에 의해 제안된 기구학 모델링 방법은 지금까지도 널리 활용되고 있다[3][4].

기구학 모델링에 있어, 일반적으로, 바퀴와 지면과의 접촉점을 지나며 지면과 수직인 축에 대한 이러한 바퀴들의 회전마찰운동은 상대적으로 쉽게 발생한다고 가정하여, 고정바퀴는 2 자유도, 제로오프셋 조향바퀴, caster바퀴 그리고 Swedish바퀴는 모두 3 자유도를 가지는 것으로 모델링된다. 특히 2 자유도를 가지는 고정바퀴는 물론, 3 자유도를 가지는 제로오프셋 조향바퀴의 경우 3 자유도 중 1 자유도는 조향회전에만 영향을 주므로 평면형 모바일 로봇의 출력공간을 제한하게 된다. 실제로, Muir와 Newman이 제시한 기구학 모델링에 있어서 고정바퀴와 조향바퀴의 역기구학 모델링에는 최소자승법을 적용하고 있다. 또한, 이러한 기존의 방법들은 모두 바퀴의 미끄럼 마찰운동을 기구학 모델에

포함하지 않고 있다.

모바일 로봇의 구조는 기구학적으로 바퀴들에 해당되는 여러 개의 직렬 부속체인들을 가지는 병렬 메커니즘으로 모델링될 수 있다. 특히, 문헌에 소개된 다양한 병렬 메커니즘의 모델링 방법 중 Freeman과 Tesar에 의해 제안된 좌표계 전환기법[5]은 병렬 메커니즘의 기구학/동역학 모델링방법으로 상대적으로 간편하고 체계적인 방법이다. 그러나, 좌표계 전환기법의 경우 각 직렬부속체인과 중간 매개변수 벡터인 모바일 로봇의 출력벡터와의 정기구학과 역기구학이 존재해야 한다. 실제로, 고정바퀴나 제로오프셋 바퀴의 경우 바퀴의 관절벡터와 모바일 로봇의 출력벡터는 다른 수의 변수를 가지므로 이러한 조건을 만족시키지 못한다.

그러므로, 본 논문에서는 미끄럼 마찰속도를 바퀴의 관절모델에 포함시킴과 동시에 이들 각 바퀴의 미끄럼 마찰속도를 확장변수로서 모바일 로봇의 출력벡터에 포함함으로써 이들 각 바퀴의 기구학 모델링을 수행하고 전체 모바일 로봇의 기구학 모델링을 구하는 확장된 좌표계 전환기법을 사용한다.

본 논문은 다음과 같이 요약될 수 있다: 먼저, 평면형 모바일 로봇에 자주 사용되는 네 가지 형태의 바퀴에 대한 정기구학과 역기구학 모델을 유도한다. 그리고 여러 형태의 바퀴가 장착된 다섯 가지 다른 구조의 평면형 모바일 로봇에 제안된 확장된 좌표기법을 적용하여 기구학 모델을 유도함으로써 그 간편성을 확인한다.

### II. 바퀴의 기구학 모델링

먼저, 모바일 로봇의 운동은 평면 운동 공간에 제한된다고 가정한다. 그리고 바퀴는 지면과 항상 점 접촉을 가지며 바퀴의 중심점과 지면과 바퀴의 접촉점을 지나는 수직 축에 대한 바퀴의 회전 마찰 운동은 항상 쉽게 허용된다고 가정한다. 먼저, 좌표계  $(\hat{X} \hat{Y} \hat{Z})$ 와  $(\hat{x}_b \hat{y}_b \hat{z}_b)$ , 그리고  $(\hat{x}_c, \hat{y}_c, \hat{z}_c)$ 를 각각 지면에 고정된 기준 좌표계와 모바일 로봇

접수일자 : 2001. 6. 26., 수정완료 : 2001. 11. 22.

김희국 : 고려대학교 제어계측공학과(wheekuk@korea.ac.kr)

김도형 : 삼성전자 메카트로닉스센터(dokkang@samsung.co.kr)

이병주 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부(bj@hanyang.ac.kr)

의 몸체에 고정된 몸체 좌표계, 그리고 바퀴와 지면과의 접촉점에 위치한 접촉 좌표계를 나타낸다고 하자. 그리고 모바일 로봇의 출력속도를 아래와 같이 정의하자:

$$\dot{\mathbf{u}} = (v_{bx} \ v_{by} \ \omega)^T, \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{v}_b = (v_{bx} \ v_{by})^T$ 와  $\omega$ 는 각각 모바일 로봇 몸체 좌표계의 원점인  $O_b$ 의 병진속도벡터와 수직축에 대한 몸체의 회전속도를 나타낸다. 그러면, 고정바퀴, 오프셋바퀴, 제로오프셋바퀴 그리고 Swedish바퀴의 기구학 모델링에 관하여 기술한다.

1. 고정바퀴의 기구학 모델링

그림 1은 모바일 로봇에 장착된 고정바퀴를 보여주고 있다. 편의상, 일반성의 결여 없이  $\hat{\mathbf{z}}_w = -\hat{\mathbf{x}}_b$ 로 설정한다. 그림에서  $\hat{\mathbf{x}}_c = \hat{\mathbf{x}}_b$  그리고  $\hat{\mathbf{y}}_c = \hat{\mathbf{y}}_b$ 임을 알 수 있다. 바퀴의 중앙점  $O_w$ 은 몸체 좌표계로  $(x, y, z)$ 의 위치에 위치한다. 점  $O_w$ 의 병진 속도를 나타내는  $\mathbf{v}_w$ 는 아래와 같이 표현될 수 있다:

$$\mathbf{v}_w = \dot{\theta} \hat{\mathbf{z}}_w \times r \hat{\mathbf{z}}_b, \quad (2)$$

여기서  $r$ 과  $\theta$ 는 각각 바퀴의 반경과 바퀴 회전축  $\hat{\mathbf{z}}_w$ 에 대한 회전속도를 나타낸다.  $v_{sk}$ 와  $v_{sl}$ 를 각각 바퀴축 방향(또는 바퀴평면에 수직인 방향으로의 미끄럼 속도: skidding velocity) 그리고 바퀴의 진행방향으로의 미끄럼 마찰 속도(sliding velocity)를 나타낸다고 하자.  $\overrightarrow{O_w O_b}$ 는 점  $O_w$ 로부터 점  $O_b$ 까지의 위치벡터를 나타낸다고 할 때, 몸체 좌표계로 다음과 같이 표현된다:

$$\overrightarrow{O_w O_b} = -(x \hat{\mathbf{x}}_b + y \hat{\mathbf{y}}_b + z \hat{\mathbf{z}}_b). \quad (3)$$

모바일 로봇의 출력 속도 벡터인 병진속도와 회전속도는 각각 아래와 같이 표현될 수 있다:

$$\mathbf{v}_b = \mathbf{v}_w + \dot{\eta} \hat{\mathbf{z}}_b \times \overrightarrow{O_w O_b} + v_{sk} \hat{\mathbf{x}}_c + v_{sl} \hat{\mathbf{y}}_c, \quad (4)$$

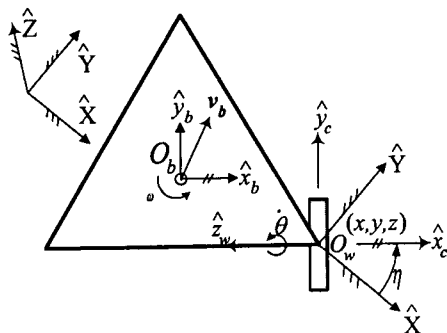


그림 1. 고정바퀴.  
Fig. 1. Conventional wheel.

$$\omega = \dot{\eta}. \quad (5)$$

여기서  $\dot{\eta}$ 는  $\mathbf{Z}$  축에 대한 회전속도를 나타낸다.

(4)와 (5)를 합하여 행렬식으로 정리하면 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{\mathbf{u}} = [G_{\phi^*}^u] \dot{\phi}^*, \quad (6)$$

여기서

$$\dot{\phi}^* = (\dot{\eta}, \dot{\theta}, v_{sk}, v_{sl})^T \quad (7)$$

그리고

$$[G_{\phi^*}^u] = \begin{bmatrix} y & 0 & 1 & 0 \\ -x & r & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

이며, 행렬  $[G_{\phi^*}^u]$ 에서 위첨자는 종속변수를 아래첨자는 독립변수를 나타낸다. 특히, (8)의 직사각형행렬의 역행렬은 바로 구해질 수 없음을 유의하자.

한편, (1)과 (7)로부터 출력속도벡터에 대해 입력속도벡터에는 하나의 여유 입력 변수가 존재함을 알 수 있다. 이들 입력속도벡터 변수 중 바퀴의 회전구동으로 인한 운동과 미끄럼 마찰 속도( $v_{sl}$ )로 인한 운동은 둘 다 바퀴의 진행방향으로의 동일한 직진운동을 나타낸다. 또한, 이들 두 입력 속도 변수들 중 바퀴의 구동회전속도와는 달리 미끄럼 속도 변수는 구동(active)입력으로서 선정될 수 없다. 따라서, 바퀴의 진행방향으로의 미끄럼 속도 변수( $v_{sl}$ )를 입력속도벡터의 여유 변수를 나타내는 확장변수로서 활용한 확장된 출력 벡터  $\dot{\mathbf{u}}^*$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$\dot{\mathbf{u}}^* = (v_{bx} \ v_{by} \ \omega \ v_{sl})^T \quad (9)$$

이때, (6)은 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{u}}^* = [G_{\phi^*}^{u^*}] \dot{\phi}^*, \quad (10)$$

여기서

$$[G_{\phi^*}^{u^*}] = \begin{bmatrix} y & 0 & 1 & 0 \\ -x & r & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

(11)에서 입력속도벡터의 여유변수인  $v_{sl}$ 은 출력속도벡터에서의 확장변수(즉, 여유 출력 변수)로서 그대로 유지되고 있음을 유의하자. 즉, 입력 또는 출력 변수로서 어떤 특정한 값이 주어지는 것이 아니며 입출력속도벡터에 아직 결정되지 않는 하나의 여유변수로서 유지되고 있음을 유의하자.

또한, (11)의 확장된 자코비안은  $r=0$ 이 아닌 경우에는 항상 비특이함을 유의하자. 따라서, (10)의 역관계식은 (11)의 역행렬을 구함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}^* = [G_{\phi^*}^{u^*}]^{-1} \dot{u}^* = [G_{u^*}^{\phi^*}] \dot{u}^*, \quad (12)$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi^*}] = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r & 0 \\ 0 & -1 & -x & 1 \\ -r & 0 & ry & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r \end{bmatrix}. \quad (13)$$

특히, 미끄럼 마찰속도가 없는 경우에 정기구학 및 역기구학 모델은 바로 (10)과 (12)에  $v_{sk}=0$ 과  $v_{sl}=0$ 의 조건을 대입함으로써 얻어진다.

2. Caster바퀴의 기구학 모델링

그림 2와 같은 모바일 로봇에 장착된 캐스터 바퀴를 고려한다. 속도 변수  $\theta, \dot{\eta}, v_{sk}$ , 그리고  $v_{sl}$ 은 그림 1에서 정의된 바와 같이 동일하다.  $d$ 와  $\psi$ 는 각각 조향링크의 오프셋 길이와  $\hat{x}_b$ 에 대한 조향링크의 조향회전속도를 나타낸다.  $v_w$ 는 점  $O_w$ 의 병진속도를 나타내며,  $\overline{O_w O_s}$ 와  $\overline{O_s O_b}$ 는 각각 점  $O_w$ 에서 점  $O_s$ 까지 그리고 점  $O_s$ 에서  $O_b$ 까지의 몸체좌표계로 표현된 위치벡터를 나타낸다.

이때, 모바일 로봇의 병진속도  $v_b = (v_{bx} \ v_{by})^T$ 와 회전속도  $\omega$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$v_b = v_w + \dot{\eta} \hat{z} \times \overline{O_w O_s} + \omega \hat{z}_b \times \overline{O_s O_b} + v_{sk} \hat{x}_c + v_{sl} \hat{y}_c, \quad (14)$$

그리고

$$\omega = \dot{\eta} + \dot{\psi}. \quad (15)$$

여기서

$$v_w = \dot{\theta} \hat{z}_w \times r \hat{z}_b, \quad (16)$$

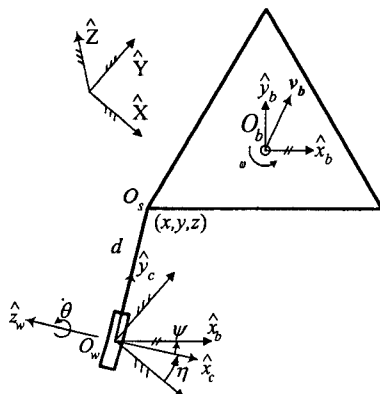


그림 2. 캐스터 바퀴.  
Fig. 2. Caster wheel.

$$\hat{z}_w = -\cos \psi \hat{x}_b + \sin \psi \hat{y}_b, \quad (17)$$

$$\overline{O_w O_s} = d \sin \psi \hat{x}_b + d \cos \psi \hat{y}_b, \quad (18)$$

$$\overline{O_s O_b} = -(x \hat{x}_b + y \hat{y}_b + z \hat{z}_b), \quad (19)$$

$$\hat{x}_c = \cos \psi \hat{x}_b - \sin \psi \hat{y}_b, \quad (20)$$

$$\hat{y}_c = \sin \psi \hat{x}_b + \cos \psi \hat{y}_b. \quad (21)$$

(14)와 (15)는 행렬식으로 아래와 같이 다시 쓸 수 있다:

$$\dot{u} = [G_{\phi^*}^{u^*}] \dot{\phi}^*, \quad (22)$$

여기서

$$\dot{\phi}^* = (\dot{\eta} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ v_{sk} \ v_{sl})^T \quad (23)$$

그리고

$$[G_{\phi^*}^{u^*}] = \begin{bmatrix} -d \cos \psi + y & r \sin \psi & y & \cos \psi & \sin \psi \\ d \sin \psi - x & r \cos \psi & -x & -\sin \psi & \cos \psi \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

역관계식을 얻기 위해서 두 개의 마찰 속도를 확장변수로 포함하는 확장된 출력 속도 벡터를 아래와 같이 정의하자:

$$\dot{u}^* = (v_{bx}, v_{by}, \omega, v_{sk}, v_{sl})^T. \quad (25)$$

이때,  $\dot{u}^*$ 과  $\dot{\phi}^*$  사이의 관계식은 다음과 같이 표현될 수 있으며,

$$\dot{u}^* = [G_{\phi^*}^{u^*}] \dot{\phi}^*, \quad (26)$$

여기서

$$[G_{\phi^*}^{u^*}] = \begin{bmatrix} -d \cos \psi + y & r \sin \psi & y & \cos \psi & \sin \psi \\ d \sin \psi - x & r \cos \psi & -x & -\sin \psi & \cos \psi \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

행렬  $[G_{\phi^*}^{u^*}]$ 이 비특이할 때, (26)의 역관계식은 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}^* = [G_{u^*}^{\phi^*}] \dot{u}^*, \quad (28)$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi^*}] = \frac{1}{-rd} \times \begin{bmatrix} r \cos \phi & -r \sin \phi & -rx \sin \phi - ry \cos \phi & -r & 0 \\ -d \sin \phi & -d \cos \phi & -dx \cos \phi + dy \sin \phi & 0 & d \\ -r \cos \phi & r \sin \phi & -dr + rx \sin \phi + ry \cos \phi & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -rd & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -rd \end{bmatrix} \quad (29)$$

오프셋 길이가 영이 아닌 경우에는 항상 역행렬이 존재함을 유의하자.

3. 오프셋이 없는 조향바퀴의 기구학 모델링

모바일 로봇에 장착된 오프셋이 없는 조향바퀴에 대해 고려한다. 제로오프셋 조향바퀴는 캐스터 바퀴에 있어 제로 오프셋 길이가 없는 경우와 동등하다.(즉,  $\overline{O_w O_b} = 0$  또는  $d = 0$ ). 이 조건을 (14)에 대입함으로써 바퀴와 모바일 로봇 사이의 속도 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$v_b = v_w + \omega \hat{z}_b \times \overline{O_s O_b} + v_{sk} \hat{x}_c + v_{sl} \hat{y}_c \quad (30)$$

그리고

$$\omega = \dot{\eta}. \quad (31)$$

조향각속도  $\dot{\psi} \hat{z}_b$ 는 평면형 모바일 로봇의 몸체의 각속도에 영향을 미치지 않는다는 사실에 유의하자. 따라서 조향각속도  $\dot{\psi}$ 는 (31)에서 제외되었다.

바퀴의 관절 각속도 벡터와 모바일 로봇의 확장된 출력 속도 벡터가 각각  $\dot{\phi}^* = (\dot{\eta} \ \dot{\theta} \ v_{sk} \ v_{sl})^T$  그리고  $\dot{u}^* = (v_{bx}, v_{by}, \omega, v_{sl})^T$ 와 같이 정의되었을 때, 이들 두 벡터 사이의 속도 관계식은 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{u}^* = [G_{u^*}^{\phi^*}] \dot{\phi}^*, \quad (32)$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi^*}] = \begin{bmatrix} y & r \sin \phi & \cos \phi & \sin \phi \\ -x & r \cos \phi & -\sin \phi & \cos \phi \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

행렬  $[G_{u^*}^{\phi^*}]$ 이 비특이 할 때, (32)의 역 관계식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}^* = [G_{u^*}^{\phi^*}]^{-1} \dot{u}^*, \quad (34)$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi^*}]^{-1} = -\frac{1}{r} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r & 0 \\ -\sin \phi & -\cos \phi & y \sin \phi - x \cos \phi & 1 \\ -r \cos \phi & r \sin \phi & ry \cos \phi + rx \sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r \end{bmatrix}. \quad (35)$$

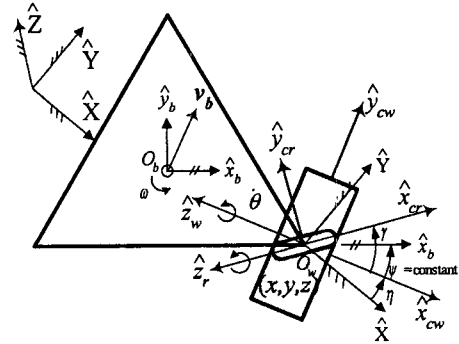


그림 3. Swedish 바퀴.  
Fig. 3. Swedish wheel.

4. Swedish 바퀴의 기구학 모델링

그림 3의 Swedish 바퀴에 관해 고려하자. 이 바퀴는 바퀴와 바퀴의 바깥 둘레부분에 고정된 로울러로서 구성된다.  $\theta$ 와  $\eta$ 를 각각  $\hat{z}_w$ 축과  $\hat{Z}$ 축에 대한 회전각속도라 하자. 그리고  $v_{sk}$ 와  $v_{sl}$ 는 각각 로울러의 바퀴평면에 수직방향인  $\hat{x}_c$ 축 방향으로의 미끄럼 속도와 로울러 바퀴의 진행방향인  $\hat{y}_c$ 축 방향으로의 미끄럼 속도를 나타낸다. 각 변위  $\phi$ 를 바퀴 축과  $\hat{x}_b$ 축 사이의 상대 회전 변위라 하자.  $v_w$ 는 점  $O_w$ 의 병진 속도를 나타내며,  $\overline{O_w O_b}$ 는 점  $O_w$ 에서 점  $O_b$ 까지를 몸체 좌표계로 나타낸 위치 벡터이다. 또한,  $\gamma$ 는 바퀴의 진행방향과 로울러의 진행방향 사이의 회전각을 나타낸다. 그리고  $\hat{x}_r$ 와  $\hat{y}_r$ 는 각각 로울러의 회전축 방향으로의 그리고 로울러의 진행반향으로의 단위 벡터를 나타낸다.

모바일 로봇의 병진속도 벡터  $v_b = (v_{bx} \ v_{by})^T$ 와 회전각속도  $\omega$ 는 각각 다음과 같이 쓸 수 있으며,

$$v_b = v_r + v_w + \omega \hat{z}_b \times \overline{O_w O_b} + v_{sk} \hat{x}_c + v_{sl} \hat{y}_c \quad (36)$$

그리고

$$\omega = \dot{\eta}. \quad (37)$$

여기서

$$v_r = v_r \hat{y}_{cr}, \quad (38)$$

$$v_w = \dot{\theta} \hat{z}_w \times r \hat{z}_b = v_\theta \hat{y}_{cw}, \quad (39)$$

$$\hat{z}_w = \cos \phi \hat{x}_b - \sin \phi \hat{y}_b, \quad (40)$$

$$\overline{O_w O_b} = -(x \hat{x}_b + y \hat{y}_b + z \hat{z}_b), \quad (41)$$

$$\hat{y}_{cw} = \sin \phi \hat{x}_b + \cos \phi \hat{y}_b, \quad (42)$$

$$\hat{x}_{cr} = \cos(\phi - \gamma) \hat{x}_b - \sin(\phi - \gamma) \hat{y}_b, \quad (43)$$

그리고

$$\widehat{y}_{cr} = \sin(\psi - \gamma) \widehat{x}_b + \cos(\psi - \gamma) \widehat{y}_b. \quad (44)$$

바퀴의 관절 속도 벡터  $\dot{\phi}^* = (\dot{\eta} \ v_r \ v_\theta \ v_{sk} \ v_{sl})^T$ 가 다섯 개의 변수로 구성되므로, 모바일 로봇의 확장된 출력 속도들 다음과 같이 다섯 개의 변수로 구성한다.

$$\dot{u}^* = (v_{bx}, v_{by}, \omega, v_{sk}, v_{sl})^T. \quad (45)$$

이때, 이 두 벡터 사이의 속도 관계식은 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{u}^* = [G_{\phi^*}^{u^*}] \dot{\phi}^*, \quad (46)$$

여기서

$$[G_{\phi^*}^{u^*}] = \begin{bmatrix} y & \sin(\psi - \gamma) & \sin \psi & \cos(\psi - \gamma) & \sin(\psi - \gamma) \\ -x & \cos(\psi - \gamma) & \cos \psi & -\sin(\psi - \gamma) & \cos(\psi - \gamma) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (47)$$

또한, 행렬  $[G_{\phi^*}^{u^*}]$ 이 비특이 할 때, (46)의 역 관계식은 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\phi}^* = [G_{u^*}^{\phi^*}] \dot{u}^*, \quad (48)$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi^*}] = \frac{1}{-\sin \gamma} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \cos \psi & -\sin \gamma & -x \sin \psi & -\cos \gamma & \sin \gamma \\ -\cos(\psi - \gamma) & \sin(\psi - \gamma) & -y \cos \psi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x \sin(\psi - \gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +y \cos(\psi - \gamma) & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \gamma \end{bmatrix}. \quad (49)$$

### III. 세 바퀴 2 자유도 모바일 로봇의 기구학 모델링

본 절에서는 3 바퀴 2 자유도 모바일 로봇의 기구학 모델에 대해 고려한다. 모바일 로봇은 그림 4에서와 같이 두 개의 고정 바퀴가 뒤 축에 장착되어 있으며 한 개의 캐스터 바퀴가 앞 부분에 장착되어 있다. 편이상, 바퀴들과 지면과의 미끄럼 마찰운동은 발생되지 않는다고 가정한다. 즉,  $v_{sk} = v_{sl} = 0$ .

모바일 로봇의 출력 속도 벡터를  $\dot{u} = (v_{bx} \ v_{by} \ \omega)^T$ 로 표기한다. 그림 4와 같이 뒷 축에 고정된 두 개의 고정 바퀴는 몸체 좌표계로부터 각각  $(-\frac{l}{2}, -a)$ 와  $(\frac{l}{2}, -a)$ 의 위치에 장착되었으며 캐스터 바퀴는  $(0, b)$ 의 위치에 장착되었다. 그리고 오프셋 링크 길이와 조향각을 각각  $d$ 와  $\phi_3$ 로 표기한다. 편의상, 모든 세 바퀴의 반경은 동일하다고 가정한다

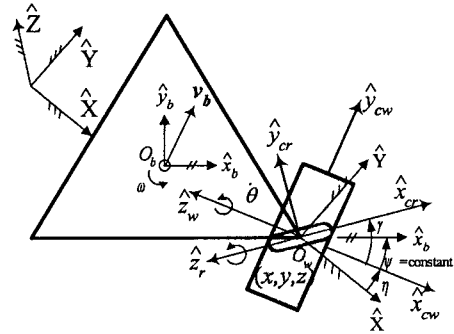


그림 4. 2 자유도 모바일 로봇.  
Fig. 4. 2 degree-of-freedom mobile robot.

( $r = r_i, i = 1, 2, 3$ ).

#### 1. 기구학 모델링

모바일 로봇의 출력벡터는 세 개의 변수에 의해 표현될 수 있으며 두 개의 고정 바퀴 각각의 관절속도 벡터는 ( $i = 1, 2$ )는 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{\phi}_i^* = (\dot{\eta}_i, \dot{\theta}_i, v_{ski})^T, \quad (50)$$

여기서  $v_{ski}$ 는 확장된 속도변수로서 포함되었다. 두 고정 바퀴에 각각에 대한 속도 기구학은 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$\dot{u}_i = [{}_iG_{\phi_i^*}^u] \dot{\phi}_i^*, \quad (i=1, 2) \quad (51)$$

여기서

$$[{}_1G_{\phi_1^*}^u] = \begin{bmatrix} -a & 0 & 1 \\ \frac{l}{2} & r & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [{}_2G_{\phi_2^*}^u] = \begin{bmatrix} -a & 0 & 1 \\ -\frac{l}{2} & r & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (52)$$

특히,  $r \neq 0$ 이면, (51)의 역 관계식은 아래와 같이 얻어진다:

$${}_1\dot{\phi} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & -1 & \frac{l}{2} \\ -r & 0 & -ar \end{bmatrix} \dot{u} \quad (53)$$

그리고

$${}_2\dot{\phi} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & -1 & -\frac{l}{2} \\ -r & 0 & -ar \end{bmatrix} \dot{u}. \quad (54)$$

유사한 방식으로, 캐스터 바퀴의 속도 기구학 관계식은 아래와 같이 주어진다:

$$\dot{u} = [{}_3G_{\phi_3^*}^u] {}_3\dot{\phi}, \quad (55)$$

여기서

$$[{}_3G_{\phi_3^*}^u] = \begin{bmatrix} -d \cos \phi_3 + b & r \sin \phi_3 & b \\ d \sin \phi_3 & r \cos \phi_3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (56)$$

(56)의 역관계식은 다음과 같다.

$$\dot{\phi}_a = [{}^3G_u^\phi] \dot{\mathbf{u}}, \quad (57)$$

여기서

$$[{}^3G_u^\phi] = \frac{1}{rd} \begin{bmatrix} r \cos \phi_3 & -r \sin \phi_3 & -br \cos \phi_3 \\ -d \sin \phi_3 & -d \cos \phi_3 & b d \sin \phi_3 \\ -r \cos \phi_3 & r \sin \phi_3 & -dr + br \cos \phi_3 \end{bmatrix}. \quad (58)$$

이러한 구조의 모바일 로봇에 대해서는 다음과 같은 네 가지 다른 최소 구동 입력 셀이 가능하다:  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T$ ,  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_3, \dot{\psi}_3)^T$ ,  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_3)^T$ , 그리고  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\psi}_3)^T$ . 본 절에서는 이들 중  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T$ 과  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_3, \dot{\psi}_3)^T$ 에 대한 기구학 모델링이 기술된다. 다른 나머지 구동 입력 셀들에 대한 분석도 동일한 방법으로 수행될 수 있다.

2. 입력벡터  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T$ 에 대한 기구학 모델링

이 경우는 “차동구동” 방식으로 가장 일반적인 모바일 로봇의 구동입력 셀을 나타낸다. 모바일 로봇의 출력 차원이 3이므로, 구동 입력 관절 속도 벡터의 경우도 하나의 확장된 변수를 포함하여 세 개의 변수를 가지도록 형성한다. 이렇게 함으로서 각 고정 입력 바퀴에 대한 자코비안의 역행렬을 바로 구할 수 있다. 강제된 뒷 바퀴 축에 고정된 두 뒷바퀴의 스키딩 마찰 속도는 동일하므로 ( $v_f = v_{sl} = v_{sd}$ ), 하나의 확장변수로서 다음과 같이 입력 구동 관절 벡터에 포함한다:  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, v_f)^T$ .

확장된 관절속도벡터,  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, v_f)^T$ 와 모바일 로봇의 출력속도벡터,  $\dot{\mathbf{u}} = (v_x, v_y, \omega)^T$ 사이의 역속도 관계식은 (53)과 (54)에서 이러한 입력 관절 변수에 해당하는 행의 식들을 모아 정리함으로써 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}_a = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{l}{2} \\ 0 & -1 & -\frac{l}{2} \\ -r & 0 & -ar \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}. \quad (59)$$

확장된 입력과 모바일 로봇의 출력속도 벡터와의 정속도 관계식은 (59)의 역관계식을 구함으로써 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{r}{l} \begin{bmatrix} a & -a & l \\ \frac{l}{2} & \frac{l}{2} & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ v_f \end{bmatrix}. \quad (60)$$

바퀴와 지면 사이의 스키딩 마찰속도가 발생되지 않는 경우에 대한 정속도 관계식은 (60)에  $v_f=0$ 의 조건을 대입함으로써 아래와 같이 얻어진다:

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{r}{l} \begin{bmatrix} -a & a \\ -\frac{l}{2} & -\frac{l}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}. \quad (61)$$

3. 입력구동셀  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_3, \dot{\psi}_3)^T$ 에 대한 기구학 모델

이 경우는 앞 바퀴의 회전과 조향속도가 구동되는 경우이다. 입력구동셀  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, v_f)^T$ 의 경우와 유사하게 확장된 입력 구동속도 벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_3, \dot{\psi}_3, v_f)^T. \quad (62)$$

확장된 관절벡터,  $\dot{\phi}_a$ 와 모바일 로봇의 출력속도벡터,  $\dot{\mathbf{u}} = (v_x, v_y, \omega)^T$ 사이의 역속도 관계식은 앞의 예에서와 동일한 방법을 적용함으로써 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}_a = [G_u^{a*}] \dot{\mathbf{u}}, \quad (63)$$

여기서

$$[G_u^{a*}] = -\frac{1}{rd} \begin{bmatrix} -d \sin \phi_3 & -d \cos \phi_3 & b d \sin \phi_3 \\ -r \cos \phi_3 & r \sin \phi_3 & -dr + br \cos \phi_3 \\ -dr & 0 & -adr \end{bmatrix}. \quad (64)$$

행렬  $[G_u^{a*}]$ 이 비특이하다면, 확장된 관절벡터와 모바일 로봇의 출력벡터 사이의 정속도 관계식은 (64)의 역행렬을 구함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{u}} = [G_{a*}^u] \dot{\phi}_a, \quad (65)$$

여기서

$$[G_{a*}^u] = \frac{-dr}{(a+b) - d \cos \phi_3} \begin{bmatrix} -\frac{a \sin \phi_3}{d} & -\frac{a \cos \phi_3}{r} & -\frac{b + d \cos \phi_3}{rd} \\ 1 - \frac{d}{(a+b) \cos \phi_3} & \frac{(a+b) \sin \phi_3}{r} & -\frac{\sin \phi_3}{r} \\ \frac{\sin \phi_3}{d} & \frac{\cos \phi_3}{r} & -\frac{1}{rd} \end{bmatrix}. \quad (66)$$

바퀴와 지면 사이의 미끄럼 마찰속도가 발생하지 않는다면, 입력관절속도벡터,  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_3, \dot{\psi}_3)^T$ 와 로봇의 출력속도 벡터 사이의 정속도 관계식은 (66)에 이에 해당하는 조건 ( $v_f=0$ )을 대입함으로써 아래와 같이 구해진다.

$$\dot{\mathbf{u}} = [G_a^u] \dot{\phi}_a, \quad (67)$$

여기서

$$[G_a^u] = \frac{-dr}{(a+b) - d \cos \phi_3} \begin{bmatrix} -\frac{a \sin \phi_3}{d} & -\frac{a \cos \phi_3}{r} \\ 1 - \frac{d}{(a+b) \cos \phi_3} & \frac{(a+b) \sin \phi_3}{r} \\ \frac{\sin \phi_3}{d} & \frac{\cos \phi_3}{r} \end{bmatrix}. \quad (68)$$

특히, (68)에서 알 수 있듯이 이러한 최소 입력 구동셀에

대해서는  $(a+b)-d\cos\phi_3=0$ 의 조건에 해당하는 특이형상이 존재한다.

**IV. 하나의 제로 오프셋 조향바퀴와 두 개의 고정바퀴가 장착된 모바일 로봇의 기구학 모델링**

본 절에서는 세 바퀴 1 자유도 모바일 로봇의 기구학 모델을 구한다. 모바일 로봇은 뒷 축에 두 개의 고정바퀴와 앞 축에 하나의 제로 오프셋 조향바퀴가 장착되어 있다. 그림 4의 앞 축에 장착된 캐스터 바퀴가 제로 오프셋 바퀴로 교환된 경우를 나타낸다. 편의상, 바퀴와 지면 사이에는 병진 미끄럼 마찰속도가 발생되지 않는다고 가정한다:  $v_{sk}=v_{sl}=0$ . 뒷 축에 장착된 두 고정바퀴에 대한 관절벡터와 모바일 로봇의 출력벡터 사이의 속도 관계식은 (50)-(54)와 동일하다. 그러나, 제로오프셋 바퀴와 모바일 로봇의 출력 사이의 속도 관계식은 입력벡터와 확장된 출력벡터를 각각  $\dot{\phi}^*=(\eta \theta v_{sk} v_{sl})^T$ 와  $\dot{\mathbf{u}}^*=(v_{bx}, v_{by}, \omega, v_{sl})^T$ 로 정의하고 (32)-(35)에 해당 인자값  $x=0$ 과  $y=b$ 을 대입함으로써 다음과 같이 얻어진다:

$$\dot{\mathbf{u}}^*=[G_{\phi^*}^{u^*}] \dot{\phi}^*, \tag{69}$$

여기서

$$[G_{\phi^*}^{u^*}] = \begin{bmatrix} b r \sin \phi_3 & \cos \phi_3 & \sin \phi_3 \\ 0 & r \cos \phi_3 & -\sin \phi_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{70}$$

이미 앞에서 언급한 바와 같이  $\dot{\phi}_3$ 는 직접적으로 모바일 로봇의 회전각속도에 영향을 미치지 않는다. 단지, 모바일 로봇의 조향바퀴의 조향각 만을 변화시킬 뿐이다. 따라서,  $\dot{\phi}_3$ 는 확장된 관절 속도 벡터에서 제외되었다.

행렬  $[G_{\phi^*}^{u^*}]$ 이 비특이할 때, (69)의 역관계식은 행렬  $[G_{\phi^*}^{u^*}]$ 의 역행렬을 구함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}^*=[G_{u^*}^{\phi^*}] \dot{\mathbf{u}}^*, \tag{71}$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi^*}] = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r & 0 \\ -\sin \phi & -\cos \phi & b \sin \phi & 1 \\ -r \cos \phi & r \sin \phi & b r \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r \end{bmatrix}. \tag{72}$$

제로 오프셋 바퀴의 회전각속도와 조향 각속도를 나타내는  $\dot{\theta}_3$  and  $\dot{\phi}_3$ 가 구동된다고 가정한다. 이때, 구동입력 관절 벡터,  $\dot{\phi}_a=(\dot{\theta}_3, \dot{\phi}_3)^T$ 와 모바일 로봇의 출력벡터,  $\dot{\mathbf{u}}=(v_{cx} v_{cy} \omega)^T$  사이의 정속도 관계식은 (71)에 마찰속도가 발생되지 않는다는 조건( $v_{sk}=v_{sl}=0$ )을 대입함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}_a=[G_{u^*}^{\phi_a}] \dot{\mathbf{u}}, \tag{73}$$

여기서

$$[G_{u^*}^{\phi_a}] = \begin{bmatrix} \sin \phi_3 & \cos \phi_3 & -\frac{b \sin \phi_3}{r} \\ r & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{74}$$

다른 임의의 입력 구동관절 벡터와 모바일 로봇의 출력벡터 사이의 속도 관계식은 본 절에서 기술된 유사한 과정을 따름으로서 얻어질 수 있다.

**V. 세 개의 캐스터 바퀴가 장착된 전방향성 모바일 로봇의 기구학 모델링**

그림 5에서와 같이 세 개의 캐스터 바퀴가 장착된 모바일 로봇에 관해 고려한다. 편의상, 바퀴에 미끄럼 마찰속도가 발생되지 않는다고 가정한다. 그리고 세 바퀴의 반경과 조향 오프셋 링크 길이는 동일하다고 가정한다.

먼저, 모바일 로봇의 출력 속도벡터와  $i$ 번째 바퀴의 관절 속도 벡터를 각각,  $\dot{\mathbf{u}}=(v_{bx} v_{by} \omega)^T$ 와  $\dot{\phi}_i=(\eta_i, \theta_i, \psi_i)^T$ 로 정의한다. (26)과 (28)에서 미끄럼 마찰속도에 해당하는 항들을 제거하면, 이들 두 입력력 벡터들 사이의 정속도 관계식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{u}}=[{}_iG_{\phi_i}^u] \dot{\phi}_i, \tag{75}$$

그리고 그 역 속도 관계식은 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{\phi}_i=[{}_iG_u^{\phi_i}] \dot{\mathbf{u}}, \tag{76}$$

여기서

$$[{}_iG_u^{\phi_i}] = \begin{bmatrix} -d \cos \phi_i + y_i & r \sin \phi_i & y_i \\ d \sin \phi_i - x_i & r \cos \phi_i & -x_i \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{77}$$

그리고

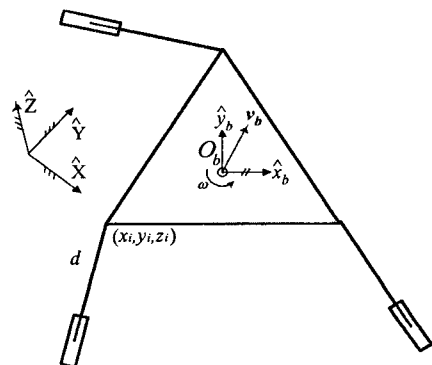


그림 5. 3 캐스터 바퀴 3-자유도 모바일 로봇.  
Fig. 5. 3 degree-of-freedom mobile robot with three castor wheels.

$$[{}^iG_u^{\phi}] = \frac{1}{dr} \times \begin{bmatrix} -r \cos \phi_i & r \sin \phi_i & rx_i \sin \phi_i + ry_i \cos \phi_i \\ d \sin \phi_i & d \cos \phi_i & dx_i \cos \phi_i - dy_i \sin \phi_i \\ r \cos \phi_i & -r \sin \phi_i & dr - rx_i \sin \phi_i - ry_i \cos \phi_i \end{bmatrix}. \quad (78)$$

몸체에 세 바퀴의 위치가 각각  $(-\frac{l}{2}, -a), (\frac{l}{2}, -a)$  그리고  $(0, b)$ 이라고 하자. 이때, (75)에서 (78)까지에 이들 값을 대입함으로써 모바일 로봇의 출력과 각 세 바퀴 사이의 정 속도 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{u}} = [{}_iG_u^{\phi}] \dot{\boldsymbol{\phi}}, \quad (i=1, 2, 3) \quad (79)$$

여기서

$$[{}_1G_u^{\phi}] = \begin{bmatrix} -d \cos \phi_1 - a & r \sin \phi_1 & -a \\ d \sin \phi_1 + \frac{l}{2} & r \cos \phi_1 & \frac{l}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (80)$$

$$[{}_2G_u^{\phi}] = \begin{bmatrix} -d \cos \phi_2 - a & r \sin \phi_2 & -a \\ d \sin \phi_2 - \frac{l}{2} & r \cos \phi_2 & -\frac{l}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (81)$$

그리고

$$[{}_3G_u^{\phi}] = \begin{bmatrix} -d \cos \phi_3 + b & r \sin \phi_3 & b \\ d \sin \phi_3 & r \cos \phi_3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (82)$$

그리고 이들 각 바퀴의 관절벡터와 모바일 로봇의 출력 벡터에 해당하는 역 속도 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = [{}^iG_u^{\phi}] \dot{\mathbf{u}}, \quad (83)$$

여기서

$$[{}^iG_u^{\phi}] = [{}_iG_u^{\phi}]^{-1}, \quad (84)$$

$$[{}^1G_u^{\phi}] = \frac{1}{dr} \times \begin{bmatrix} -r \cos \phi_1 & r \sin \phi_1 & -\frac{lr}{2} \sin \phi_1 - a \cos \phi_1 \\ d \sin \phi_1 & d \cos \phi_1 & -\frac{dl}{2} \cos \phi_1 + a \sin \phi_1 \\ r \cos \phi_1 & -r \sin \phi_1 & dr + \frac{lr}{2} \sin \phi_1 + a \cos \phi_1 \end{bmatrix}, \quad (85)$$

$$[{}^2G_u^{\phi}] = \frac{1}{dr} \times \begin{bmatrix} -r \cos \phi_2 & r \sin \phi_2 & \frac{lr}{2} \sin \phi_2 - a \cos \phi_2 \\ d \sin \phi_2 & d \cos \phi_2 & \frac{dl}{2} \cos \phi_2 + a \sin \phi_2 \\ r \cos \phi_2 & -r \sin \phi_2 & dr - \frac{lr}{2} \sin \phi_2 + a \cos \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (86)$$

그리고

$$[{}^3G_u^{\phi}] = \frac{1}{dr} \times \begin{bmatrix} -r \cos \phi_3 & r \sin \phi_3 & b \cos \phi_3 \\ d \sin \phi_3 & d \cos \phi_3 & -bd \sin \phi_3 \\ r \cos \phi_3 & -r \sin \phi_3 & dr - br \cos \phi_3 \end{bmatrix}. \quad (87)$$

(83)은 로봇의 출력과 세 바퀴의 아홉 개에 해당하는 관절변수들 사이의 일차 기구학 구속관계식을 나타낸다. 아홉 개의 구속관계식은 로봇의 출력과 세 개의 입력관절변수들에 해당하는 세 개의 구속관계식과 나머지 수동관절변수들과 입력 관절변수들 사이의 여섯 개의 일차 내부기구학 관계식을 나타낸다.

예로서, 첫 번째 바퀴와 두 번째 바퀴의 회전관절과 세 번째 바퀴의 조향관절을 세 개의 입력관절로 구동한다고 하자 (즉,  $\boldsymbol{\phi}_a = (\theta_1, \theta_2, \phi_3)^T$ ). 모바일 로봇과 이 입력관절벡터와의 역속도 관계식은 (80)과 (81)에서 두 번째 행에 해당하는 구속관계식과 (82)의 세 번째 행에 해당하는 구속관계식을 취함으로써 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_a = [G_u^{\phi}] \dot{\mathbf{u}}, \quad (88)$$

여기서

$$[G_u^{\phi}] = \frac{1}{dr} \begin{bmatrix} d \sin \phi_1 & d \cos \phi_1 & -\frac{dl}{2} \cos \phi_1 + a \sin \phi_1 \\ d \sin \phi_2 & d \cos \phi_2 & \frac{dl}{2} \cos \phi_2 + a \sin \phi_2 \\ r \cos \phi_3 & -r \sin \phi_3 & dr - d r \cos \phi_3 \end{bmatrix}. \quad (89)$$

마찬가지로, (89)의 행렬이 비특이 할 때, 모바일 로봇과 이들 입력구동벡터와의 정속도 관계식은 (88)의 역을 취함으로써 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{u}} = [G_u^{\phi}] \dot{\boldsymbol{\phi}}_a. \quad (90)$$

여기서

$$[G_u^{\phi}] = [G_u^{\phi}]^{-1}. \quad (91)$$

세 캐스터 바퀴가 장착된 모바일 로봇에 관한 더 자세한 기구학 모델 및 해석은 [6]에서 언급되어 있다.

### VI. 세 개의 Swedish바퀴를 가진 전방향 특성을 가지는 모바일 로봇의 기구학 모델링

그림 6과 같이 세 개의 Swedish바퀴가 장착된 모바일 로봇을 고려한다. 몸체 좌표계로부터  $i$ 번째의 Swedish바퀴의 중앙은  $(x_i, y_i)$ 의 위치에 장착되었다. 그리고 세 바퀴의 로울러 오프셋 각  $\gamma$ 와 반경  $r$ 은 모두 동일하다고 가정한다. 이 모바일 로봇은 각 바퀴의 회전을 구동하게 되므로 구동 입력 관절벡터를  $\dot{\boldsymbol{\phi}}_a = (\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3)^T$ 로 정의한다. 본 절의 앞 부분에서 따른 동일한 절차에 의해 모바일 로봇과 바퀴의 입력 벡터와의 속도 관계식은 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_a = [G_u^{\phi}] \dot{\mathbf{u}}, \quad (92)$$



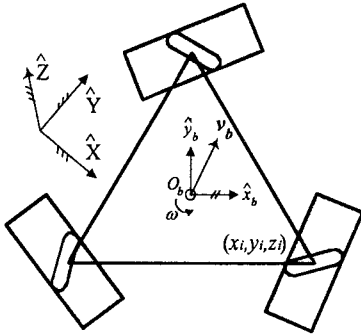


그림 6. 3-Swedish 바퀴 3자유도 모바일 로봇.  
Fig. 6. 3 degree-of-freedom mobile robot with three Swedish wheels.

여기서

$$[G_u^a] = \frac{1}{-\sin \gamma} \times \begin{bmatrix} \cos(\phi_1 - \gamma) & \sin(\phi_1 - \gamma) & x_1 \sin(\phi_1 - \gamma) + y_1 \cos(\phi_1 - \gamma) \\ \cos(\phi_2 - \gamma) & \sin(\phi_2 - \gamma) & x_2 \sin(\phi_2 - \gamma) + y_2 \cos(\phi_2 - \gamma) \\ \cos(\phi_3 - \gamma) & \sin(\phi_3 - \gamma) & x_3 \sin(\phi_3 - \gamma) + y_3 \cos(\phi_3 - \gamma) \end{bmatrix} \quad (93)$$

정속도 관계식은 (90)과 동일한 질차에 의해 구해진다.

한편, 네 개 또는 그 이상의 Swedish바퀴가 장착된 모바일 로봇에 대한 속도 관계식은 유사한 방법에 의해 구해질 수 있으며 [7] 그 최종결과는 (93)에서와 같이 네 바퀴에 해당하는 조향각의 함수로서 표현된다.

끝으로, 두 개의 캐스터 바퀴와 하나의 Swedish바퀴가 장착된 모바일 로봇을 고려한다. 편이상, 입력벡터로서 한 캐스터 바퀴의 회전속도, 또 다른 캐스터 바퀴의 조향속도, 그리고 Swedish바퀴의 회전속도로 지정한다 :  $\dot{\phi}_a = (\dot{\theta}_1 \ \dot{\psi}_2 \ \dot{\theta}_3)^T$ . 모바일 로봇의 출력벡터와 입력벡터사이의 역속도 관계식은 다음과 같이 얻어진다 :

$$\dot{\phi}_a = [G_u^a] \dot{u}, \quad (94)$$

여기서

$$[G_u^a] = \begin{bmatrix} \frac{\sin \phi_1}{r} & \frac{\cos \phi_1}{r} & -\frac{l}{2r} \cos \phi_1 + \frac{d}{r} \sin \phi_1 \\ \frac{\cos \phi_2}{d} & -\frac{\sin \phi_2}{d} & 1 - \cos \phi_2 \\ -\frac{\cos(\phi_3 - \gamma)}{\sin \gamma} & -\frac{\sin(\phi_3 - \gamma)}{\sin \gamma} & \frac{x_3 \sin(\phi_3 - \gamma) + y_3 \cos(\phi_3 - \gamma)}{-\sin \gamma} \end{bmatrix} \quad (95)$$

그리고 정속도 관계식은 (90)과 (91)에서와 같이 행렬  $[G_u^a]$ 의 역행렬을 구함으로써 바로 얻어진다.

### VII. 결론

다양한 형태의 바퀴가 장착된 모바일 로봇 기구학 구조는 동일한 플랫폼에 연결된 여러 개의 직렬 부속체인을 가지는 병렬 메커니즘으로 간주될 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 미끄럼 마찰속도를 바퀴의 관절모델에 포함시킴과 동

시에 이들 각 바퀴의 미끄럼 마찰속도를 확장변수로서 모바일 로봇의 출력벡터에 포함함으로써 이들 각 바퀴의 기구학 모델링을 수행하고 전체 모바일 로봇의 기구학 모델링을 구하는 확장된 좌표계 전환기법을 사용하였다.

먼저, 다양한 형태의 바퀴에 대한 역기구학 및 정기구학 모델이 유도되었으며 제안된 기구학 모델방법의 효율성을 보이기 위하여 다섯 가지 다른 구조의 모바일 로봇의 기구학 모델링이 수행되었다 : 1) 그림 4와 같이 모바일 로봇의 뒷 축에 고정된 두 개의 고정바퀴에 의해 구동되거나 또는 앞에 장착된 하나의 캐스터바퀴의 회전관절과 조향관절이 구동되는 모바일 로봇 ; 2) 앞 축에 하나의 제로 오프셋 바퀴와 뒷 축에 두 개의 고정 바퀴가 장착된 모바일 로봇 ; 3) 세 개의 캐스터 바퀴가 장착된 모바일 로봇 ; 4) 세 개의 Swedish바퀴가 장착된 모바일 로봇, 5) 두 개의 캐스터 바퀴와 하나의 Swedish바퀴가 장착된 모바일 로봇.

본 연구의 기여는 다음과 같이 요약된다. 첫째로, 제안된 확장된 좌표계 전환기법의 모델링 방법은 기구학 모델에 미끄럼 마찰 속도를 확장된 유사변수로서 포함시킴으로써 다양한 형태의 바퀴가 장착된 모바일 로봇의 기구학 모델을 쉽게 구할 수 있도록 하며 모바일 로봇의 설계단계에서 매우 효과적으로 활용될 수 있다. 둘째로, 모델에 미끄럼 마찰속도를 포함으로서 기존 문헌에서 잘 논의되지 않아 온 모바일 로봇의 강제 미끄럼 운동을 포함한 모바일 로봇의 기구학 모델을 제시하였다. 현재 모바일 로봇이 미끄럼 속도를 가지는 경우에 대한 기구학 모델과 분석이 진행되고 있다[8].

### 참고문헌

- [1] P. F. Muir and C. P. Newman, "Kinematic modeling of wheeled mobile robots," *Journal of Robotic Systems*, vol. 4, no. 2, pp. 281-340, 1987.
- [2] G. Campion, G. Bastin, and B. D'Andrea-Novet, "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots," *IEEE Trans. on Robotics and Automations*, vol. 12, no. 1, pp. 47-62, 1996.
- [3] S. Kumar Saha and J. Angeles, "Kinematics and dynamics of a three-wheeled 2-DOF AGV," *IEEE Int'l conf. on Robotics and Automation*, pp. 1572-1577, 1989.
- [4] M. Tarokh, G. McDermott, S. Hayati, and J. Hung, "Kinematic modeling of a high mobility mars rover," *IEEE Int'l conf. on Robotics and Automation*, pp. 992-998, 1999.
- [5] R. A. Freeman and D. Tesar, "Dynamic modeling of serial and parallel mechanisms/robotics systems, Part I-methodology, Part II-Applications," *20th biennial mechanism conf.* vol. 15, no. 2, pp. 7-27, 1988.
- [6] W. K. Kim, D. H. Kim, B.-J. Yi, and I. H. Suh, "Design of omnidirectional mobile robot with 3 caster wheels," *IFAC Workshop on Mobile Robot Technology*, pp. 97-103, May 20-23, 2001.
- [7] J. Agullo, S. Cardona, and J. Vivancos, "Kinematics of vehicles with directional sliding wheels," *Journal of Mech. Mach. Theory*, vol. 22, no. 4, pp. 295-301, 1987.
- [8] 이승은, 김희국, 이병주, "평면형 모바일 로봇의 정속도 추정알고리즘," ICCAS, 2001.



### 김 희 국

1980년 고려대학교 기계공학과 졸업. 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1985년). 동대학원 박사(1990년). 동대학 기계공학과 Post doc. 1년(1990년). 1991년부터 현재까지 고려대학교 제어계측공학과 교수. 최근의 관심분야로는 주행로봇/보행로봇의 설계 및 기구학/동역학 분석, 병렬 메카니즘의 설계 및 기구학/동역학 분석, 메카니즘의 모빌리티 분석 등임.



### 김 도 형

1998년 고려대학교 제어계측공학과 졸업. 2001년 동대학 제어계측공학과 석사. 현재 삼성전자 메카트로닉스 센터에서 근무하고 있으며 관심분야로는 메카트로닉스 시스템의 하드웨어 및 소프트웨어 개발과 주행 로봇의 모델링과 설계, 기구학 분석임.



### 이 병 주

1984년 한양대학교 기계공학과 졸업. 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1986년). 동대학원 박사(1991년). 1992년~1995년 한국기술교육대학교 제어기계공학과 조교수, 1995년~현재 한양대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 biomechanical system modeling and analysis, parallel/multiple arm and multi-fingered hands design and control, haptic interface, 여유자유도/여유구동 로봇 시스템, animation of dynamic systems.