

강체의 6자유도 미소 변위 측정

Measurement Method for Fine 6-DOF Displacement of Rigid Bodies

박 원 식, 조 형 식

(Won Shik Park and Hyung Suck Cho)

Abstract : A novel measurement method to obtain the 6-DOF motions of arbitrary rigid bodies is proposed in this paper. The method adopts a specially fabricated mirror called 3-facet mirror, which looks like a triangular pyramid having an equilateral cross-sectional shape. The mirror is mounted on the objects to be measured, illuminated by a laser beam having circular profile, and reflects the laser beam in three different directions. Three PSDs(position sensitive detector) detect the three beams reflected by the mirror, respectively. From the signals of the PSDs, we can calculate the 3-dimensional position and orientation of the 3-facet mirror, and thus enabling us to determine the 3-dimensional position and orientation of the objects. In this paper, we model the relationship between the 3-dimensional position and orientation of an object in motion and the outputs of three PSDs. A series of experiments are performed to demonstrate the effectiveness and accuracy of the proposed method. The experimental results show that the proposed sensing system can be an effective means of obtaining 3-dimensional position and orientation of arbitrary objects and provide reasonable measurement accuracy.

Keywords : 3-dimensional pose, 6-DOF motion, 3-facet mirror, optical metrology, position-sensitive detector, vibration analysis

I. 서론

기구학적으로 구속되지 않은 6자유도 강체의 위치와 자세를 측정하기 위해서는 세 개의 위치 좌표와 세 개의 각도를 구해야 한다. 거동 해석[1], 거동 제어[2], 로봇 보정[3]-[5], 6자유도 입력[6]-[8], 이동 로봇 위치 파악[9]-[11] 등의 많은 문제에서 6자유도 측정이 요구되어 왔으나 그러한 문제들에 적용할 수 있는 실용적인 방법은 많지 않다. 이는 단순히 1자유도 센서를 조합하는 방법으로 다자유도(multi-degree of freedom) 측정을 수행하는 것이 쉽지 않기 때문이다. 일반적으로 측정 대상의 자유도가 1자유도 증가하면 그에 따른 측정상의 문제는 훨씬 커진다.

현재 널리 사용되는 6자유도 측정 기술은 크게 카메라를 이용한 시각 인식(vision), 6자유도 관성 측정법, 레이저 응용 방법으로 분류된다. 카메라를 이용한 시각 인식 방법[9][10]은 측정 대상의 위치와 자세를 측정하기 위해 널리 시도되는 방법이다. 이 방법은 형상과 크기가 알려진 표적을 인식함으로써 대상 물체의 위치와 자세를 구한다. 이동 로봇의 자율 주행시 위치 인식을 위한 표적(landmark)이나 인쇄 회로 기판(PCB) 상에 인쇄된 표적(fiducial mark) 등이 이와 같은 방법을 위한 것들이다. 이러한 시각 인식 방법은 범용성이 뛰어나 다양한 문제에 적용할 수 있는 장점이 있다. 그러나 측정 정밀도가 수 mm 또는 수백 μm 정도로 제한된다.

6자유도 관성 측정법[11][12]은 일반적으로 세 개의 가속도계와 세 개의 자이로(gyro)를 조합한 시스템을 구성하여 이동 로봇, 비행체 등의 6자유도 운동을 측정하는데 널리 사

용되고 있다. 이 방법은 병진 가속도와 회전 각속도를 적분하여 측정 대상의 3차원 위치와 자세를 계산한다. 이 방법은 시각 인식 방법에서 사용되는 특수한 표적을 요구하지 않으면서 짧은 시간 동안의 측정에서 상당한 정밀도를 보인다. 그러나, 적분에 의한 오차 누적으로 인해 장시간의 측정시에는, 시간의 흐름에 따라 오차가 계속 커질 수 있기 때문에 정밀한 측정에 사용되기 어렵다.

정밀한 측정에 널리 사용되고 있는 레이저 응용 측정기로서 간섭계(laser interferometer)[13][14]와 레이저 도플러 진동계(laser doppler vibrometer)[15]가 있다. 이 방법들은 기본적으로 1자유도의 변위 또는 운동을 측정하기 위한 방법으로서 수 나노미터(nanometer) 수준의 뛰어난 정밀도를 갖는다. 그러나 다자유도 측정을 위해서는 여러 개를 조합해야 하나, 이러한 방법을 통해 6자유도를 측정하는 것은 현실적으로 거의 불가능하다.

Lee[16] 등과 Park[17] 등은 6자유도를 측정하기 위해 레이저, 프리즘(prism), PSD(position sensitive detector)를 사용한 측정 장치를 제안하였다. 이 측정 장치들은 1자유도 측정기를 조합하는 기존의 레이저 응용 방법과 달리 6자유도를 동시에 측정하는 시스템이다. Lee[16] 등은 측정 대상 물체의 표면에 세 개의 빔 스플리터(beam splitter)와 한 개의 거울을 설치하고 레이저 광선을 통과 또는 반사시켜 고정된 PSD에 입사하도록 하였다. 이러한 방법은 수 나노미터 수준의 정밀도를 보이나, 여러 개의 빔 스플리터를 설치해야 하므로 측정 대상 물체의 크기가 커야 하며 고속의 운동을 측정하기 어려운 단점이 있다. Park[17] 등의 방법은 측정 대상 물체의 표면에 소형의 삼면반사체를 설치하므로 소형의 물체에도 적용이 가능하며 고속 운동 측정에도 적합하다. 그러나 병진 운동에 대한 정밀도가 수 마이크로미터 수준으로 나타나며 이를 향상시키기 어려운 단점이 있다.

본 논문에서는 임의 강체의 6자유도 위치와 자세를 수

접수일자 : 2001. 4. 30., 수정완료 : 2001. 11. 7.

박원식, 조형식 : 한국과학기술원 기계공학과(pws@lca.kaist.ac.kr/hscho@lca.kaist.ac.kr)

* 본 논문은 삼성종합기술원의 지원으로 수행된 과제 "HDD 슬라이더의 6자유도 운동 측정 시스템 개발"의 일환으로 한국과학기술원에서 수행되었습니다.

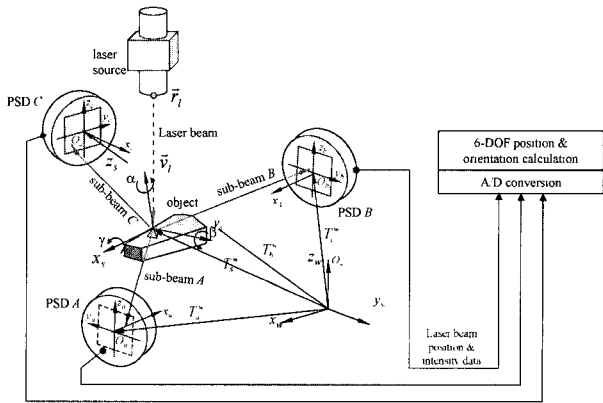


그림 1. 측정 장치의 도식적 구성도.
Fig. 1. A schematic drawing of the sensing system.

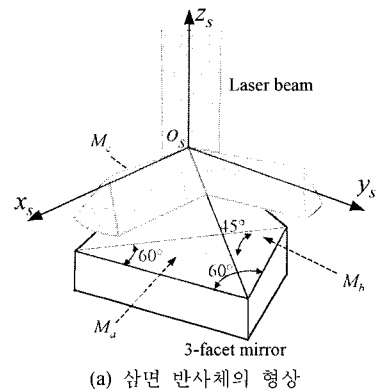
mm과 수 μrad 수준의 정밀도로써 측정하기 위한 새로운 방법을 제안한다. 제안된 방법은 헬륨-네온 레이저 광원과 특수하게 제작된 입체 거울, 세 개의 PSD(position sensitive detector)를 사용한다. 여기서, 입체 거울은 삼각뿔 형상의 거울로서 단면의 형상이 정삼각형의 형상을 가지며, 세 개의 측면이 거울면으로 되어 있으며 밑면과 45° 의 각을 이룬다. 본 논문에서 이 입체 거울을 삼면 반사체라 한다. 측정 대상의 6자유도 위치와 자세를 측정하기 위해 측정 대상 물체의 표면에 삼면 반사체를 부착한다. 그리고 삼면 반사체의 6자유도 위치와 자세를 측정함으로써 측정 대상 물체의 6자유도 위치와 자세를 구한다. 측정 대상 물체의 표면에 부착된 삼면 반사체의 상단부 꼭지점에 레이저 광선이 입사하면 레이저 광선은 세 갈래로 갈라져 반사되고, 각 반사광은 세 개의 PSD에 입사하게 된다. 세 개의 PSD로부터 획득한 출력을 이용하여 삼면 반사체의 6자유도 위치와 자세를 계산한다. 이때, 6자유도 위치와 자세를 계산하기 위해 본 논문에서는 삼면 반사체와 PSD 출력간의 관계를 모사한다. 그리고 제안된 원리를 검증하고 측정 정밀도를 평가하기 위한 실험이 수행된다. 본 실험을 통해 제안된 방법은 임의 물체의 6자유도 위치와 자세를 구하는데 효과적임을 알 수 있다.

II. 측정 원리

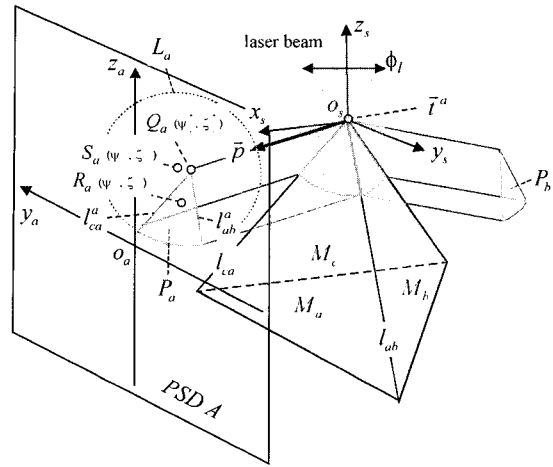
1. 측정 장치의 구성

그림 1은 제안된 실험 장치의 개략적인 구성을 보이고 있다. 그림에 보이는 바와 같이 측정 장치는 삼각뿔 형상의 거울과 헬륨-네온 레이저, 세 개의 PSD(position sensitive detector)로 구성되어 있다. 삼각뿔 거울의 상단에 위치한 레이저 광원에서 발생한 레이저 광선이 삼각뿔의 꼭지점에 수직하게 내려 입사한다. 그림 2에 나타난 바와 같이 삼각뿔 거울의 단면은 정삼각형이며, 세 개의 거울면은 밑면에 대해 45° 의 각을 이룬다. 본 논문에서 이 삼각뿔 형상의 거울을 삼면 반사체라 하며, 세 개의 거울면은 M_a, M_b, M_c 로 표시된다. 그림에 나타난 바와 같이 삼면 반사체의 꼭지점에 레이저 광선이 입사하면, 삼면 반사체는 이 레이저 광선을 세 개의 반사광선으로 갈라져 반사한다.

그림 3은 레이저 광원이 생략된 측정 장치의 평면도이다. 그림은 삼면 반사체가 세 개 PSD가 이루는 원의 정 중앙에



(a) 삼면 반사체의 형상



(b) PSD A에 맞힌 레이저 광점

그림 2. 삼면 반사체로부터 레이저 광선이 세 갈래로 반사하는 형상.

Fig. 2. 3-facet mirror reflecting a laser beam into three sub-beams.

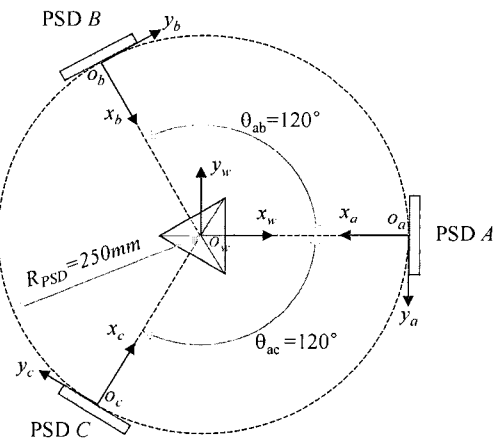


그림 3. PSD의 배치 및 좌표계.

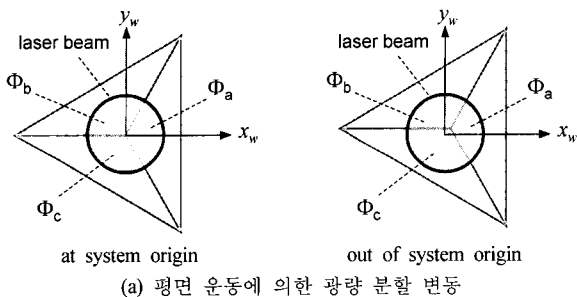
Fig. 3. The layout and coordinates systems of the PSDs.

위치한 경우의 상태를 도시하고 있다. 즉, 삼면 반사체는 측정 장치의 원점에 위치한 것이다. 그림에는 나타내어지지 않았으나 레이저 광원에서 발생한 레이저 광선은 삼면 반사체의 꼭지점에 수직 방향으로 입사한 후 세 갈래로 갈라져 각 PSD에 입사하게 되어 있다. 이러한 상태에서 삼면 반사체는 레이저 광선의 광량을 정확히 삼등분하여 각 PSD로

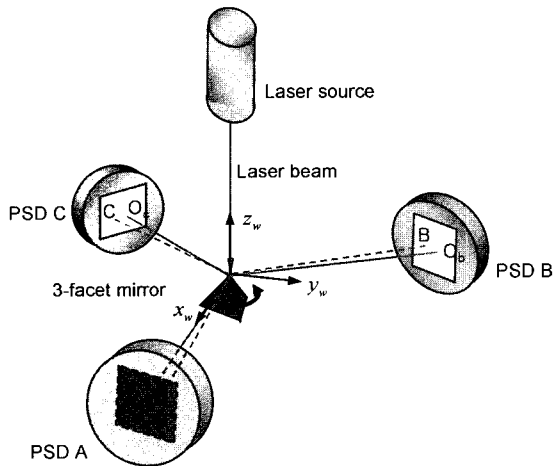
전달하며, 따라서 각 PSD는 동일한 광량 측정치를 출력한다. 그리고 각 PSD 입력면 상에서 각 반사 광선이 입사한 위치를 그 PSD의 원점으로 정의한다. 즉, 그림과 같은 상태에서 세 개의 PSD는 입사한 레이저 광점의 위치를 (0, 0)으로 출력한다. 그리고 레이저 광원에서 발생한 레이저 광선에 수직하며, 세 PSD의 원점이 이루는 평면을 본 측정 장치의 기준면으로 정의한다. 본 측정 장치에서 삼면 반사체에 입사하는 레이저 광선은 항상 이 기준면에 수직한 상태로 유지되며 위치 또한 변함 없이 고정된다. 그리고 측정 장치의 기준 좌표계로서 좌표계를 정의한다. 그림에 나타난 바와 같이 $x_w y_w$ -평면은 측정 장치의 기준면과 일치하며 각 PSD의 원점을 포함하며, x_w -축은 PSD A의 원점을 향하고 있다.

그림 3과 같은 구성 하에서 삼면 반사체가 임의의 방향으로 이동하거나 회전하였을 경우, PSD에 입사하는 반사 광선의 광량과 PSD 입력면 상의 광점 위치는 변화한다. 그림 4(a)는 삼면 반사체가 $x_w y_w$ -평면상에서 임의의 이동을 할 경우, 세 개의 PSD로 분할되는 레이저 광선의 광량을 정성적으로 설명하고 있다. 그림과 같이 삼면 반사체가 원점으로부터 양의 x_w 및 y_w -방향으로 일정 거리 이동한 경우, PSD A의 검출 광량 ϕ_a 과 PSD B의 검출 광량 ϕ_b 는 작아지며, PSD C의 검출 광량 ϕ_c 는 커짐을 알 수 있다.

롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw)와 같은 회전 운동의 경우, 각 PSD에 검출되는 레이저 광량의 변화 양상은 앞에서 설명한 $x_w y_w$ -평면 이동과 다르다. 롤 회전과 피치 회전의 경우에는



(a) 평면 운동에 의한 광량 분할 변동



(b) 요(yaw) 회전에 의한 PSD 표면상의 레이저 광점 위치의 이동

그림 4. 삼면 반사체 운동에 따른 PSD 출력 변화

Fig. 4. PSD outputs variation according to motions of 3-facet mirror.

각 PSD에 검출되는 레이저 광량에 약간의 변화가 발생하나 $x_w y_w$ -평면 이동의 경우에 비해 매우 작다. 그리고 요 회전의 경우에는 각 PSD에 검출되는 광량의 크기는 변함이 없다. 그러나 PSD 표면 상에 입사한 레이저 광점의 위치는 매우 민감하게 변한다. 그림 4(b)는 요 회전에 의한 레이저 광점의 위치 이동을 나타내고 있다. 그림에서 양의 요 회전 이동으로 인해 레이저 광점의 위치가 각 PSD 표면상에서 좌측 수평 방향으로 이동하는 것을 볼 수 있다.

병진 이동에 의한 레이저 광점의 위치 이동은 z_w -방향의 이동에 의해 비교적 크게 나타난다. 삼면 반사체가 z_w -방향으로 이동하면 세 PSD 표면 상에서 레이저 광점의 위치는 수직 방향으로 동일한 거리로 이동한다. 그러나 앞서 설명한 롤, 피치, 요 회전 이동에 비하면 z_w -병진 이동에 의한 레이저 광점의 위치 이동은 그리 민감한 편은 아니다.

앞에서 기술된 세 방향의 기본적인 병진 운동과 세 방향의 기본적인 회전 운동 중 두 가지 이상의 운동이 복합된 운동의 경우, 또는 여섯 가지가 모두 복합된 일반적인 6자유도 운동을 할 경우에는 세 개 PSD는 앞에서 설명된 PSD 출력 형태가 복합된 결과를 출력한다. 이러한 경우들의 PSD 출력 경향은 직관적으로 예측하기 어렵다. 삼면 반사체의 일반적인 운동에 의한 PSD 출력 영향을 정량적으로 예측하기 위해, 삼면 반사체의 위치 및 자세와 PSD 출력 간의 관계를 모사할 필요가 있다. 본 논문에서는 레이저 광원에서 발생한 레이저 광선이 삼면 반사체에 의해 세 갈래로 반사되어 각기 세 개의 PSD에 입사하는 광 경로를 기하학적인 광선 추적(ray tracing) 방법을 통해 모사한다. 그리고 PSD에 입사한 레이저 광선의 광량을 예측하기 위해 레이저 광선을 가우시안(gaussian) 함수의 강도 분포를 갖는 가우시안 빔으로 모사한다. 그러나 계산의 단순화를 위해 레이저 광선의 회절 현상이 무시되어, 이에 따른 오차 요인을 내포하고 있다.

각 PSD는 그 입력면에 맺힌 레이저 광점의 2차원 좌표와 강도를 출력한다. 여기서 2차원 좌표는 레이저 광점 내부의 강도 분포에 대한 무게 중심을 출력한다. 따라서 한 개의 PSD는 총 세 개의 측정치를 출력한다. 제안된 측정 장치는 세 개의 PSD를 사용하므로 총 9개의 채널(channel)을 갖는 데이터 획득 장치가 사용된다. 즉, 임의의 순간에 삼면 반사체의 위치와 자세를 구하기 위해서 9개의 데이터를 획득한다. 그리고 다음 절에서 설명되어질 시스템 모델을 이용하여 삼면 반사체의 위치와 자세를 계산한다.

2. 측정 장치의 모델

본 절에서 설명될 측정 장치의 모델은 삼면 반사체의 위치와 자세가 주어진 상태에서 세 개 PSD의 출력을 계산한다. 실제 측정 수행시에는 PSD 출력을 이용하여 삼면 반사체의 위치와 자세를 구해야 하나, 제안된 측정 원리의 특성상 PSD로부터 레이저 광원을 향하는 역방향의 광선 추적(ray tracing)이 쉽지 않으므로, 본 논문의 모델은 광원에서 시작하여 PSD에 도달하는 광 경로를 추적하는 순방향의 광선 추적을 수행한다. 따라서, 실제 측정을 수행할 때는 본 모델을 이용한 수치적인 해법을 적용한다.

모델에 대한 설명에 앞서, 본 측정 장치를 구성하는 요소들의 위치와 자세를 기술하기 위해 그림 1-그림 3에 보이는

바와 같이 좌표계를 정의한다. 세 개 PSD들의 위치와 자세를 기술하기 위한 좌표계 o_a, o_b, o_c 는 각 PSD의 원점에 위치한다. 여기서, y -축은 입력면에 수직하며 z -축은 수평하며 $-x$ -축은 측정 장치의 기준면에 수직 방향으로 배치된다. PSD A의 입력면에 맞힌 레이저 광점의 좌표는 y_a 및 z_a -축에 대한 좌표로서 (ψ_a, ζ_a) 라 표시한다. 이와 유사하게 PSD B와 C에 대해서는 각 레이저 광점의 좌표를 (ψ_b, ζ_b) 및 (ψ_c, ζ_c) 라 표시한다. 그리고 각 PSD에 입사한 레이저 광선의 강도를 $\phi_a^*, \phi_b^*, \phi_c^*$ 라 표시한다. 정리하면 PSD A, B, C로부터의 출력은 차례대로 $(\psi_a, \zeta_a, \phi_a^*), (\psi_b, \zeta_b, \phi_b^*), (\psi_c, \zeta_c, \phi_c^*)$ 와 같이 표시할 수 있다.

삼면 반사체의 위치와 자세를 기술하기 위해 정의되는 좌표계는 o_s 이다. 그림 2에 나타난 바와 같이 o_s 의 원점은 삼면 반사체의 상단 꼭지점에 위치하며 z_s -축은 그 밑면에 수직하다. 그리고 z_s -축은 한 쪽 거울면의 밑면에 수직하다. 측정 장치의 기준 좌표계인 o_w 에 대해 삼면 반사체의 위치와 자세는 각각 $\vec{t}^w = [t_x, t_y, t_z]^T$ 및 $\vec{\omega}^w = [\gamma, \beta, \alpha]^T$ 와 같이 표시한다. t_x, t_y, t_z 는 삼면 반사체의 3차원 위치를 o_w 에 대한 좌표로 표시한 것이며, γ, β, α 는 에 대해 표시한 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw) 회전 각도이다. 여기서, 벡터 기호의 윗첨자 'w'는 기준 좌표계 o_w 에 대해 표시되었음을 의미한다. 이와 같은 정의 하에 측정 장치의 모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[\psi_a, \zeta_a, \phi_a^*, \psi_b, \zeta_b, \phi_b^*, \psi_c, \zeta_c, \phi_c^*]^T = \mathbf{G}_f^*(t_x, t_y, t_z, \gamma, \beta, \alpha) \quad (1)$$

여기서, \mathbf{G}_f^* 는 벡터 함수로서 삼면 반사체의 위치와 자세로부터 세 개 PSD로부터 출력되는 9개의 데이터를 예측한다. 벡터의 윗첨자 'T'는 벡터 또는 행렬의 전치(transpose)를 의미한다. 수식에 나타난 바와 같이 \mathbf{G}_f^* 는 6개의 독립 변수를 입력으로 9개의 출력을 계산한다.

그림 2(b)는 삼면 반사체의 거울면 중 하나인 M_a 에 의해 반사된 레이저 광선이 PSD A에 입사하여 PSD의 입력면에 파이(pie) 조각 모양의 광점 를 형성하는 현상을 나타낸 것이다. 그림에서, 점선 타원 L_a 는 레이저 광선이 삼면 반사체에 의해 분할되지 않고 M_a 와 위치와 자세가 동일한 가상의 평면 거울에 의해 반사하여 PSD에 투사된 가상의 광점을 나타낸 것이다. S_a 는 L_a 의 중심으로서 반사되기 전의 레이저 광선 중심의 투사 영상이기도 하다. P_a 의 두 변 l_{ab}^a 와 l_{ca}^a 는 그림에서 볼 수 있듯이 삼면 반사체의 두 모서리 l_{ab}^a 와 l_{ca}^a 의 투사 영상이기도 하다. 그림에서 L_a 의 경계는 레이저 광선의 직경 ϕ_l 로 정의된다. 그리고 l_{ab}^a 와 l_{ca}^a 의 교점인 Q_a 는 삼면 반사체의 상단부 꼭지점의 투사 영상이다. 만약, 광원에서 발생한 레이저 광선의 원점이 삼면 반사체의 꼭지점에 정확히 일치하여 입사한다면, PSD 표면상에서 Q_a 와 S_a 가 일치할 것이다. 그리고, R_a 는 P_a 내부에 분포한 광 강도의 무게 중심으로서 PSD A의 출력이다.

본 논문에서는 광원에서 발생한 레이저 광선의 위치와 방향을 표시하기 위해 레이저 광선의 중심에 존재하는 가상의 직선의 위치와 방향을 각각 \vec{r}_l 과 \vec{v}_l 로 표시한다. 측정 원리에서, 레이저 광선의 위치와 방향은 측정 장치의 원점에 수직으로 향한다고 설명되었으므로, \vec{v}_l^w, \vec{r}_l^w 는 다음과 같이 (2)와 (3)과 같이 표현된다.

$$\vec{v}_l^w = [0 \ 0 \ -1]^T \quad (2)$$

$$\vec{r}_l^w = [0 \ 0 \ h]^T \quad (3)$$

여기서, 레이저 광선의 중심선은 직선이므로 (3)의 h 가 어떠한 값을 가져도 동일한 레이저 광선을 나타낸다. 그리고 레이저 광선 내부에 분포한 광 강도는 (4)와 같이 가우시안 함수로 표현된다.

$$I(r) = \frac{8P}{\pi\phi_l^2} \exp\left(-\frac{8r^2}{\phi_l^2}\right) \quad (4)$$

여기서, P 는 레이저 광원의 출력, ϕ_l 는 레이저 광선의 직경, r 는 레이저 광선의 중심선으로부터 레이저 광선 단면 내부에 존재하는 임의의 한 점까지의 거리를 나타낸다.

(2)-(4)와 같이 모사되는 레이저 광선이 삼면 반사체의 꼭지점에 입사하여 세 갈래로 반사할 때, 반사 광선의 방향은 거울면 반사 법칙을 적용하여 구할 수 있다. 이를 위해 삼면 반사체를 구성하는 세 거울면의 표면 법선을 구해야 한다. 간단한 해석기하학(analytical geometry)을 통해 삼면 반사체의 좌표계 o_s 에 대한 세 거울면 M_a, M_b, M_c 의 표면 법선 벡터 $\vec{n}_a, \vec{n}_b, \vec{n}_c$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{n}_a &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^T \\ \vec{n}_b &= \left[-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^T \\ \vec{n}_c &= \left[-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^T. \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 윗첨자 's'는 $\vec{n}_a, \vec{n}_b, \vec{n}_c$ 가 o_s 에 대해 표현되었음을 의미한다. 그리고 삼면 반사체가 임의의 회전 방향으로 회전할 경우 o_w 에 대한 표현은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} l_a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(c\alpha c\beta + c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma) \\ m_a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(s\alpha c\beta + s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma) \\ n_a &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(s\beta - c\beta c\gamma) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\vec{n}_a^w = [l_a \ m_a \ n_a]^T, \vec{n}_b^w = [l_b \ m_b \ n_b]^T, \vec{n}_c^w = [l_c \ m_c \ n_c]^T$

$$\begin{aligned}
 l_b &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}ca\alpha\beta + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(ca\alpha\beta s\gamma - sa\alpha\gamma) + \frac{1}{\sqrt{2}}(ca\alpha\beta c\gamma + sa\alpha\gamma) \\
 m_b &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}sa\alpha\beta + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(sa\alpha\beta s\gamma + ca\alpha\gamma) + \frac{1}{\sqrt{2}}(sa\alpha\beta c\gamma - ca\alpha\gamma) \\
 n_b &= \frac{1}{2\sqrt{2}}s\beta + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}c\beta s\gamma + \frac{1}{\sqrt{2}}c\beta c\gamma
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 l_c &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}ca\alpha\beta - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(ca\alpha\beta s\gamma - sa\alpha\gamma) + \frac{1}{\sqrt{2}}(ca\alpha\beta c\gamma + sa\alpha\gamma) \\
 m_c &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}sa\alpha\beta - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(sa\alpha\beta s\gamma + ca\alpha\gamma) + \frac{1}{\sqrt{2}}(sa\alpha\beta c\gamma - ca\alpha\gamma) \\
 n_c &= \frac{1}{2\sqrt{2}}s\beta - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}c\beta s\gamma + \frac{1}{\sqrt{2}}c\beta c\gamma.
 \end{aligned} \tag{8}$$

이며, γ, β, α 는 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw) 회전 각도를 의미한다. 그리고, $ca, sa, c\beta$ 등은 각각 $\cos\alpha, \sin\alpha, \cos\beta$ 등을 간략히 표시한 것이다.

레이저 광원에서 발생한 레이저 광선의 방향 벡터는 \vec{v}_i^w 이므로 광 반사 법칙[18]을 적용하면 세 PSD A, B, C로 향하는 반사 광선의 방향 벡터 $\vec{v}_a^w, \vec{v}_b^w, \vec{v}_c^w$ 를 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_a^w &= [v_{ax} \ v_{ay} \ v_{az}]^T = \mathbf{M}_a^w \vec{v}_i^w \\
 \vec{v}_b^w &= [v_{bx} \ v_{by} \ v_{bz}]^T = \mathbf{M}_b^w \vec{v}_i^w \\
 \vec{v}_c^w &= [v_{cx} \ v_{cy} \ v_{cz}]^T = \mathbf{M}_c^w \vec{v}_i^w
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서, 반사 행렬 $\mathbf{M}_a^w, \mathbf{M}_b^w, \mathbf{M}_c^w$ 는 각각 다음과 같이 세 거울면에 표면 법선 성분으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_a^w &= \begin{bmatrix} 1-2l_a^2 & -2l_a m_a & -2l_a n_a \\ -2l_a m_a & 1-2m_a^2 & -2n_a m_a \\ -2l_a n_a & -2n_a m_a & 1-2n_a^2 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{M}_b^w &= \begin{bmatrix} 1-2l_b^2 & -2l_b m_b & -2l_b n_b \\ -2l_b m_b & 1-2m_b^2 & -2n_b m_b \\ -2l_b n_b & -2n_b m_b & 1-2n_b^2 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{M}_c^w &= \begin{bmatrix} 1-2l_c^2 & -2l_c m_c & -2l_c n_c \\ -2l_c m_c & 1-2m_c^2 & -2n_c m_c \\ -2l_c n_c & -2n_c m_c & 1-2n_c^2 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

삼면 반사체의 위치와 자세, 즉 \vec{t} 및 $\vec{\omega}$ 가 주어진 상태에서 PSD의 출력을 구하기 위해서는 각 PSD 좌표계에 대하여 P_a, P_b, P_c 의 형상과 위치를 구해야 한다. PSD A의 경우, 출력 $(\psi_a, \zeta_a, \phi_a^*)$ 을 구하기 위해 좌표계 o_s 에 대하여 Q_a, S_a, R_a 의 위치와 l_{ab}^a, l_{ca}^a 의 방향을 규명해야 하며, PSD B와 C에 대해서도 마찬가지이다.

PSD A의 입력면에 투사된 삼면 반사체 꼭지점의 영상 Q_a 의 좌표를 구하기 위해서는 (9)에서 구하여진 방향 벡터 \vec{v}_a 와 PSD A의 입력면인 $y_a z_a$ -평면과의 교점을 구하면 된다. 이와 같은 방법으로 Q_a 의 좌표인 (ψ_a^*, ζ_a^*) 를 구하면 다음과

같다.

$$\psi_a^* = -\frac{p_y}{p_x} t_x^a + t_y^a, \quad \zeta_a^* = -\frac{p_z}{p_x} t_x^a + t_z^a \tag{11}$$

여기서

$$\vec{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T = R_a^{w-1} \vec{v}_a^w. \tag{12}$$

이며, 그림 2에 나타난 바와 같이 \vec{v}_a 를 o_a 에 대해 표현한 벡터이며, R_a^w 는 o_w 에 대해 o_a 가 회전한 상태를 표시하는 회전 변환 행렬이다. 그리고 삼면 반사체 꼭지점의 위치 벡터 \vec{t}^w 를 좌표계 o_a 에 대해 표현하여

$$\vec{t}^a = [t_x^a \ t_y^a \ t_z^a \ 1]^T = T_w^a \vec{t}^w \tag{13}$$

가 된다. 여기서, T_w^a 는 o_a 를 기준으로 한 o_w 의 좌표 변환 행렬[19]이며, $\vec{t}^w = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ 이다. 이러한 절차를 PSD B와 C에도 적용하여 Q_b 와 Q_c 를 구할 수 있다.

PSD A의 입력면에 맺힌 가상의 레이저 광선 중심인 S_a 의 위치 (ψ_a^*, ζ_a^*) 또한 M_a 와 위치와 자세가 동일한 평면과 레이저 광선과의 교점을 구한 후, 이 교점으로부터 \vec{p} 와 동일한 방향 벡터를 갖는 직선과 $y_a z_a$ -평면과의 교점을 구하면 된다. 이후 PSD B와 C에 대해서도 동일한 절차를 써 S_b 의 위치 (ψ_b^*, ζ_b^*) 와 S_c 의 위치 (ψ_c^*, ζ_c^*) 를 구할 수 있다.

PSD A, B, C의 입력면에 맺힌 레이저 광선의 위치 좌표 $(\psi_a, \zeta_a), (\psi_b, \zeta_b), (\psi_c, \zeta_c)$ 는 앞서 설명된 바와 같이 P_a, P_b, P_c 내부에 분포한 레이저 강도 분포의 무게 중심이다. 따라서, 강도 분포에 대한 일차 모멘트로서 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= \frac{\iint_{P_a} y_a I_a(r_a) dy_a dz_a}{\iint_{P_a} I_a(r_a) dy_a dz_a}, & \zeta_a &= \frac{\iint_{P_a} z_a I_a(r_a) dy_a dz_a}{\iint_{P_a} I_a(r_a) dy_a dz_a} \\
 \psi_b &= \frac{\iint_{P_b} y_b I_b(r_b) dy_b dz_b}{\iint_{P_b} I_b(r_b) dy_b dz_b}, & \zeta_b &= \frac{\iint_{P_b} z_b I_b(r_b) dy_b dz_b}{\iint_{P_b} I_b(r_b) dy_b dz_b} \\
 \psi_c &= \frac{\iint_{P_c} y_c I_c(r_c) dy_c dz_c}{\iint_{P_c} I_c(r_c) dy_c dz_c}, & \zeta_c &= \frac{\iint_{P_c} z_c I_c(r_c) dy_c dz_c}{\iint_{P_c} I_c(r_c) dy_c dz_c}
 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서, $I_a(r_a), I_b(r_b), I_c(r_c)$ 는 PSD A, B, C 표면에 분포한 레이저 강도 분포이다. 이것들은 삼면 반사체의 회전에 의해 각 PSD로 향하는 레이저 광선이 PSD 입력면에 입사하는 입사 각도가 변함에 따라 (4)에 나타내어진 원래의 레이저 강도

분포가 변형되어진 것으로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_a(r_a) &= \frac{\bar{p} \cdot \hat{x}_a}{\|\bar{p}\|} I(r_a) \\ I_b(r_b) &= \frac{\bar{q} \cdot \hat{x}_b}{\|\bar{q}\|} I(r_b) \\ I_c(r_c) &= \frac{\bar{r} \cdot \hat{x}_c}{\|\bar{r}\|} I(r_c) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, $\hat{x}_a, \hat{x}_b, \hat{x}_c$ 는 각각 o_a, o_b, o_c 의 x -축들의 단위 벡터이다. 그리고,

$$\begin{aligned} r_a &= \sqrt{(y_a - \psi_a^o)^2 \frac{p_x^2}{p_x^2 + p_y^2} + (z_a - \zeta_a^o)^2 \frac{p_x^2}{p_x^2 + p_z^2}} \\ r_b &= \sqrt{(y_b - \psi_b^o)^2 \frac{q_x^2}{q_x^2 + q_y^2} + (z_b - \zeta_b^o)^2 \frac{q_x^2}{q_x^2 + q_z^2}} \\ r_c &= \sqrt{(y_c - \psi_c^o)^2 \frac{r_x^2}{r_x^2 + r_y^2} + (z_c - \zeta_c^o)^2 \frac{r_x^2}{r_x^2 + r_z^2}} \end{aligned} \quad (16)$$

이며, $\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$, $\vec{r} = [r_x, r_y, r_z]$ 로서 각각 PSD B와 C를 향하는 레이저 광선의 방향 벡터이다.

PSD A, B, C에 입사하는 레이저 광량 Φ_a^* , Φ_b^* , Φ_c^* 는 각각 P_a, P_b, P_c 내부에 분포한 레이저 강도 분포를 적분함으로써 구할 수 있다. 그런데, 실제 현상에서 레이저 광원은 주위의 환경 변화, 작동 조건 변화 등으로 인해 광 출력이 변화할 가능성이 있다. 따라서, PSD에 입사한 레이저 광량의 절대치를 광원의 출력에 대비하여 다음 식과 같이 정규화하면 이러한 현상에 의한 오차를 방지할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_a &= \frac{1}{P} \iint_{P_a} I_a(r_a) dy_a dz_a \\ \Phi_b &= \frac{1}{P} \iint_{P_b} I_b(r_b) dy_b dz_b \\ \Phi_c &= \frac{1}{P} \iint_{P_c} I_c(r_c) dy_c dz_c \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, P 는 레이저 광원의 출력으로서 삼면 반사체의 세 거울면에 의해 분할되므로 세 PSD에 입사한 광량 Φ_a^* , Φ_b^* , Φ_c^* 를 합하여 구할 수 있다.

$$P = \Phi_a^* + \Phi_b^* + \Phi_c^* \quad (18)$$

지금까지, 삼면 반사체의 위치 및 자세, $t_x, t_y, t_z, \gamma, \beta, \alpha$ 과 세 PSD의 출력, $(\Psi_a, \zeta_a, \Phi_a), (\Psi_b, \zeta_b, \Phi_b), (\Psi_c, \zeta_c, \Phi_c)$ 간의 관계를 구하였다. 그러나, 앞에서 기술된 바와 같이, 구하

여진 모델이 광원에서 시작하여 PSD로 향하는 광로를 추적하였기 때문에, 실제의 측정에 적용하기 위해서는 수치적인 해법을 도입한다. 이러한 수치적인 해법은 다음 절에서 설명된다.

3. 수치 해석을 통한 해법

앞절에서 삼면 반사체의 6자유도 변위 $t_x, t_y, t_z, \gamma, \beta, \alpha$ 로써 3개 PSD 출력치 $(\Psi_a, \zeta_a, \Phi_a), (\Psi_b, \zeta_b, \Phi_b), (\Psi_c, \zeta_c, \Phi_c)$ 를 구하는 절차를 설명하였다. 그러나 실제 측정 수행시에는 3개 PSD 출력치 $(\Psi_a, \zeta_a, \Phi_a), (\Psi_b, \zeta_b, \Phi_b), (\Psi_c, \zeta_c, \Phi_c)$ 를 측정하여 $t_x, t_y, t_z, \gamma, \beta, \alpha$ 를 구해야 한다. 본 논문에서는 이러한 작업을 다변수 함수의 해법을 제공하는 뉴턴-랩슨 방법(Newton-Raphson method)[20]을 이용하여 수행한다.

그림 5는 이러한 수치 해석 방법의 절차를 나타내고 있다. 삼면반사체의 6자유도 변위로 구성된 벡터를 $\vec{t} = [t_x, t_y, t_z, \gamma, \beta, \alpha]^T$ 라 하고 3개 PSD의 출력을 1차원 벡터로 $\vec{\xi} = [\Psi_a, \zeta_a, \Phi_a, \Psi_b, \zeta_b, \Phi_b, \Psi_c, \zeta_c, \Phi_c]^T$ 와 같이 정의하면 두 벡터 간에는 일종의 벡터 함수의 관계가 성립한다고 볼 수 있다. 이러한 관계를

$$\vec{\xi} = G_f^*(\vec{t}) \quad (19)$$

와 같이 표시할 수 있다. 측정을 위해서는 이 함수 G_f^* 의 역을 구해야 한다.

만약 실제의 측정 작업을 수행하는 과정에서 3개의 PSD 출력치 $\vec{\xi}$ 가 주어지면 윗식을 만족하는 삼면반사체의 6자유도 변위 \vec{t} 를 구하기 위해 \vec{t} 에 대한 추정치 $\hat{\vec{t}}$ 를 평가하여 \vec{t} 에 가까운 값을 추정하는 방법이다. 이를 위해 초기의 추정치 $\hat{\vec{t}}_0$ 를 정하여 그림에 보이는 바와 같이 평가와 새로운 추정을 반복한다. 임의 단계의 추정치 $\hat{\vec{t}}_k$ 에 의한 PSD 출력의 추정치 $\vec{\xi}_k$ 가 계산되면 그림에 보이는 바와 같이 원래의 PSD 출력치 $\vec{\xi}$ 와 비교하여 평가하기 위한 기준이 필요하다. 그림에 보이는 바와 같이 두 벡터의 차이 $d(\vec{\xi}_k, \vec{\xi})$ 를 라 하면

$$\begin{aligned} d(\vec{\xi}_k, \vec{\xi}) &= \frac{1}{6} \left\{ \left[(\zeta_{ak} - \zeta_a)^2 + (\psi_{ak} - \psi_a)^2 \right]^{1/2} \right. \\ &\quad + \left[(\zeta_{bk} - \zeta_b)^2 + (\psi_{bk} - \psi_b)^2 \right]^{1/2} \\ &\quad + \left[(\zeta_{ck} - \zeta_c)^2 + (\psi_{ck} - \psi_c)^2 \right]^{1/2} \\ &\quad \left. + \lambda \cdot \left[|\Phi_{ak} - \Phi_a| + |\Phi_{bk} - \Phi_b| + |\Phi_{ck} - \Phi_c| \right] \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

와 같이 정의되었다. 이는 각 PSD 표면에 맺힌 레이저 광점의 위치와 입사 광량에 대한 실제 측정치와 추정치 간의 산술 평균을 적용한 것이다. 여기서, 광점의 위치와 광량에 대한 추정치를 단일 평가 기준 $d(\vec{\xi}_k, \vec{\xi})$ 로 평가하기 위해 광량에 해당하는 항에 보정 계수 λ 를 사용하였다. 본 논문에서 통상적으로 $\lambda=3$ 으로 적용하였다. 실제의 측정에서 (20)을 계산하기 위해 PSD 표면 상의 광점의 좌표는 mm 단위로

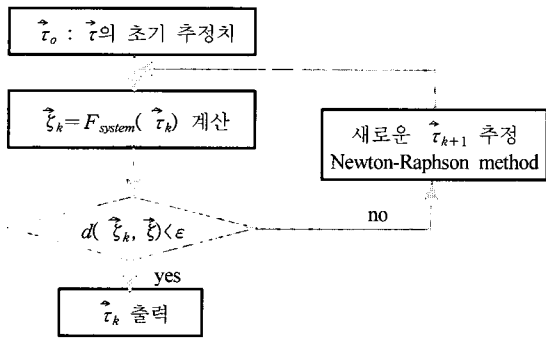


그림 5. 뉴턴-랩슨 방법을 이용한 해법.
Fig. 5. Numerical inversion by Newton-Raphson method.

측정되었으며, 광량은 (17)과 같이 무차원화 되었으므로 λ 는 mm와 동일한 단위를 갖는다고 볼 수 있다.

이와 같이 정의된 $d(\vec{\zeta}_k, \vec{\zeta})$ 가 적당한 오차 범위인 ϵ 이 내로 수렴하면 반복적인 추정 작업은 종료한다. 실제 측정 실험에서 $\epsilon=0.001\text{mm}$ 로 적용되었다. 임의 단계의 추정치 $\vec{\tau}_k$ 에 대한 평가후 새로운 추정치 $\vec{\tau}_{k+1}$ 를 추정하는 방법은 뉴턴-랩슨 방법[20]을 이용하여 수행한다.

뉴턴-랩슨 방법은 새로운 추정치 $\vec{\tau}_{k+1}$ 를 추정하기 위해 $\vec{\tau}_k$ 주변에서 함수 G_f^* 를 미분한다. 따라서, G_f^* 가 극소(local minimum) 또는 극대(local maximum)를 갖는 꼴의 함수인 경우에는 이러한 방법에 의한 해의 추정치가 해에 수렴하지 못하거나 발산할 가능성이 있다. 그러나, 센서 시스템 모델인 G_f^* 는 $t_x, t_y, t_z, \gamma, \beta, \alpha$ 의 모든 변수에 대해 단조 증가(monotonic increasing) 또는 단조 감소(monotonic decreasing)하므로 뉴턴-랩슨 방법을 이용한 해법으로 안정된 해를 구할 수 있다. 그림 7과 그림 8은 각각 삼면반사체의 x_w -축 병진 이동과 롤(roll) 회전 이동시 발생하는 PSD 출력치를 보이고 있다. 그림에서 모든 PSD 출력치가 x_w -축 병진 이동과 롤(roll) 회전 이동에 따라 단조 증가 또는 단조 감소하는 것을 볼 수 있다. 3장에서 설명될 실제 측정 실험에서도 6개 축에 대한 삼면 반사체 이동에 대해서 항상 안정된 해를 제공하였다.

이와 같이 안정성이 확보된 상태에서 뉴턴-랩슨 방법을 통한 해법은 매우 빠르고 정확하다. 실험 오차가 배제된 상태에서 본 모델의 역을 구하는 과정에서 발생하는 계산 오차는 병진 이동에 대해 $0.5\mu\text{m}$, 회전 이동에 대해 $2\mu\text{rad}$ 수준이다. 그런데, 이 오차들은 PSD 표면 상에 입사하는 레이저 광선의 강도를 적분하는 과정에서 면적소의 크기에 의해 발생하였다. 즉, (14)와 (17)의 계산 과정에서 발생한 것이다. 따라서, 뉴턴-랩슨 방법에 의한 오차는 본 계산 과정에서 무시 가능한 수준으로 작은 것으로 나타났다. 그리고, 3장의 측정 실험에서 뉴턴-랩슨 방법을 통한 해법은 통상 5회 이내의 반복 추정을 통해 상기와 같은 계산 정밀도로 수렴하였다. 그러나, (14)와 (17)의 계산 과정에서 많은 시간이 소요되어 실시간의 계산에 적용하기는 어려운 것으로 나타났다. 따라서, 본 논문에서 설명되는 모든 실험 결과는 PSD 출력치를 저장하여 오프라인으로 계산되었다.

III. 측정 실험

1. 레이저 광에 대한 PSD의 감도

PSD(position sensitive detector)는 그 입력면에 입사한 광선의 일차원 또는 이차원 위치를 출력하는 센서로 널리 사용되고 있다. 이외에도 PSD는 그 입력면에 입사한 광선의 광량을 측정할 수도 있다. 이러한 기능은 광선의 위치를 측정하기 위해 충분한 광량이 입사하는지를 관측하는데 주로 사용된다. 그런데, 본 논문에서는 이러한 광량을 측정하여 삼면 반사체의 위치와 자세를 구하는데 활용한다. 따라서, 광량에 대한 측정 정밀도가 삼면 반사체의 위치 및 자세 측정 정밀도에 영향을 미칠 수 있기 때문에, 실제 적용에 앞서 PSD의 광량에 대한 감도가 측정 목적을 만족시킬 수 있는지를 검토한다.

그림 6는 본 논문에서 사용된 PSD의 레이저 광선에 대한

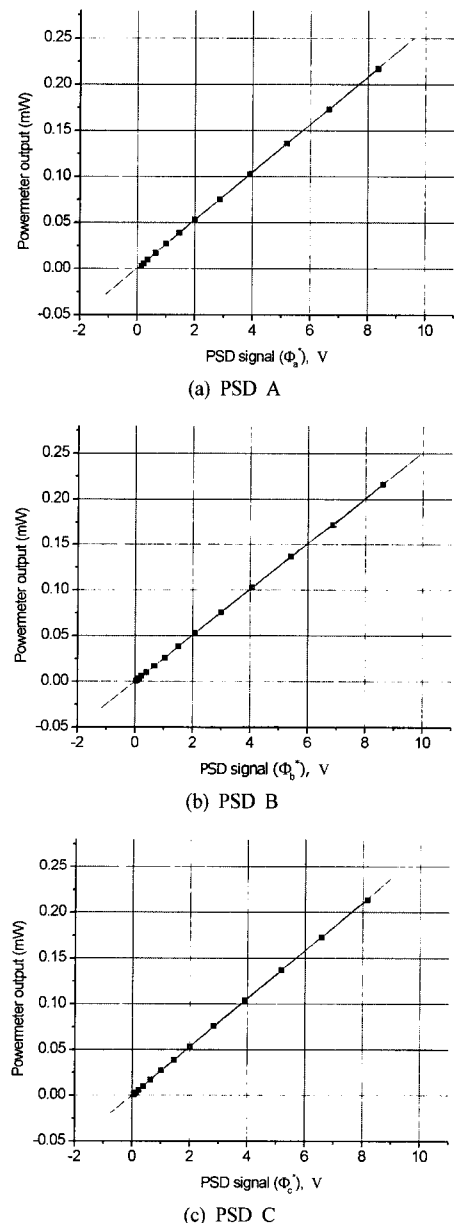


그림 6. 헬륨-네온 레이저 광에 대한 PSD의 감도.
Fig. 6. PSDs' sensitivities to He-Ne laser light.

감도를 측정하였다. 적용된 광원은 파장이 632.8nm의 헬륨-네온 레이저이다. 그래프는 레이저의 광량 변화에 따라 PSD의 출력과 레이저 출력 측정기의 결과를 비교하여 보이고 있다. 그래프에서 PSD의 광량 측정 기능은 상당히 선형적인 것으로 나타난다. 모든 구간에서 선형 회귀 분석 결과와 측정치 간의 편차는 0.5% 이내로 나타났다.

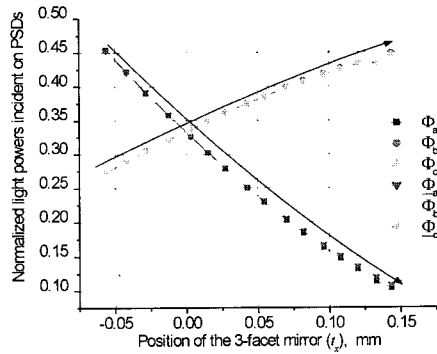
2. 측정 장치 모델의 검증

2장에서 소개된 측정 장치의 모델이 실제의 현상을 정확히 예측을 하는지 검토하기 위해 본 절에서는 x_w -방향의 병진 이동과 롤(roll) 회전의 예를 들어 실험 결과와 모델의 예측치를 비교한다. 그림 7과 그림 8은 이러한 비교 결과를 보이고 있다. 모델 계산과 실험은 그림 3에 나타난 구성으로 실시하였다. x_w -방향 병진 이동은 $t_x = -56 \mu m$ 에서 시작하여 $t_x = +143 \mu m$ 까지 $13 \mu m$ 간격으로 측정되었고, 롤(roll) 회전 이동은 $\gamma = -1250 \mu rad$ 에서 시작하여 $\gamma = +1200 \mu rad$ 까지 $163 \mu rad$ 간격으로 측정되었다. 그림에서 모델의 계산치를 의미하는 기호는 밑줄 표시가 되어 있다.

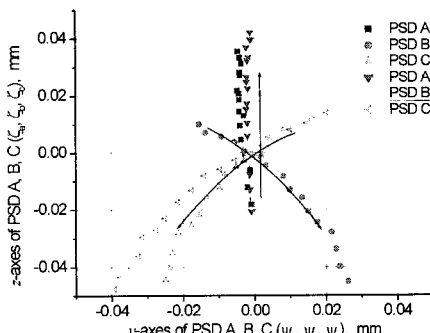
그림 7(a)는 x_w -방향 병진 이동량 t_x 에 따른 PSD 측정 광량이 나타내어져 있다. 화살표는 실제 측정시 삼면 반사체가 이동한 방향이다. 앞에서 기술된 바와 같이 Φ_a, Φ_b, Φ_c 가 레이저 출력 P 에 의해 정규화 되어 다음과 같이 합이 1임을 볼 수 있다.

$$\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 1 \quad (21)$$

삼면 반사체가 측정 장치의 원점에 있을 때는 Φ_a, Φ_b, Φ_c



(a) 광량 출력



(b) 레이저 광점의 이동

그림 7. x_w -방향 병진 이동에 의한 PSD 출력 변화.
Fig. 7. The outputs of PSDs due to x_w -axis translation.

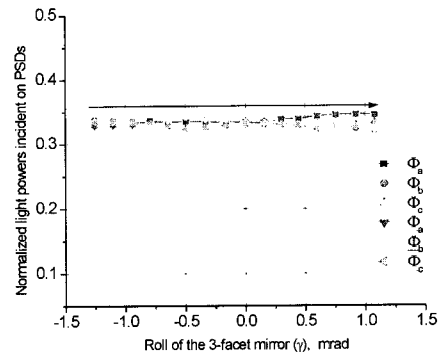
가 모두 $1/3$ 이며, $(\Phi_a, \phi_a), (\Phi_b, \phi_b), (\Phi_c, \phi_c)$ 쌍의 결과들이 서로 겹쳐 나타난다.

그림 7(b)에는 x_w -방향 병진 이동에 따른 $(\Psi_a, \zeta_a), (\Psi_b, \zeta_b), (\Psi_c, \zeta_c)$ 의 측정치와 이론적 계산치가 비교되어 있다. 그림에서 x_w -방향 병진 이동에 의해 레이저 광점이 이동하는 것을 볼 수 있으나, 앞서 설명된 Φ_a, Φ_b, Φ_c 의 변화만큼 민감하지는 않다. 병진 이동 거리가 초 $202 \mu m$ 인데 비하여 PSD 표면상에서 이동한 광점의 거리는 $60 \mu m$ 정도에 불과하다. 이로부터 $(\Psi_a, \zeta_a), (\Psi_b, \zeta_b), (\Psi_c, \zeta_c)$ 는 t_x 에 둔감하다는 것을 알 수 있다. 그리고 실험치와 이론치 간의 편차는 최대 $15 \mu m$ 로 총 이동 거리에 비해 7% 수준으로 나타났다.

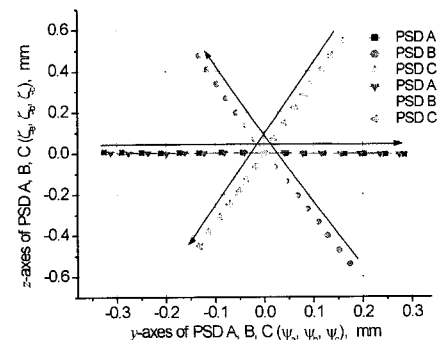
그림 8에 보이는 바와 같이, 삼면 반사체의 롤(roll) 회전의 경우에는 PSD에 입사하는 레이저 광량 Φ_a, Φ_b, Φ_c 의 변화는 거의 없는 것으로 나타났다. 그러나 PSD 표면상의 레이저 광점의 위치 $(\Psi_a, \zeta_a), (\Psi_b, \zeta_b), (\Psi_c, \zeta_c)$ 는 매우 민감하게 변하는 것을 볼 수 있다. 2장에서 설명된 바와 같이 Φ_a, Φ_b, Φ_c 는 x_w 또는 y_w -방향의 병진 이동에 민감하며, $(\Psi_a, \zeta_a), (\Psi_b, \zeta_b), (\Psi_c, \zeta_c)$ 는 회전 이동에 민감함을 알 수 있다. 그리고 롤(roll) 회전의 경우에도 본 측정 장치의 모델을 통한 계산치는 실험을 통한 측정치와 일치함을 볼 수 있다.

3. 6자유도 이동에 대한 측정 실험

그림 9는 제안된 측정 원리를 검증하기 위해 구성된 실험 장치와 삼면 반사체의 실제 외관을 보이고 있다. 이 실험 장치에서 PSD 배치는 그림 3에 나타내어진 바와 같다. 세 개의 PSD는 측정 장치의 원점, 즉 o_w 의 원점에서 250 mm의 거

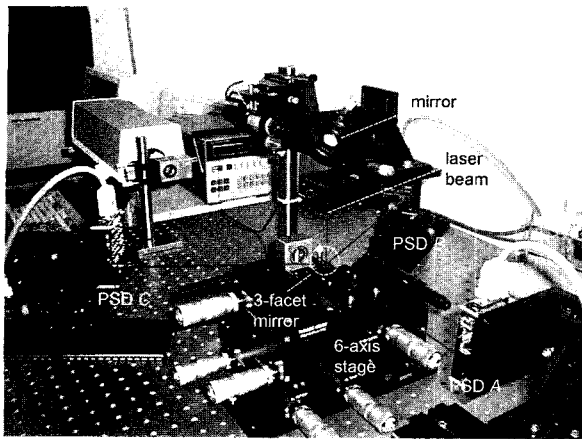


(a) 광량 출력

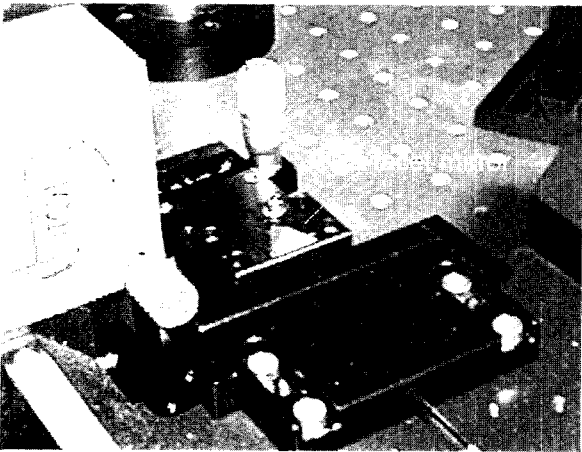


(b) 레이저 광점의 이동

그림 8. 롤(roll) 회전에 의한 PSD 출력 변화.
Fig. 8. The outputs of PSDs due to roll motion.



(a) 전체 시스템



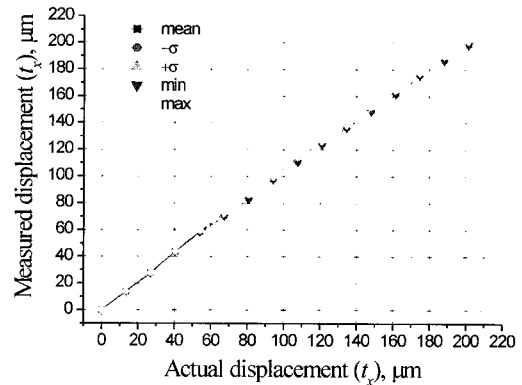
(b) 삼면 반사체

그림 9. 실험 장치의 사진.
Fig. 9. Photograph of experimental system.

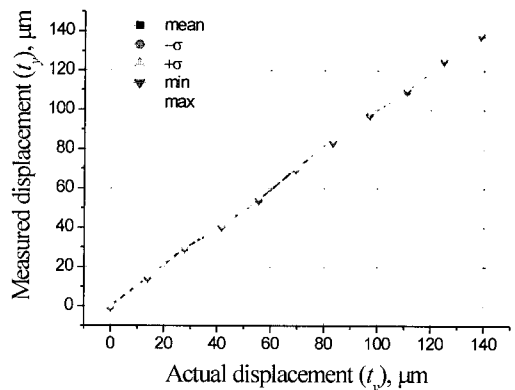
리로, 각기 120°의 각을 이루고 배치되어 있다. 그리고, 각 PSD 입력면의 법선, 즉 x -축들은 o_w 의 원점을 향하고 있다.

측정 실험은 x_w -축, y_w -축, z_w -축 병진 이동과 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw) 회전 이동별로 수행되었다. x_w -축 병진 이동에 대한 측정에서는 나머지 5-축은 원점에 고정된 상태에서, 삼면 반사체를 x_w -축 방향으로만 이동시키며 PSD 출력 (ψ_a, ξ_a, ϕ_a), (ψ_b, ξ_b, ϕ_b), (ψ_c, ξ_c, ϕ_c)를 측정하여 삼면 반사체의 이동량을 계산하였다. 그리고, y_w -축, z_w -축 병진 이동과 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw) 회전 이동에 대해서도 유사한 절차로 진행되었다. 삼면 반사체의 실제 움직임은 그림에 나타내어진 바와 같이 레이저 간섭계를 이용하여 측정되어 제안된 방법의 결과와 비교되어 그림 10과 그림 11에 나타내어져 있다. 본 실험 장치의 구성에 관련된 주요 사양이 표 1에 나타내어져 있다.

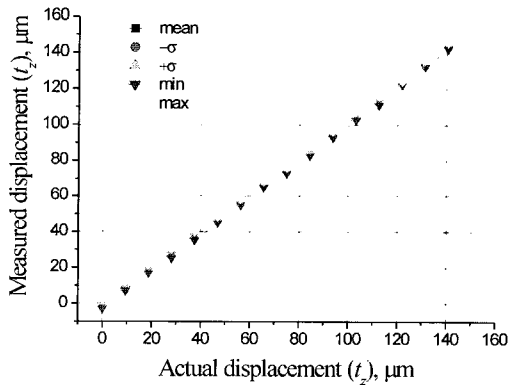
측정 실험에서 삼면 반사체가 이동된 범위와 간격이 표 2에 나타내어져 있다. x_w -축, y_w -축, z_w -축 병진 이동에 대해 각각 202 μm , 139 μm , 141 μm 의 범위에서 13.5 μm , 13.9 μm , 9.4 μm 의 간격으로 측정이 수행되었다. 그리고 동일한 위치에서 20회 측정을 반복하여 측정 결과의 표준 편차가 1.31 μm , 0.67 μm , 1.41 μm 로 평가되었다. 일반적인 기준을 적용하여 표준 편차의 2배를 측정 분해능으로 정의하면 병진



(a) x_w -병진 이동의 실험 결과



(b) y_w -병진 이동의 실험 결과



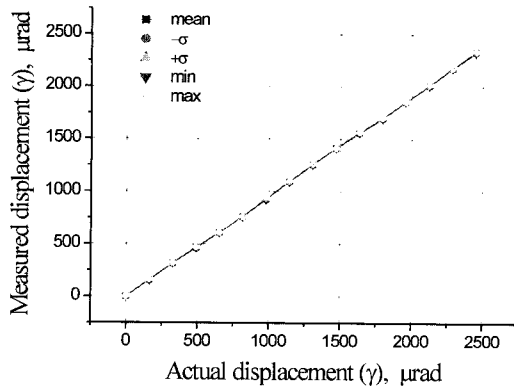
(c) z_w -병진 이동의 실험 결과

그림 10. 병진 이동에 대한 측정 결과.
Fig. 10. Measurement results of translation.

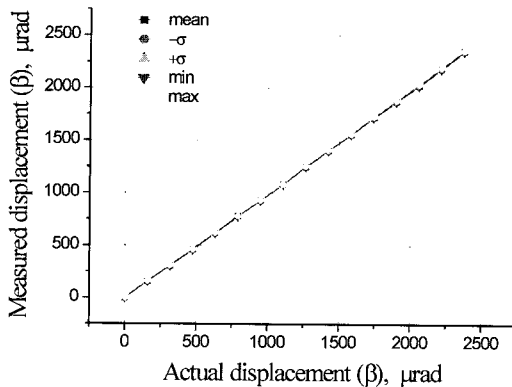
운동의 측정 분해능은 약 3 μm 수준으로 볼 수 있다. 그리고, 측정 범위에서 예상되는 불확실도는 z_w -축 병진 이동 측정의 경우에서 가장 크게 나타났으며, 전체 측정 범위 대비 3.6%이다.

롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw) 회전 이동 범위는 표에 나타난 바와 같이 각각 2449 μrad , 2373 μrad , 2369 μrad 이며, 측정 간격은 163 μrad , 158 μrad , 158 μrad 이다. 병진 이동의 경우와 같이 동일한 각도에서 20회 측정한 결과, 표준 편차는 각각 4.68 μrad , 4.37 μrad , 6.50 μrad 으로 나타났다. 따라서, 회전 측정 분해능은 약 13 μrad 정도인데, 이는 약 1%/1343이다. 그리고, 회전 측정에 대한 불확실도는 5.0%이다.

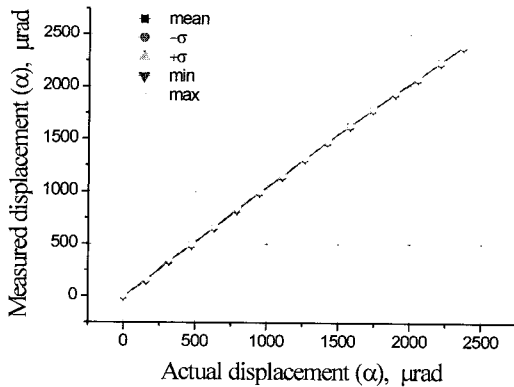
본 실험을 통해 보여진 실험 결과는 표 1 및 그림 2, 그림



(a) 롤(roll) 회전의 실험 결과



(b) 피치(pitch) 회전의 실험 결과



(c) 요(yaw) 회전의 실험 결과

그림 11. 회전에 대한 실험 결과.

Fig. 11. Measurement results of rotation.

3과 같은 시스템 구성하에서 나타난 결과이다. 측정 시스템의 정밀도는 측정 원리 고유의 시스템 변수와 온도 변화, 외부 진동, 외란 광 등의 환경적인 인자와 실제 측정 장치에 사용된 요소품의 품질 등 여러 인자들의 영향을 받는다. 제안된 측정 장치의 시스템 변수를 개선함으로써 측정 분해능을 개선하는 것이 가능하나 본 방법의 특성상 모든 6자유도 성분에 대한 개선은 어렵다.

레이저 광선의 직경을 작게 변화시키면 x_w -축과 y_w -축 방향의 변위에 대한 광량 변화가 민감해지므로 x_w -축과 y_w -축 방향의 변위에 대한 분해능이 향상된다. 그러나 삼면 반사체는 레이저 광선의 조사 범위 내로 제한되므로 $x_w y_w$ -평면

표 1. 실험 장치의 사양.

Table 1. Specifications of the experimental system.

Component	Specifications		
He-Ne Laser	Power	0.8mW	
	Beam diameter	0.97mm	
	Beam orientation at 3-facet mirror	Vertical(const.)	
3-facet mirror	Elevation of surface normals	45°	
	Longitudinal distance between surface normals	120°	
	Surface flatness	$\lambda/10$ @632.8nm	
PSD	Size of sensitive area	13x13mm	
	Layout	Radial distance from the system origin	250mm
		Longitudinal distance between PSDs	120°
		Orientations	See Fig. 3

표 2. 실험 결과.

Table 2. Measurement results.

($\mu m, \mu rad$)

	Range	Interval	Standard deviation	Relative uncertainty
xw-trans. (t_x)	202	13.5	1.31	3.4%
yw-trans. (t_y)	139	13.9	0.67	1.9%
zw-trans. (t_z)	141	9.4	1.41	3.6%
Rolling (γ)	2449	163	4.68	5.0%
Pitching (β)	2373	158	4.37	1.7%
Yawing (α)	2369	158	6.50	2.7%

에서의 측정 범위가 축소되는 단점이 있다. 그리고 z_w -축 방향의 변위는 레이저 광선 직경과 무관하다. 그림 3에 표시된 바와 같이 시스템 원점으로부터 각 PSD까지의 거리 R_{PSD} 는 250mm로 구성되었으나, R_{PSD} 가 증가하면 삼면 반사체의 각도 변화에 대한 PSD 표면상의 광점의 위치가 더욱 민감하게 변하게 되므로, R_{PSD} 의 증가는 각도 분해능을 향상시킨다. 그러나 PSD의 입사 면적이 제한되므로 각도 측정 범위가 축소된다.

측정 장치 주위의 온도가 변하게 되면 레이저, 삼면 반사체, PSD 등의 요소품들을 지지하는 기구들의 열팽창 또는 수축으로 인해 각 요소들 간의 상대 위치와 자세가 변하게 된다. 그리고 각 요소품들 고유의 특성 또한 변하게 한다. 이러한 변화는 센서 모델의 예측치와 실험치 간의 차이를 유발하게 되어 측정 오차가 발생한다. 측정 장치로 유입되는 외부 진동 또한 요소품들 간의 상대 위치를 변화시켜 측정 오차를 유발한다. 광학 시스템에서 특징적으로 발생하는 잡음 인자로 외란 광이 있다. 외란 광은 PSD에 입사한 레이저 광점의 위치와 강도에 잡음으로 작용하여 시스템의 측정 결과에 오차를 유발한다.

레이저, 삼면 반사체와 같은 주요 요소품의 품질은 측정 정밀도와 직접적인 관계가 있다. 본 실험에서는 레이저 광선 방향이 항상 일정한 것으로 가정되었으나 실제의 현상에서는 광선의 방향은 미소하게 변화한다. 이러한 현상은 PSD

표 3. 다자유도 측정 방법별 비교.

Table 3. Comparison between the methods for multi-dof measurement.

Method	DOF	Trans. resolution (mm)	Angular resolution (mrad)	Measurement speed
Nakamura [1]	6	0.2	1	Medium
Kyle [3]	3	0.01	NA	Slow
Vann [6]	6	0.01	0.25	Fast
Lee [16]	6	0.00005	0.00025	Slow
Proposed method	6	0.003	0.013	Fast

에 입사하는 레이저 광점의 위치를 변화하게 하므로 측정 오차를 유발한다. 이러한 레이저 광선 방향의 변화의 속도는 매우 느리므로 레이저 광선 정렬 후 단 시간 내에 측정을 수행하는 경우에는 큰 영향을 받지 않는다. 그러나 장시간의 측정이 요구되는 경우에는 레이저 광선의 방향을 안정화하거나 광선 방향의 변화를 관측하여 이를 보상하는 작업이 요구된다.

삼면 반사체는 세 거울면으로 레이저 광선을 분할하여 반사하므로 각 거울면의 표면 상태가 측정 정밀도에 직접적인 영향을 미친다. 거울면의 표면 조도가 큰 경우 거울면에서 반사되는 레이저 광선의 산란이 심해지게 된다. 따라서 PSD 표면에 맺히는 레이저 광점의 형상과 크기가 센서 모델의 예측과 달라지게 된다. PSD는 입사된 레이저 광점의 위치를 광점 내부에 분포한 광분포의 무게 중심으로 출력한다. 따라서 광점의 형상이 변화하거나 크기가 커지며 광점의 위치에 대한 출력치에 불확실성이 커지게 되므로 측정 시스템의 측정 결과에 불확실도가 증가하게 된다.

표 3은 본 논문에서 소개된 기존의 방법의 측정 성능과 제안된 방법의 측정 성능을 요약하여 비교하고 있다. 표에서는 6자유도 측정을 위해 제안된 네 개의 방법과 3자유도 측정으로서 로봇 보정 분야에서 널리 사용되는 방법이 나열되어 있다. 표에는 각 방법의 측정 자유도와 정밀도가 나타내어져 있으며, 적용 가능한 측정 속도가 정성적으로 평가되어 있다. 표에 나타난 바와 같이 측정 정밀도 측면에서는 Lee[16] 등의 방법이 가장 우수하다. 그러나 이 방법은 측정 대상 물체 표면에 세 개의 빔 스플리터(beam splitter)와 한 개의 거울을 설치해야 하므로 고속의 동적인 운동에 대해 측정이 어렵다. 그러나 본 논문에서 제안된 방법은 3?m, 13?rad의 비교적 우수한 정밀도를 보이면서 측정 속도 또한 우수하다. 따라서 제안된 방법은 삼면 반사체를 부착할 수 있는 최소한의 크기를 가진 물체에 대해 고속의 미세한 운동을 측정하기에 적합한 것으로 볼 수 있다.

IV. 결론

임의의 강체의 6자유도 운동을 정밀하게 측정할 수 있는 새로운 방법이 제안되었다. 제안된 방법은 특수하게 제작된 삼면 반사체를 측정 대상 물체에 부착하고 헬륨-네온 레이저와 PSD(position sensitive detector)를 이용한 광학계를 이용하여 삼면 반사체의 위치와 자세를 측정하는 방법이다.

제안된 측정 장치에서 삼면 반사체의 위치 및 자세와 PSD 출력 간의 관계를 광선 추적(ray tracing) 방법으로 모델하였다. 본 모델은 광원에서 발생한 레이저 광선이 PSD에 도달하는 경로를 순차적으로 계산하는 형태이므로, 삼면 반사체의 위치와 자세가 주어진 상태에서 PSD 출력을 예측한다. 따라서 실제 측정을 위해서는 측정된 PSD 출력치를 이용하여 삼면 반사체의 위치와 자세를 역산하는 수치적인 해법으로 Newton-Raphson 방법을 도입하였다. 그리고 계산의 복잡성을 덜기 위해 레이저 광의 회절 현상을 무시하였다.

측정 원리를 검증하기 위한 실험에 앞서, 본 논문에서 새로이 제안되는 레이저 광선 분할에 대한 타당성을 뒷받침하기 위한 기본 실험으로서 PSD의 광감도 측정 및 모델 검증 실험을 수행하였으며, 그 결과로서 삼면 반사체를 이용한 광선 분할은 본 논문에서 제시한 모델에 의해 충분히 예측 가능한 현상임을 알 수 있었다.

측정 원리를 검증하고 측정 정밀도를 평가하기 위한 실험 장치가 구성되어 기본적인 6축의 운동에 대한 측정 실험이 수행되었다. 실험을 위해 구성된 측정 장치는 개별적인 각 축의 이동에 대해 3µm의 병진 이동 분해능과 13µrad의 회전 이동 분해능을 보였다. 이러한 수준의 분해능은 기존의 6자유도 측정 방법에 대비하여 우수한 수준으로 나타났다.

측정 대상 물체에 부착되는 삼면 반사체는 여러 개의 빔 스플리터와 거울을 사용하는 기존의 방법에 비해 측정 대상의 동특성에 미치는 영향이 매우 작으므로 제안된 방법은 고속 운동을 측정하기에 적합하다. 그리고 절대 위치를 측정하는 방법이므로 장시간의 측정에도 오차가 누적되지 않으며, 저속의 운동 측정 시에도 정확도가 저하되지 않는 장점이 있다. 그러나 삼면 반사체의 운동 범위가 레이저 광선의 조사 범위 내로 한정되어 평면 운동 범위가 작다. 따라서 제안된 방법은 변위의 범위가 크지 않은 물체의 6자유도 거동을 측정하는데 적합하다. 이와 같은 특성을 활용한 응용 예로서, 6자유도 액츄에이터(actuator)의 동특성 평가, 진동체의 거동 측정 및 해석 검증에 적용하기 위한 연구가 향후에 계속될 예정이다. 그리고, 본 논문의 실험에서는 6축의 개별적인 변위에 대한 측정 정밀도가 검증되었으나, 6축이 복합된 운동에 대한 검증 또한 수행될 예정이다.

참고문헌

[1] Y. Nakamura, T. Hayashi, K. Katoh, M. Miyakawa, and M. Itoh, "Accuracy verification of an automatic head-positioning system for a normalized measurement of jaw movement by an x-ray television," *Proc. of IEEE Conference on Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 2422-2423, Chicago, 1997

[2] W. Xu, S. Tso, and X. Wang, "Conceptual design of an integrated laser-optical measuring system for flexible manipulator," *Proc. of IEEE Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 2, pp. 1247-1252, Beijing, Oct., 1996.

[3] S. A. Kyle, "Optical methods for calibrating and inspecting robots," *Computing & Control Eng. Journal*, pp. 166-173, 1995.

[4] L. Marques, F. Moita, U. Nunes, and A. Almeida, "3D laser-based sensor for robotics," *Proc. of IEEE 7th Medi-*

- terrestrial Electrical Conference*, pp. 1328-1331, 1994.
- [5] 한만용, 김병화, 김국현, 이장명, "원형 물체를 이용한 로봇/카메라 자세의 능동 보정," 제어 자동화 시스템 공학 논문지, 제5권, 제3호, pp. 314-337, 1999.
- [6] C. S. Vann, "Six degree of freedom sensor," US patent #5883803, 1999.
- [7] 진병대, 우기영, 권동수, "5각 관절 병렬 구조를 이용한 6자유도 힘 반사형 마스터 콘트롤러," 제어 · 자동화 · 시스템 공학 논문지, 제5권, 제3호, pp. 288-296, 1999.
- [8] P. E. Jones, "Three-dimensional input device with six degrees of freedom," *Mechatronics*, vol. 9, no. 7, pp. 717-729, 1999.
- [9] R. Sim and G. Dudek, "Learning visual landmarks for pose," *Proc. of IEEE Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1972-1978, Piscataway, USA, 1999.
- [10] Adam, E. Rivlin, and H. Rotstein, "Fusion of fixation and odometry for vehicle navigation," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, vol. 29, no. 6, pp. 593-603, 1999.
- [11] Barshan and H. F. Durrant-Whyte, "Evaluation of a solid-state gyroscope for robotics applications," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 44, no. 1, 1995.
- [12] Ojeda and J. Borenstein, "Precision calibration of fiber-optic gyroscopes for mobile robot navigation," *Proc. of IEEE Conf. on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 2064-2069, Piscataway, 1999.
- [13] L. M. Smith and C. C. Dobson, "Absolute displacement measurement using modulation of the spectrum of white light in a Michelson interferometer," *Applied Optics*, vol. 28, pp. 3339-3342, 1989.
- [14] S. Hosoe, "Laser interferometric system for displacement measurement with high precision," *Nanotechnology*, vol. 2, pp. 88-95, 1991.
- [15] J. R. Bell and S. J. Rothberg, "Laser vibrometers and contacting transducers, target rotation and six degree-of-freedom vibration: what do we really measure?" *Journal of Sound & Vibration*, vol. 237, no. 2, pp. 245-261, 2000.
- [16] N. Lee, Y. Cai, and A. Joneja, "High-resolution multidimensional displacement monitoring system," *Optical Engineering*, vol. 36, no. 8, pp. 2287-2293, 1997.
- [17] W. S. Park, H. S. Cho, Y. G. Byun, D. K. Jung, and N. Y. Park, "Measurement of 6-DOF displacement of rigid bodies through splitting a laser beam: experimental investigation," *Proc. of SPIE Symposium on Intelligent Systems and Advanced Manufacturing*, vol. 4190, Boston, 2000.
- [18] M. Bass, E. W. Stryland, D. R. Williams, and W. L. Wolfe, *Handbook of Optics*, 2nd Ed., vol. 1, McGraw-Hill, 1995.
- [19] John J. Craig, *Introduction to Robotics*, Addison Wesley, 1989.
- [20] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, 2nd Ed., Cambridge University Press, 1992.



박 원 식

1969년 5월 17일생. 1991년 한국과학기술대학 기계공학과(공학사). 1994년 한국과학기술원 자동화 및 설계공학과(공학석사). 1994년~2000년 (주)만도 중앙연구소 연구원. 현재 한국과학기술원 기계공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 머신 비전, 레이저 응용 측정.

조 형 석

제어 · 자동화 · 시스템 공학회 논문지, 제5권, 제4호, 참조.