

단 보

항만부진동 해석을 위한 적정 유한요소 크기에 대한 소고  
A Note on the Proper Size of a Finite Element  
for Analysis of Harbor Resonance Problems

정원무\* · 박우선\*

Weon Mu Jeong\* and Woo Sun Park\*

**요 旨** : 항만부진동 해석에 사용되는 유한요소의 적정 크기를 검토하기 위해 완전개방 직사각형 항만에 대해서 다양한 크기의 요소를 사용한 수치실험을 실시하였다. 수치실험 결과, 공진주기와 증폭비의 허용 오차율을 모두 2%로 하는 경우 파장당 9개, 1%로 하는 경우 12개의 요소가 필요한 것으로 나타났다. 또한, 요소 수의 증가에 따라 공진주기의 오차율은 선형적으로, 증폭비의 오차는 진동하면서 감소하였으며, 요소 수를 9개보다 적게 하는 경우 증폭비의 오차가 상대적으로 크게 증가하였다.

**핵심용어** : 항만부진동, 수치실험, 유한요소 크기, 공진주기, 증폭비, 오차율

**Abstract** □ In this study, numerical experiments were performed to decide the proper size of a finite element for the analysis of harbor resonance problems. Various sizes of finite elements were considered from 1/3 to 1/60 of wavelength to model a fully opened rectangular harbor. Through the numerical results, the proper number of finite elements per wavelength were revealed to be nine within two percents errors allowed in resonant period and amplification ratio, while twelve within one percent error. It was found that error rates of resonant periods decrease linearly, while those of amplification ratio decrease with oscillating form as the size of an element decreases. The error of amplification ratio increases more rapidly than that of resonant period in case of element numbers below nine.

**Keywords** : harbor resonance, numerical experiment, finite element size, resonant period, amplification ratio, error rate

1. 서 론

유한차분이나 유한요소 모형들은 모두 계산 격자 또는 유한 요소를 사용하게 되며 이러한 경우 해석하려는 수리 현상을 충분한 정확도로 해석할 수 있는 격자와 요소의 크기에 대한 정보가 필요하게 된다. 항만부진동 해석을 위한 유한요소 모형의 경우 과거부터 일부 연구자들에 의해 유한요소 크기에 대한 연구 결과가 제시되었다 (Chen and Mei, 1974; Crawford and Chen, 1988; Thompson *et al.*, 1996; Panchang *et al.*, 2000).

Chen and Mei(1974)는 원형 기둥을 지나는 파랑 변형에 대한 MacCamy and Fuchs(1952)의 이론해와 요소 크기를 변화시킨 유한요소 모델링 결과를 비교하여 파장당 필요한 최소한의 요소 수를 10개로 제시하였다. 이 경우 기둥의 후면에서의 국소적인 오차는 2%, 전체 오차는 0.7%로 제시되었으나 회절과 반사만 고려되는 경우여서 항내 증폭에 의한 부진동 현상과는 물리적 현상이 달랐다. Crawford and Chen(1988)은 미국 뉴욕주의 Barcelona 항에 대한 수리모형실험 결과와 유한요소 모형 HARBD (Chen and Houston, 1987)에 의한 수치계산 결과를 비교

\*한국해양연구원 연안·항만공학연구본부(Corresponding author: Weon Mu Jeong, Coastal and Harbor Engineering Research Center, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, Seoul 425-600, Korea. E-mail: wmjeong@kordi.re.kr)

하여 파장당 최소한으로 필요한 삼각형 요소의 수로 7개를 제시하였다. 그러나 이 수리모형실험들은 모두 주기 10초 이하의 단주기파에 대한 것이어서 반사파의 영향이 거의 없었다. 또한, 기 작성된 요소망이 고려한 입사파의 주기(6.7, 7.5 및 9.9초)에 따라 각각 파장당 대략 5, 6 및 8개에 해당되어 정밀한 분석은 실시되지 못하였다. Thompson *et al.*(1996)은 정사각형 모형 항만에 대해 세격자(fine grid)와 조격자(coarse grid)를 사용한 수치실험 결과를 Ippen and Goda(1963)의 이론해와 비교하고 파장당 필요한 선형 삼각형 요소를 최소한 4개, 가능하면 6개 이상으로 제시하였다. 그러나 이들의 실험에서는 정량적인 비교를 실시하지 않고 단지 육안으로 비교하였으며 6개의 요소를 사용한 경우에도 증폭비에 상당한 차이가 나타났다. 또한, 이들이 사용한 정사각형 항만은 Ippen and Goda(1963)의 이론해에 내재된 항입구를 통과하는 파랑 운동이 균일하도록 충분히 좁은 항입구의 가정과 반드시 잘 부합된다고 보기는 곤란하다. 최근 Panchang *et al.*(2000)은 수치실험 결과를 통하여 파장당 10개를 제시한 바 있다. 상기 연구 결과들은 이론해나 수리모형실험과 비교하기는 하였으나 분석 방법에 일관성이 없고, 또 일부 결과들은 해석의 정밀도가 상대적으로 낮아서 기준으로 삼기에는 부적절한 것으로 사료된다.

최근 국내에서는 항만부진동 또는 저중력파에 의한 국부부진동이 항내정온도에 상당한 영향을 미칠 수 있다는 의견이 제시되고 있으며(정 등, 2001) 각종 연구나 개발사업에 부진동 연구가 포함되는 경우가 많아지고 있다. 이러한 현실을 감안할 때 항만부진동 모델링에서 유한요소 크기에 대한 엄밀한 검토는 해의 정밀도의 확보 뿐만 아니라 효율적인 계산을 위해서도 중요하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 일정 천수심을 가진 완전개방 직사각형 모형 항만을 대상으로 정 등(1998)의 유한요소 모형을 이용하여 파장당 적절한 요소의 수를 산정하기 위한 수치실험을 실시한다. 단, 수치계산 결과와의 비교를 위한 정해로는 평면수조를 사용한 수리모형의 실시가 여건상 곤란하고, 또 Ippen and Goda(1963)의 이론해도 이 모형 항만에서의 국부부진동과 같은 경우에는 좁은 항입구의 가정을 만족시키지 못하기 때문에 적용이 불가능한 점을 감안하여 상세 요소망도에 의한 결과를 사용하는 것으로 한다.

## 2. 모형 항만의 공진 특성

수치실험을 위한 대상 항만으로 길이( $l$ ) 750 m, 폭( $b$ ) 300 m의 완전개방 직사각형 항만(Fig. 1 참조)을 채택하고,

수심( $h$ , 16.568 m)은 주기 24초인 파가 파장 300 m를 갖도록 설정하였다. 입사 파향으로는 항입구에 대해 수직 및 45°의 각도로 비스듬하게 입사하는 두 가지 경우를 대상으로 하였다. 수치모형으로는 확장형 환경사방정식을 지배방정식으로 사용하고 무한요소로 방사조건을 처리하는 정 등(1998)의 유한요소 모형을 이용하였다. 그리고 수치계산 시 고체 경계면에서의 반사율은 모두 완전반사로 가정하여 1.0을 사용하였다.

Fig. 2에는 상기 조건과 파장당 60개의 유한요소를 가지는 요소망도를 사용하여 구한 항입구 중앙의 정점 P1 (Fig. 1 참조), 항 중앙의 좌측 끝에 위치한 정점 P2 및 港興의 중앙에 있는 정점 P3에서 계산된 무차원 증폭비 ( $A=\eta l/(2a_0)$ ,  $\eta$ 는 복소 수면 변위 진폭,  $a_0$ 는 입사파의 진폭)를 주기 0.2~20분의 범위에서 도시하였다. 이 그림에서 (a)는 항입구에 대해 수직 입사하는 경우, 그리고 (b)는 항입구 우측의 해안선과 45°의 각도를 이루며 입사하는 경우를 각각 나타낸다. 이를 살펴보면 본 모형항만은 입사파향과 무관하게 주기 310초에서 Helmholtz 공진 모드를 가지며, 주기 93초에서 제2 공진 모드가 나타난다.

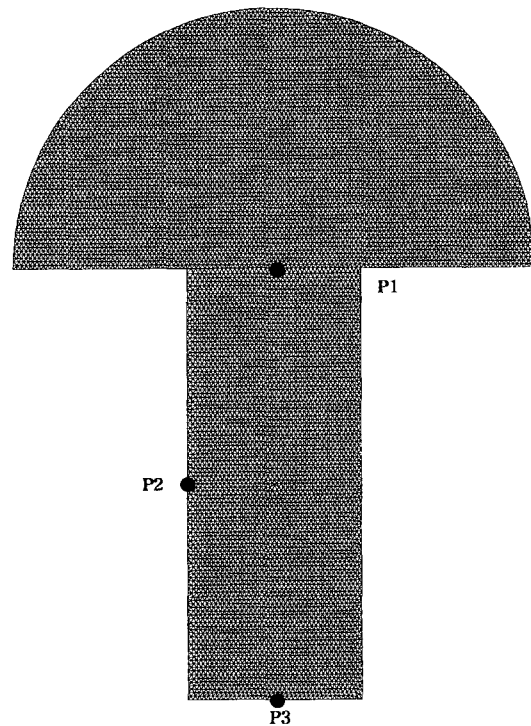


Fig. 1. Finite element mesh for a fully open rectangular harbor ( $l = 750$  m,  $b = 300$  m).

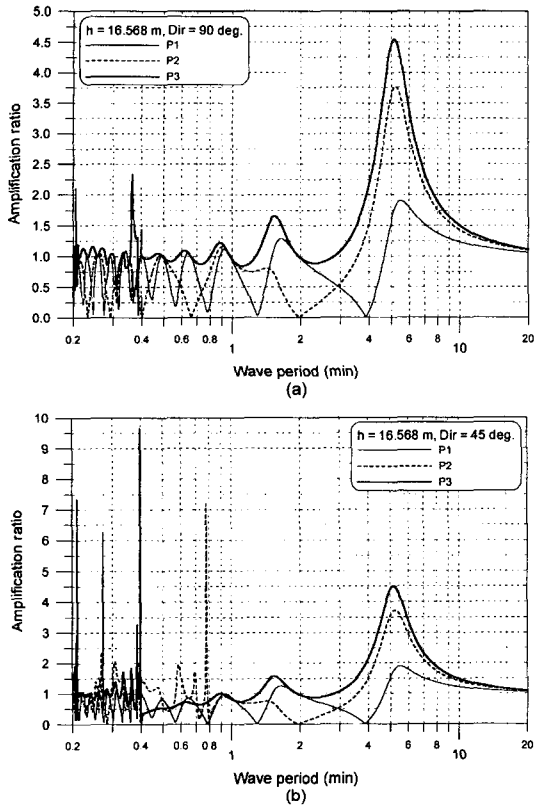


Fig. 2. Computed response curves calculated for wave periods from 12 to 1,200 seconds at stations P1~P3; (a) normal incidence, (b) 45° oblique incidence.

수직 입사하는 경우에는 주기 약 21.862초와 12.335초에서 증폭비가 2~3인 약한 공진 모드가 나타나는 반면 45°로 비스듬하게 입사하는 경우에는 주기 46.540초, 23.893초, 16.332초, 12.623초 등에서 증폭비가 6~10인 강한 국부 공진 모드들이 출현한다.

이러한 공진 모드들의 평면적인 분포 특성을 살펴보기 위하여 수직 입사하는 경우 주기 310초, 21.862초, 12.335초, 그리고 45°로 입사하는 경우 주기 46.540초, 23.893초, 16.332초, 12.623초를 선택하여 증폭비 등치선도를 Fig. 3과 4에 나타내었다. 먼저, Fig. 3(a)~(c)에는 주기 310초, 21.862초 및 12.335초의 파가 수직 입사하는 경우의 증폭비 등치선도를 제시하였다. (a)의 주기 310초의 공진은 절점선이 항외측, 그리고 복선이 항안에 발생하는 모형항만의 Helmholtz 공진 모드임을 알 수 있다. (b)와 (c)의 공진은 항의 종방향 공진과 횡방향 공진이 중첩된 공진 모드임을 알 수 있다. Fig. 4(a)~(d)에 제시한 주기 46.540초, 23.893초, 16.332초 및 12.623초의 파가 비스듬하게 입사하는 경우의 증폭비 등치선도를 살펴보면 주기 46.540초의 공진은 절점선이 항의 중앙부에서 종방향으로 형성되며 복이 항의 좌우측 안벽에서 발생하는 모형 항만의 제1 횡방향 공진 모드임을 알 수 있다. 그리고 (b)~(d)에 제시된 공진들은 고차의 횡방향 공진 모드들임을 알 수 있다.

전술한 바와 같이 본 연구에서는 항입구의 폭과 같은

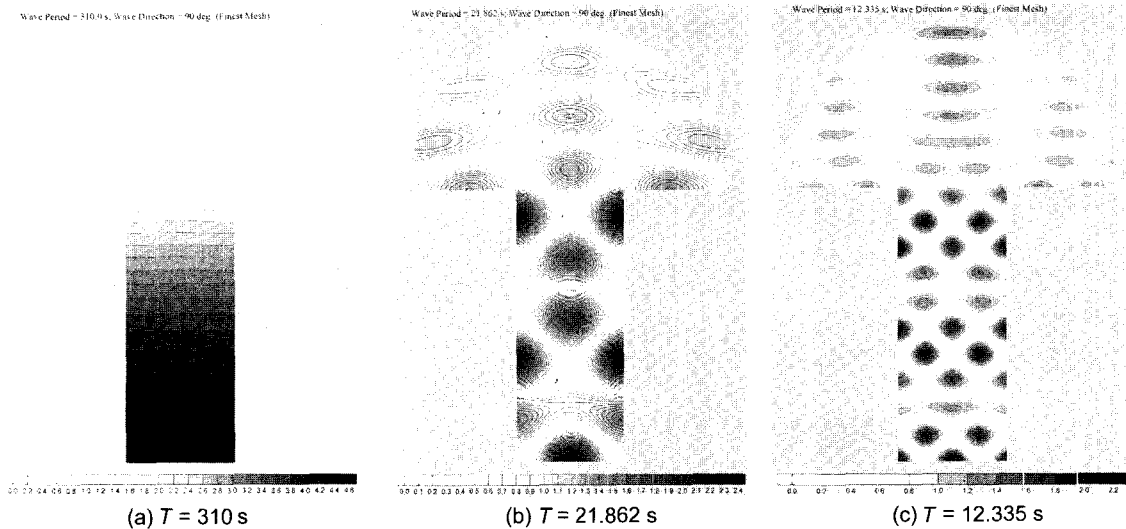


Fig. 3. Wave amplification ratio contours computed for normal incident waves in a fully open rectangular harbor.

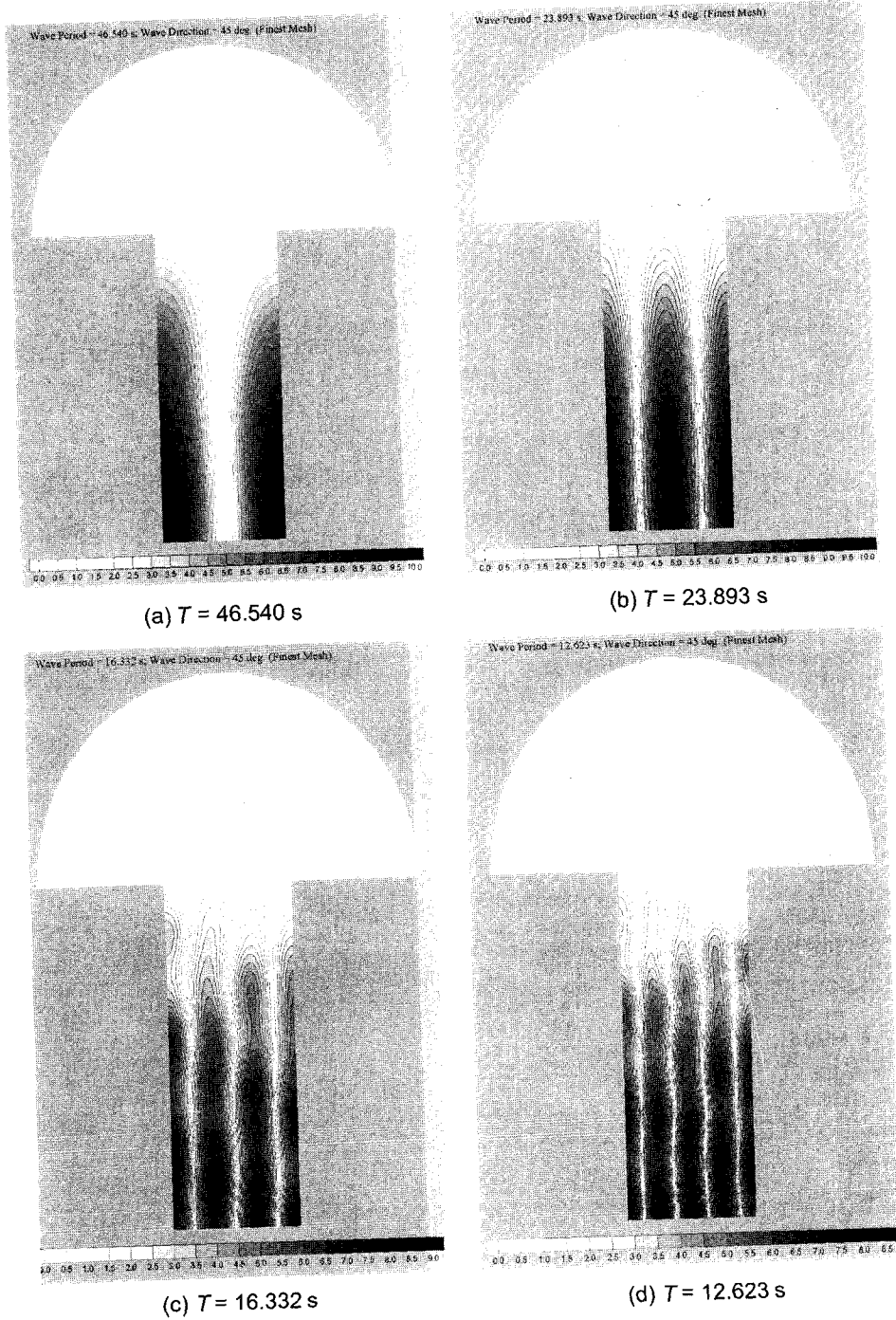


Fig. 4. Wave amplification ratio contours computed for 45° obliquely incident waves in a fully open rectangular harbor.

길이의 파장 300 m를 가지는 파에 의한 공진의 재현성을 중심으로 유한요소의 적정 크기를 판단하는 것으로 하였다. 이 경우, 판단 기준에는 주기 24초 부근에서 나

타나는 모형 항만의 복합 공진(수직 입사시)과 제2 횡방향 공진(비스듬한 입사시)의 재현 정밀도가 주로 포함된다.

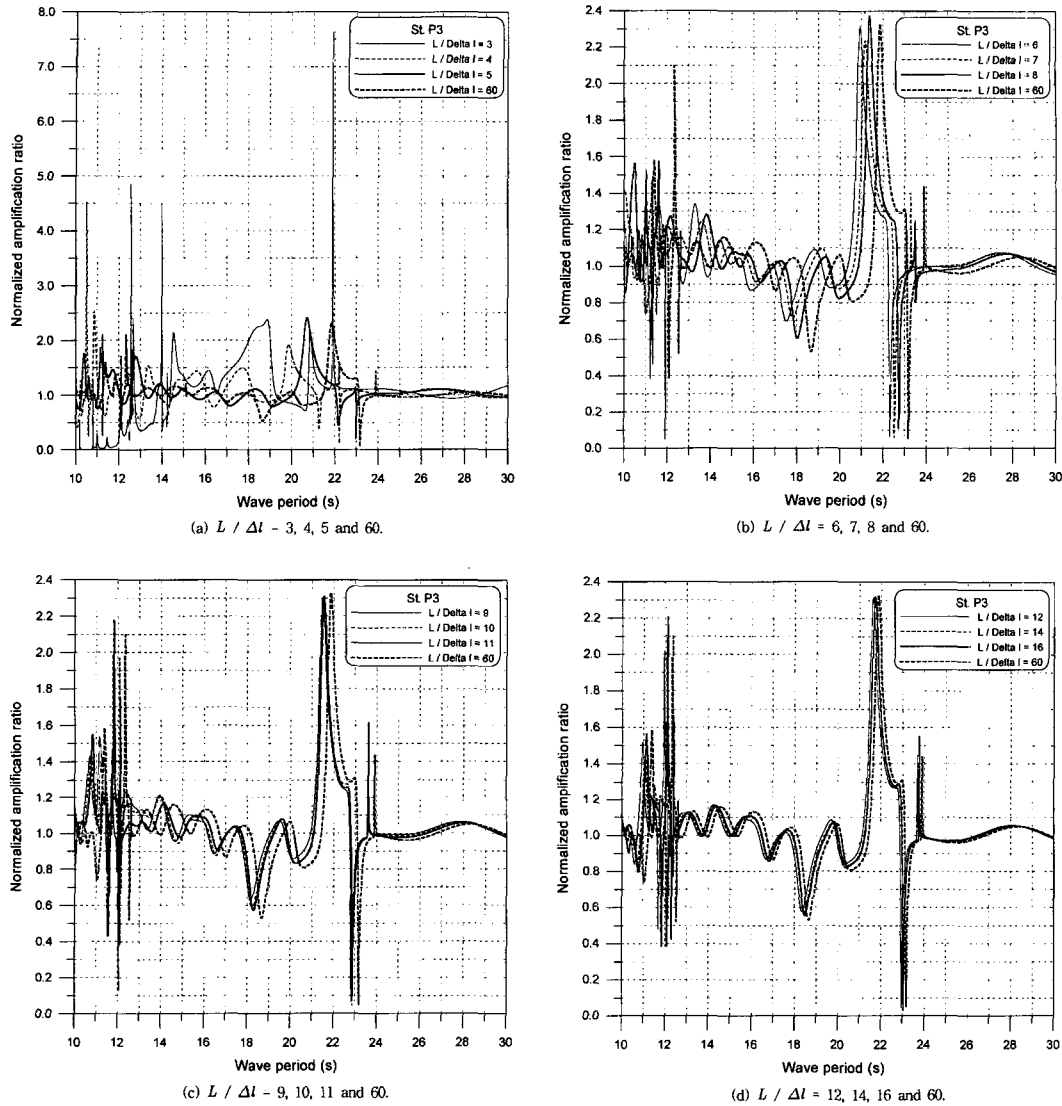


Fig. 5. Comparison of response curves calculated for normal incident waves of periods from 10 to 30 seconds at station P3 using various finite element sizes.

### 3. 요소의 적정 크기 검토

전술한 폭 300 m, 길이 750 m, 수심 16.568 m의 완전 개방 직사각형 항만을 여러 가지 크기의 유한요소로 모형화하였다. 입사파의 파장( $L$ )에 대한 유한요소의 크기( $\Delta l$ ) 비( $L/\Delta l$ )를 3~11, 12, 14, 16 및 60으로 설정하였다. 수치실험은 항입구에 대해 수직 및 45°의 각도를 이루며 비스듬하게 입사하는 경우에 대하여 실시하였다.

Fig. 5(a)는 주기 10~30초의 파가 항의 종방향과 나란

하게 항입구에 대해 수직으로 입사하는 경우  $L/\Delta l=3, 4, 5$  및 60인 요소망도들을 사용하여 계산한 항의 중앙에 위치한 정점 P3에서의 무차원 증폭비를 도시한 것이다. 앞에서 잠깐 언급한 바와 같이 주기가 24초인 파의 파장은 수심 16.568 m에서 약 300 m로 항입구의 폭과 같으므로 항의 폭에 비해 파장이 충분히 긴 가정에 근거한 Ippen and Goda(1963)의 해석해를 검증할 수 없다. 따라서 이의 대안으로 파장당 60개의 요소를 사용하는 정밀 유한요소망도를 작성하고 이를 사용

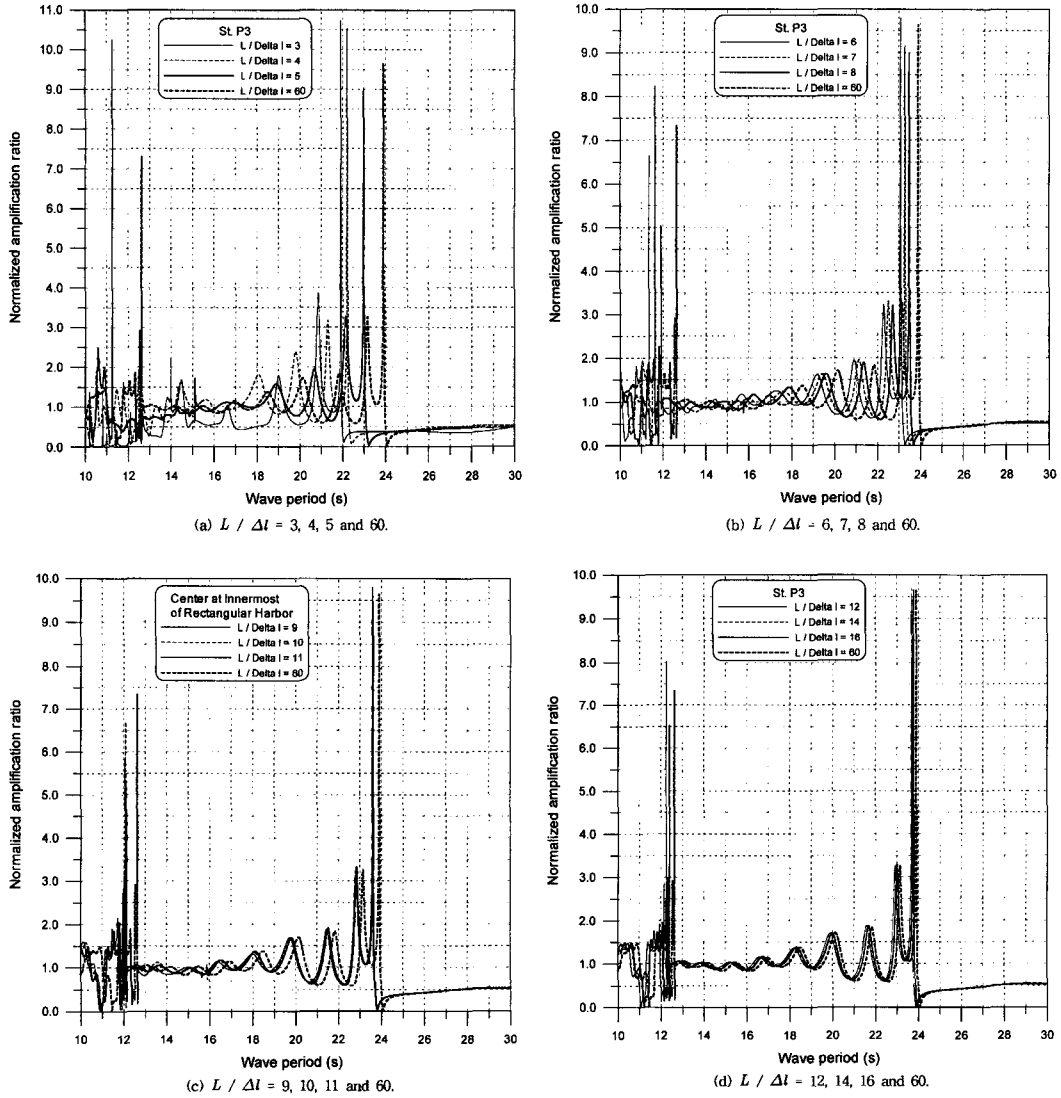


Fig. 6. Comparison of response curves calculated for 45° obliquely incident waves of periods from 10 to 40 seconds at station P3 using various finite element sizes.

한 계산 결과를 정해로 가정하였다. (a)를 살펴보면  $L/\Delta l=3$ 인 요소망도를 사용한 결과는 정해와 큰 차이를 보이고 있으며  $L/\Delta l=4$ 를 사용한 결과도 공진주기와 차이가 많다. 그러나  $L/\Delta l=5$ 의 경우에는 공진주기와 증폭비가 정해에 어느 정도 접근하는 것처럼 보인다. Fig. 5(b)에는  $L/\Delta l=6, 7, 8$  및 60인 요소망도에 의한 결과들을 제시하였다. 이 결과들은 공진주기와 증폭비 면에서 어느 정도의 차이를 보이고는 있지만 전자에 비해 상당히 개선된 것을 알 수 있다. 차례로  $L/\Delta l=9, 10, 11$  및  $L/\Delta l=12, 14, 16$ 에 대한 (c)와 (d)를 살펴보면 요소 크기의 감소에 따

라 공진주기와 증폭비의 재현성이 개선되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6(a)~(d)에는 주기 10~30초의 파가 45° 비스듬하게 입사하는 경우에 대한 계산 결과를 도시하였다. (a)에는  $L/\Delta l=3, 4, 5$ , (b)에는 6, 7, 8, (c)에는 9, 10, 11, 그리고 (d)에는 12, 14, 16을 사용한 결과를  $L/\Delta l=60$ 에 의한 결과와 함께 제시하였다. (a)를 살펴보면  $L/\Delta l=3, 4, 5$ 인 요소망도를 사용한 결과가 공진주기와 증폭비 모두 정해와 큰 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 그러나 (b)~(d)를 살펴보면 수직 입사의 경우와 마찬가지로 요소

**Table 1.** Differences between resonance characteristics in station P3 obtained by thirteen different finite element meshes

$\theta_i$	$L/\Delta l$	60	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16
		$T(s)$	21.859	-	19.852	20.724	20.944	21.171	21.386	21.481	21.521	21.553	21.646	21.702
A	2.330	-	1.930	2.409	2.313	2.240	2.375	2.300	2.309	2.310	2.313	2.319	2.313	
$\Delta T$	-	-	-2.007	-1.135	-0.915	-0.688	-0.473	-0.378	-0.338	-0.306	-0.213	-0.157	-0.139	
$\Delta A$	-	-	-0.400	0.079	-0.017	-0.090	0.045	-0.030	-0.021	-0.020	-0.017	-0.011	-0.017	
$e_T(\%)$	-	-	-9.182	-5.192	-4.186	-3.147	-2.164	-1.729	-1.546	-1.400	-0.974	-0.718	-0.636	
$e_A(\%)$	-	-	-17.167	3.391	-0.730	-3.863	1.931	-1.288	-0.901	-0.858	-0.730	-0.472	-0.730	
$T(s)$	23.893	21.910	22.202	22.980	23.080	23.281	23.486	23.576	23.590	23.611	23.681	23.765	23.765	
A	9.644	10.715	10.522	8.972	9.788	9.155	8.988	9.468	9.800	9.462	9.697	9.677	9.647	
$\Delta T$	-	-1.983	-1.691	-0.913	-0.813	-0.612	-0.407	-0.317	-0.303	-0.282	-0.212	-0.128	-0.128	
$\Delta A$	-	1.071	0.878	-0.672	0.144	-0.489	-0.656	-0.176	0.156	-0.182	0.053	0.033	0.003	
$e_T(\%)$	-	-8.300	-7.077	-3.821	-3.403	-2.561	-1.703	-1.327	-1.268	-1.180	-0.887	-0.536	-0.536	
$e_A(\%)$	-	11.105	9.104	-6.968	1.493	-5.071	-6.802	-1.825	1.618	-1.887	0.550	0.342	0.031	

크기의 감소에 따라 공진주기와 증폭비의 재현성이 약간씩 개선되고 있음을 알 수 있다.

요소 크기에 따른 공진주기와 증폭비의 계산 결과에 나타난 오차를 정량적으로 파악하기 위하여  $L/\Delta l = 60$ 에 의한 결과를 기준하여 공진주기 오차  $e_T(=\Delta T/T_{60}; \Delta T=T_i-T_{60}, T_i$ 는 파장을  $i$ 개의 요소로 분할한 요소망으로 계산된 공진주기,  $T_{60}$ 은 파장을 60개의 요소로 분할한 요소망으로 계산된 공진주기를 각각 나타냄)와 증폭비 오차  $e_A(=\Delta A/A_{60}; \Delta A = A_i - A_{60}, A_i$ 는 파장을  $i$ 개의 요소로 분할한 요소망으로 계산된 증폭비,  $A_{60}$ 은 파장을 60개의 요소로 분할한 요소망으로 계산된 증폭비를 각각 나타냄)를 정의하여 구한 결과를 Table 1에 나타내었다. 이 표를 살펴보면 파가 사각으로 입사한다고 해서 특별하게 오차율이 커지거나 하는 경향은 찾아볼 수 없고 입사각에 상관없이 요소 수가 증가함에 따라 공진 주기의 오차율은 거의 선형적으로 감소하나 증폭비의 오차율은 진동하면서 감소하는 경향을 보임을 알 수 있다. 이 결과를 바탕으로 오차의 기준을 2%로 설정할 경우의 적정 요소 수는 9개, 기준을 1%로 설정할 경우에는 12개로 제시할 수 있다.

#### 4. 결론 및 토의

정 등(1998)의 유한요소 모형을 완전개방 직사각형 항만에 적용하여 다양한 유한요소 크기에 대한 수치실험을 실시한 결과로부터 도출된 결론을 요약하면 다음과 같다.

- 입사파향이 적정 유한요소의 크기에 미치는 영향은 크지 않다.

- 공진주기와 증폭비의 허용 오차를 2%로 하는 경우에는 파장당 필요한 요소의 수가 9개, 1%로 하는 경우에는

12개가 필요하다.

- 공진주기보다 증폭비가 유한요소의 크기에 대해 더 민감하게 반응한다.

- 파장당 유한요소의 수가 9개보다 적어지는 경우 공진 주기의 오차율은 크게 증가하지 않으나 증폭비의 오차율은 상대적으로 크게 증가할 수도 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국해양연구소의 기관고유사업인 “연안방재 구조물의 설계기술 개발”의 일환으로 수행되었음을 밝힙니다.

#### 참고문헌

- 정원무, 이길성, 박우선, 채장원, 1998. 확장형 원경사방정식에 기초한 Galerkin 유한요소 모형, 한국해양·해양공학회지, **10(4)**: 174-186.
- 정원무, 채장원, 박우선, 이광수, 서경덕, 2001. 옥계항에서 관측된 폭풍파와 저중력파의 상호관계, 한국해양·해양공학회지, **13(3)**: 209-229.
- Chen, H.S. and Houston, J.R., 1987. *Calculation of water oscillation in coastal harbors; HARBS and HARBD user's manual*. Instruction Report CERC-87-2, U. S. Army Engng. Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS.
- Chen, H.S. and Mei, C.C., 1974. *Oscillations and wave forces in an offshore harbor*, Ralph M. Parsons Lab., Report No. 190, M.I.T.
- Crawford, P.L. and Chen, H.S., 1988. *Comparison of numerical and physical models of wave response in a harbor*, Miscellaneous Paper CERC-88-11, Department of the

- Army, WES, Corps of Engineers.
- Ippen, A.T. and Goda, Y., 1963. *Wave induced oscillations in harbor: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea*. Report 59, Hydrodynamic Lab., MIT.
- MacCamy, R.C. and Fuchs, R.A., 1952. *Wave forces on piles: A diffraction theory*, Institute of Engrg. Res., Waves Investigation Lab., Series 3, Issue 334, Berkeley, CA.
- Panchang, V., Chen, W., Xu, B., Schlenker, K., Demirbilek, Z. and Okihiro, M., 2000. Exterior bathymetric effects in elliptic harbor wave models, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, ASCE, **126**(2): pp.71-78.
- Thompson, E.F., Chen, H.S. and Hadley, L.L., 1996. Validation of numerical model for wind waves and swell in harbors, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, ASCE, **122**(5): pp. 245-257.

---

Received December 15, 2001

Accepted March 7, 2002