

## 시간강수계열의 강수발생과정에 대한 추계학적 모형

### A Stochastic Model for Precipitation Occurrence Process of Hourly Precipitation Series

이 재 준\* / 이 정 식\*\*  
Lee, Jae Joon / Lee, Jung Sik

---

#### Abstract

This study is an effort to develop a stochastic model of precipitation series that preserves the pattern of occurrence of precipitation events throughout the year as well as several characteristics of the duration, amount, and intensity of precipitation events. In this study an event cluster model is used to describe the occurrence of precipitation events. A logarithmic negative mixture distribution is used to describe event duration and separation. The number of events within each cluster is also described by the Poisson cluster process. The duration of each event within a cluster and the separation of events within a single cluster are described by a logarithmic negative mixture distribution. The stochastic model for hourly precipitation occurrence process is fitted to historical precipitation data by estimating the model parameters. To allow for seasonal variations in the precipitation process, the model parameters are estimated separately for each month. An analysis of thirty four years of historical and simulated hourly precipitation data for Seoul indicates that the stochastic model preserves many features of historical precipitation. The seasonal variations in number of precipitation events in each month for the historical and simulated data are also approximately identical. The marginal distributions for event characteristics for the historical and simulated data were similar. The conditional distributions for event characteristics for the historical and simulated data showed in general good agreement with each other.

*keywords* : Hourly precipitation series, Precipitation occurrence process, Poisson cluster process, LNMD, Conditional distribution, Marginal distribution

---

#### 요 지

본 연구는: 간헐 수분사상인 시간강수계열의 구조적 특성을 고찰하여 강수발생의 군집성을 고려한 강수발생과정

- \* 남오공과대학교 토목, 환경 및 건축공학부 교수  
Professor, School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Kumoh National University of Technology, Gumi, Gyeongbuk 730 701, Korea  
(E-mail : jhb365@kumoh.ac.kr)
- \*\* 남오공과대학교 토목, 환경 및 건축공학부 교수  
Professor, School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Kumoh National University of Technology, Gumi, Gyeongbuk 730 701, Korea  
(E-mail : jungsik@kumoh.ac.kr)

에 대한 추계학적 모의발생 모형을 개발한 것이다. 먼저 강수사상의 발생패턴을 기술하기 위해 Poisson 군집과정을 사용하였고, 이 과정에서 군집간의 시간과 군집내의 사상 수는 지수분포로 기술하였다. 둘째로 사상의 지속기간과 군집내에서 사상간의 시간은 음대수혼합분포로 기술하였다. 마지막으로 이상과 같은 시간강수사상의 발생패턴과 사상기간내의 강수의 종속구조를 구명하기 위해 서울을 대상으로 하여 실적강수자료를 분석하였다. Monte Carlo 모의결과는 모형이 강수발생의 계절적 패턴, 사상특성의 주변 및 조건부 분포를 잘 재현하고 있음을 보여주었다.

**핵심용어** : 시간강수계열, 강수발생과정, Poisson 군집과정, 음대수혼합분포, 조건부분포, 주변분포

## 1. 서론

지난 30여년 동안 수문학자들은 강수과정에 대한 많은 추계학적 모형들을 개발하여 왔다. 현재까지 연구된 모형으로는 Markov 연쇄 모형(Gabriel과 Neumann, 1962), 교대재생과정 모형(Gallory 등, 1981), 이산형 자기회귀이동평균 모형(DARMA)(Chang 등, 1984), point 과정 모형(Todorovic과 Yevjevich, 1969) 등이 있다.

Markov 연쇄는 일반적으로 일강수 발생에 존재하는 군집 종속성을 모형화하는 데는 부적합하다고 알려져 있으며, DARMA군의 모형(Jacobs와 Lewis, 1978)은 미국 Indiana주의 일강수 발생을 모형화하는데 있어서 만족할만한 결과를 보인 바 있는 Chang et al.(1984)에 의해 사용되었다. DARMA 모형의 주요한 단점으로는 모형이 나타내는 불연속적인 기억범위와 모형 구조에 대한 물리적 통기의 결여를 들 수 있다(Keenan, 1980).

한편, point 과정 이론은 단기간 강우의 추계학적 구조를 모형화하는 데 널리 사용되고 있으며(Kavvas와 Delleur, 1981; Waymire와 Gupta, 1981a,b,c; Smith와 Karr, 1985), 군집성의 측도를 나타내는 조건부 강도함수나 분산지수와 같은 강수발생과정의 종속성질을 직관적으로 나타내는 수학적 수식화를 가능케 한다. 국내의 경우에는 이원환과 이재준(1985), 이재준과 이원환(1986), 이재준(1987, 1992), 이재준과 이정식(1992, 1994) 등에 의하여 일강수사상에 관한 모형화가 수행된 바 있으나, 강수발생과정의 군집종속성을 잘 반영할 수 있는 것으로 알려진 point 과정을 적용한 연구는 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 강수사상의 정의에 따라 강수사상의 특성이 달라지는 것을 분석하고, 강수사상의 발생패턴을 기술하기 위해 Poisson 군집과정을 사용하며, 이 과정에서 군집간의 시간과 군집내의 사상 수는 지수분포를 따르는 확률변수로 간주하고, 사상의 지속기간과

군집내에서 사상간의 시간은 몇가지 확률분포를 이용하여 적합시키고자 한다.

이러한 방법들을 사용하기 위해서 어떤 threshold보다 작은 강수량을 기록한 시간은 건조시간으로 정의하고, threshold보다 큰 강수량을 기록한 시간은 습윤시간으로 정의하며, 본 연구에서는 threshold로서 수문학적 강수의 기준치인 0.1mm로 택하였다.

## 2. 시간강수계열의 강수발생과정에 대한 추계학적 모형

### 2.1 강수발생과정

#### 2.1.1 집계과정

강수사상은 하나 혹은 그 이상의 건조시간에 의해서 분리되는 연속적인 습윤시간계열로서 정의하기로 한다. 무작위 사상  $E$ 를 강수사상의 시작 즉, 사상의 첫 번째 시간의 출발이라고 하고,  $N(t)$ 를 시간간격  $(t_0, t)$ 에서의  $E$ 의 총 발생수라고 하자.

$E$ 는 무작위 사상이기 때문에  $N(t)$ 는 무작위 수이며,  $\{N(t), t > t_0\}$  계열은 시간 매개변수  $t$ 를 갖는 추계학적 과정이 된다.  $N(t)$ 의 값은 과정의 한 상태이며, 한 간격에서 사상  $E$ 의 발생 수는 정수이기 때문에 상태공간은 이산형이고 정수값을 갖는다. 그러한 추계학적 과정을 집계과정이라고 부른다(Medhi, 1982). 시간강수 자료를 사용하여 정의된 강수사상에 대해 매개변수  $t$  (시간으로 측정된 시각)도 역시 이산형이고 정수값을 갖는다.

고정된 간격의 지속기간  $t_2 - t_1$ 에 대해 간격에서의 사상의 수  $n$ 과 발생률  $R$ 은 식 (1) 및 (2)와 같다.

$$n = N(t_2) - N(t_1), \quad t_2 > t_1 \quad (1)$$

$$R = \frac{n}{(t_2 - t_1)} \quad (2)$$

$X_i$ 를  $E$ 의 두개의 연속적인 발생 - 시간  $t_i$ 와  $t_{i+1}$ 에서의  $E_i$ 와  $E_{i+1}$  -간의 시간간격이라고 하자. 그

때  $X_i = t_{i+1} - t_i$ , 지속기간의 간격  $t_2 - t_1$ 에서의  $X$ 의 평균치  $\bar{X}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{X} = \frac{t_2 - t_1}{N(t_2) - N(t_1)} = \frac{t_2 - t_1}{n} = \frac{1}{R} \quad (3)$$

사상 출현간시간계열  $X(t)$ , 사상 지속기간  $D(t)$ , 분할(사상 출현간시간)  $S(t)$  간에는 다음 식이 성립된다.

$$\begin{aligned} X_1 &= S_1 \\ X_2 &= S_2 + D_1 \\ X_3 &= S_3 + D_2 \\ &\vdots \\ X_n &= S_n + D_{n-1} \end{aligned} \quad (4)$$

강수사상의 시작에 부합하는 사상  $E$ 에 대한 발생과정을 집계과정  $N(t)$  혹은 사상 출현간시간계열  $X(t)$ 를 이용하여 기술할 수 있으며, 이 둘은 사상 발생과정의 보충적인 상황이 된다(Cox와 Lewis, 1966). 본 연구에서는 사상 발생과정의 적절한 추계학적 모형을 동정하기 위해  $N(t)$ 와  $X(t)$ 의 성질을 모두 사용하기로 한다.

### 2.1.2 사상 집계과정에 관한 분포

정상성인 사상 집계과정의 계열을  $\{N(t)\} = \{N(t_1), N(t_2), \dots\}$ 라고 표기하자. 이 계열에 대한 이론적인 모형을 동정하고 주어진 월에 대해  $N(t)$ 는 정상성 확률변수 계열을 이룬다는 가정하에서 강수자료를 사용하여 매월별로 모형의 모수를 추정할 수 있으며,  $f(N)$ 을  $N$ 의 확률밀도함수라고 하면 기대치  $E(N)$ , 분산  $VAR(N)$ , 변동계수  $COV(N)$ 는 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$E(N) = \int_0^{\infty} Nf(N) dN \quad (5)$$

$$VAR(N) = \int_0^{\infty} N^2 f(N) dN - E(N)^2 \quad (6)$$

$$COV(N) = \frac{\sqrt{VAR(N)}}{E(N)} \quad (7)$$

이 3개의 방정식은  $N$ 의 주변분포의 성질을 정의하고 있다. 계열  $\{N(t)\}$ 의 상관성 특성은 자기상관함수  $\rho_k$ 에 의해 다음 식으로 주어진다.

$$\rho_k = \frac{COV\{N(t), N(t+k)\}}{VAR(N)}, \quad k = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (8)$$

$E(N)$ ,  $VAR(N)$ ,  $COV(N)$ ,  $\rho_k$ 를 추정하는 절차는 Cox와 Lewis(1966)의 문헌에 주어져 있으며, 그 절차를 매월 자료에 대해 이들 특성치를 추정하기 위해 사용하기로 한다. 본 연구에서는 여러개의 다른 추계학적 모형에 대한 이론적인 값과  $N$ 의 경험적인 값을 비교하여 사상 집계과정에 관한 적절한 모형을 동정하기로 한다.

### 2.1.3 추계학적 군집과정

군집과정은 1차 사상과 2차 사상으로 구성된다. 1차 사상은 군집의 원점이라고 불리우는 것으로서, 확률변수  $\{P_1, P_2, P_3, \dots\}$ 에 의해서 분리되며, 각각의 1차 사상은 무작위적인 수개의 2차 사상을 발생시킨다. 2차 사상의 수는 군집의 크기  $\{M_1, M_2, M_3, \dots\}$ 로 불리우며, 2차 사상을 군집 요소(cluster member)라고 한다. 2차 사상은 확률변수  $\{S_1, S_2, S_3, \dots\}$ 에 의해서 분리된다. 전체 과정은 1차 사상과 2차 사상 계열들의 중첩으로 이루어지며, 이는 하나의 독립변수  $\{X_1, X_2, X_3, \dots\}$ 로 표시할 수 있다(그림 1 참조).

전선을 동반한 강우가 연속적으로 발생하는 경우에는 위의 과정을 그대로 적용시킬 수가 있다. 군집의 시작은 전선이 대상 지역에 이르러서 습윤기간이 시작됨을 의미하므로, 습윤기간의 시작은 1차 사상의 시작이라고 볼 수 있다. 또한, 각각의 습윤기간은 다수의 강우 사상을 동반하므로, 강우사상의 시작은 2차 사상이라고 볼 수 있다.

이러한 형태의 군집과정에 대해 제안된 모형의 하나가 Poisson 군집과정이다(Medhi, 1982). Poisson 군집과정은 다음과 같은 경우에 대한 과정으로 정의된다.

- ① 규정된 시간기간에서 발생하는 군집의 수가 Poisson 과정을 구성하는 경우
- ② 군집에 관련된 사상의 수가 독립적이고 동일하게 분포하는 확률변수인 경우

$\lambda$ 를 시간기간  $t$ 에서 발생하는 군집 수에 대한 Poisson 분포의 모수라고 하고  $M_i$ 를 군집  $i$ 에 관련된 사상의 수라고 하자. 지금  $N(t)$ 가  $t$ 에서 발생한 사상의 수라고 하면 다음과 같이 쓸 수 있다(Medhi, 1982).

$$E\{N(t)\} = \lambda t E(M_i) \quad (9)$$

$$VAR\{N(t)\} = \lambda t E(M_i^2) \quad (10)$$

$M_i$ 가 지수분포를 이룬다고 가정을 하면  $E(M_i^2) =$

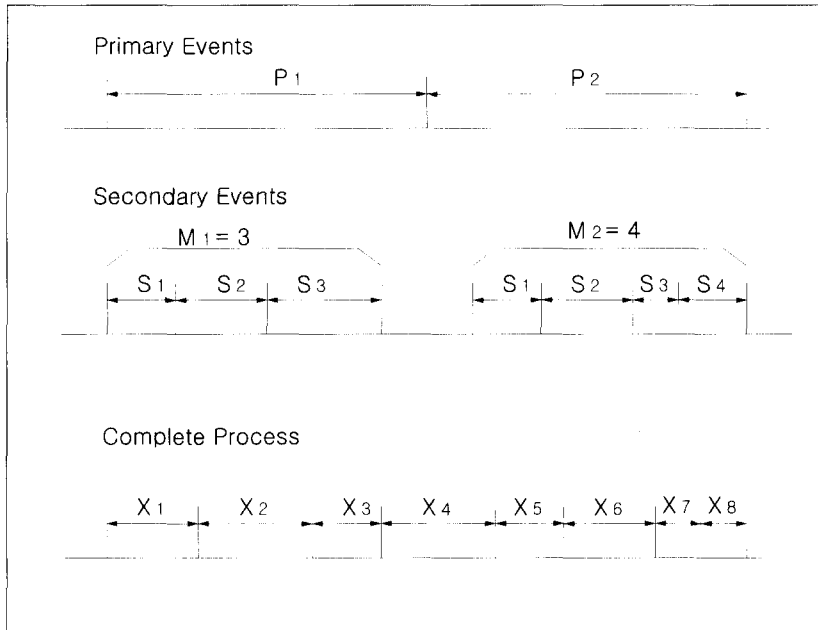


그림 1. 추계학적 군집과정

$2E^2(M_i)$ 가 된다. 이 식을 식 (9)와 (10)에 대입하고  $\beta = E(M_i)$ 라고 정의하면 다음 식들이 얻어진다.

$$E\{N(t)\} = \lambda t \beta \quad (11)$$

$$VAR\{N(t)\} = 2\lambda t \beta^2 \quad (12)$$

따라서 지수분포를 이루는 군집 크기를 갖는 Poisson 군집과정의 두 모수는  $\lambda$ 와  $\beta$ 이다. 강수자료를 사용하여 이들 모수를 추정하기 위하여 어떤 고정된 간격길이  $t$ 에 대해  $N$ 의 표본평균  $\bar{N}$ 와 분산  $S_N^2$ 으로부터  $E\{N(t)\}$ 와  $VAR\{N(t)\}$ 를 추정하며,  $\lambda$ 와  $\beta$ 에 대한 식은 식 (11)과 (12)로부터 직접 얻을 수 있다.

$$\lambda = \frac{\bar{N}}{t \beta} \quad (13)$$

$$\beta = \frac{S_N^2}{2\bar{N}} \quad (14)$$

## 2.2 사상내의 습윤기간

### 2.2.1 군집내에 있는 사상의 위치 결정

군집내에 있는 사상의 위치는 강우사상의 특성인 지속기간과 사상 출현간시간을 이용하여 결정할 수 있다. 그림 2를 예로 들면, 첫번째 군집은 세 개의 사상을 포

함하고 있으며 두번째 군집은 두 개의 사상으로 구성되어 있다. 군집내의 첫번째 강우사상의 시작 시각을 군집의 시작 시각으로 정의한다. 이것이 정해지면 사상이 끝나는 시각은 지속기간  $D_1$ 으로 결정할 수 있다. 두번째 사상의 시작 시각은 사상 2가 시작되기 전의 사상 출현간시간  $S_2$ 로부터 결정되며, 사상이 끝나는 시각은 지속기간  $D_2$ 로부터 결정된다. 이러한 과정을 반복하여 모든 사상을 표시하게 되며, 지속기간 및 사상 출현간시간의 확률분포정도 결정할 수 있게 된다.

### 2.2.2 사상의 지속기간에 대한 확률분포

군집내에 있는 사상 지속기간은 최소치가 1인 정수 값을 갖는 확률변수를 이루고 있다. 여기서는 사상의 지속기간에 대한 뒳수분포를 적합시키기 위해 기존의 문헌 등으로부터 Poisson 분포, 대수분포, 기하분포, 음대수혼합분포 등을 사용하기로 한다(Johnson과 Kotz, 1970).

사상의 평균지속기간은 Poisson 분포, 대수분포, 기하분포의 모수로서 충분성을 갖는 모수 추정량(sufficient estimator)이다(Johnson과 Kotz, 1970). 음대수혼합분포의 모수를 추정하기 위해서 본 논문에서는 사상 지속기간에 대한 3개의 누적상대뒳수  $N_1^*$ ,  $N_2^*$ ,  $N_3^*$ (Shenton, 1970)를 사용하기로 한다. 이들 분포에

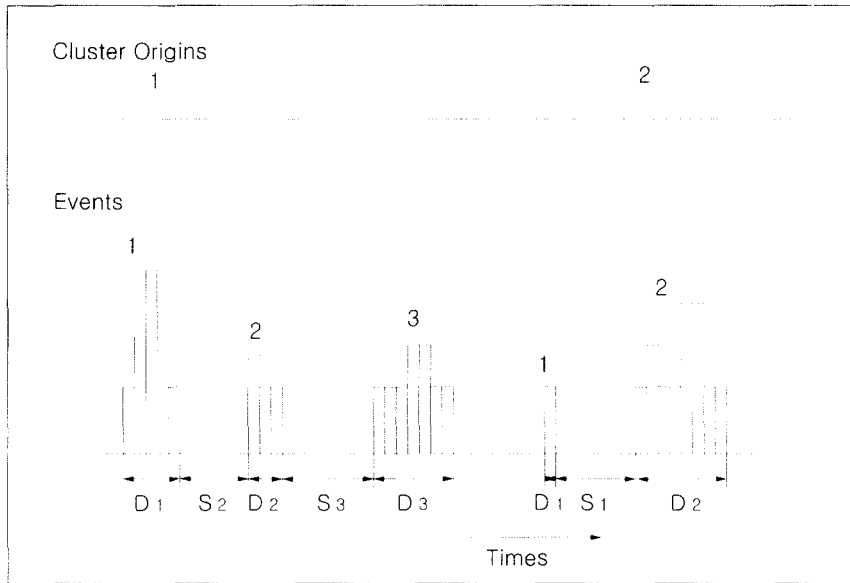


그림 2. 군집내에서의 사상특성  
(지속기간, 사상 출현간시간, 사상의 위치)

대하여  $\chi^2$ -검정 등의 적합도 검정을 실시하여 가장 적합하다고 판단되는 분포를 사상의 지속기간을 모형화하는 확률분포로 선정한다.

### 2.2.3 사상 출현간시간에 대한 확률분포

군집내에서의 강수사상의 위치에 대한 부모형을 완성하기 위해서는 군집내에서의 사상 출현간시간에 대한 확률분포형을 정하여야만 한다(그림 2). 사상 출현간시간을 사상의 시점부터 이전 사상의 끝까지의 시간길이라고 정의하였으므로 이 정의는 동일 군집내에서의 사상과 다른 군집내에서의 사상간에 차이가 없게 만든다. 그러므로 군집내의 사상에서 사상 출현간시간에 대한 확률분포형을 결합된 모든 사상에 대한 사상 출현간시간의 표본 빈도분포로부터 직접 얻을 수가 없다. 이러한 차이점을 분명히 하기 위해서 군집내에서의 사상에 대한 사상 출현간시간을 언급하기 위해  $S^*$  표시를 사용하기로 한다.

사상 출현간시간  $S^*$ 는 최소치가 1인 정수값을 갖는 확률변수를 이루고 있다.  $S^*$ 에 대한 확률분포형을 결정하기 위해서는 사상 지속기간에 대해서 기술하였던 마와 마찬가지로 이론적인 몇개의 확률분포를 표본의 뚝수분포와 비교하여 결정하여야 한다. 그러나 불행하게도 이 문제는  $S^*$ 에 대한 표본뚝수분포를 얻는 것이 불가능하므로 불확정적이다.

그러므로 여기에서는 군집내에서의 사상 출현간시간  $S^*$ 를 사상의 지속기간  $D$ 와 동일한 확률분포를 따르는 것으로 가정하기로 한다.

### 2.3 모의발생

시간강수계열의 강수과정에 대한 추계학적 모형은 강수발생과정 즉, 군집내의 사상지속기간과 사상 출현간시간에 대한 적정 확률분포로 구성된 사상발생에 관한 Poisson 군집과정 모형과 사상내의 시간강수량에 대한 모형을 결합함으로써 얻을 수가 있으며, 여기서는 개발된 강수발생과정 모형으로부터 시간강수계열의 발생과정을 모의발생하기 위한 방법을 기술하면 아래와 같다.

#### 2.3.1 사상군집의 출현간시간의 모의발생

앞의 2.1.3절에서 주어진 기간에 발생하는 사상의 수  $N(t)$ 는 Poisson 군집과정에 의해 기술되었으며, 그 과정에서 기간내에 발생하는 사상 군집수는 단일 모수  $\lambda$ 를 갖는 Poisson 분포를 따르고 있다. Poisson 군집과정에서 사상군집의 출현간시간은 음의 지수분포를 따르는 것으로 알려져 있다(Medhi, 1982).

$$\Pr[P < n] = 1 - \exp(-\lambda n) \quad (15)$$

모의발생 절차의 첫번째 단계는 이 분포로부터 군집

의 출현시간을 나타내는 무작위 표본을 얻는 것이다. 본 연구에서 사용한 알고리즘은  $\lambda$ 의 추정치  $\hat{\lambda}$ 를 대입하고 식 (15)의 역변환을 하여 구하는 것이다.

$$n = \frac{-\log(1 - \Pr[P \leq n])}{\lambda} \quad (16)$$

식 (16)에 주어진 월의 기지  $\lambda$ 와 0~1 사이에서 균등분포를 하는 무작위변량  $u(0,1)$ 을  $\Pr[P \leq n]$ 에 대입하여  $n$ 을 구한다.  $1 - u(0,1)$ 도 구간 (0, 1)에서 균등분포를 하는 난수이므로 식 (16)을 보다 효율적인 형태로 쓰면 다음 식과 같이 된다.

$$n = \frac{-\log[u(0,1)]}{\lambda} \quad (17)$$

식 (17)에서  $n$ 은 군집의 시점부터 다음 군집의 시점 까지의 군집의 출현간시간  $P$ 의 무작위적인 수를 구하는 데 사용할 수 있다. 그러나 시간강수량을 모의발생할 목적이라면 군집의 종점부터 다음 군집의 시점까지의 시간  $P^*$ 가 보다 유용하며,  $P^*$ 는 역시 지수분포를 이루고 있다. 이 분포의 모수를  $\lambda^*$ 로 표기하면 직접적으로 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$(\lambda^*)^{-1} = (\lambda)^{-1} - E(D)E(M) - E(S^*)[E(M) - 1] \quad (18)$$

여기서  $E(D)$ ,  $E(M)$ ,  $E(S^*)$ 는 각각 사상 지속기간, 매 군집당 사상의 수, 군집내에서의 사상 출현간시간의 기대치를 의미한다. 또한

$$E(S^*) = E(D) \quad (19)$$

로 볼 수 있고

$$(\lambda^*)^{-1} = (\lambda^{-1}) - E(D)[2E(M) - 1] \quad (20)$$

여기서  $E(D)$ 는 Shenton(1970)에 의해 다음 식과 같이 주어진다.

$$E(D) = 1 + a \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\theta^s}{b+s} \quad (21)$$

여기서  $a$ ,  $b$ ,  $\theta$ 는  $D$ 에 대한 음대수혼합분포의 모수들이다.  $\lambda^*$ 의 추정치  $\hat{\lambda}^*$ 는 추정치  $\hat{\lambda}$ 와 사상 지속기간  $D$ 의 평균치 및 매 군집당 사상의 평균치  $\hat{\beta}$ 로부터 얻을 수가 있다.

$$\hat{\lambda}^* = \hat{\lambda}^{-1} - \bar{D}(2\hat{\beta} - 1) \quad (22)$$

군집의 종점으로부터 다음 군집의 시점까지의 시간  $P^*$ 의 무작위 값은 다음 식에 의해 얻어진다.

$$n^* = \frac{\log[u(0,1)]}{\lambda^*} \quad (23)$$

이 연속치  $P^*$ 의 값은 가까운 정수로 사사오입하면 된다.

### 2.3.2 군집 크기의 모의발생

군집에서의 사상수를 군집 크기라고 하며, Poisson 군집과정에서 군집의 크기  $M$ 은 다음 식과 같이 음의 지수분포를 따른다.

$$\Pr[M = n] = \frac{1}{\beta} \exp(-\frac{n}{\beta}) \quad (24)$$

여기서  $\beta = E(M_i)$ 이다. 따라서 군집의 크기 분포로부터 무작위 표본을 얻기 위해 식 (17)과 비슷한 식을 사용할 수 있다.

$$M = -\hat{\beta} \log[u(0,1)] \quad (25)$$

여기서  $\hat{\beta}$ 는  $\beta$ 의 추정치이다.

### 2.3.3 사상 지속기간의 모의발생

사상의 지속기간에 대한 적정 확률분포로부터 무작위 표본을 얻기 위해 수치해법적인 절차를 사용하며, 이 분포의 누적분포함수로부터 무작위 표본은 구간 0에서 1 사이의 균등분포난수  $u(0,1)$ 을 발생시키고, 이를 누적분포함수에 대입하므로써  $n$ 의 적절한 값을 얻을 수가 있다.

### 2.3.4 강수사상의 모의발생 절차

시간강수량자료의 강수사상 계열을 모의발생하는 절차는 추계학적 모형의 각 부분을 다음과 같이 잇달아 모의발생시켜 수행한다.

- ① 임의의 모의발생 시작시간  $t_0$ 를 표기한다. 이 시간을 모의발생을 시작하는 연/월/일로 규정한다.
- ② 식 (23)과 현재 월의  $\hat{\lambda}^*$ 를 사용하여 군집의 출현간시간을 산정한다. 군집 시점의 연/월/일을 결정하므로써 군집의 시점까지 시간을 진행시킨다.
- ③ 식 (25)와 현재 월의  $\hat{\beta}$ 를 사용하여 군집의 크기를 산정한다.
- ④ 군집내의 각 사상에 대해서 단계 ⑤에서 단계 ⑦까지 반복한다.

- ⑤ 현재 월의  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{\theta}$ 를 사용하여 사상의 지속기간을 결정한다. 사상의 각 시간에 대해 단계 ⑥을 반복한다.
- ⑥ 사상 지속기간을 음대수혼합분포로부터 결정하고 현재 월의  $\hat{a}_k$ ,  $\hat{b}_k$ ,  $\hat{\theta}_k$ 를 사용하여 사상 출현간시간을 산정한다.
- ⑦ 바라는 수의 모의발생이 이루어질 때까지 단계 ②~⑥을 반복한다.

### 3. 시간강수계열의 강수발생과정 모형의 적용 및 고찰

시간 강수계열이 일 강수계열과 다른 특성을 보인 것임은 자명하며, 특히 국내의 기상여건으로 볼 때도 균집성이 보다 강할 것으로 보이고 계절에 따른 변동성이 있을 것으로 생각된다. 본 장에서는 국내의 경우 충분한 기간동안의 시간강수량 자료의 획득이 쉽지 않으므로 기상청 서울측후소의 강수자료를 사용하였으며, 본 연구에서 사용한 서울측후소의 시간강수량 자료보유 기간은 6월~9월까지는 1962년부터 1999년까지의 38년간이나, 10월~5월까지는 1988년부터 1999년까지의 12년간이다.

#### 3.1 실적강수자료의 해석

##### 3.1.1 강수사상

시간강수자료에서 나타나는 종속성을 연구하는 방법은 습윤 및 건조시간을 이산형 단위 또는 사상으로 분

리시키는 것이다. 강수사상은 시간강수강도가 어떤 기준치  $I$ 를 초과할 때 시작되고, 시간강수강도가 연속적인  $S$ 시간 동안  $I$ 이하로 머무를 때 종료된다.  $I$ 와  $S$ 에 대해 상이한 값을 택하면 시간강수자료 계열을 상이한 사상계열로 나눌 수 있다.

서울의 시간강수자료에서 나타나는 추계학적 종속성을 이해하기 위한 단계로서, 본 연구에서는  $I$ 와  $S$ 에 대한 다음의 값을 임의로 선정하였다:  $I = 0.1$  mm/hr,  $S = 1$  hr.

##### 3.1.2 서울지점의 강수사상 발생

서울지점에서 강수사상에 대한 실적발생과정을 먼저 기록기간내의 매월별로 발생된 사상의 수를 집계하므로써 분석하였으며, 그 결과를 그림 3에 나타내었다.

서울지점의 강수사상의 계절성에 관련하여 보면, 5~9월에 보다 많은 사상이 발생하였고, 가장 적은 수의 사상은 4, 10월 기간중에 발생하였으며, 각 월에 대한 사상 수의 변동성이 크을 알 수 있다(그림 3). 전체 기록기간에 대한 매월별 강수사상의 발생빈도 또한 이러한 계절적 변동을 보이고 있었으며, 강수사상의 발생빈도에서 장기경향은 분명하지 않았으나, 사상 빈도의 장기경향에 대한 검정 결과는 3.2.1절에서 논의하였다.

##### 3.1.3 강수사상 특성

전 절에서 강수사상의 개념은 서울지점에서 강수발생의 계절적 분포와 습윤기간의 분명한 균집성이라는 강수발생과정의 두가지 특성을 설명하는데 사용되었다.

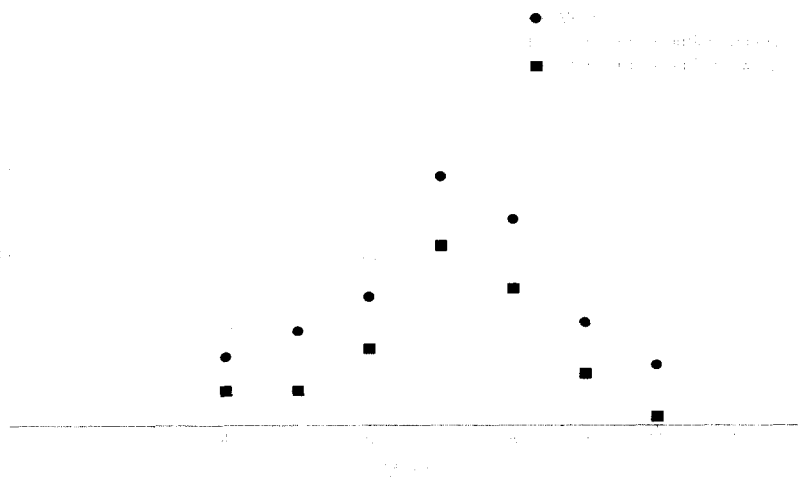


그림 3. 서울지점의 월별 강수사상수에 대한 평균 및 표준편차

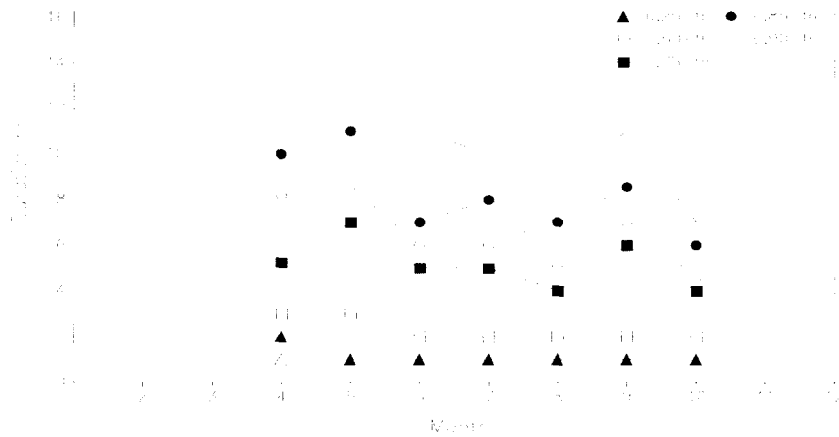


그림 4. 서울지점의 월별 사상 지속기간에 대한 주변분포

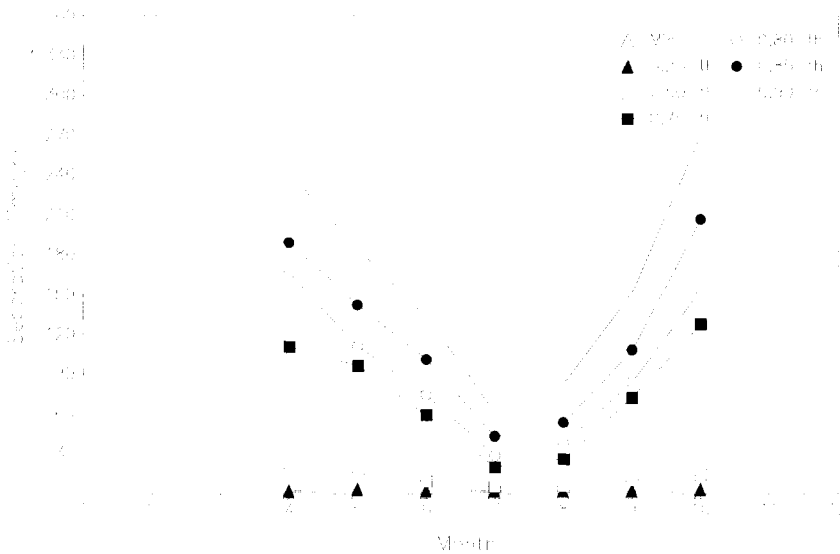


그림 5. 서울지점의 월별 사상 출현간시간에 대한 주변분포

이들 특성은 강수과정에 대한 정확한 기술이 되도록 추계학적 모형에 의해 재현되어야만 한다.

강수발생과정에 대한 이들 특성을 연구하는 하나의 방법은 각 강수사상에 대한 변수의 집합을 정의하는 것이다. 이들 변수는 사상 동안의 시간강수계열자료로부터 산정되며 여기서는 사상 특성이라고 언급하기로 한다. 본 연구에서는 지속기간( $D_k$ )과 사상 출현간시간( $S$ )의 2가지 사상 특성을 검토하였다. 이들 특성치에도 역시 계절적 변동이 있는지를 결정하기 위해서 서울지점의 매월별로 특성에 대한 주변분포를 계산하고, 쌍

을 지운 두개의 특성에 대한 조건부 및 결합 빈도분포를 계산하였다.

특성에서의 계절적 변동 조사결과는 여름철 동안에 발생된 사상이 봄, 가을철 동안에 발생된 사상보다 지속기간의 경우에는 더 컸으며, 사상 출현간시간의 경우에는 더 작은 값을 가짐을 보였다. 이를 그림 4와 5에 도시하였으며, 예를 들면 5월과 7월에서 사상 지속기간에 대한 0.90-th quartile 값은 각각 13시간, 10시간이었고(그림 4), 이와 유사하게 5월과 7월에서 사상 출현간시간에 대한 0.90-th quartile 값은 각각 183.6시간, 61



시간이었으며 최대값은 4월과 10월에 나타났다(그림 5).

사상 특성들간의 관계도 역시 매월별로 2개의 사상 특성에 대한 상관계수를 계산함으로써 검토하였다. 7월에 대한 결과를 보면 사상 출현간시간과 지속기간 특성간의 상관계수는 0.104로서 유의하지 않았으며, 다른 월에 대한 결과도 7월에 대한 결과와 유사하였다.

### 3.2 강수사상의 발생에 대한 추계학적 모형의 개발

#### 3.2.1 사상 집계과정에서의 장기경향

사상 집계과정  $\{N(t)\}$ 에서의 장기경향이 서울지점의 강수자료에 존재하는가를 결정하기 위하여 모든 월에 대해  $N$ 값을 계산하고 매년 매월별로  $N$ 의 평균치를 계산하여 전년에 대해 종합하였으며, 각 년에 대한  $N$ 의 월별값을 각 월의 전체 평균과 비교하였다. 평균치에서의 변화를 검출하는데는 Bayesian 기법(Gardner, 1969)을 사용하였으며, 평균치에서의 변화에 관한 Gardner의 양측 검정통계량은 다음과 같이 표시된다.

$$U_i = \frac{1}{n_i(n_i + 1)} \sum_{k=1}^{n_i-1} \left( \frac{\bar{N}_i - N_{ik}}{\sigma_i} \right)^2 \quad (26)$$

여기서  $N_{ik}$ 는  $k$ 년의  $i$ 월에 대한  $N$ 값,  $\bar{N}_i$ 는  $i$ 월에 대한  $N$ 의 전체 평균,  $\sigma_i$ 는  $i$ 월에 대한  $N$ 의 전체 표준편차이며,  $n_i$ 는 비교된 연수이다.

계산은 각 월별로 수행되었으며, 귀무가설로는 주어진 월에 대한  $\bar{N}$  즉,  $\bar{N}_i$ 는 해마다 변하지 않는다고 가정하였고, 대립가설로는 평균치에서 어떤 변화가 발생한다는 것을 취하였다.

서울 자료에 대한 결과( $U_i = 0.0267 \sim 0.1065$ )는 주어진 월에서의 12~38년의 기간 동안에 발생한 사상수의 평균치에는 통계적으로 유의한 변화가 없음을 보여주었다. 이것은 강수사상 발생과정에 대한 추계학적 모형의 개발에서  $\{N(t)\}$ 에서의 장기경향을 무시할 수 있음을 의미한다.

#### 3.2.2 사상 출현간시간에서의 장기경향

강수를 일으키는 기상학적 과정의 계절적 변화는 사상 발생과정에서의 비정상성에 대한 두번째 근원이 된다. 서울지점에서는 강수가 여름철 동안에 훨씬 많이 발생하는 경향이 있다(그림 3). 그림 6은 역시 사상 출현간시간  $X$ 가 봄, 가을철보다 여름철에 작은  $X$ 값이 더 많을 정도로 계절적 변동을 나타내고 있음을 보여주고 있으며, 사상 출현간시간 분포의 quartiles에서의 변화는 분명한 비정상성을 보여주고 있다.

한 쌍의 월에 대한  $X$ 의 분포에서의 차이에 대한 유의성 검정을 위해 비모수검정(Bradley, 1968)을 실시하였으며, 모든 월에서  $X$ 의 분포는 유의한 차이가 있음을 보여주었다.

본 연구의 목적을 위해 사상 출현간시간의 분포는

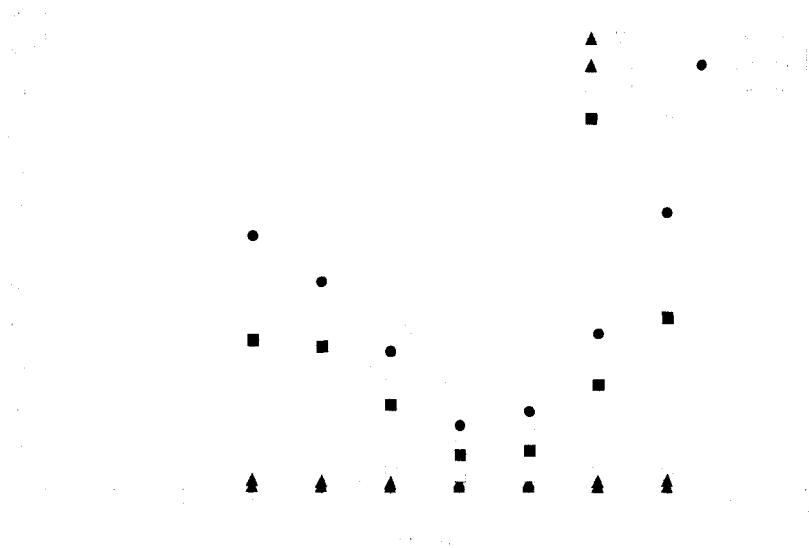


그림 6. 서울지점의 월별 사상 출현간시간 분포의 Quartiles

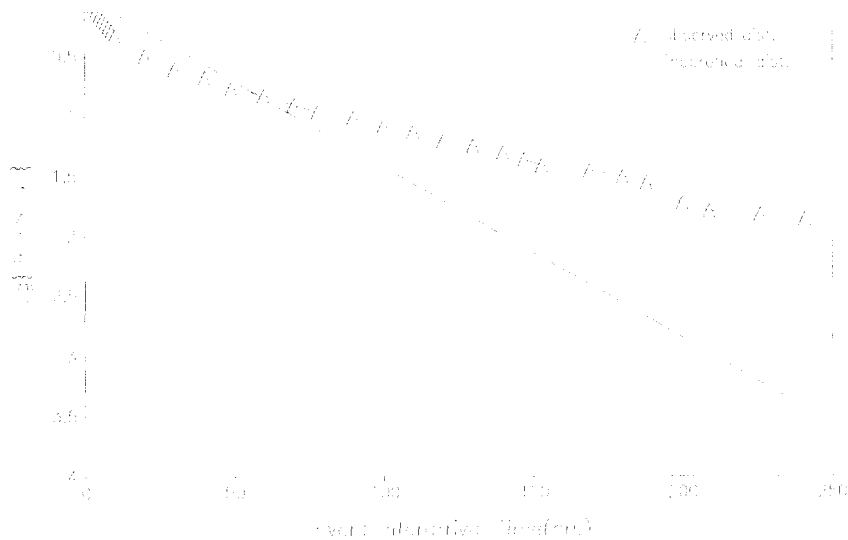


그림 7. 서울지점 8월의 사상 출현간시간에 대한 Poisson 모형의 적합성

연중 몇 번 변한다고 보는 것이 적절하겠고, 이것은 사상 출현간시간에서 계절적 비정상성이 서울 자료에 존재하는 분명한 증거가 된다.

사상 발생과정에 대한 적절한 추계학적 모형의 동정에 있어서 집계과정의 평균치에서의 장기경향 결여는 추정된 모수가 해마다 변하는 것을 허용할 필요가 없음을 의미한다. 그러나  $N$ 에 대한(그림 3) 그리고  $X$ 에 대한(그림 6) 확률분포에서의 계절적 변동은 추정된 모수가 1년중의 서로 다른 시기에는 달라지게 될 것임을 의미한다.

모형의 모수 추정치에서 관찰된 계절적 변화를 고려하기 위해 두가지 방법이 사용될 수 있는데, 즉 ① 시간 규모를 일정한 모수를 갖는 동질성 있는 계절(homogeneous season)로 구분하는 방법과, ② 시간에 따른 변화를 나타내기 위해 추정된 모수에 주기함수를 적합시키는 방법이다. 본 연구에서는 첫번째 방법이 선택되었으며,  $N(t)$ 와  $X(t)$ 에 대한 분포의 모수들을 매월별로 분리하여 추정하였다.

### 3.2.3 재생과정

집계과정  $N$ 에 대한 Poisson 모형의 적합성 검증을 위한 간단한 도해법으로 ①  $E(X)$ 의 추정치로 표본 평균치  $\bar{X}$ 를 사용하고, ② 이론적 분포와  $X$ 의 관측치 분포를 비교하여 수행하였으며, 서울지점의 8월에 대한 결과를 그림 7에 도시하였다. 서울의 4월에 대한  $\lambda$ 의

추정치는  $1/84.06 = 0.012 \text{ hr}^{-1}$ 이었으며, 이론적 분포의 도시는  $X$ 의 관측치 분포에 불량한 적합을 보이고 있다. 8월에 대한  $\lambda$ 의 추정치는  $1/30.496 = 0.033 \text{ hr}^{-1}$ 이었으며, 역시 불량한 적합을 보이고 있다. 이러한 검정 결과를 볼 때 Poisson 모형은 역시 집계과정  $N(t)$ 에 대해 적절하지 못하다는 것을 알 수 있다 (Restrepo-Posada와 Eagleson, 1982).

### 3.2.4 군집과정

3.2.3절에서 볼 수 있듯이 서울지점의 시간강수량자료에 대해서는 2.1.3절에서 설명한 군집과정을 이용한 강수량자료의 해석이 합당할 것으로 보인다. 강수량사상의 군집은 호우전선의 통과로부터 야기된다고 추측된다. 그러나 본 연구에서 활용가능한 전선통과라는 기상학적 현상을 관측할 수 있는 특징은 시간강수량자료 뿐이기 때문에 군집과정의 1차 사상을 간단하게 사상 군집원점이라 부르기로 한다. 군집 크기는 군집에서의 사상 수를 말하며, 군집요소는 군집에 포함된 강수량사상을 말한다.

군집과정에 대한 모수를 추정하기 위해  $t = 1$ 개월을 사용하여 구한 서울지점자료에 대한 결과를 표 1에 수록하였으며,  $\lambda$ 은 군집이 발생할 평균적인 비율이다. 예를 들어 7월에 대한  $\lambda$ 값은 한달에 27.04개의 군집을 보이고 있으며, 이것을 7월의 시간수( $24 \times 31 = 744 \text{ hrs}$ )로 나누면 한시간당의 군집수 0.0363으로도 표시할 수 있다.  $\beta$  값은 각 군집에서의 평균적인 사상 수이다.

표 1. 각 월에 대한 Poisson 군집과정의 모수 추정치

월	$\bar{N}(t)$		$\hat{\lambda}$		$\hat{\beta}$	$\chi^2$	$n$
	평균	분산	month-1	hour-1			
Jan.	20.13	154.50	5.25	0.0071	3.838	-	-
Feb.	19.13	115.35	6.35	0.0094	3.015	-	-
Mar.	21.25	77.62	11.64	0.0156	1.826	-	-
Apr.	8.38	16.81	8.36	0.0116	1.003	-	-
May	11.25	41.09	6.16	0.0083	1.826	-	-
Jun.	15.03	32.26	14.01	0.0195	1.073	12.9	8
Jul.	29.45	64.16	27.04	0.0363	1.089	6.5	8
Aug.	24.18	56.70	20.62	0.0277	1.173	9.4	7
Sep.	12.79	34.69	9.43	0.0131	1.356	7.3	7
Oct.	7.29	28.62	3.71	0.0050	1.963	-	-
Nov.	20.71	82.99	10.34	0.0144	2.004	-	-
Dec.	19.43	86.30	8.75	0.0118	2.221	-	-

표 1에서  $\hat{\lambda}$ 의 추정치를 보면 사상 군집의 발생율은 1년 동안에 변하고 있고, 사상 군집의 발생율은 6월~8월에 가장 컸으며 10월에 가장 작았다. 군집당 사상 수의 기대치  $\hat{\beta}$ 도 역시 1년 동안에 변하고 있으나 여름철은 겨울철에 대해 약  $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$  정도를 나타내었다.

Poisson 군집모형의 적합도 검정은 각 월별로 한달의 사상수에 대한 이론적인 빈도분포와 서울지점자료로부터 얻은 표본 빈도분포형을 비교하여 수행하였으며, 전반적인 일치를 보이고 있다.

$\chi^2$  적합도 검정은 서울지점의 자료에서 주어진 매월의 사상수를 그 달에 대해 추정된 모수를 갖는 Poisson 군집 분포로부터 부작위적으로 추출된다고 간주될 수 있는가를 귀무가설로 하여 수행하였다.  $\chi^2$  값은 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각하기 위해 요구되는 값 보다 작았으며(표 1), 이것으로부터 Poisson 군집모형은 서울지점의 사상 발생과정에 대해 적절한 방법이라고 결론지었다.

### 3.3 사상내의 강수발생에 대한 추계학적 모형의 개발

3.2절에서 Poisson 군집과정이 강수사상 발생과정의 적절한 표현이 되는 것으로 결정되었다. 이 과정에서 주어진 시간기간에서 발생하는 사상의 수는 사상군집의 발생율과 각 군집에서 발생하는 사상수를 결합시키므로써 결정된다. Poisson 군집과정을 각 월에 대한 모수  $\hat{\lambda}$ 와  $\hat{\beta}$ 의 추정을 통해 강수자료에 대해 적합시킬 때

이를 Poisson 군집 부모형으로 부르기로 하며, 이러한 부모형은 사상 군집의 발생율과 각 군집내에 포함된 사상의 수를 기술하게 된다.

#### 3.3.1 사상 지속기간에 대한 확률분포

사상 지속기간에 대한 빈도분포를 적합시키기 위해 Poisson 분포, 대수분포, 기하분포, 음대수혼합분포를 사용하였다.

사상의 평균지속기간  $\bar{D}$ 는 Poisson 분포, 대수분포, 기하분포의 모수에 대해서는 충분성이 있는 추정량(sufficient estimator)으로 알려져 있으며(Johnson과 Kotz, 1970), 음대수혼합분포의 모수를 추정하기 위해서 사상 지속기간의 3개의 누적상대숫자값  $N_r^*$ ,  $N_s^*$ ,  $N_t^*$ 를 사용하였다(Shenton, 1970). 본 연구에서는 Shenton(1970)에 의해 추천된 것과 같이 지속기간 1, 4, 10을 갖는 사상에 대응하는  $r=1$ ,  $s=4$ ,  $t=10$ 의 값을 사용하였다. 각 월의 지속기간에 대한 4개 확률분포의 추정된 모수들은 표 2에 수록하였다.

대수분포는 Johnson과 Kotz(1970)에 의해 주어진 기준을 사용하였을 때 사상 지속기간에 대한 적합모형으로서는 기각되었으며, 이들 기준은 표 2의 대수분포에 대한 모수 추정치에 바탕을 두고 있다. 이들 적합시킨 분포들의 단순한 시각적인 비교를 보면 기하분포가 Poisson 분포보다 양호한 적합을 보이고 있지만,  $\chi^2$  검정을 수행하였을 때는 음대수혼합분포만이 5%의 유의수준을 가졌다(표 3). 따라서 본 연구에서는 사상 지

표 2. 각 월의 사상 지속기간의 평균, 분산 및 각 분포의 모수 추정치

월	$\bar{D}$	$S_D^2$	Poisson	Logarithmic		Geometric	Logarithmic Negative Mixture		
			$\hat{\theta}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{P}$	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{\theta}$
Jan.	1.00	0	-	-	-	-	2.019	1.685	0.967
Feb.	1.00	0	-	-	-	-	2.019	1.685	0.967
Mar.	1.00	0	-	-	-	-	2.019	1.685	0.967
Apr.	4.96	25.56	4.919	0.748	1.672	0.202	2.390	2.000	0.960
May	5.42	41.00	5.400	0.782	1.511	0.184	3.009	3.157	0.966
Jun.	4.30	24.93	4.234	0.680	2.020	0.233	1.976	1.642	0.950
Jul.	4.24	21.78	4.177	0.673	2.058	0.236	2.493	2.379	0.931
Aug.	3.90	21.87	3.819	0.624	2.357	0.256	1.578	1.209	0.945
Sep.	4.59	28.62	4.540	0.714	1.842	0.218	3.111	3.060	0.920
Oct.	3.96	20.94	3.880	0.633	2.297	0.252	1.283	0.708	0.955
Nov.	1.00	0	-	-	-	-	2.019	1.685	0.967
Dec.	1.00	0	-	-	-	-	2.019	1.685	0.967

cf) - : not applicable

표 3. 사상 지속기간에 대한 음대수혼합분포의 적합도 검정 결과

월	$\chi^2$	자유도	$P$	$\chi^2_{c, 0.95}$
Jan.	-	-	-	-
Feb.	-	-	-	-
Mar.	-	-	-	-
Apr.	24.7	20	0.22	31.4
May	26.0	30	0.67	43.8
Jun.	38.8	29	0.11	42.6
Jul.	28.6	30	0.54	43.8
Aug.	31.3	43	0.91	59.3
Sep.	36.7	32	0.26	46.2
Oct.	53.2	17	rejected	27.6
Nov.	-	-	-	-
Dec.	-	-	-	-

cf) - : not applicable

속기간에 대해서는 표 2에 수록한 모수를 갖는 음대수 혼합분포를 사용하였다.

### 3.3.2 사상 출현간시간에 대한 확률분포

사상 출현간시간  $S$ 에 대한 주변분포는 그림 5에 보인 바와 같다. 주변분포를 보면 적어도 모든 사상의 50%는 30시간 미만의 사상 출현간시간을 갖고 있고 모든 사상의 75% 이상이 130시간 미만의 사상 출현간

시간을 갖고 있음을 알 수 있다. 직관적으로 군집내에서의 사상은 군집간의 사상보다 작은  $S$  값을 가질 것으로 생각된다. 이러한 이유 때문에  $S$ 의 분포에 대해서 제한되는  $S^*$ 의 분포를 생각하기로 한다.

군집내에서의 사상 출현간시간  $S^*$ 는 사상 지속기간  $D$ 와 동일한 확률분포(즉 음대수혼합분포)를 따른다고 가정하기로 한다. 이 가정의 타당성은 표 1과 2의 모수를 사용하여 몇개의 긴 군집과 사상계열을 모의발생 커

검정하였으며, 이 모의결과를 3.4절에서 논의하였고 서울지점의 자료와 전반적으로 좋은 일치를 보였다.

### 3.4 서울의 시간강수량에 대한 모의발생 결과

시간강수량자료에 대한 추계학적 모형을 모의발생된 강수량자료와 서울의 실적자료를 비교하여 검정하였다. 6월부터 9월까지의 38년간, 10월부터 5월까지의 12년간의 시간강수량자료를 사용하여 모의발생시켰으며, 모의계산의 편의를 위해 일괄적으로 114년간의 시간강수량자료를 발생시킨 후 전반부 76년간은 난수 초기치의 영향을 고려하여 제거하고 후반부 38년간의 발생자료를 사용하였다.

비교된 강수량자료의 특성은 주어진 월의 사상 수  $N$ 의 계절적 분포, 강수량사상 특성의 주변 및 조건부 분포 등이다.

#### 3.4.1 강수량사상의 계절적 분포

실적 및 모의발생 강수량자료에 대한 월별 사상 수  $N$ 의 뜻수분포는 그림 8에서 보는 바와 같이 매우 비슷하였다. 양 분포는 3.1.2절에서 논의하였듯이  $N$ 에서 계절적 변화를 보였으며, 몇몇의 달에서는 실적 및 모의발생 자료에 대한  $N$ 의 평균치가 동일하였다. 평균치에서의 차이는  $t$  test를 실시하였을 때 유의하지 않았으나, 모의발생 자료에서의  $N$ 의 분산은 실적자료에서의

$N$ 의 분산보다 일관성 있게 작았다. 이것은 0.25 th와 0.75 th quartiles간의 간격이 작은데서 볼 수 있다. 모의발생과 실적분포 사이의 밀접한 일치는 사상발생에 대한 Poisson 군집모형의 사용이 서울 자료에 적합하다는 것을 확인시켜주고 있다.

#### 3.4.2 사상 특성의 주변분포

두가지 형태의 자료에 대한 사상 특성의 주변분포를 비교함으로써 강우 유출 모형화에서 중요한 강수과정의 특징을 지속시킬 수 있는 추계학적 강수모델의 능력을 평가할 수 있다. 모의발생된 강수량자료를 사상으로 구분하고, 모의발생 자료에 대한 사상 특성의 주변분포를 계산하였다.

모의발생된 자료에 대한 사상 특성 중 지속기간에 대한 주변분포들은 모든 월에서 실적자료와 상당히 잘 맞고 있음을 볼 수 있으며, 사상 출현간시간에 대해서는 높은 quartile에서는 편차가 비교적 컸다(그림 9와 10 참조). 모의발생 및 실적 분포간의 가장 좋은 일치는 사상 지속기간에 대한 것이었으며(그림 9), 이것은 추계학적 모델이 실적 사상 지속기간 계열에 적합시킨 이론분포로부터 무작위 표본화기법으로 직접 사상 분포를 얻기 때문에 기대된다. 사상 출현간시간에 대한 주변분포간의 비교는 사상 지속기간 보다는 큰 불일치를

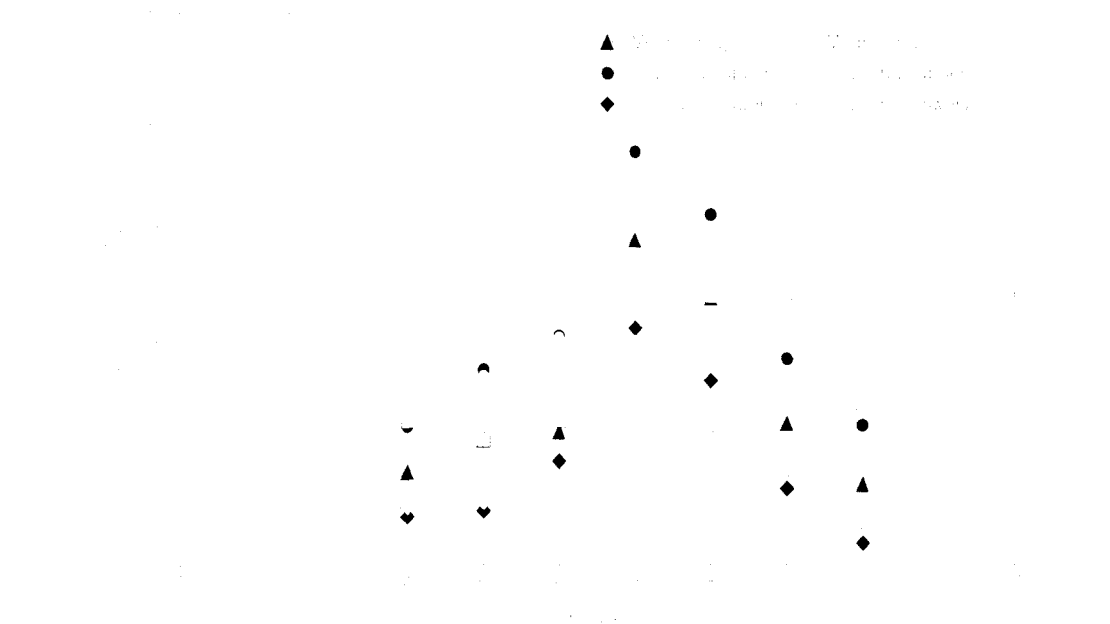


그림 8. 실적 및 모의발생자료에 대한 사상 수의 비교

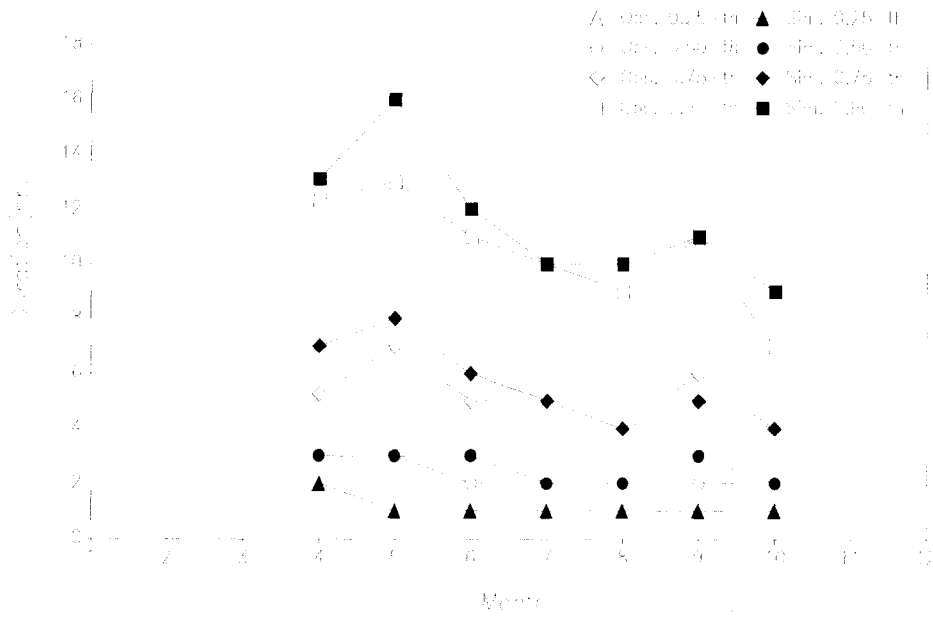


그림 9. 실적 및 모의발생자료의 사상 지속기간에 대한 주변분포의 비교

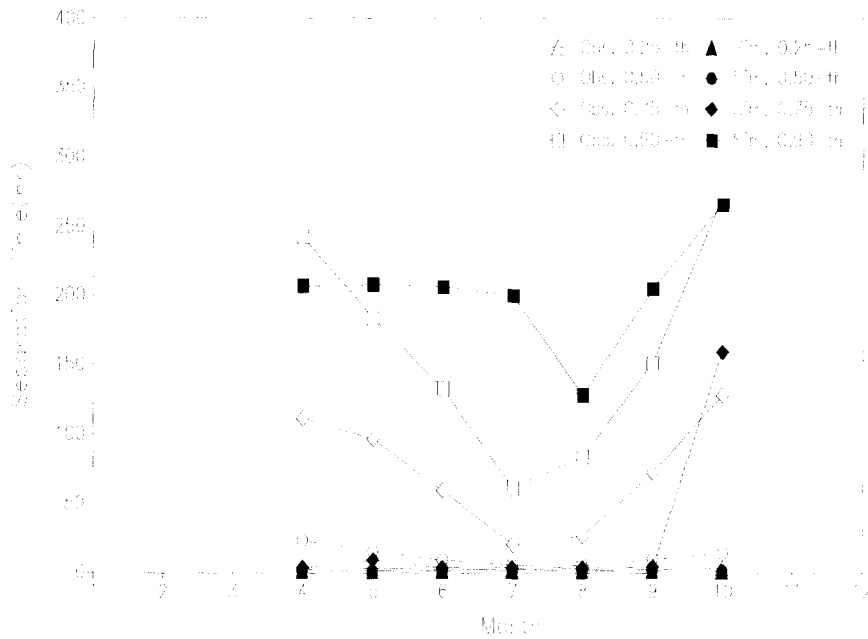


그림 10. 실적 및 모의발생자료의 사상 출현간시간에 대한 주변분포의 비교

보였다.

일반적으로 모의발생 자료의 사상 출현간시간은 실적자료보다 컸다(그림 10). 모의발생 및 실적자료에 대한 사상 지속기간의 주변분포는 훨씬 좋은 일치율을 보였고 많은 경우에 분포의 quartiles은 정확히 일치하였다.

#### 4. 결론

본 연구는 간헐 수문사상인 강수계열의 구조적 특성을 고찰하고 강수발생의 군집성을 고려한 강수발생과정에 대한 추계학적 모의발생 모형을 개발한 것으로서, 시간강수사상의 발생패턴과 사상기간내의 강수의 종속구조를 구명하기 위해 서울을 대상으로 하여 실적강수 자료를 분석하였다.

시간강수사상의 강수발생과정 모의발생 모형으로 개발된 모형은 크게 2가지 부분으로 구성하였으며, 먼저 Poisson 군집과정을 강수사상의 발생패턴을 기술하기 위해 사용하였고, 이 과정에서 군집간의 시간과 군집내의 사상 수는 지수분포로 기술하였으며, 둘째로 사상의 지속기간과 군집내에서 사상간의 시간은 동일한 음대수 혼합분포로 기술하였다.

Monte Carlo 모의결과는 모형이 강수발생의 계절적 패턴, 강수사상 특성의 주변 및 조건부 분포를 잘 재현하고 있음을 보여주었다. 따라서 모형은 실적강수 자료를 이용하는 많은 수문학적 적용분야에의 사용 가능성을 지니고 있다고 결론지을 수 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 2000년도 금오공과대학교 학술연구비에 의하여 연구된 논문으로 지원에 감사드립니다.

#### 참고 문헌

이원환, 이재준 (1985). "시간적 확률구조를 고려한 일강수량의 모의발생에 관한 연구", **연세대학교 산업기술연구소 논문집**, 제17집 제1권, pp.37~46.

이재준, 이원환 (1986). "공간적 확률구조를 고려한 일강수량의 모의발생에 관한 연구", **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제6권 제3호, pp.31~42.

이재준 (1987). 강수계열의 모의발생모델 개발, 박사 학위논문, 연세대학교.

이재준 (1992). "ARP와 연속확률분포를 이용한 일강수계열의 모의발생", **1992년도 대한토목학회 학**

**술발표회 개요집(II)**, 대한토목학회, pp.147~151.

이재준, 이정식 (1992). **간헐수문과정의 모의발생 모델 - 일강수계열을 중심으로-**, 한국과학재단 일반기초연구 보고서, KOSEF 921-1300-010-1.

이재준, 이정식 (1994). "간헐수문과정의 모의발생 모형(I) - 교대재생과정(ARP)과 연속확률분포 -", **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제14권 제3호, pp.509~521.

이재준, 이정식 (1994). "간헐수문과정의 모의발생 모형(II) - Markov 연쇄와 연속확률분포 -", **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제14권 제3호, pp.523~534.

Bradley, J.V. (1968). *Distribution-free Statistical Tests*, Prentice-Hall, New Jersey, pp.357~369.

Chang, T.J., Kavvas, M.L., and Delleur, J.W. (1984). "Daily Precipitation Modeling by Discrete Autoregressive Moving Average Processes", *Water Resources Research*, Vol. 20, No.5, pp.565~580.

Cox, D.R. and Lewis, P.A.W. (1966). *Statistical Analysis of Series of Events*, Methuen, London.

Gabriel, K.R. and Neumann, J. (1962). "A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrence at Tel Aviv", *Quart. Jour. R. Meteor. Soc.*, Vol.88, No.375, pp.90~95.

Gardner, L.A.Jr. (1969). "On Detecting Changes in the Mean of Normal Variates", *Ann. Math. Stat.*, Vol.40, pp.116~126.

Jacobs, B.L. and Lewis, P.A.W. (1978). "A Discrete Time Series Generated by Mixtures I. Correlational and Run Properties", *Jour. R. Stat. Soc. B*, Vol.40, No.1, pp.94~105.

Johnson, N.L. and Kotz, S. (1970). *Distributions in Statistics : Discrete Distributions*, Wiley, New York.

Kavvas, M.L. and Delleur, J.W. (1981). "A Stochastic Cluster Model of Daily Rainfall Sequences", *Water Resources Research*, Vol.17, No.4, pp.1151~1160.

Keenan, D.M. (1980). *Time Series Analysis of*

- Binary Data*, Ph.D. Thesis, The Univ. of Chicago, Chicago.
- Medhi, J. (1982). *Stochastic Processes*, Wiley, New York.
- Shenton, L.R. (1970). "Some Statistical Aspects of Amounts and Durations of Rainfall", in *Random Counts in Scientific Work*, edited by Patil. G. P., Vol.3 Random Counts in Physical Sciences, Geoscience, and Business, The Pennsylvania State Univ. Press, University Park.
- Smith, J.A. and Karr, A.F.(1985). "Statistical Inference for Point Process Models of Rainfall", *Water Resources Research*, Vol.21, No.1, pp.73~79.
- Todorovic, P. and Yevjevich, V. (1969). "Stochastic Process of Precipitation", *Hydrology Paper 35*, Colorado State University, Fort Collins.
- Waymire, E. and Gupta, V.K. (1981a). "The Mathematical Structure of Rainfall Representations 1. A Review of the Stochastic Rainfall Models", *Water Resources Research*, Vol.17, No.5, pp.1261~1272.
- Waymire, E. and Gupta, V. K.(1981b). "The Mathematical Structure of Rainfall Representations 2. A Review of the Theory of Point Processes", *Water Resources Research*, Vol.17, No.5, pp.1273~1285.
- Waymire, E. and Gupta, V.K. (1981c). "The Mathematical Structure of Rainfall Representations 3. Some Applications of the Point Process Theory to Rainfall Processes", *Water Resources Research*, Vol.17, No.5, pp.1287~1294.

(논문번호:01-051/접수:2001.06.29/심사완료:2002.2.7)