

Ĵ-적분을 이용한 후판 부분용입 다층용접재의 파괴 해석

김 석* · 송 정 일†

(2001년 5월 16일 접수, 2001년 11월 21일 심사완료)

Fracture Analysis of Thick Plate for Partial Penetration Multi-pass Weldment Using Ĵ-integral

Seok Kim and Jung Il Song

Key Words: Partial Penetration Welding(부분용입 용접), Multi-Pass Weld(다층용접), Ĵ-integral(Ĵ-적분), Fracture Analysis(파괴 해석)

Abstract

Partial penetration welding joint is defined as groove welds welded from one side, without steel backing or groove welds welded from both sides but without back gouging. So it has an unwelded portion at the root of the weld. Study of partial penetration weldment fracture behavior includes residual stress analysis and fracture analysis. The J-integral loses its path independency in residual stress field. Therefore, it is necessary to introduce a new J-integral, Ĵ, which is defined including the effect of plastic deformation and thermal strain. In this study, theoretical formulation and program were developed for the evaluation of Ĵ-integral for the crack tip located in the weldment. Evaluations of fracture behavior were performed for partial penetration multi-pass weldment of 25.4mm thick plate by Ĵ-integral. From a point of fracture in partial penetration multi-pass welding, it seemed to be better to control root face smaller than 6.35mm.

기호설명

σ_{ij} : 응력 텐서

T_i : 표면장력

u_i : 변위

Γ : 선적분 경로

A : Γ 가 둘러싸은 면적

A_{end} : 파괴 진행 영역

Γ_{end} : 면적 A_{end} 의 경계 경로

ϵ_{ij} : 스트레인 텐서

ϵ_{ij}^e : 탄성 스트레인

ϵ_{ij}^p : 외력에 의한 소성 스트레인

ϵ_{ij}^w : 용접열에 의한 소성 스트레인

q : Γ_{end} 에서 1, Γ 에서 0인 연속함수

W_e : 스트레인 에너지 밀도

D : 자코비안 행렬식

w : 가중치

J^e : J-적분의 탄성부분

J^p : J-적분의 완전 소성부분

a_e : 유효 균열길이

K_I^M : 기계적 하중에 의한 응력세기계수

K_I^T : 열하중에 의한 응력세기계수

* 국방품질관리소

† 책임저자, 회원, 창원대학교 기계공학과

E-mail : jisong@sarim.changwon.ac.kr

TEL : (055)279-7508 FAX : (055)275-0101

1. 서론

후판 다층용접 구조물은 강도 특성이 우수한 완전용입 용접이음 방식을 채택하고 있다. 그러나 완전용입 용접이음 방식은 용접 공정의 공수 및 용접관련 부자재 소모가 과다하며, 용접변형이 심해 용접결함이 발생할 가능성이 크고 잔류응력이 크게 발생하고 있다. 최근의 대형 전투차량용 용접구조물에서 이러한 문제를 해결하기 위해 부분용입 용접이음 방식을 선택하고 있으며, 생산성 및 원가절감, 용접자동화에 의한 작업환경 개선 등에서 좋은 평가를 받고 있는 것으로 알려져 있다. 부분용입 용접이음 방식은 백가우징(Back gouging)을 실시하지 않고 용입부족을 포함하는 용접이음으로 정의된다.⁽¹⁾ 부분용입 용접 방식의 특징인 가우징작업 생략은 용접 자동화를 실현 가능하게하는 효과를 얻을 수 있으며, 미국의 General Dynamics사 M1A1전차의 구조물 용접을 부분용입 방식으로 채택함으로써 용접공정의 33%를 로봇에 의한 자동화 용접이 적용된 사례가 있다. 그러나 용접 자동화라는 큰 장점이 있으면서도 부분용입 방식이 광범위하게 적용되지 못하고 있는 것은 완전용입 용접이음 방식에서 결코 허용할 수 없는 용입부족이라는 기계적 결함을 갖고 있으며, 이러한 결함이 구조물 강도 및 안전성을 저해하는 요인으로 작용할 것으로 우려되었기 때문이다. 따라서 부분용입 방식의 용접이음을 채택하기 위해서는 파괴특성에 대한 연구가 선행되어야 한다.

파괴특성을 해석하는 방법에는 선형탄성 파괴역학(LEFM)에 의한 응력세기계수(K)를 계산하여 임계치와 비교하는 방법이 있고, 탄소성파괴역학(EPFM)에 의한 J-적분 또는 균열선단개구변위(CTOD)를 이용하는 방법이 있다.⁽²⁾

Rice⁽³⁾에 의해 제안된 J-적분은 재료내의 기계적 특성치가 등방성을 갖는 탄성체(Homogeneous elastic material)라는 가정하에 적분 경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 갖는다. 이러한 J-적분은 Wilson,⁽⁴⁾ Blackburn,⁽⁵⁾ Aoki^(6,7) 등에 의해 탄소성 영역과 열응력이 포함된 복합응력이 작용하는 범위까지 확대되었으며, Kishimoto는 열응력이 포함된 복합응력 상태에서 적용할 수 있는 j-적분을 제시하였다.^(6,7)

용접부재는 잔류응력으로 인해 J-적분이 경로

에 관계없이 일정한 값을 갖는 경로의 독립성을 잃게 된다.^(6~8) 따라서 용접부의 파괴특성을 해석하기 위해서는 용접에 의한 소성변형을 고려한 해석 방법이 필요하다.

Shim⁽⁹⁾은 Kishimoto가 제시한 j-적분을 용접열에 의한 잔류응력과 소성변형이 발생한 용접에 적용하고자 하였으며, 본 연구는 이러한 j-적분을 후판 부분용입 다층 용접재에 적용하여 RF(Root Face) 크기에 따른 파괴특성을 해석하고자 하였다.

j-적분을 이용한 부분용입 용접재의 파괴특성 연구는 다음과 같이 수행하였다. 부분용입 용접부재의 유한요소 모델링과 ABAQUS⁽¹⁰⁾를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포와 소성변형을 해석하고, 해석한 결과를 j-적분 계산 프로그램에 입력하여 j-적분값을 계산하였다.

2. j-적분 이론

j-적분은 파괴가 진행된 구간으로 연속체 역학이 적용되지 않는 영역의 에너지 변화율을 의미하며, Kishimoto는 식 (1)의 에너지 평형원리를 이용하여 유도하였다.

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho \ddot{u}_i \tag{1}$$

균열선단 및 파괴진행 영역의 형상이 Fig. 1과 같을 때, j-적분은 식 (2)와 같이 표현된다.

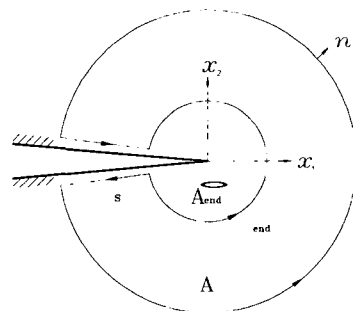


Fig. 1 Configuration of crack tip and fracture process region

$$\hat{j} = - \int_{\Gamma_{end}} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma \quad (2)$$

여기서 A_{end} 는 파괴진행 영역이고, Γ_{end} 는 A_{end} 를 둘러싸는 적분경로를 나타낸다.

또한, 식 (2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{j} = \int_{\Gamma+\Gamma_{end}} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma - \int_{\Gamma+\Gamma} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma \quad (3)$$

식 (3)의 우변을 divergence 정리를 이용하면, 식 (4)과 같이 정리된다.

$$\hat{j} = \int_A \left(\sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_1} \right)_{,j} dA - \int_{\Gamma+\Gamma_i} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma \quad (4)$$

식 (1)의 에너지 평형 방정식, 외력에 의한 소성 변형(ϵ_{ij}^e)과 용접열에 의한 소성변형(ϵ_{ij}^p)을 고려한 식 (5)의 변형을 관계식, 식 (6)의 변형을 에너지 밀도(Strain energy density)를 적용하면 식 (4)는 식 (7)과 같이 정리된다.

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip} \quad (5)$$

$$W_e(\epsilon_{ij}^e) = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^e \quad (6)$$

$$\hat{j} = \int_A \{ W_{e,1} - \sigma_{ij} u_{i,1} + \sigma_{ij} (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip})_{,1} \} dA \quad (7)$$

식 (7)을 용접부재에 적용하기 위해선 유한요소 계산식으로 변환해야 한다. \hat{j} -적분 계산을 위해 Fig. 1에서 정의한 적분경로 Γ_{end} 에서 1, Γ 에서 0의 값을 갖는 임의의 연속함수 q 를 이용하여 식 (7)을 정리하면 식 (8)과 같다.

$$\hat{j} = \int_A \left\{ \frac{\partial W_e}{\partial x_1} q - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,i} + \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip})}{\partial x_1} q \right\} dA \quad (8)$$

그리고, 자코비안 행렬식(Jacobian matrix)을 D , 가중계수(weight factor)를 w 라 하면, 식 (8)은 식 (9)와 같이 유한요소식으로 변환된다.

$$\hat{j} = \sum_{Elements} \sum_{Gauss\ points} \left[\frac{\partial W_e}{\partial x_1} q - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,i} + \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip})}{\partial x_1} q \right] \cdot D \cdot w \quad (9)$$

따라서 식 (9)를 이용하여 FORTRAN 언어로 \hat{j} -적분계산 프로그램을 작성하였다.

\hat{j} -적분은 다음과 같은 순서로 계산된다. 먼저, 해석하고자 하는 FEM모델에 대해 ABAQUS를 이용하여 열해석을 실시하고, 열 및 하중이 작용하

는 조건에서 응력해석을 하여 요소에 작용하는 응력, 변형을 에너지밀도, 외력에 의한 소성 변형을, 용접열에 의한 소성 변형을, 요소의 절점 변위를 해석하고 해석결과를 \hat{j} -적분 계산 프로그램에 입력하여 \hat{j} -적분값을 계산한다. \hat{j} -적분 계산 프로그램의 검증을 위해 외력과 열응력이 복합적으로 작용하는 EPRI(Electric Power Research Institute) 보고서 7장(11)에 계산된 예제를 이용하여 결과를 비교하여 보았다.

EPRI 예제의 모델은 Fig. 2와 같이 0.5inch (12.7mm) 크기의 측면 균열이 있는 평판 2×16inch (50.8×406.4mm)이며, J-적분은 식 (10)과 같이 계산된다.

$$J = J^e(a_e) + J^p(a, n) \quad (10)$$

여기서, J^e 는 식 (11)과 같이 LEFM으로 계산된 J-적분값이며, K_I 은 외력에 의한 응력세기계수(K_I^M)와 열응력에 의한 응력세기계수(K_I^T)의 합으로 정의된다. 또한 J^p 는 완전소성 J-적분값으로 식 (12)와 같이 계산된다.

$$J^e = \frac{K_I^2}{E} (K_I = K_I^M + K_I^T) \quad (11)$$

$$J^p = a \epsilon_y \sigma_y c \frac{a}{b} h_1 \left(\frac{a}{b}, n \right) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{n+1} \quad (12)$$

균열 표면에 작용하는 열응력 분포가 식 (13)과 같이 나타낼 수 있을 때, 열응력에 의한 응력세기계수(K_I^T)는 식 (14,15)와 같이 계산된다.

$$\sigma^T(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 \quad (13)$$

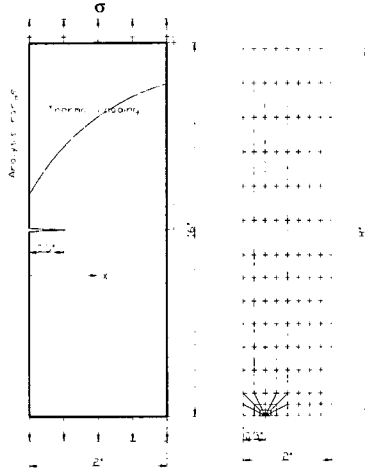
$$K_I^T = \sqrt{\pi a} f_T(a) \quad (14)$$

$$f_T(a) = \left[A_0 F_0 + \frac{2a}{\pi} A_1 F_1 + \frac{a^2}{2} A_2 F_2 + \frac{4a^3}{3\pi} A_3 F_3 \right] \quad (15)$$

여기서 F_0, F_1, F_2, F_3 는 하중조건 및 모델 형상에 의해 결정되는 계수^(2,11)이다.

Fig. 2의 FEM 모델은 152개의 8절점 평면응력(Plane stress) 요소를 선택하였으며, 식 (13)의 열응력 분포식은 ABAQUS 해석후 균열면에 형성된 열응력 분포를 수치해석으로 처리하였다.

Fig. 3 은 식 (10)으로 계산된 EPRI J-적분값과 \hat{j} -적분 계산 프로그램으로 계산된 값을 비교한 것이다.



$E=30 \times 10^3 \text{ ksi}$, $\sigma_y=60 \text{ ksi}$, $\beta=7.3 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$, $\nu=0.3$
 Temperature distribution : $T(x)=125+400x-100x^2$
 Stress-strain curve : $\frac{\epsilon}{\epsilon_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + 0.5\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^5$

Fig. 2 Geometry and FEM model of the EPRI section 7

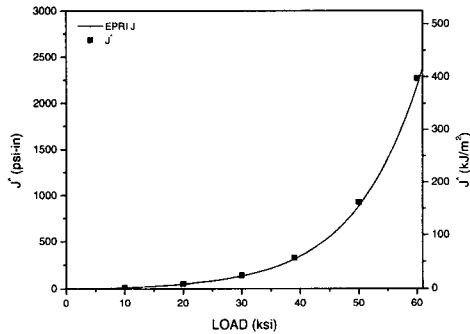


Fig. 3 The J-integral values for the EPRI section 7

J-적분 계산은 외력을 10 ksi(68.9 MPa)에서 60 ksi(413.7 MPa)까지 증가시키면서 계산한 결과이며, 외력 60 ksi(413.7 MPa)일 때 EPRI J-적분값과 약 4% 오차를 나타내며 잘 일치하였다.

3. 부분용입 용접재의 J-적분 계산

본 연구의 부분용입 용접 모델은 전투차량 구조물에 가장 많이 사용되고 있는 25.4mm 후판을

선택하였고, GMAW(Gas-metal-arc weld)조건에서 완전용입과 부분용입 모델을 비교하였다. 완전용입은 6패스 용접, 부분용입은 RF(Root Face)가 6.35mm(이하 RF1/4)와 3.18mm(이하 RF1/8)에 대해 설정하였고, 길이는 228.6mm(9inch)로 정했다. 해석모델의 용접부 형상과 용접조건은 Fig. 4와 같고, 용접조건을 적용하여 실제 용접을 실시한 용착부의 형상은 Fig. 5와 같다.

FEM 해석범위와 모델은 Fig. 6과 같으며, ABAQUS를 이용해서 8절점 평면변형율(Plane strain)요소로 열해석과 잔류응력해석을 순차적으로 계산하였다. 다층 용접조건을 고려하기 위해 용접부위 요소들은 해석 초기에 제거되었다가 해당 층수의 용접이 될때 비드 크기만큼 요소를 생성 활성화 시키면서 해석하였고, 활성화된 요소에 열량을 입력시켜 계산하였으며, 활성화된 요소에 입력되는 열량은 요소의 표면으로 입력되는 표면 열유동량(Surface Flux)(12)으로 적용하였다.

용접에 의한 잔류응력해석이 완료된 요소에 균열을 적용하여 잔류응력이 재분포된후 ABAQUS 계산을 종료하도록 하였다.

균열요소는 인장 잔류응력이 작용되는 부위인 윗면에 3.18mm(1/8inch) 균열을 적용하였다. 균열 요소의 형상은 Fig. 7과 같으며, 요소 한번의 반을 자르고, 다시 그반의 반을 자르는 방법으로 8등분하여 균열선단이 미세한 요소가 되도록 분할하였으며, 균열선단에 접해있는 최소 요소를 둘러싸고 있는 요소들의 경계를 첫 번째 적분경로로 정했으며, 이후의 적분경로는 요소를 한 개씩 증가시키면서 증가된 요소들의 경계로 정하였고, 7개의 적분경로를 설정하여 J-적분을 계산하였다.

해석에 사용된 재료는 ASTM A36 강재를 이용하였으며, 기계적 물성치는 Fig. 8,9와 같다. 잔류응력 해석결과는 참고문헌에 제시되었다.^(13,14)

J-적분은 외력이 없이 잔류응력만 존재하는 상태와 잔류응력과 외력이 68.9 MPa(10 ksi), 137.9 MPa(20 ksi), 206.8 MPa(30 ksi), 275.8 MPa(40 ksi) 작용하는 조건에서 계산하였다.

Fig. 10은 완전용입 상태에서 J-적분 계산결과를 나타낸 것이다. 첫 번째 J-적분 경로에서 특이값을 나타냈으나 이후 비교적 일정한 값을 나타내고 있음을 알 수 있다.

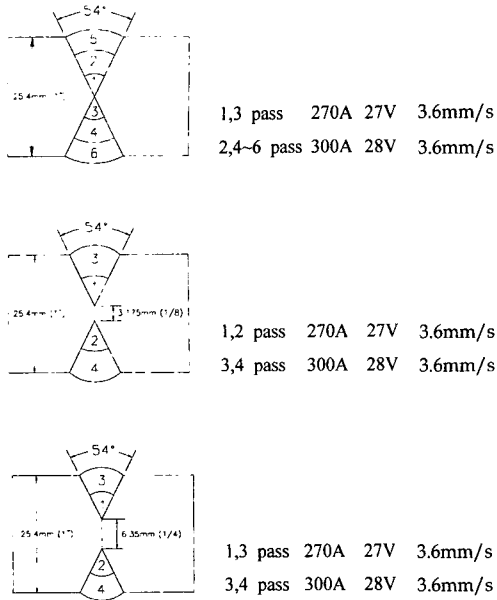


Fig. 4 Penetration shape and welding parameter

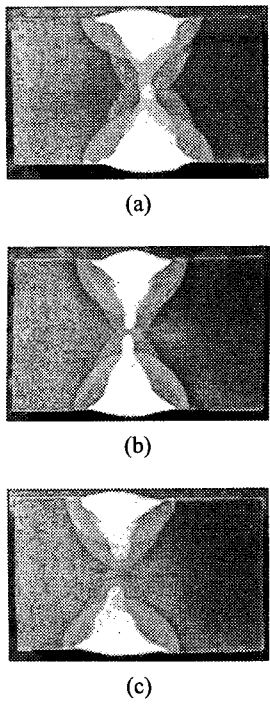


Fig. 5 Welded penetration shape, (a) Full, (b) Partial RF1/8, (c) Partial RF1/4

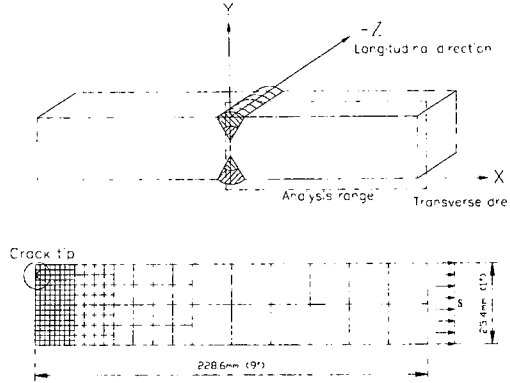


Fig. 6 FEM model of partial penetration weldment

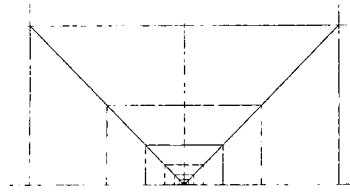


Fig. 7 The shape at the crack tip

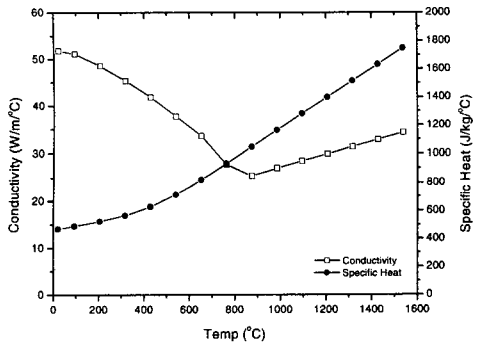


Fig. 8 Conductivity and specific heat of ASTM A36 steel

첫 번째 적분경로에서 특이성을 나타낸 것은 매우 작은 균열요소를 갖는 첫 번째 경로에서 외력에 의한 응력집중과 이에 따른 대규모 소성변형이 발생되어 나타난 것으로 판단된다.

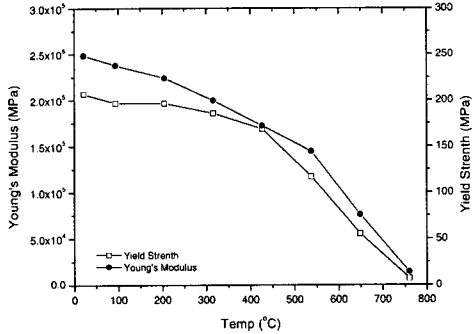


Fig. 9 Mechanical properties of ASTM A36 steel

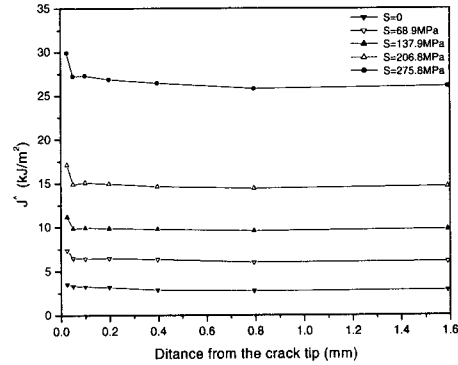


Fig. 11 The \hat{J} -integral values of the RF1/8 partial penetration joint for combined residual stress and external loads

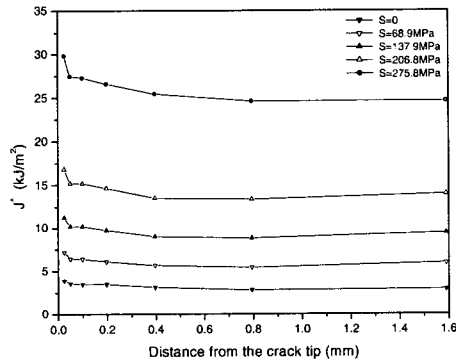


Fig. 10 The \hat{J} -integral values of the full penetration joint for combined residual stress and external loads

외력이 작용하지 않을 때 ($S=0$)의 최종 적분 경로에서 \hat{J} -적분 값은 2.88 kJ/m^2 를 나타냈는데, 이 값은 잔류응력 없이 159.5 MPa (23.13 ksi) 크기의 외력만 작용할 때의 \hat{J} -적분값에 해당된다. Fig. 10에서 잔류응력이 존재하는 상태에서 외력이 68.9 MPa (10 ksi)에서 206.8 MPa (30 ksi)까지 증가할 때 \hat{J} -적분값도 서서히 증가 하였으나, 275.8 MPa (40 ksi)에서 \hat{J} -적분값이 급격히 증가하는 것으로 나타났다.

Fig. 11은 부분용입 RF1/8일 때 \hat{J} -적분 계산결과를 나타낸 것이다. Fig. 10에서와 같이 첫 번째 경로에서 특이값을 나타냈으나 이후 일정한 \hat{J} -적분값을 나타냈다. 외력이 작용하지 않을 때의 최종 적분경로에서 \hat{J} -적분값은 2.85 kJ/m^2 를

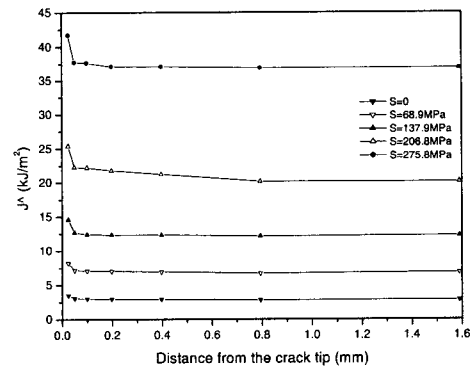


Fig. 12 The \hat{J} -integral values of the RF1/4 partial penetration joint for combined residual stress and external loads

나타냈는데, 이 값은 잔류응력 없이 156.9 MPa (22.75 ksi)의 외력만 작용할 때의 \hat{J} -적분값에 해당된다.

Fig. 10과 Fig. 11을 비교할 때 동일한 외력이 작용할 때 부분용입 RF1/8가 완전용입 보다 \hat{J} -적분값이 대체로 약간 크게 나타났다.

Fig. 12는 부분용입 RF1/4일 때 \hat{J} -적분 계산결과를 나타낸 것이다. Fig. 10, 11과 유사한 형태를

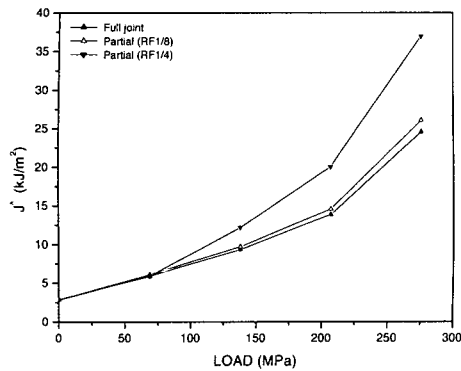


Fig. 13 The \hat{J} -integral values of the full and partial penetration joint for combined residual stress and external loads

보이고 있으나, 동일한 외력에 비교해 높은 \hat{J} -적분값을 나타냈다.

Fig. 12에서 외력없이 잔류응력만 작용할 때의 \hat{J} -적분값은 2.82 kJ/m^2 로 나타났으며, 이는 $145.7 \text{ MPa}(21.13 \text{ ksi})$ 의 외력에 해당된다. Fig. 12에서 잔류응력이 존재하는 상태에서 외력 $206.8 \text{ MPa}(30 \text{ ksi})$ 이후부터 \hat{J} -적분값은 급격히 증가하였다.

Fig. 13은 이상의 Fig. 10~12에서 최종 적분경로에서 계산된 \hat{J} -적분값을 비교한 것이다.

그림에서 볼 수 있듯이 외력없이 순수 잔류응력만 존재할때의 \hat{J} -적분값은 대체로 완전용입과 부분용입이 유사한 크기임을 알 수 있으나, 외력이 커지면서 부분용입 RF1/8가 완전용입에 비교해 \hat{J} -적분값이 약 3~5% 크게 나타났으나, 부분용입 RF1/4는 잔류응력이 존재하는 상태에서 외력 $68.9 \text{ MPa}(10 \text{ ksi})$ 이후 급격히 증가하여 외력 $206.8 \text{ MPa}(30 \text{ ksi})$ 에서 완전용입에 비교해 44% 큰 값을 나타냈다. 이는 부분용입 RF1/8보다 RF1/4에서 미용착부위가 인장 외력에 의해 중앙 균열처럼 더 큰 변형이 발생하면서 \hat{J} -적분값이 급속히 증가하는 것으로 판단된다.

4. 결 론

25.4mm 후판 다층용접의 완전용입과 부분용입 조건에서 잔류응력과 외력이 복합적으로 작용할

때의 용접부 파괴특성을 \hat{J} -적분을 이용하여 해석하였으며, 해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 25.4mm 후판 다층용접에서 외력 없이 잔류응력만 존재할 때의 \hat{J} -적분값은 부분용입의 경우 RF1/8, RF1/4 모두 완전용입과 유사한 크기의 \hat{J} -적분값을 갖는다.

(2) 잔류응력과 외력이 동시에 작용할 때, 부분용입 RF1/8는 완전용입 보다 대체로 3~4%의 큰 \hat{J} -적분값을 갖는다.

(3) 부분용입 RF1/4는 외력 $68.9 \text{ MPa}(10 \text{ ksi})$ 까지 완전용입과 부분용입 RF1/8의 \hat{J} -적분값이 대체로 유사한 크기이나 외력 $68.9 \text{ MPa}(10 \text{ ksi})$ 이상에서 급격히 증가하여 외력 $206.8 \text{ MPa}(30 \text{ ksi})$ 에서 완전용입 보다 44%의 큰 \hat{J} -적분값을 갖는다.

이와 같이 부분용입 용접부에 대해 \hat{J} -적분을 이용하여 파괴특성을 해석한 결과, 후판 부분용입 용접조건에 RF 크기는 두께의 1/4 보다 작아야 완전용입과 유사한 파괴특성을 갖는다.

참고문헌

- (1) AWS D1.1 Structural welding code.
- (2) Anderson, T. L., 1995, "Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications," 2nd edition, CRC Press.
- (3) Rice, J. R., 1968, "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Crack," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 379~386.
- (4) Wilson, W. K. and Yu, I., 1979, "The Use of the J-integral in Thermal Stress Crack Problem," *International Journal of Fracture*, Vol. 15, No. 4, pp. 379~387.
- (5) Blackburn, W. S., Jackson, A. D. and Hellen, T. K., 1977, "An Integral Associated with the State of a Crack Tip in a Non-elastic Material," *International Journal of Fracture*, Vol. 13, No. 2, pp. 183~200.
- (6) Kishimoto, K., Aoki, S., and Sakata, M., 1980, "On the Path Independent Integral- \hat{J} ," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 13, pp. 841~850.
- (7) Aoki, S., Kishimoto, K., and Sakata, M., 1982, "Elastic-Plastic Analysis of Crack in Thermally

- Loaded Structures," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 16, No. 3, pp. 405~413.
- (8) Wilson, W. K. and Yu, I. W., 1979, "The Use of the J-integral in Thermal Stress Crack Problems," *International Journal of Fracture*, Vol. 15, No. 4, pp. 377~387.
- (9) Shim, Y. L., 1997, "Residual Stress, Distortion, and Fracture Analysis of Welded Structures using Finite Element Method," *Journal of KWS*, Vol. 15, No. 2, Feb., pp. 15~25.
- (10) ABAQUS User's Manual, HKS inc., 2000.
- (11) Kumar, V., Schumacher, B. I. and German, M. D., 1984, "Development of a Procedure for Incorporating Secondary Stresses in the Engineering Approach," EPRI Report, No. EPRI NP-3607, Section 7.
- (12) 심용래, 이성근, "용접 잔류응력 해석을 위한 Heat Input Model 개발," 1993, *Journal of KWS*, Vol. 11, No. 3, Sep., pp. 110~122.
- (13) 김석, 배성인, 송정일, 2001, "부분용입 다층용접에 관한 후판의 잔류응력 및 변형해석," 대한기계학회 재료 및 파괴부문 1차 학술대회 논문집, pp. 211~216.
- (14) 김석, 배성인, 송정일, 2001, "후판의 부분용입 다층용접에 대한 잔류응력 및 변형해석," 대한기계학회논문집 제25권 제11호, pp. 1813~1819.