

## 탄성체에 접합된 압전 스트립에서의 균열 전파 거동

권순만\* · 최효승\*\* · 이강용†  
 (2001년 3월 30일 접수, 2001년 12월 7일 심사완료)

### Steady State Crack Propagation Behavior in a Piezoelectric Strip Bonded to Elastic Materials

Soon Man Kwon, Hyo Seung Choi and Kang Yong Lee

**Key Words:** Piezoelectric Material(압전재료), Crack Propagation(균열전파), Integral Transform(적분 변환), Intensity Factor(세기계수), Dynamic Energy Release Rate(동적 에너지해방률)

#### Abstract

In this paper, we consider the dynamic electromechanical behavior of an eccentric Yoffe permeable crack in a piezoelectric ceramic strip sandwiched between two elastic orthotropic materials under the combined anti-plane mechanical shear and in-plane electrical loadings. Fourier transforms are used to reduce the problem to the solution of two pairs of dual integral equations, which are then expressed to a Fredholm integral equation of the second kind. The initial crack propagation orientation for PZT-5H piezoceramics is predicted by maximum energy release rate criterion.

#### 기호설명

$E_{ki}$	: 전기장 성분
$D_{ki}$	: 전기변위 성분
$G(v), G(v, \theta)$	: 동적 에너지해방률
$K^D(v)$	: 동적 전기변위 세기계수
$K^T(v)$	: 동적 응력세기계수
$M$	: Mach수
$v$	: 균열전파속도
$w_i$	: 변위 성분
$\psi_i$	: Bleustein 함수
$\theta_b$	: 분기각
$\tau_{ij}$	: 응력 성분

#### 1. 서론

지난 10여 년간 압전 재료(piezoelectric material)의 균열거동에 대한 관심의 증가로 인하여 수많은 연구가 수행되었다. 특히, 균열 선단에서의 균열 전파속도 (crack propagation speed)에 대한 영향 연구는 기존 동적 파괴역학측면에서 많이 다루어 지는 주제였다. 그러나, 압전 재료에서의 균열전파(crack propagation) 문제는 기계·전기적 연성(electromechanical coupling) 문제로 인하여 그 연구가 거의 수행되어 있지 않은 상태이다.

Yoffe<sup>(1)</sup>는 등방성(isotropic) 무한체내에서 등속(constant speed)으로 전파하는 균열문제를 고려하였고, 횡파속도(shear wave speed)의 약 0.6 배의 임계속도(critical speed)가 존재하며 이 임계속도 이상으로 균열이 전파될 경우, 균열 경로가 굽어지거나(curving) 분기(branching)되는 경향을 보이는 반면에 임계속도 이하에서의 초기 균열전파는 균열방향을 따라 전파(self-similar propagation)될 것이라고 예상하였다. 압전 재료에 대한 Yoffe형

\* 회원, 연세대학교 기계공학과  
 \*\* 회원, 연세대학교 대학원 기계공학과  
 † 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학과  
 E-mail : fracture@yonsei.ac.kr  
 TEL : (02)2123-2813 FAX : (02)2123-2813

균열문제를 고려하여 초기 균열 전파방향을 예측하고, 균열전파속도와 기계·전기적 상호작용과의 영향을 찾아내는 것이 본 논문의 목적이다.

Chen과 Yu<sup>(2)</sup>는 무한 압전 재료를 대상으로 Yoffe형 mode III 균열 연구를 최초로 수행하였다. 그들은 응력세기계수(stress intensity factor : SIF) 및 전기변위 세기계수(electric displacement intensity factor : EDIF)는 균열전파속도에 전혀 영향을 받지 않는다고 보고하였다. 또한, Chen 등<sup>(3)</sup>은 이중 압전 재료의 경계면(interface) mode III Yoffe 균열문제를 연구하여 SIF 및 EDIF 모두가 균열전파속도에 의존한다는 결과를 보여주었다. 그러나, 위의 두 Yoffe형 균열 연구는 압전 재료의 전기적 물성을 무시한 탄성적 해의 경향과 일부 부합하는 결과이나, 전기적 절연균열 경계조건(electrical impermeable crack face condition)을 사용하였다는 결점을 가지고 있다. 즉, 그들이 사용한 경계조건이 부과되고 기계적 하중 없이 전기적 하중만이 작용할 경우, 에너지해방률(energy release rate : ERR)은 전기적 부호(하중의 방향)와는 상관없이 항상 음의 값을 가지게 된다. 이는 전기적 하중의 방향에 따라 균열성장이 진전 또는 정체(retarding)된다는 실험적 보고들<sup>(4~6)</sup>과 모순되는 결과이다.

즉, 압전 재료내의 균열은 어느 정도 미세한 전기 전도성을 가지며, 특히, 면외전단(anti-plane shear)을 고려한 문제에서는 균열 개구 변위(crack opening displacement)가 존재하지 않기 때문에 균열 상하 표면은 완벽한 접촉 상태가 된다. 따라서, 기존 대부분의 연구에서 적용되어 오던 균열 내 유전율(dielectric permittivity)이 영(zero)이라는 전기적 절연균열 모델은 전기변위 및 전기장(electric field)이 연속인 도전(permeable) 경계조건으로 교체되어야 한다.<sup>(7)</sup>

본 논문에서는 균열면 도전 경계조건을 사용하여 기계적 면외 전단하중과 전기적 면내(in-plane) 하중을 동시에 받으며 유한 두께의 스트립 및 반무한 직교 이방성(orthotropic) 탄성체 사이에 접합된 압전 세라믹 스트립에 존재하는 Yoffe형 편심 균열(eccentric crack) 문제를 고려한다. 고려된 혼합 경계치문제는 적분변환(integral transform)을 통하여 제 2종 Fredholm 적분방정식(Fredholm integral equation of the 2nd kind)의 해를 구하는 문제로 귀결된다. 이를 통해, 세기계수(intensity

factor) 및 동적 에너지해방률(dynamic ERR : DERR)들이 결정되며, 최대 에너지해방률 판정식(maximum ERR criterion : MERRC)에 의해 PZT-5H 압전 세라믹의 균열전파속도 및 균열전파방향에 대한 해석을 수행한다.

### 2. 문제점 기술

기계·전기적 복합하중을 받으며, 스트립과 반무한체로 구성된 직교 이방성 탄성체 사이에 접합된 압전 스트립 내부에 존재하는 Yoffe형 편심 균열(길이  $2a$ , 균열 전파속도  $v$ )을 Fig. 1과 같이 고려한다. 균열 중앙에 고정 직교 좌표계  $(X, Y, Z)$ 가 위치하며, 분극(poling)의 방향은  $Z$ -축이다. Fig. 1과 같이 균일한 전단응력  $\tau_\infty$ 와 균일한 전기변위  $D_0$ 가 작용한다. 편의상 압전 스트립을 윗 부분( $Y \geq 0$ , 두께  $h_1$ )과 아래 부분( $Y \leq 0$ , 두께  $h_2$ )의 두 영역으로 나누어 생각한다.

고려된 압전 재료의 경계치 문제는 다음과 같이 단순화될 수 있다.

$$u_{X_i}^{(p)} = u_{Y_i}^{(p)} = 0, \quad u_{Z_i}^{(p)} = w_i^{(p)}(X, Y, t) \quad (1)$$

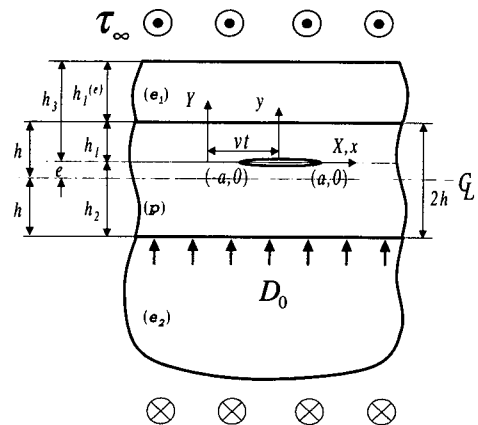


Fig. 1 A piezoelectric ceramic strip with an eccentric moving crack bonded to elastic materials : definition of geometry and loading

$$\begin{aligned}
E_{X_i} &= E_{X_i}(X, Y, t) \\
E_{Y_i} &= E_{Y_i}(X, Y, t) \\
E_{Z_i} &= 0 \\
u_{X_j}^{(e)} &= u_{Y_j}^{(e)} = 0 \\
u_{Z_j}^{(e)} &= w_j^{(e)}(X, Y, t), \quad (j=1,2)
\end{aligned} \tag{2}$$

여기서  $u_k$ 와  $E_k$  ( $k=X, Y, Z$ )는 변위와 전기장을, 상첨자  $p$ 와  $e$  ( $j=1,2$ )는 압전 스트립과 두 직교 이방성 탄성 영역을, 하첨자  $i, j$  ( $i, j=1,2$ )는 압전 스트립의 위와 아래 영역을, 상하 탄성체를 각각 의미한다.

X-축을 따라 등속으로 전파하는 정상상태(steady state) 균열문제를 풀기 위해 다음과 같이 Galilean 변환을 도입한다.

$$x = X - vt, \quad y = Y \tag{4}$$

여기서  $(x, y, z)$ 는 균열 전파를 고려한 이동 좌표계이다.

변환된 좌표계에서 압전 재료와 직교 이방성 탄성체의 지배방정식<sup>(8)</sup>은 다음과 같다.

$$\alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_i^{(p)}(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_i^{(p)}(x, y) = 0 \tag{5}$$

$$\nabla^2 \phi_i(x, y) = 0 \tag{6}$$

$$\beta_j^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_j^{(e)}(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_j^{(e)}(x, y) = 0 \tag{7}$$

여기서

$$\begin{aligned}
\phi_i &\equiv \phi_i - \frac{e_{15}}{d_{11}} w_i^{(p)}, \quad \alpha \equiv \sqrt{1 - (v/C_T)^2} \\
\beta_j &\equiv \lambda_j \sqrt{1 - (v/\lambda_j C_j^{(e)})^2}, \quad \lambda_j = \sqrt{c_{55j}^{(e)} / c_{44j}^{(e)}} \\
C_T &= \sqrt{\mu/\rho}, \quad C_{ej} \equiv \sqrt{c_{44j}^{(e)} / \rho_j^{(e)}} \\
\mu &= c_{44} + e_{15}^2/d_{11}
\end{aligned} \tag{8}$$

$c_{44}$ ,  $d_{11}$ ,  $e_{15}$ ,  $\phi_i$ ,  $c_{44j}^{(e)}$ 와  $c_{55j}^{(e)}$ 는 균일한 전기장에서 측정된 압전 재료의 전단계수(shear modulus), 균일한 변형률에서 측정된 유전율, 압전상수, 전위(electric potential), 직교 이방성 탄성

체들의 전단계수들이다. 또한  $\phi_i$ ,  $C_T$ ,  $C_j^{(e)}$ ,  $\rho$ 와  $\rho_j^{(e)}$ 는 Bleustein 함수,<sup>(9)</sup> 압전 재료의 횡파속도, 탄성체의 횡파속도, 압전 재료의 밀도 그리고 탄성체들의 밀도이다.

압전 재료 및 직교 이방성 탄성체에서의 응력 및 전기변위에 대한 구성 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\tau_{kzi}^{(p)} &= \mu w_i^{(p)},_{k} + e_{15} \phi_{i,k}, \quad D_{ki} = -d_{11} \phi_{i,k} \\
\tau_{yzj}^{(e)} &= c_{44j}^{(e)} w_j^{(e)},_{y}, \quad \tau_{xzj}^{(e)} = c_{55j}^{(e)} w_j^{(e)},_{x} \\
&(k=x, y), \quad (i, j=1, 2)
\end{aligned} \tag{9}$$

여기서,  $\tau_{kzi}^{(p)}$ ,  $\tau_{kzj}^{(e)}$ 와  $D_{ki}$ 는 응력 및 전기변위 성분들이다.

전기적 연속 조건을 갖는 Yoffe형 균열 경계 조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau_{yz1}^{(p)}(x, 0) = 0, \quad (0 \leq x < a) \tag{10}$$

$$w_1^{(p)}(x, 0) = w_2^{(p)}(x, 0), \quad (a \leq x < \infty) \tag{11}$$

$$D_{y1}(x, 0^+) = D_{y2}(x, 0^-), \quad (0 \leq x < a) \tag{12}$$

$$E_{x1}(x, 0^+) = E_{x2}(x, 0^-), \quad (0 \leq x < a) \tag{13}$$

$$\phi_1(x, 0) = \phi_2(x, 0), \quad (a \leq x < \infty) \tag{14}$$

$$\tau_{yz1}^{(p)}(x, 0) = \tau_{yz2}^{(p)}(x, 0), \quad (a \leq x < \infty) \tag{15}$$

$$D_{y1}(x, 0) = D_{y2}(x, 0), \quad (a \leq x < \infty) \tag{16}$$

$$\tau_{yz1}^{(p)}(x, h_1) = \tau_{yz1}^{(e)}(x, h_1) \tag{17}$$

$$\tau_{yz2}^{(p)}(x, -h_2) = \tau_{yz2}^{(e)}(x, -h_2) \tag{18}$$

$$w_1^{(p)}(x, h_1) = w_1^{(e)}(x, h_1) \tag{19}$$

$$w_2^{(p)}(x, -h_2) = w_2^{(e)}(x, -h_2) \tag{20}$$

$$\tau_{yz1}^{(e)}(x, h_3) = \tau_{yz2}^{(e)}(x, -\infty) = \tau_\infty \tag{21}$$

$$D_{y1}(x, h_1) = D_{y2}(x, -h_2) = D_0 \tag{22}$$

### 3. 적분변환을 이용한 해법

#### 3.1 적분변환

주어진 문제의 대칭성을 고려하여, 식 (5)~(7)에 Fourier cosine 변환을 적용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$w_i^{(d)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty [A_{1i}(s)e^{sy} + A_{2i}(s)e^{-sy}] \cos(sx) ds + a_0 y \quad (23)$$

$$\phi_i(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty [B_{1i}(s)e^{sy} + B_{2i}(s)e^{-sy}] \cos(sx) ds - b_0 y \quad (24)$$

$$w_1^{(e)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty [C_1(s)e^{sb_1 y} + C_2(s)e^{-sb_1 y}] \cos(sx) ds + c_0 y + e_{01} \quad (25)$$

$$w_2^{(e)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty D_1(s)e^{sb_2 y} \cos(sx) ds + d_0 y + e_{02} \quad (26)$$

여기서  $A_{ji}(s)$ ,  $B_{ji}(s)$ ,  $C_i(s)$  와  $D_i(s)$  는 결정되어야 할 미지 함수이다. 또한,  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ,  $d_0$  와  $e_{0i}$  는 주어진 하중조건에 의해 결정되는 상수들이다.

식 (9)와 식 (23)~(26)의 관계를 고려하여 하중 조건 식 (17)~(22)를 적용하면, 상수  $a_0 \sim e_{0i}$  는 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$a_0 = \frac{d_{11}\tau_\infty + e_{15}D_0}{c_{44}d_{11} + e_{15}^2}, \quad b_0 = \frac{D_0}{d_{11}} \quad (27a)$$

$$c_0 = \frac{\tau_\infty}{c_{441}^{(e)}}, \quad d_0 = \frac{\tau_\infty}{c_{442}^{(e)}} \quad (27b)$$

$$e_{01} = \left( \frac{e_{15}D_0}{\mu d_{11}} + \frac{\tau_\infty}{\mu} - \frac{\tau_\infty}{c_{441}^{(e)}} \right) h_1 \quad (27c)$$

$$e_{02} = - \left( \frac{e_{15}D_0}{\mu d_{11}} + \frac{\tau_\infty}{\mu} - \frac{\tau_\infty}{c_{442}^{(e)}} \right) h_2. \quad (27d)$$

해석의 편의를 위하여 식 (15)와 (16)으로부터 다음과 같이  $D(s)$  와  $E(s)$  를 정의한다.

$$A_{11}(s) - A_{12}(s) = A_{21}(s) - A_{22}(s) \equiv D(s) \quad (28)$$

$$B_{11}(s) - B_{12}(s) = B_{21}(s) - B_{22}(s) \equiv E(s) \quad (29)$$

식 (28), (29)와 혼합 경계조건 식 (10)~(14)를 이용하여 다음과 같은 두 쌍의 혼합적분 방정식

(dual integral equations)을 얻을 수 있다.

$$\int_0^\infty s f(s) D(s) \cos(sx) ds = \frac{\pi}{2} \frac{\tau_\infty}{\gamma}, \quad (0 \leq x < a) \quad (30)$$

$$\int_0^\infty D(s) \cos(sx) ds = 0, \quad (a \leq x < \infty) \quad (31)$$

$$\int_0^\infty s \left[ \frac{e_{15}}{d_{11}} D(s) + E(s) \right] \sin(sx) ds = 0, \quad (0 \leq x < a) \quad (32)$$

$$\int_0^\infty \left[ \frac{e_{15}}{d_{11}} D(s) + E(s) \right] \cos(sx) ds = 0, \quad (a \leq x < \infty) \quad (33)$$

여기서

$$f(s) = \frac{1}{\gamma} \left[ \mu \alpha Q(s) - \frac{e_{15}^2}{d_{11}} R(s) \right] \quad (34)$$

$$Q(s) = \frac{(f_{11} - f_{12}e^{-2sa_1})(f_{22} - f_{21}e^{-2sa_2})}{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}e^{-4sa}} \quad (35a)$$

$$R(s) = \frac{(1 - e^{-2sh_1})(1 - e^{-2sh_2})}{1 - e^{-4sh}} \quad (35b)$$

$$f_{11}, f_{12} = \mu \alpha \mp c_{441}^{(e)} \beta_1 \Lambda \quad (36a)$$

$$f_{21}, f_{22} = \mu \alpha \mp c_{442}^{(e)} \beta_2 \quad (36b)$$

$$\gamma = \mu \alpha - e_{15}^2 / d_{11} \quad (37a)$$

$$\Lambda = - \tanh(s \beta_1 h_1^{(e)}) \quad (37b)$$

식 (32)와 (33)으로부터  $D(s)$  와  $E(s)$  의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$E(s) = - \frac{e_{15}}{d_{11}} D(s) \quad (38)$$

식 (30)과 (31)을 풀기 위해 다음과 같이  $D(s)$  를 또 다른 보조함수인  $\Omega(\xi)$  로 표현한다.

$$D(s) = \frac{\pi}{2} \frac{\tau_\infty a^2}{\gamma} \int_0^1 \sqrt{\xi} \Omega(\xi) J_0(sa\xi) d\xi \quad (39)$$

여기서  $J_0(sa\xi)$  는 제 1종 0차 Bessel 함수이다.

식 (39)를 식 (30)과 (31)에 대입하면, 다음의 제 2종 Fredholm 적분방정식에 의해  $\Omega(\xi)$  를 결

정할 수 있다.

$$\Omega(\xi) + \int_0^1 L(\xi, \eta) \Omega(\eta) d\eta = \sqrt{\xi} \quad (40)$$

여기서

$$L(\xi, \eta) = \sqrt{\xi\eta} \int_0^\infty s[f(s/a) - 1] J_0(s\eta) J_0(s\xi) ds \quad (41a)$$

$$h_1/a = h/a(1 - e/h)$$

$$h_2/a = h/a(1 + e/h) \quad (41b)$$

$$h_3/a = h_1/a + h_1^{(e)}/a$$

$e$ 는 압전 스트립 중립면으로부터 균열면까지의 거리로 균열 편심량(eccentricity)을 나타낸다.

몇 가지의 특별한 문제들을 고려함으로써 식 (40)의 타당성을 검증할 수 있다. 우선,  $v=0$ 인 경우 상응하는 모델에 대한 정적인 해를 얻을 수 있다.  $v=0$ ,  $h_1^{(e)} \rightarrow \infty$  및 두 탄성체가 동일 등방성 재질인 경우, Shin과 Lee<sup>(10)</sup>의 결과와 동일하게 된다. 접합되어 있는 두 탄성체를 무시하고 압전 스트립내의 균열 편심을 배제하면 Kwon 등<sup>(8)</sup>의 결과와 일치한다. 또, Shin과 Lee<sup>(10)</sup>의 결과에서  $e=0$ 이면 Narita 등<sup>(11)</sup>이 제시한 모델의 결과를 얻을 수 있고,  $e=0$ 이며 두 무한 탄성체가 동일 등방성 재질이고  $e_{15}=0$ 일 경우, Sih와 Chen<sup>(12)</sup>의 결과와도 일치한다.

### 3.2 세기계수 및 에너지해방률

동적 응력세기계수 (dynamic SIF : DSIF)  $K^T(v)$  및 동적 전기변위 세기계수 (dynamic EDIF : DEDIF)  $K^D(v)$ 는 다음과 같이 정의되어지며 결정된다.<sup>(8,13)</sup>

$$K^T(v) \equiv \lim_{x \rightarrow a} \sqrt{2\pi(x-a)} \tau_{yz}(x, 0) = \tau_\infty \sqrt{\pi a} \Omega(1) \quad (42)$$

$$K^D(v) \equiv \lim_{x \rightarrow a} \sqrt{2\pi(x-a)} D_y(x, 0) = e_{15} K^T / \gamma$$

여기서  $\Omega(1)$ 은 얻어진 식 (40)을 Gauss 수치적 분하여 수치 계산할 수 있으며, 균열전파속도, 기하학적 형상 및 물성치에 의존하는 값이다.

또, 응력, 변위, 전기장 관계로부터 다음의 동적 에너지해방률(DERR)을 결정할 수 있다.

$$G(v) = \frac{\mu a [K^T(v)]^2}{2\gamma^2} - \frac{[K^D(v)]^2}{2d_{11}} \quad (43)$$

$$= \frac{[K^T(v)]^2}{2\gamma} = \frac{\tau_\infty^2 \pi a}{2\gamma} \Omega^2(1)$$

즉, 압전 재료에서 의미있는 파괴역학적 매개변수인 DERR은 DSIF의 항으로 표현되며, DERR, DSIF 및 DEDIF는 균열전파속도, 기하학적 형상 및 물성치에 의존함을 알 수 있다.

## 4. 결과 및 고찰

먼저, 두 탄성체를 무시하고  $h \rightarrow \infty$ 일 때, 즉, 무한 압전체를 고려하여 보자. 이 경우, 식 (42), (43)의  $\Omega(1) \rightarrow 1$ 이므로 DSIF, DEDIF 및 DERR은 다음과 같다.

$$K_\infty^T(v) = \tau_\infty \sqrt{\pi a}, \quad K_\infty^D(v) = e_{15} K_\infty^T / \gamma \quad (44)$$

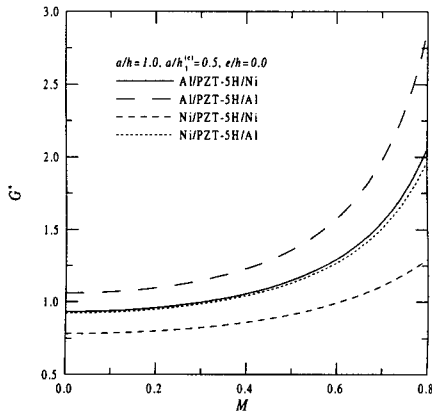
$$G_\infty(v) = \frac{[K_\infty^T(v)]^2}{2\gamma} \quad (45)$$

즉, 무한 압전체에서의 DSIF는 균열전파속도에 무관하나, DERR은 균열전파속도에 의존하며 균열전파속도가 증가하면 DERR도 증가함을 알 수 있다. 또한, 전기적 하중을 무시하고 기계적 하중만을 고려하면, 즉  $e_{15}=0$ 이면 탄성의 결과<sup>(14)</sup>와 일치함을 확인할 수 있다. 본 연구를 통해 얻어진 무한체의 DSIF는 전기적 절연조건하의 Chen과 Yu<sup>(2)</sup>의 결과와 일치하지만, DEDIF는 균열전파속도 및 물성치에 의존적이며 이는 Chen과 Yu<sup>(2)</sup>의 결과와 상반되는 결론이다. 이러한 차이는 서론에서도 언급한 바와 같이 전기적 균열면 경계 조건의 차이에서 기인된다.

균열전파속도의 영향을 고찰하기 위해 Mach 수,  $M = v/C_T$ 을 고려하여 식 (43)을 살펴보면,  $0 < M < M_d$ 일 때 DERR은 양의 값을 가지며, Mach수  $M > M_d$ 인 경우 기계·전기적 상호작용에 의하여 균열정체 또는 닫힘 (closure) 현상이 발생할 수도 있음을 보여준다. 여기서  $M_d = \sqrt{c_{44}(\mu + e_{15}^2/d_{11})} / \mu$ 이다.

**Table 1** Material properties of PZT-5H piezoelectric ceramic and elastic materials

Compound	$\rho$ ( $10^3 \times$ kg/m <sup>3</sup> )	$d_{11}$ ( $10^{-10} \times$ C/Vm)	$c_{44}$ ( $10^{10} \times$ N/m <sup>2</sup> )	$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )
PZT-5H	7.6	151	3.53	17.0
Ni	8.9	-	8.01	-
Al	2.8	-	2.65	-

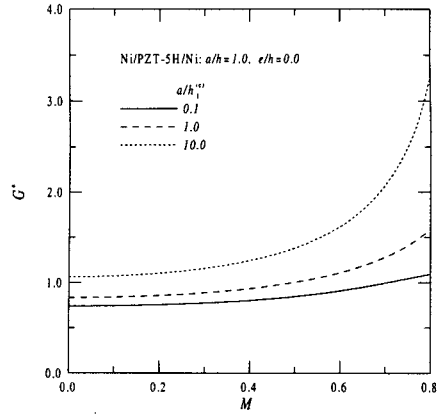


**Fig. 2**  $G^*$  versus  $M$  for various material combinations

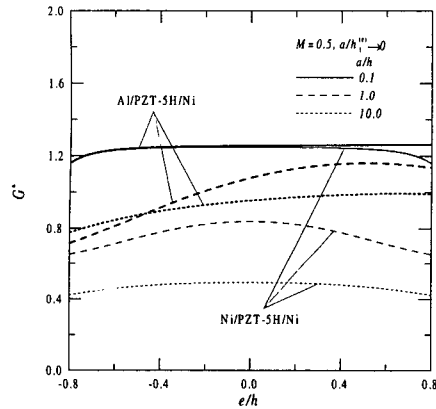
실제적 적용례로써 PZT-5H 압전 세라믹 및 Al과 Ni 탄성체를 고려하였으며, 이에 대한 물성치는 Table 1과 같다.

Fig. 2는 여러 적층 경우에 따른 Mach 수 변화에 의한 무차원화 된 에너지해방률  $G^*$ 를 나타내고 있다. 여기서  $G^* = G(v)/G_\infty(v=0)$ 이다. 균열전파속도인 Mach수가 증가함에 따라 적층 방법과는 무관하게  $G^*$ 도 증가하며, Ni/PZT-5H/Ni 적층판의 경우가 가장 낮은  $G^*$  값을 주고 있음을 알 수 있다.

또, Fig. 3의 Ni/PZT-5H/Ni 구조에서 압전재료를 둘러싼 Ni층의 두께가 증대될수록, 즉  $a/h_1^{(e)}$ 가 커질수록 낮은 에너지해방률  $G^*$  값을 주고 있음을 볼 수 있다. 다음으로 균열 편심량  $e$ 에 대한 영향을 알아보기 위해,  $h_1^{(e)} \rightarrow \infty$  일 때 편심량  $e/h$ 에 따른 에너지해방률  $G^*$ 의 변화를 Fig. 4에 보이고 있다.



**Fig. 3**  $G^*$  versus  $M$  with the variations of  $a/h_1^{(e)}$  for a Ni/PZT-5H/Ni structure

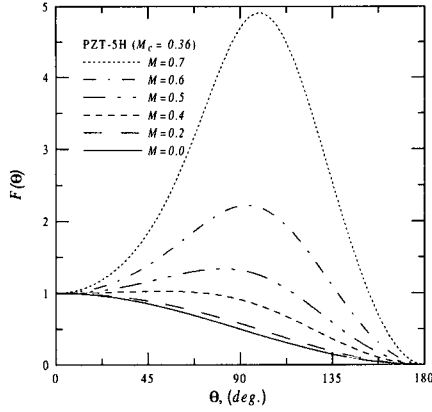
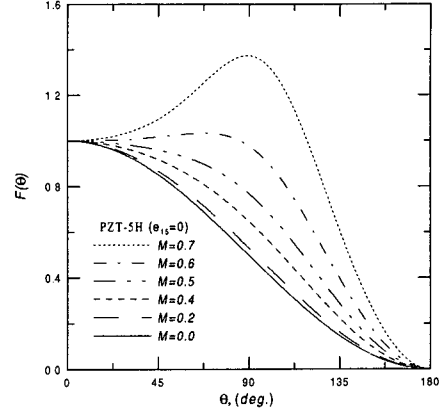


**Fig. 4**  $G^*$  versus  $e/h$

균열 편심량  $e/h$ 에 따른 에너지해방률  $G^*$ 는 재료 적층 및 기하학적 인자에 종속적임을 알 수 있으며,  $a/h$ 가 커질수록  $G^*$ 는 작아짐을 알 수 있으나, 반드시 그러한 것은 아니며 재료 적층방법에 의해 그 경향은 바뀔 수 있음을 Shin과 Lee<sup>(10)</sup>가 정적인 문제에 대해 이미 언급한 바가 있다.

본 연구에서는 초기 균열진전방향을 예측하기 위하여 최대 에너지해방률 판정식(MERRC)을 고려하였고,  $(r, \theta)$ 의 극좌표계에서 DERR을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G(v, \theta) = G(v)F(\theta) \tag{46}$$

Fig. 5  $F(\theta)$  versus  $\theta$  in a PZT-5H ceramicFig. 6  $F(\theta)$  versus  $\theta$  in a PZT-5H ceramic in case of  $e_{15} = 0$ 

여기서

$$F(\theta) = \frac{1}{\gamma} \left[ \mu \alpha \Theta^2(\theta) - \frac{e_{15}^2}{d_{11}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (47a)$$

$$\Theta(\theta) = \frac{1}{\gamma} \left[ \mu \alpha R(\theta) \cos \theta \cos \frac{\theta_1}{2} + \mu R(\theta) \sin \theta \sin \frac{\theta_1}{2} - \frac{e_{15}^2}{d_{11}} \cos \frac{\theta}{2} \right] \quad (47b)$$

$$R(\theta) = \sqrt[4]{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + a^2 \tan^2 \theta}} \quad (47c)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}(a \tan \theta) \quad (47d)$$

식 (46)~(47d)에서 알 수 있듯이  $F(\theta)$ 는 균열 길이 및 기하학적 형상에는 무관하나 Mach 수에 의존함을 알 수 있다.

MERR 판정식에 의해 균열 초기진전방향을 예측하기 위해 PZT-5H 압전 세라믹의  $F(\theta)$  값을 Fig. 5에  $\theta$ 에 따라 도시하였다.

$F(\theta)$ 의 극치 값(extreme value)을 계산함으로써, 임계 Mach 수  $M_c$ 를 구할 수 있으며, 이 경우  $M_c=0.36$ 이다. 즉,  $M \leq M_c$ 일 경우,  $\theta=0^\circ$ 에서 MERR 값을 가지므로 초기 균열전파방향은 원래 균열방향을 따라 진전될 것이라고 예측할 수 있다. 또,  $M > M_c$ 일 경우에는 Fig. 5에서 알 수 있듯이, 각 Mach 수에 따라 DERR  $G(v, \theta)$ 을 최대가 되게 하는 각각의 분기각(branch angle),  $\theta_b$ 가 존재하고 이 분기각 방향으로 균열이 진전될 것이라고 예측할 수 있다. 또, 여기서 Mach 수가

증가하면  $\theta_b$ 도 증가하고, Mach 수가 0.6 이상이 되면 균열의 진전방향이  $90^\circ$  보다 큰  $100^\circ$  근처에서 분기됨을 알 수 있다. 균열의 진전방향이  $90^\circ$  보다 커지게 된다는 실제 균열진전의 방향이기보다는 어떤 Mach 수 이상에서는 전기적 하중에 의한 균열 정체 또는 닫힘 현상이 발생할 수도 있음을 수학적으로 표현하고 있다고 설명할 수 있다. 전기적 하중의 영향 정도를 알아보기 위해  $e_{15}=0$ 일 경우의  $F(\theta)$  값을 Fig. 6에 도시했다. Fig. 6은 McClintock과 Sukhatme<sup>(15)</sup>의 탄성결과와 경향이 일치하며, 이 경우  $M_c \approx 0.58$ 이다. Figs. 5와 6에서 알 수 있듯이 전기적 하중은 균열분기 및 균열성장을 촉진시킴을 알 수 있다. 즉, Mach 수가 0.6일 경우, 전기적 하중 영향하의 분기각은  $93^\circ$ ,  $F(\theta_b) = 2.22$  인 반면 전기적 하중 배제하의 분기각은  $67^\circ$ ,  $F(\theta_b) = 1.03$  이다.

## 5. 결론

두 직교 이방성 탄성체 사이에 접합된 가로 등방성 (transversely isotropic) 압전 세라믹 스트립내의 Griffith 편심균열이 기계적 면외 전단하중과 면내 전기적 하중을 복합적으로 받을 때 등속으로 전파하는 Yoffe형 문제를 적분변환 방법을 통하여 해석하였다. 기계·전기적 상호영향의 효과를 설명하기 위해, 기존 선형탄성 파괴역학의 개념을 확장하였으며, 그 결과들을 동적 세기계수

들에 의해 표현하였다. 정상 상태에서의 동적 세기계수 및 동적 에너지해방률은 균열전파속도에 의존하며, 최대 에너지해방률 판정식에 의하여 균열진전 분기각을 결정하였다. PZT-5H 압전 세라믹의 경우, 횡파 속도의 약 0.36 배의 임계속도가 존재하며, 이 임계속도 이상으로 균열이 전파될 경우, 균열 경로가 굽어지거나 분기되는 경향을 보이는 반면에, 임계속도 이하에서의 초기 균열전파는 균열방향을 따라 전파된다. 또, 균열 분기각이  $90^\circ$  를 넘어서는 균열전파속도에서는 균열단합 현상이 일어날 수도 있음을 알 수 있었다.

### 참고문헌

- (1) Yoffe, E. H., 1951, "The Moving Griffith Crack," *Philosophical Magazine*, Vol. 42, pp. 739~750.
- (2) Chen, Z. T. and Yu, S. W., 1997, "Antiplane Yoffe Crack Problem in Piezoelectric Materials," *International Journal of Fracture*, Vol. 84, pp. L41~L45.
- (3) Chen, Z. T., Karihaloo, B. L. and Yu, S. W., 1998, "A Griffith Crack Moving Along the Interface of Two Dissimilar Piezoelectric Materials," *International Journal of Fracture*, Vol. 91, pp. 197~203.
- (4) Tobin, A. G. and Pak, Y. E., 1993, "Effect of Electric Field on Fracture Behavior of PZT Ceramics," *Proceedings of SPIE, Smart Structures and Materials 1916*, pp. 78~86.
- (5) Park, S. B. and Sun, C. T., 1995, "Effect of Electric Field on Fracture of Piezoelectric Ceramics," *International Journal of Fracture*, Vol. 70, pp. 203~216.
- (6) Park, S. B. and Sun, C. T., 1995, "Fracture Criteria for Piezoelectric Ceramics," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 78, pp. 1475~1480.
- (7) Jackson, J. D., 1976, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons : New York.
- (8) Kwon, J. H., Lee, K. Y. and Kwon, S. M., 2000, "Moving Crack in a Piezoelectric Ceramic Strip under Anti-plane Shear Loading," *Mechanics Research Communications*, Vol. 27, pp. 327~332.
- (9) Bleustein, J. L., 1968, "A New Surface Wave in Piezoelectric Materials," *Applied Physics Letters*, Vol. 13, pp. 412~413.
- (10) Shin, J. W. and Lee, K. Y., 2000, "Eccentric Crack in a Piezoelectric Strip Bonded to Half Planes," *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 19, pp. 989~997.
- (11) Narita, F., Shindo, Y. and Watanabe, K., 1999, "Anti-plane Shear Crack in a Piezoelectric Layer Bonded to Dissimilar Half Spaces," *JSME International Journal Series A*, Vol. 42, pp. 66~72.
- (12) Sih, G. and Chen, E. P., 1981, *Mechanics of Fracture 6 - Cracks in Composite Materials*, Martinus Nijhoff Publishers : The Hague.
- (13) Kwon, S. M. and Lee, K. Y., 2000, "Analysis of Stress and Electric Fields in a Rectangular Piezoelectric Body with a Center Crack under Anti-plane Shear Loading," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 4859~4869.
- (14) Freund, L. B., 1990, *Dynamic Fracture Mechanics*, Cambridge Press : Cambridge.
- (15) McClintock, F. A. and Sukhatme, S. P., 1960, "Travelling Cracks in Elastic Materials under Longitudinal Shear," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, pp. 187~193.