

외란 관측기를 이용한 회전형 역진자 시스템의 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어

이규준* · 하종헌** · 김종식†
(2001년 1월 9일 접수, 2001년 11월 9일 심사완료)

Output Feedback Sliding Mode Control System with Disturbance Observer for Rotational Inverted Pendulums

Kyu Joon Lee, Jong Hun Ha and Jong Shik Kim

Key Words: Disturbance Observer(외란 관측기), Output Feedback Sliding Mode Controller(출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기), Rotational Inverted Pendulum(회전형 역진자)

Abstract

This paper presents the system modeling, analysis, and controller design and implementation for a rotational inverted pendulum system(RIPS), which is an under-actuated system and has the problem of unattainable angular velocity state. A sliding mode controller using the parameterization of both the hyperplane and the compensator for output feedback is applied to the RIPS. Also, to improve the performance of the control system, a disturbance observer which estimates the disturbance, parameter variation, and some modeling errors of RIPS with less computational effort is used together. The results of simulation and experiment show that the proposed control system has superior performance for disturbance rejection and regulation at certain initial conditions.

1. 서론

회전형 역진자 시스템은 구동기의 수보다 시스템의 자유도가 많은 대표적인 부족구동 시스템이다. 부족구동 시스템은 구동기 수를 최소화함으로써 인해 저중량, 저동력을 필요로 하는 저가의 자동화 장비나 로봇 시스템 등에 유용하게 이용된다. 또한, 일반적인 구동 시스템에서도 예기치 않은 구동기의 고장으로 인한 부족구동 시스템 문제가 발생할 수도 있으며, 이를 극복할 수 있는 제어 시스템 구축도 중요하다. 이와 같은 연

구를 위해 초기에는 불안정한 기계장치의 대표적인 예로서 단일 또는 이중, 유연 역진자 모델이 주로 사용되었다. 최근에는 병렬 또는 레일이나 회전체를 이용한 진자 시스템이 로켓 발사대, 주행로봇, 인공위성 자세제어 등의 상상성을 가지고 여러 가지 제어 기법들의 시험대로서 연구가 활발히 수행되고 있으며 또한 적용연구도 활발하다.⁽¹⁻⁴⁾

슬라이딩 모드의 가변구조 제어는 불확실한 동적 시스템을 제어하기 위해 제안된 방법으로 정합 불확실성(matched uncertainty)으로 불리는 입력 채널의 외란에 영향을 받지 않는 강인 성과와 차수가 감소된 슬라이딩 운동을 발생한다. 가장 주된 문제점은 가장 적절하며 안정한 슬라이딩 운동을 제공하는 초평면을 선정하는 것이다. 많은 연구자들은 시스템의 전 상태를 이용하여 제어 입력을 선정할 수 있다고 가정하고 제어기를 설계한다. 하지만 실재는 그렇지 않으므로 이런 문제점을 개선하기 위해 출력정보를 이용한 초평면

* 회원, 국방과학연구소

** 부산대학교 지능기계공학과 대학원

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

E-mail : jskim@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2317 FAX : (051)512-9835

설계방법⁽⁵⁾이 개발되어 왔다. 특히 최근에는 Edwards와 Spurgeon⁽⁶⁾이 Ryan과 Corless⁽⁷⁾의 선형 제어 구조를 이용한 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어 방법을 제시했으며, Bag⁽⁸⁾등은 다변수 슬라이딩 모드 제어에서 문제가 되는 Kimura-Davison 조건을 극복하기 위하여 보상행렬을 파라미터화하여 설계하는 연구가 이뤄졌다.

본 논문에서는 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기와 슬라이딩 모드 제어에서 다를 수 없는 비정합(nonmatching) 외란도 보상 할 수 있는 외란 관측기를 조합하여 어떤 외란에 대해서도 강인한 부족구동 시스템의 제어기를 설계할 수 있음을 보여 주고자 한다. 이를 위하여 외란 관측기가 있는 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기(DOOFSMC)를 부족 구동시스템의 대표적인 회전형 역진자에 적용하였다. 역진자 시스템의 파라미터는 신호 압축법 및 실험적으로 직접 추정하였다. 외란 관측기는 설계가 쉽고 계산량이 적어 어떤 제어기에도 쉽게 접목할 수 있는 T. Umeno⁽⁹⁾가 제안한 외란 관측기를 채택하여 비정합(nonmatching) 전 시스템이 외란에 대해서도 강인성을 갖는 제어기가 되게 하였다. 따라서 개념적으로 외란 관측기를 갖는 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기는 출력 정보만 이용하므로 적용범위가 한층 넓어지고, 일부상태만 관측하므로 경제적인 제어기를 구성할 수 있고, 어떤 종류의 외란에 대해서도 강인한 제어기가 된다. 설계된 제어 시스템은 기존의 출력 피드백 제어기와 전상태 피드백 제어기인 LQ 제어기와의 비교를 통해 특정 초기 위치에서의 우수한 레귤레이션 응답 성능을 나타내고 임의 외란에 대해서도 강인함을 컴퓨터 시뮬레이션과 실험을 통해 입증되었다.

2. 시스템 모델링 및 파라미터 추정

2.1 회전형 역진자 시스템 모델링

Fig. 1은 본 연구의 제어 대상 시스템인 회전형 역진자 시스템의 개략도이다. 시스템의 제어입력은 DC모터의 출력 토크이고 출력은 각각의 엔코더로 측정된 진자의 각도 ϕ 와 수평링크의 각도 θ 이다. 직접적으로 모터 축에 연결된 수평링크의 끝 부분에 진자가 연결되어 있으며 진자의 평면은 회전반경 R 인 수평링크에 수직이다.

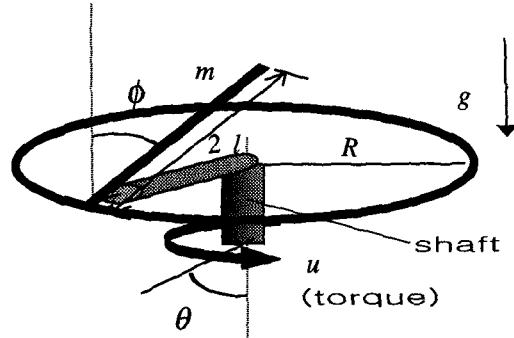


Fig. 1 Schematic diagram of the rotational inverted pendulum

우선 진자와 수평링크 사이의 마찰을 무시하고 Lagrangian 방법을 이용하여 회전형 역진자 시스템의 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} J_{arm} + m(R^2 + l^2 \sin^2 \phi) & mL R \cos \phi \\ mL R \cos \phi & J_{pen} + ml^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 + m l^2 \sin 2\phi \dot{\phi} & -m l R \sin \phi \dot{\phi} \\ -m l^2 \sin \phi \cos \phi \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -m l g \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau - k \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 J_{arm} 과 J_{pen} 은 각각 수평링크와 진자의 관성 모멘트, 그리고 c_0 와 k 는 각각 점성마찰, 건마찰 계수를 나타낸다. 식 (1)에서 $\ddot{\theta}$, $\ddot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$ 의 행렬 계수(coefficient)는 각각의 상태의 연성항으로 표현된 일반적인 비선형 항이다. 그리고 회전형 역진자 시스템을 도립상태에서 즉, $\phi=0$, $\dot{\phi}=0$ 에서 선형화하고 불연속 비선형 특성을 갖는 건마찰을 무시하면 회전형 역진자 시스템은 아래의 상태방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2)$$

여기서

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{FH}{F^2 - EG} & \frac{c_0 G}{F^2 - EG} & 0 \\ 0 & \frac{EH}{F^2 - EG} & -\frac{c_0 F}{F^2 - EG} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{G}{F^2 - EG} \\ \frac{F}{F^2 - EG} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} E = J_{arm} + mR^2 \\ F = m l R \\ G = J_{pen} + ml^2 \\ H = -mgl \end{matrix}$$

$$\mathbf{x}(t) = [\theta, \phi, \dot{\theta}, \dot{\phi}]^T, \quad \mathbf{u}(t) = \tau$$

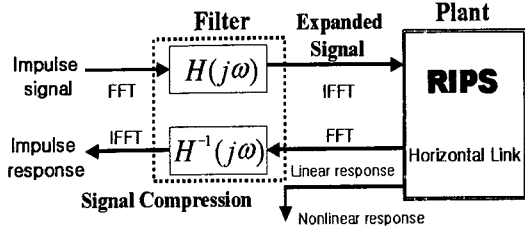


Fig. 2 Signal compression method

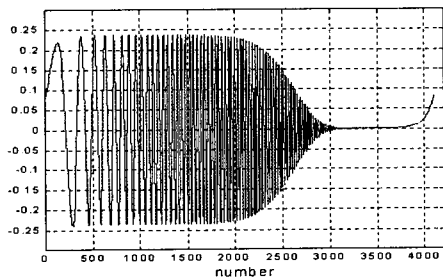


Fig. 3 Test signal

2.2 신호 압축법을 이용한 파라미터 추정

회전형 역진자 시스템의 구동기 부분과 결합되어 있는 수평링크 부분의 시스템 파라미터는 신호 압축법을 이용하여 추정하였다.

단일 입출력의 임의의 선형 시스템에서 미지의 파라미터는 그 시스템의 전달함수와 같은 특성을 나타내는 임펄스 응답에 의해 구할 수 있다. 하지만 임펄스는 실제로 구현하기가 어렵고, 또한 구현하더라도 그것을 실제 시스템에 적용하기에는 시스템에 무리가 따른다. 신호 압축법은 이러한 점을 개선시켜 쉽게 임펄스 응답을 얻을 수 있는 방법으로 Bode 선도 비교법을 통해 파라미터를 추정한다.⁽¹⁰⁾ Fig. 2는 신호 압축법의 원리를 나타내는 개념도이다.

시스템의 주파수 응답을 측정하기 위한 입력 신호는 넓은 주파수 범위에서 평탄한 파워 스펙트럼을 가지는 것이 바람직하다. 필요한 주파수 영역까지 임펄스 특성을 가진 파형을 Fourier 변환하고 주파수 영역에서 크기가 1이고 위상지연을 가져오는 수학적인 신장 필터, $H(w) = e^{-jw}$ 형태를 통과시키면 입력 신호의 주파수 특성은 일정한 파워를 가지면서 위상 지연된 신호를 얻게 된다. 이 신호를 역 Fourier 변환에 의해 시간 영역으로 바꾸면, 크기는 작고 시간적으로 긴 Fig. 3과 같은 시험신호(test signal)가 구해진다.

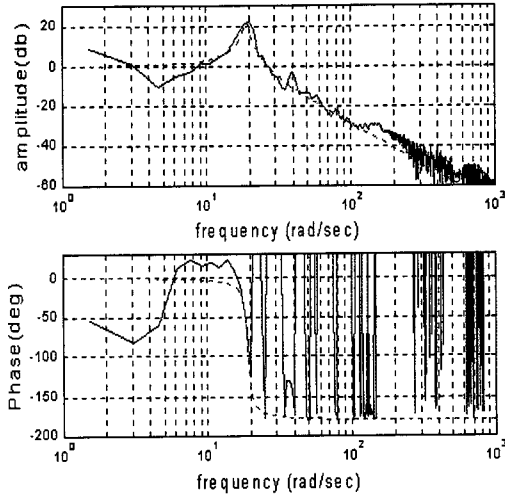


Fig. 4 Bode diagram for system identification

이 시험신호를 측정 대상인 시스템에 비례제어계인, $K_p=30$ 을 포함시킨 새로운 페루프 시스템에 시험신호를 가하여 출력을 측정한다. 이 출력을 주파수 영역에서 위상전진을 가지는 필터를 통과시킨 후 역 Fourier 변환시키면 시간영역에서 임펄스 응답이 구해진다. 여기서 개루프 시스템에 신호를 직접 가하지 않고 페루프 시스템을 만들어 페루프 시스템에 가한 이유는 개루프 시스템에 입력신호를 바로 가하면 외란이나 잡음의 영향으로 Bode 선도의 형상이 너무 왜곡되어 시스템의 차수를 찾기 어려워진다. 신호 압축법에서 선형성분의 경우 교환법칙이 성립하므로 압축과정에서 신장필터와 압축필터의 상쇄가 이루어져 선형 성분의 임펄스 응답이 구해진다. 이렇게 구해진 선형성분만의 응답과 측정하고자 하는 같은 차수를 가진 2차 서보계 수평링크 모델의 전달함수의 Bode선도와의 비교에서 모델에 가장 근접하는 매개변수를 찾아낸다. Fig. 4는 페루프 시스템의 bode 선도에서 $w_n=19$ rad/sec, $\zeta=0.04$ 를 찾을 수 있다.

$$C(s) = \frac{\theta(s)}{\tau(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} = \frac{K_p}{J_{eq}s^2 + b_{eq}s + K_p} \quad (3)$$

위 식 C(s)에서 개루프 전달함수 G(s)를 구하면 다음과 같이 구해진다.

Table 1 Identified system parameters

Parameter	m	$2l$	J_{pen}	J_{arm}	R	C_0	k	g
Value	0.12	0.38	0.0015	0.083	0.29	0.13	0.6	9.8
Unit	kg	m	kgm	kgm	m	Nms/rad	Nm	m/s ²

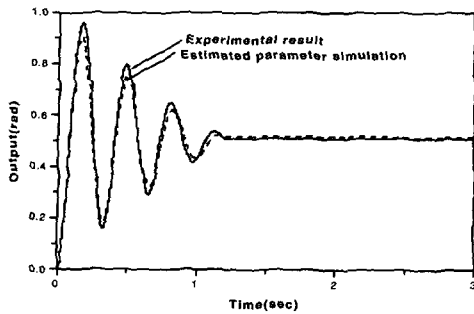


Fig. 5 System parameter identification result

$$G(s) = \frac{1}{J_{eq}s^2 + b_{eq}s} \quad (4)$$

$$= \frac{1}{0.083s^2 + 0.126s}$$

따라서 수평링크는 스프링 요소가 없으므로 식 (3)에서 (4)는 쉽게 구해진다. 또한 수평 링크의 비선형 운동마찰(Coulomb friction) 토크는 토크와 속도에 대한 응답 관계임으로, 일정 전압을 조금씩 증가시키면서 구동기에서 출력되는 속도를 측정하여 선도를 그리면 0.6 Nm이 구해진다. 이렇게 하여 구한 시스템의 파라미터를 요약하여 정리한 것이 Table 1에 나타나있다. 스텝 기준 입력이 0.5 rad일 때 추정된 파라미터로 시뮬레이션한 결과와 실제 실험 결과를 비교하면 Fig. 5와 같으며 두 곡선의 차이의 주원인은 마찰로 추정된다. 마찰은 표면조도, 윤활상태, 방향 등의 함수이므로 이 현상은 Fig. 5에서도 나타남을 알 수 있다.

3. 회전형 역진자 제어 시스템 설계

3.1 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어

3.1.1 초평면 및 보상기 설계

출력정보만을 이용한 슬라이딩 모드제어기를 설계하는 기법에 대한 연구가 많이 해왔으며 그 중 Kimura-Davision 조건을 만족하지 않은 경우에

대해서도 적용할 수 있는 연구가 Bag⁽⁸⁾ 등에 의해서 행해졌고 Edward 등에 의해서 실제 적용이 가능하게 되었다.⁽⁶⁾ 본 절에서는 아래와 같은 선형화 된 상태공간 모델식 (5)을 이용하여 Edward 등이 유도한 식을 간단하게 서술하고자 한다.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ 이고 \mathbf{f} 는 불확실 항이며, 다음과 같이 정합조건을 만족한다.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{B}\xi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (6)$$

여기서 ξ 는 다음과 같이 알고 있는 함수에 의하여, 그 크기가 한정되어 있다.

$$\|\xi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)\| < k\|\mathbf{u}\| + \alpha(t, \mathbf{y}) \quad (7)$$

시스템 행렬 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 를 슬라이딩 모드 표준형(regular form)^(11,12)으로 나타낼 수 있는 변환행렬 \mathbf{T} 가 존재한다고 가정하면 식 (5)은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{T}^T \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^0 & \mathbf{A}_{12}^0 & | & \mathbf{A}_{12}^m \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22}^0 & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{21}^0 & | & \mathbf{A}_{21}^m \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{A}_{11} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}, \quad \mathbf{A}_{21}^0 \in \mathbb{R}^{(p-m) \times (n-p-r)}$$

$$\mathbf{A}_{11}^0 \in \mathbb{R}^{r \times r}, \quad \mathbf{A}_{22}^0 \in \mathbb{R}^{(n-p-r) \times (n-p-r)}$$

스위칭 함수 $s(t) = \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{x}(t)$ 의 형태이고 슬라이딩 모드의 초평면 \mathbf{S} 를 다음과 같이 선정한다.

$$\mathbf{S} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{x} = 0\} \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{m \times p}$ 이고, 이때 차수가 작아진 슬라이딩 운동을 결정하는 시스템 행렬 \mathbf{A}_{11}^s 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_{11}^s = \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{F}_2^{-1}\mathbf{F}_1\mathbf{C}_1 \quad (11)$$

위 식에서 $\mathbf{K} = \mathbf{F}_2^{-1}\mathbf{F}_1\mathbf{C}_1$ 로 두면 적절한 초평면의 설계는 시스템 $(\mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{C})$ 에 대한 출력 피드백 문제와 같아지며 출력정보만 사용하는 슬라이딩 모드 동특성식에 시스템 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ 의

불변영점(invariant zero)⁽¹¹⁾이 나타난다. 이 경우 \mathbf{A}_{11}^s 의 극점은 원하는 위치에 둘 수 없다. 따라서 이 경우 식 (9)의 \mathbf{A}_{12} 와 \mathbf{A}^m_{12} 를 분할하여 식을 적절하게 변형시킨 후 구해진 시스템이 Kimura-Davison 조건을 만족하면 이 시스템의 극점을 임의 위치에 배치할 수 있고 그렇지 않는 경우에는 동적 보상기를 도입하면 이 문제를 해결할 수 있다.⁽⁶⁾ 따라서 시스템 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ 에서 $\text{rank}(\mathbf{CB}) = m$ 이고, $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ 의 불변영점이 좌반 평면에 있고 외란이 정합(matching) 조건을 만족하면 출력정보만으로 슬라이딩 모드 제어를 설계할 수 있게 되어 적용범위가 넓어진다.

3.1.2 제어 법칙 설계

앞 절에서 언급한 불변영점을 r 개로 가정하면 식 (5)에서 상태변수 \mathbf{x}_1 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x}_1 = [\mathbf{x}^T_r \quad \mathbf{x}^T_{11} \quad \mathbf{x}^T_{12}]^T \quad (12)$$

Kimura-Davison 조건을 만족시키지 못할 경우 첨가하는 보상기의 식은 아래와 같이 쓸 수 있으며,

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{H}\mathbf{x}_c + \mathbf{D}_1\mathbf{x}_{12} + \mathbf{D}_2\mathbf{x}_2 \quad (13)$$

상태변수 \mathbf{x}_r 의 관측기의 동역학식은 다음 식 (14)과 같이 정의하고 보상기의 오차는 아래 식 (15), (16)과 같이 정의한다.

$$\dot{\mathbf{z}}_r = \mathbf{A}^0_{11}\mathbf{z}_r + \mathbf{A}^0_{12}\mathbf{x}_c + (\mathbf{A}^m_{121} - \mathbf{A}^0_{12}\mathbf{L})\mathbf{x}_{12} + \mathbf{A}_{121}\mathbf{x}_2 \quad (14)$$

$$\mathbf{e}_r = \mathbf{z} - \mathbf{r} - \mathbf{x}_r \quad (15)$$

$$\mathbf{e}_c = \mathbf{x}_c - \mathbf{x}_{11} - \mathbf{L}\mathbf{x}_{12} \quad (16)$$

여기서, 새로운 상태변수 $\hat{\mathbf{x}}$ 를 아래 식 (17) 같이 정의하고 원래의 동역학 식 (8)의 형태와 첨가된 변수 \mathbf{x}_c 의 동역학을 조합하면 식 (18)이 만들어진다.

$$\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{z}^T_r \quad \mathbf{x}^T_c \quad \mathbf{x}^T_{12} \quad \mathbf{x}^T_2]^T \quad (17)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{A}}_e\hat{\mathbf{e}} + \mathbf{B}(\mathbf{u} + \xi) \quad (18)$$

여기서, $\hat{\mathbf{e}} = [\mathbf{e}^T_r \quad \mathbf{e}^T_c]^T$ 이고 이 첨가된 오차상태변수의 동역학은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\mathbf{e}}} = \hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{e}} \quad (19)$$

식 (16)과 (17)의 $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{A}}_e$, $\hat{\mathbf{H}}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^0_{11} & \mathbf{A}^0_{12} & \mathbf{A}^m_{121} - \mathbf{A}^0_{12}\mathbf{L} & \mathbf{A}_{121} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^0_{21} & \mathbf{A}^m_{22} - \mathbf{A}^0_{21}\mathbf{L} & \mathbf{A}_{122} \\ \mathbf{A}_{211} & \mathbf{A}_{212} & \mathbf{A}_{213} - \mathbf{A}_{212}\mathbf{L} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^0_{21} \\ \mathbf{A}_{211} & \mathbf{A}^0_{212} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^0_{11} & \mathbf{A}^0_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (21)$$

따라서 보상기를 갖춘 시스템의 동역학식은 (18)과 (19)로 표현되며 이 시스템에 대한 초평면은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\mathbf{S}_c = \{ \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{S}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \}$$

여기서 \mathbf{S} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}_2[\mathbf{0}_{m \times r} \quad \mathbf{K}_c \quad \mathbf{K} \quad \mathbf{I}_m] \quad (22)$$

따라서 플랜트의 동역학식 (19)에서 슬라이딩 모드의 제어입력은 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{u}_n(t) \quad (23)$$

여기서, 선형 피드백 성분과 비선형 성분은 아래와 같다.⁽⁶⁾

$$\mathbf{u}_i = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{S}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{A}^{-1}\phi\mathbf{S}\hat{\mathbf{x}} \quad (24)$$

$$\mathbf{u}_n(t) = \begin{cases} \rho \mathbf{A}^{-1}\text{sgn}(\mathbf{P}\mathbf{s}(t)), & \mathbf{s}(t) \neq 0 \text{일때} \\ \mathbf{0}, & \mathbf{s}(t) = 0 \text{일때} \end{cases} \quad (25)$$

여기서, $\mathbf{A} (= \mathbf{SB})$ 와 $\phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 는 안정 설계 행렬이며, 식 (25)에서 \mathbf{P} 는 Lyapunov 방정식을 만족하는 양의 한정 해이다. 그리고, ρ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho = (k\|\mathbf{A}\| \|\mathbf{u}_i(t)\| + \|\mathbf{A}\| a(t, y) + \gamma_2) / (1 - kx(\mathbf{A})) \quad (26)$$

여기서 γ_2 는 작은 양의 상수이고, k 과 $kx(\mathbf{A})$ 는 1보다 작은 양의 실수로 아래의 조건을 만족하며 $x(\mathbf{A})$ 는 조건 수(condition number)이다.

$$k < \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{B}^T\mathbf{B})}, kx(\mathbf{A})\|\mathbf{B}^{-1}\| < 1 \quad (27)$$

또한 식 (25)에 포함되어 있는 $\text{sgn}(\cdot)$ 함수로 인해 초평면 절환 주파수로 인하여 채터링(chattering)발생되어 구동기에 악 영향을 미칠 수 있고 시스템의 비모델 동특성을 여기 시킬 수 있으므로 $\text{sgn}(\cdot)$ 함수 대신 다음의 시그모이드(sigmoid) 함수 $v_\delta(s)$ 를 사용하여 채터링 현상을

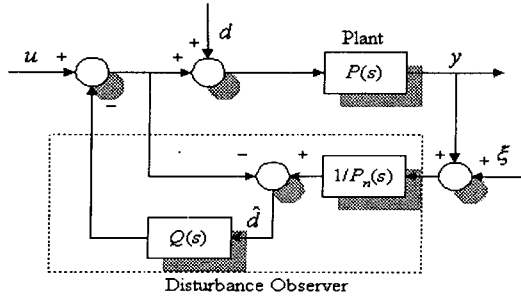


Fig. 6 Structure of the disturbance observer

제거하였다.

$$v_d(s) = \frac{Ps(t)}{\|Ps(t)\| + \delta} \quad (28)$$

여기서 δ 는 작은 양의 상수이다.

3.2 외란 관측기 설계

지금까지 소개한 출력정보를 이용한 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기는 비정합 외란에 대한 강인성은 작다. 또한 채터링을 없애기 위하여 도입한 불연속 함수를 부분연속함수로 선형화 한 것 때문에 채터링이 아주 크게 개선이 되지만 경제층에서의 불연속은 여전히 존재하여 강인성에 대한 문제가 크게 해결된 것이 아니다. 이런 단점을 보완하기 위해서 출력 피드백 슬라이딩 제어기에 외란 관측기를 추가하려고 한다.

Fig. 6은 본 논문에서 사용할 외란 관측기의 기본구조이다.⁽¹³⁾ 본 관측기는 외란을 역모델에 의해 재구성하고 이것을 피드백해서 제거하는 간단한 구조를 가지며 연산이 현저히 적어 그 활용범위가 매우 높다. Fig. 6에서 시스템 출력 $y(s)$ 는 다음과 같다.

$$y(s) = G_d d(s) + G_u u(s) + G_\xi \xi(s) \quad (29)$$

여기서,

$$G_d = \frac{PP_n(1-Q)}{Q(P-P_n)+P_n}$$

$$G_u = \frac{PP_n}{Q(P-P_n)+P_n}$$

$$G_\xi = \frac{PQ}{Q(P-P_n)+P_n}$$

식 (29)로부터 알 수 있듯이 외란 관측기의 설계에 있어 가장 중요한 것 중에 하나는 $Q(s)$ 적절하게 선정하는 것이며 이 특성에 의하여 시스템의 강인성과 외란제거 성능이 좌우된다. $Q(s)$

의 선정시 우선 고려해야 할 점은 만약 시스템 불안정한 영점이 있으면 $Q(s)$ 의 영점들이 이 영점을 반드시 포함해야하고, 불안정한 극점이 있으면 $1-Q(s)$ 의 영점들이 이들을 포함해야 한다. 그 다음은 외란 관측기가 가져할 특성 즉 외란제거 성능 대비 안정 강인성과 잡음민감도사이의 균형을 유지하게 설계하면 된다. 따라서 본 외란관측기는 어떤 제어기에도 쉽게 적용이 가능하며 설계가 간단하고 계산량이 적은 것이 특징이다.^(9,13) 만약 $Q(s) \approx 1$ 인 경우에는 외란 관측기가 저주파 성분 외란 토크와 공진 플랜트의 차이를 상쇄시켜 전체 시스템을 강인하게 하며, $Q(s) \approx 0$ 인 경우에는 잡음에 대한 영향이 나타나지 않고 관측기에 의한 시스템의 영향이 거의 존재하지 않게 한다. 그러므로 저주파 영역에서는 모델링 오차와 외란 토크를 제거하기 위해 $Q(s) \approx 1$ 이 되도록 하고 고주파 영역에서는 센서 잡음을 제거하기 위해 $Q(s) \approx 0$ 이 되도록 한다.

본 논문에서는 일반적으로 사용되고 있는 Unome⁽⁹⁾가 제안한 방법에 의해 플랜트의 상대차수가 2인 경우 다음과 같은 형태의 $Q(s)$ 를 선정하였다.

$$Q(s) = \frac{1 + \sum_{k=1}^{N-2} a_k (s\tau_N)^k}{1 + \sum_{k=1}^N a_k (s\tau_N)^k} \quad (30)$$

여기서 N 은 저주파 통과필터 $Q(s)$ 의 차수이며, a_k 는 튜닝 파라미터, τ 는 절단 주파수의 역수이고 절단 주파수는 플랜트가 에너지를 가지는 주파수와 외란이 에너지를 갖는 주파수 그리고 센서 잡음이 에너지를 가지는 주파수를 고려하여 적절하게 선정한다. 본 논문에서는 고차 필터 설계 시 발생하는 위상 뒤집 현상의 문제점을 피하기 위해 다음의 수정된 3차 필터를 사용하였다.⁽⁸⁾

$$Q(s) = \frac{3\beta^2 s + \alpha\beta^3}{s^3 + 3\alpha\beta s^2 + 3\beta^2 s + \alpha\beta^3} \quad (31)$$

주파수 영역에서의 외란 감도나 센서 잡음 감도 같은 피드백 시스템의 특성은 거의 같으며, α, β 파라미터들은 고차 외란 관측기 시스템의 위상 지연 보상 및 강인 안정도를 향상시키는 파라미터로 사용된다. 본 논문에서는 $\alpha=0.3, \beta=46$ rad/sec로 선정하였다. 이런 특성을 가지는 외란 관측기와 슬라이딩 모드 제어기를 조합하면 본 관측기는 슬라이딩 모드에서 제거되지 않은 비정

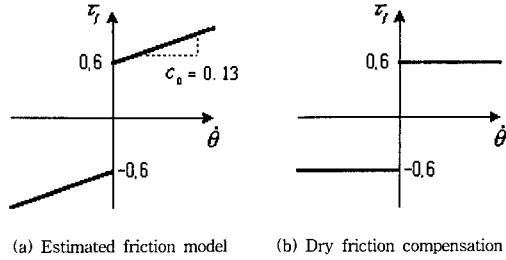


Fig. 7 Estimated friction model and nonlinear friction compensation

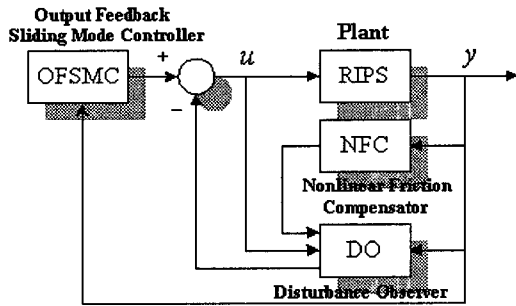


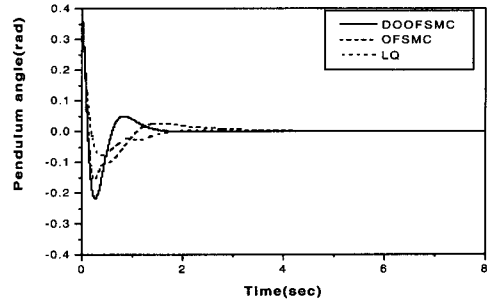
Fig. 8 Output feedback sliding mode controller with the disturbance observer

합 외란을 보상하며 고주파 잡음을 억제하고, 외란 관측기가 보상하지 못하는 중간영역 주파수대의 외란은 슬라이딩 모드의 비선형 항이 감당할 수 있게된다. 따라서 $Q(s)$ 의 대역폭 선정이 쉽고 개념상 아주 우수한 제어가 된다. 그런데 플랜트 자체의 모델링 불확실성이 클 경우에는 외란 관측기의 성능이 떨어지므로 시스템의 전체의 제어 성능을 높이기 위해서 보상 가능한 모델링 오차를 보상하는 것이 좋다. 그래서 구동기와 수평 링크 부분의 마찰을 Fig. 7(a)와 같이 모델링하고 실험적으로 마찰값을 추정하여 비선형 운동마찰 효과를 보상하는 비선형 마찰 보상기를 첨가하였다. Fig. 8은 본 논문에서 제안한 회전형 역진자 시스템의 제어를 위한 외란 관측기가 장착된 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어 시스템의 구조를 나타낸다.

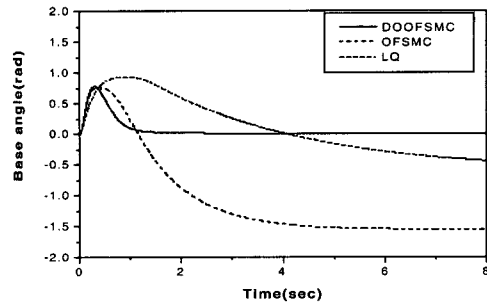
4. 시뮬레이션 및 실험

4.1 컴퓨터 시뮬레이션

본 절에서는 회전형 역진자 시스템에서 비선형 마찰 보상 성분이 포함된 외란 관측기와 측정된

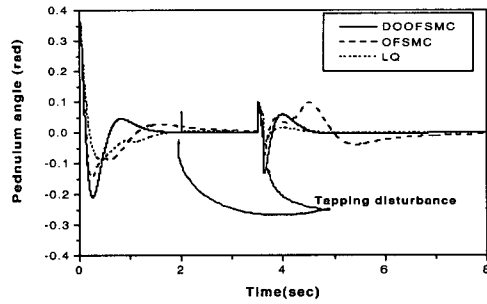


(a) Pendulum position

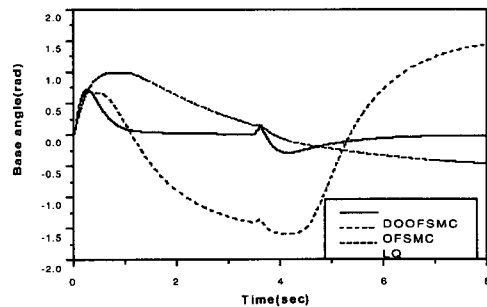


(b) Horizontal link position

Fig. 9 Simulation results with $\phi(0) = 0.37$



(a) Pendulum position



(b) Horizontal link position

Fig. 10 Simulation results with tapping

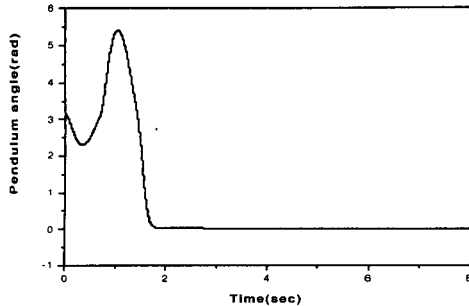


Fig. 11 Simulation result of the pendulum position for swing-up control

상태만을 이용한 출력 피드백 제어기(DOOFSMC)의 성능을 임의의 초기위치에 대한 레귤레이션 및 임의의 태핑(tapping) 외란에 대한 시뮬레이션을 통해 성능과 강인성을 검증하고자 한다. 또한 스윙업 시스템에 대한 성능도 분석하였다. 설계된 제어기 성능의 상대적인 평가를 위해 우수한 성능을 갖도록 시행착오 방법으로 설계된 전상태 피드백 제어기인 LQ 제어기와 외란 관측기를 적용하지 않은 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기(OFSMC)와 함께 비교 검토하였다.

Fig. 9에서는 실험에서 설정된 초기위치 0.37 rad에서의 회전형 역진자 시스템의 레귤레이션 성능을 비교하였다. 모델 오차나 임의 외란을 고려하지 않은 특정 초기위치의 가상 시뮬레이션 응답에서 진자의 레귤레이션 성능은 전 상태 피드백 제어기인 LQ 제어기가 작은 오버슈트를 가지며 가장 적은 제어량으로 우수한 성능을 보였다. 하지만 수평링크의 레귤레이션 성능이 우수하지 못하고, 외란 관측기를 사용하지 않은 출력 피드백 제어기도 큰 오차를 가진다. 이에 반해 외란 관측기를 장착한 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어는 오버슈트가 크고, 더 큰 제어입력을 사용하지만 진자의 정상상태 도달 시간이 빠르고 수평링크의 레귤레이션 성능이 우수함을 알 수 있다.

Fig. 10에서는 약 2초에서 0.05 rad인 펄스와 3.5초에 0.1 rad의 펄스를 진자에 외란으로 가했을 때의 성능을 비교하였다. Fig. 9의 초기위치에서의 응답과 같이 본 논문에서 제안된 제어기가 진자의 응답에서 오버슈트가 크고 더 큰 제어입력을 사용하고 외란의 고주파성분을 보상하지는 못하지만 정착시간이 빠르고 수평링크의 응답성

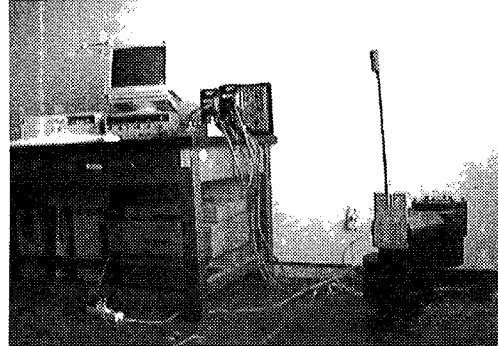


Fig. 12 Photograph of the experimental setup

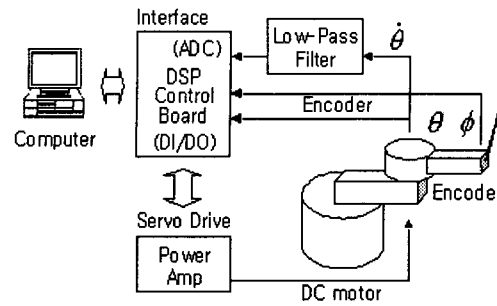


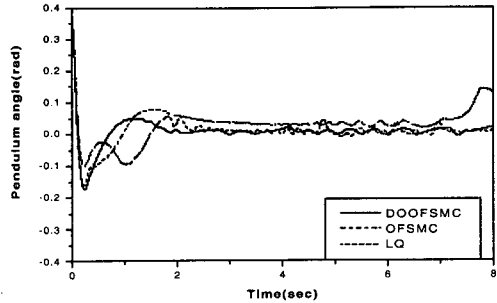
Fig. 13 Schematic diagram of the experimental setup

능이 우수함을 알 수 있다.

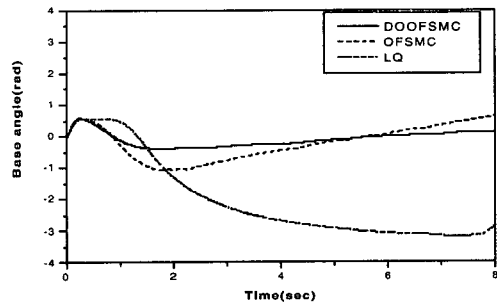
Fig. 11은 제안된 제어기를 이용한 스윙업 제어 시스템⁽¹⁴⁾의 시뮬레이션 결과이다. 하안정 위치와 도립 위치에서 각각 선형화한 모델을 사용하여 도립위치 근처 0.2 rad에서 스위칭되게 함으로써 임의 초기값에 대해서도 강한 성능을 보임을 알 수 있다.

4.2 실시간 제어 실험

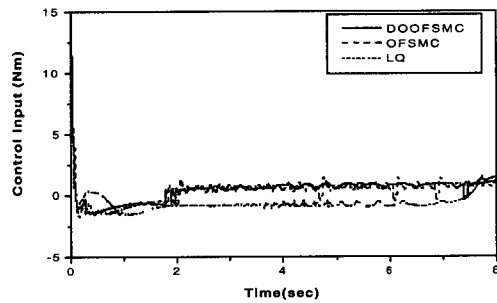
Fig. 12와 13은 각각 회전형 역진자 시스템의 실험 장치도와 실험 장치의 개략도이다. 2축 매니퓰레이터에서 한 축만을 사용하여 시스템을 구성하였고, DSP로 설계된 인터페이스를 사용하였으며 수평링크와 진자의 각도는 엔코더를 사용하여 측정하였다. 특히 각속도는 각도의 데이터를 이용하여 1샘플링 간격을 둔 2개의 각도 데이터 중 현재의 데이터에서 전 단계의 데이터를 뺀 차를 샘플링 시간으로 나누는 차분법을 사용하였다. 그리고 이로 인해 실험에서 나타나는 급격한 각속도 변화의 영향을 줄이기 위해 시스템 응답 성능을 떨어뜨리지 않는 범위 내에서 차단주파수



(a) Pendulum position



(b) Horizontal link position

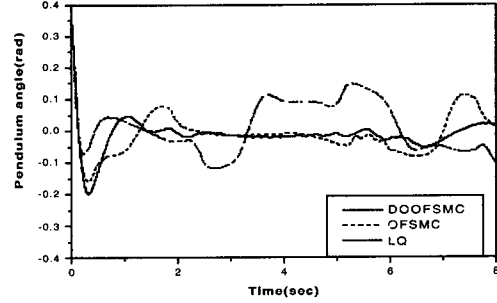


(c) Control input

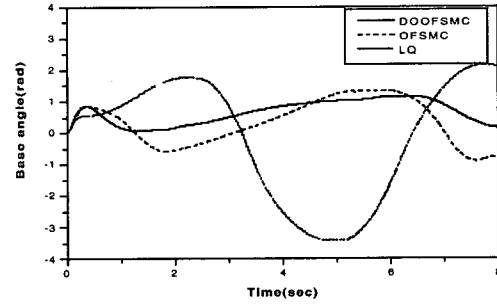
Fig. 14 Experimental results with $\phi(0)=0.37$

가 100 rad/sec이고 감쇠계수가 0.7인 저주파 통과 필터를 사용하였다. 또한, 실험 데이터의 샘플링 시간은 시스템의 응답속도 보다 매우 작은 1 ms로 선정하였다.

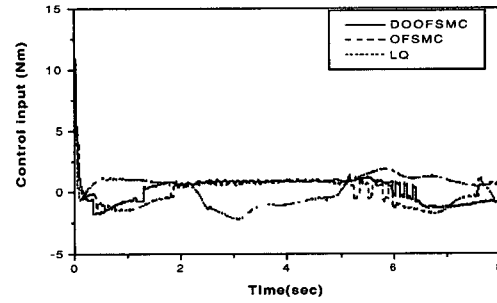
Fig. 14는 초기위치가 0.37 rad인 경우의 진자와 수평링크의 위치에 대한 레플리케이션 성능의 실험 결과를 시뮬레이션에서 비교한 각각의 제어를 장착하여 각각의 응답을 비교하여 나타내었다. 실험 결과에서 보듯이 시뮬레이션 결과와는 다르게 약간의 모델 오차와 서보 증폭이득의 선형화로 인한 LQ 제어 시스템의 응답이 다른 제어기



(a) Pendulum position



(b) Horizontal link position



(c) Control input

Fig. 15 Experimental results with slushing effect

보다 좋지 않음을 알 수 있다. 특히 각각의 수평링크 응답을 살펴보면 수평링크 초기 설정 한계 범위 $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ 를 넘어서 제어가 되었고 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어는 한계 범위 내에서 진자의 자세제어가 이루어졌다. 반면에 외란 관측기를 장착한 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어 시스템은 비교 제어 시스템보다 시뮬레이션 응답에 충실하면서 가장 좋은 응답을 나타냄을 각각의 실험 응답 결과로부터 확인할 수 있다. 하지만 실제 플랜트와 공칭 플랜트에 대한 모델링 오차, 서보 증폭 이득의 선형화 그리고 수평링크

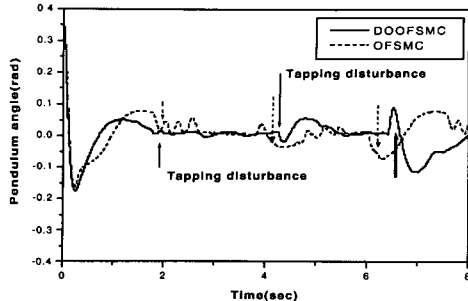


Fig. 16 Experimental results of the pendulum position with tapping disturbance

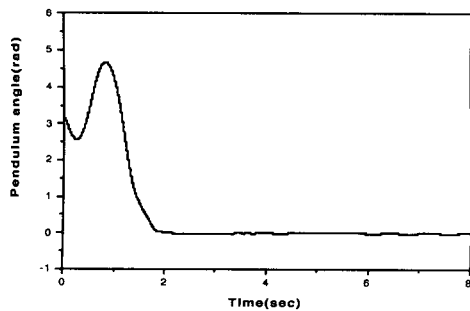


Fig. 17 Experimental result of the pendulum position for swing-up control

작동 범위내의 일정하지 않은 마찰 크기 등으로 인하여 수평링크의 응답이 약간의 오차를 가짐을 각각의 응답 결과로부터 확인할 수 있다.

Fig. 15는 진자의 끝에 60 g의 질량을 갖는 물을 담은 팁(tip)에 의한 강인성 실험 결과를 나타낸 것이다. 실험 결과에 의해 외란 관측기를 장착한 출력피드백 슬라이딩 모드 제어 시스템이 비교 제어를 장착한 제어 시스템보다 출력 변동이 작고 부하변동과 물의 슬러싱 효과에 대해서도 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있다. 그리고 Fig. 16은 설계된 제어기의 초기위치 0.37 rad에서의 진자에 가해진 가벼운 태핑(tapping) 외란에 대한 진자 각도의 실험 응답이다. 태핑은 2초간의 간격을 두고 정상상태 구간에서 일정하게 가하였다. 응답이 좋지 않은 LQ는 제외하였고 외란 관측기를 장착한 출력 피드백 제어 시스템은 비록 외란의 고주파 성분은 보상하지 못하나 빨리 소멸되고 저주파 성분은 관측되므로 보상기의 기능을 발휘함을 알 수 있다. 이는 외란 관측기만 사용할 경우 관측기의 대역폭 설정이 아주 중

요하지만 외란 관측기를 슬라이딩 모드 제어기와 조합하면 외란 관측기가 관측 못하는 부분을 슬라이딩 모드의 비서형 부분이 감당하므로 대역폭 설정 요구조건이 완화되는 것을 보여준다.

Fig. 17은 제안된 제어기를 이용한 스윙업 실험 결과이다. 하 안정위치에서 스윙업하여 독립위치 근처에서 스위칭하였다. 이 실험에서 제안된 제어기는 임의의 초기 속도, 초기 위치에서도 강인함을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 실제 존재하는 환경 영향을 극복하기 위한 효율적인 제어기 설계구현을 목적으로 하였다. 부족 구동 시스템인 회전형 역진자 시스템을 모델로 진자의 각속도 상태를 피드백 받지 못한다는 가정 아래 계산량이 비교적 적은 외란 관측기와 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기 조합하여 부족구동 시스템에 대한 제어기를 설계하였다. 여러 가지 경우에 대한 시뮬레이션과 실험 결과로부터 외란 관측기를 갖는 슬라이딩 모드 제어기가 부족 구동 시스템에 대한 성능이 우수한 제어기가 될 수 있음을 보였다.

참고문헌

- (1) Pettersen, K. Y. and Fossen, T. I., 2000, "Underactuated Dynamic Positioning of a Ship-experimental Results," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 5, pp. 856~863.
- (2) Ono, K., Yamamoto, K., and Imadu, A., 2000, "Control of Giant Swing Motion of a Two-link Underactuated Horizontal Bar Robot," *Intelligent Robots and Systems 2000. (IROS 2000). Proceedings 2000 IEEE/RSJ Intern. Conference on*, Vol. 3, pp. 1676~1683.
- (3) Fantoni, I., Lozano, R., and Annaswamy, A. M., 2000, "Adaptive Stabilization of Underactuated Flexible-joint Robots Using an Energy Approach and Min-max Algorithms," *ACC 2000. Proceedings of the 2000*, Vol. 4, pp. 2511~2512.
- (4) Ito, K., Matsuno, F., and Takahashi, R., 2000, "Underactuated Crawling Robot," *Intelligent Robots*

- and Systems 2000. (IROS 2000). Proceedings 2000 IEEE/RSJ International Conference on*, Vol. 3, pp. 1684~1689.
- (5) 김낙인, 이종원, 2000, "외란관측기를 가지는 슬라이딩 모드 제어기 설계," 대한기계학회논문집(A), 제24권, 제4호, pp. 866~873.
- (6) Edwards, C., and Spurgeon, S. K., 1998, "Compensator Based Output Feedback Sliding Mode Controller Design," *Int. J. Control*, Vol. 71, No. 4, pp. 601~614.
- (7) Ryan, E. P., and Corless, M., 1987, "Ultimate Boundedness and Asymptotic Stability of a Class of Uncertain Dynamical Systems via Continuous and Discontinuous Control," *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, Vol. 1, pp. 223~242.
- (8) Bag, S. K., Spurgeon, S. K., and Edwards, C., 1997, "Output Feedback Sliding Mode Design for Linear Uncertain Systems," *Proceedings of IEE*, Part D, Vol. 144, pp. 209~216.
- (9) Umeno, T., Kaneko, T., and Hori, Y., 1993, "Robust Servo-system Design with Two Degree of Freedom and Its Application to Novel Motion Control of Robot Manipulator," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 40, pp. 473~485.
- (10) Lee, M. C. and Aoshima, N., 1986, *Microprocessor-Based System Identification by Signal Compression Method*, Reidel Publishing Company, pp. 81~103.
- (11) Edwards, C. and Spurgeon, S. K., 1999, *Sliding Mode Control : Theory and Application*, Taylor & Francis.
- (12) Utkin, V. I., 1992, *Sliding Mode in Control and Optimization*, Springer-Verlag.
- (13) Komada, S., Sugano, K., Ishida, M., and Hori, T., 1996, "Realization of Second Derivative Control of Position and Force in Servo System by Order Adjustment of Disturbance Observer," *Trans. on Inst. Elect. Eng. Jpn.*, Vol. 116-D, No. 10, pp. 1010~1017.
- (14) 강철구, 김효중, 1998, "하드웨어적 16 비트 인터페이싱 인코더 보드를 사용한 수평 원궤도형 도립진자의 스윙업 및 안정화 제어," 대한기계학회논문집(A), 제22권, 제5호, pp. 748~755.