

〈논 문〉

이동질량들을 가진 단순지지된 유체유동 파이프의 동특성  
Dynamic Behavior of a Simply Supported Fluid Flow Pipe  
with Moving Masses

윤한익<sup>†</sup> · 임순홍\*

Yoon, Han-Ik and Lim, Soon Hong

(2001년 9월 28일 접수 ; 2002년 1월 11일 심사완료)

**Key Words** : Pipe Conveying Fluid(송수관), Moving Mass(이동질량), Dynamic Behavior(동특성), Nonconservative Force(비보존력) Flutter(플러터)

ABSTRACT

A simply supported pipe conveying fluid and the moving masses upon it constitute this vibrational system. The equation of motion is derived by using Lagrange's equation. The influence of the velocity and the inertia force of the moving masses and the velocities of fluid flow in the pipe have been studied on the dynamic behavior of a simply supported pipe by numerical method. The velocities of fluid flow are considered within its critical values of the simply supported pipe without the moving masses upon it. Their coupling effects on the transverse vibration of a simply supported pipe are inspected too. The dynamic deflection of the simply supported pipe conveying fluid is increased by a coupling of the moving masses and the velocities of the moving masses and the fluid flow. When four or five regular interval masses move on the simply supported pipe conveying fluid, the amplitude of the simply supported pipe conveying fluid is small at low velocity of the masses, but at high velocity of the masses the deflection of midspan of the pipe is increased by coupling with the numbers and magnitude of the masses. The time which produce the maximum dynamic deflection of the simply supported pipe is delayed according to the increment of the number of moving masses.

1. 서 론

파이프 속을 흐르는 유체에 의하여 파이프에 진동이 발생하며, 유체의 속도가 어떤 임계값에 도달하면 그 진동이 불안정하여 파이프가 좌굴되기도 한다. 점성이 작은 유체의 분사력은 파이프의 끝단에 집중중동력으로 작용하며, 점성이 큰 유체는 파이프의 내면

에 작용하는 등분포 점선중동력을 일으킨다. 이러한 중동력들은 비보존력으로써 탄성계의 진동 및 안정성 해석에 중요한 인자가 된다.

Benjamin<sup>(1)</sup>은 2자유도를 갖는 분절된 송수관(articulated pipe)의 동역학에 대한 이론적 연구와 실험적 연구를 병행하였다. 그는 이 연구를 통해, 송수관이 양단 단순지지된 경우 유동유체의 힘은 보존적(conservative)이고, 계는 어떤 임계유속 이상에서 발산형(divergence) 불안정을 일으키지만 유체가 나오는 유출끝단이 자유인 경우는 유동유체의 힘이 비보존적(nonconservative)이고, 계는 어떤 임계유속 이상에서 플러터(flutter)에 의한 불안정을 일으킨다는 것을 제시하였다. Benjamin의 이러한 유한 자유도계

<sup>†</sup> 책임저자, 정회원, 동의대학교 기계·산업시스템공학부  
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr  
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-1640

\* 정상특수급속엔지니어링(주)

에서의 일반이론은 연속계(continuous system)에도 확장되는 것으로써 Gregory와 Páidoussis<sup>(2)</sup>는 한단이 고정되고 타단이 자유인 무한 자유도를 갖는 송수관의 불안정 문제를 연구하였다. 이러한 역학계에서는 어떤 임계유속 이상에서 플러터에 의한 불안정 현상을 용이하게 실현할 수 있다. Chen<sup>(3)</sup>은 양단이 단순지지된 송수관에 시간 종속적(time-dependent)인 유속이 주어지는 경우에 있어서 송수관의 파라미터 불안정(parametric instability)에 대한 연구를 하였으며 류<sup>(4)</sup> 등은 유체유동을 갖는 외팔 송수관의 안정성에 대하여 연구하였다.

최근 Gorman<sup>(5)</sup> 등은 점성유체의 맥동 흐름이 있는 가요성 파이프의 진동을 파이프의 반지름 방향의 쉘 진동을 고려하여 연구하였다. Lin등<sup>(6)</sup>과 Semercigh 등<sup>(7)</sup>은 외팔보의 선형과 비선형 진동의 세어에 파이프 내의 유체 흐름을 이용하는 연구를 하고 있다.

Kenney<sup>(8)</sup> 등은 로켓의 시뮬트랙을 모델로 하여 탄성기초 위에 놓인 보에 따른 이동속도의 이동하중이 통과할 때에 응답의 해석적 해와 공진상태에서의 임계속도를 구하였고 감쇠가 있을 때의 보 처짐에 관한 확대계수를 구하였다.

Daniel<sup>(9)</sup>은 주기적으로 많은 탄성 지지점을 갖는 Bernoulli-Euler 보에서 주파수응답 행렬을 결정하기 위하여 해석적인 방법을 이용하였고 동간격으로 부착된 감쇠를 갖는 계에서는 수치해석으로 응답을 구하였다. 그리고 주기적으로 지지된 연속보의 구조물에서 진동응답을 전달행렬법과 정규모드법을 써서 구하였다.

Richardson<sup>(10)</sup>은 고속운송차량 안내로의 설계 및 그 상호관계를 다루었다. Smith와 Wormley<sup>(11)</sup>는 동간격으로 지지된 연속 안내보에 일정 크기 이동하중이 일정한 속도로 작용할 때 Fourier변환을 이용하여 안내보의 처짐을 동적확대계수로 나타내었고 공진영역에서의 보의 감쇠영향도 고찰하였다. Smith등은 굽고 많은 스펙트럼, 또는 연속스펙트럼으로 지지된 구조물과 상호작용하는 차량의 동적특성을 해석하고 많은 스펙트럼에서 공진이 일어나는 운전조건을 찾아서 합성공진 진폭을 계산하였다. Chonan<sup>(12)</sup>은 축하중과 이동하중을 받으며 탄성 지지되어 있는 Timoshenko보의 횡진동 해를 구하고 축 하중의 영향유를 논하였다. Wilson<sup>(13)</sup>은 집중질량으로 된 이동하중이 아닌 등분포질량으로 된 이동하중에 대한 보의 응답을 고려하

였다. Licari등<sup>(14)</sup>은 스프링-질량-감쇠계로 구성된 이동하중을 받는 보의 동적응답을 연구하였다.

최근 Metrikine<sup>(15)</sup> 등은 점탄성 기초위에 놓인 압축력을 받는 단순보 상의 이동질량의 진동의 불안정성을 연구 하였으며, Lee<sup>(16)</sup>는 Winkler 기초위에 놓인 이동질량을 갖는 Timoshenko보의 동적응답을 연구하였다. Ichikawa 등<sup>(17)</sup>은 이동질량을 가진 연속보의 진동을 연구하였다

이상의 연구자들은 유체유동에 의한 파이프의 횡진동과 안정성, 그리고 이동질량이 보의 횡진동에 미치는 영향 각각에 대하여 연구하였으나 이들의 연성이 보의 횡진동과 안정성에 미치는 영향에 대하여는 연구하지 아니하였다. 이 연구에서는 점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 단순지지된 파이프의 끝단에 집중 중동력이 작용하고 동시에 파이프 위를 집중질량이 일정 속도로 이동하는 탄성계를 고려하였다. 이러한 계는 높은 온도를 가진 이동질량 또는 주기적인 많은 수의 이동질량에 의하여 파이프에 발생되는 열을 파이프 내에 빠르게 흐르는 냉각수로써 냉각시키는 장치에서 나타난다. 파이프의 끝단에 작용하는 집중 중동력의 크기는 유동유체 속도의 제곱에 비례하므로 파이프의 횡진동과 안정성은 파이프 속을 흐르는 유체의 속도와 밀접한 관계에 있다. 또한 이동 질량 역시 파이프의 횡진동에 크게 관계되고 있다. 그러므로 이동 질량의 속도와 유동유체의 속도가 파이프의 횡진동에 미치는 영향을 검토하였으며, 동시에 유동유체의 속도와 이동질량의 속도의 연성 효과를 해석하여 파이프의 횡진동을 제어할 수 있는 특성들을 연구하여 계의 설계 변수들을 제시하였다.

## 2. 이론해석

내부에 유체가 흐르는 단순지지된 파이프의 위로 집중질량이 일정속도로 이동하는 탄성계의 계략도는 Fig. 1에 보인 바와 같다.  $M$ 은 이동질량,  $v$ 는 이동질량의 속도, 그리고  $u$ 는 유동유체의 속도이다.

유동유체의 속도, 이동질량의 크기 그리고 그 이동속도가 단순보의 동특성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Lagrange 방정식을 이용하여 계의 운동방정식을 유도한다.

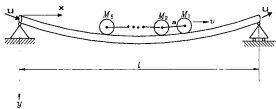


Fig. 1 A simply supported pipe conveying fluid with moving masses

### 2.1 단순지지 파이프의 에너지식

단순지지 파이프의 진동형은  $\sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x)$ 로 표현되므로 단순지지 파이프의 횡변위와 속도는

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

$$\dot{y} = \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i(x) \quad (2)$$

이다. 여기서  $\phi_i(x)$ 는

$$\phi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (3)$$

로써 단순지지 파이프의 정규직교 고유함수이며,  $d_i(t)$ 는 시간의 함수이고, (')는 시간에 대한 미분을 나타낸다. 그러므로 단순지지 파이프의 운동에너지와 포텐셜에너지는 각각 다음과 같다.

$$T_p = \frac{m_p l}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i^2(t) \quad (4)$$

$$V_p = \frac{EI}{2 l^3} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i\pi)^4}{2} d_i^2(t) \quad (5)$$

여기서,  $m_p$ 은 파이프의 단위 길이당 질량,  $l$ 은 파이프의 길이,  $EI$ 는 굽힘강성계수이고,  $i$ 는 모드의 차수를 나타낸다.

### 2.2 유동 유체의 에너지식

파이프에 대한 유체의 상대속도가  $u$ 이므로, 유체의 절대속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 파이프의 횡변위가 미소하다고 가정하면, 유체의 절대속도의 수직성분, 즉  $y$  방향성분은  $\dot{y} + uy'$ 이고,  $x$ 축에 평행한 수평성분은  $u(1 - \frac{1}{2}y'^2) - \dot{c}$ 로 근사할 수 있다. 여기서 (')는  $x$ 에 대한 미분이며,  $\dot{c}$ 는 단순지지 고정점에 대한 파이프의 수평변위의 속도이다. 이 연구에서 고려하는 계에서 파이프의 수

평변위는 대단히 미소하므로  $\dot{c}$ 를 무시하고 유속의 합을 구하면  $\{u^2 + 2uy\dot{y}' + \dot{y}^2 + \frac{u^2}{4}y'^4\}^{\frac{1}{2}}$ 이 된다. 또 미소항의 고차항  $y'^4$ 을 생략하면 유동유체의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_f = \frac{1}{2} \int_0^l m_f (u^2 + 2uy\dot{y}' + \dot{y}^2) dx \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2} m_f l u^2 + \frac{1}{4} m_f l \sum d_i^2(t)$$

유동유체의 포텐셜에너지는 유량과 중력을 고려하여 다음과 같다.

$$V_f = - \int_0^l m_f g y dx \quad (7)$$

$$= - m_f g \sum_{i=1}^{\infty} \frac{l}{i\pi} (1 - \cos i\pi) d_i$$

여기서  $m_f$ 는 파이프의 단위길이당 유동유체의 질량이고,  $g$ 는 중력가속도이다.

### 2.3 유동유체의 분사력에 의한 일량

유동유체의 분사력에 의하여 파이프에 작용되는 힘은  $x=l$ 인 점에 작용하는 집중 점선 총동력이 된다. 이러한 비보존적인 점선 총동력에 의한 일은 점선총동력의  $x$ 방향 분력인 보존력 성분(conservative force component)에 의한 일과 점선총동력의  $y$ 방향 분력인 비보존력 성분(nonconservative force component)에 의한 일로 구분된다. 분사력이  $\rho A u^2$ 이므로 집중 점선 총동력의 보존력 성분에 의한 일은

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A u^2 (y')^2 dx \quad (8)$$

$$= \frac{1}{4} \rho A u^2 l \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 d_i^2(t)$$

이고, 집중 점선 총동력의 비보존력 성분에 의한 일은 다음과 같다.

$$W_N = -\rho A u^2 y'(l, t) y(l, t) \quad (9)$$

$$= 0$$

여기서,  $\rho$ 는 유동유체의 밀도,  $A$ 는 파이프의 내부 단면적이다.

### 2.4 이동질량들의 에너지 식

이동질량  $M_1, M_2, M_3, \dots$ 의 수평속도가  $v$ 이면

그 수평변위는

$$\begin{aligned} x_1 &= \int_0^t v dt \\ x_2 &= \int_0^t v dt - a \\ x_3 &= \int_0^t v dt - 2a \\ &\vdots \end{aligned} \quad (10)$$

이고, 수직 변위를  $y_M$  이라고 하면 이동질량  $M$  은 집중질량이므로 그 운동에너지는

$$\begin{aligned} T_M &= \frac{1}{2} M_1 (\dot{y}_M + v)^2 + \frac{1}{2} M_2 (\dot{y}_M + v)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} M_3 (\dot{y}_M + v)^2 \dots \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} M_k (\dot{y}_M^2 + v^2) \end{aligned} \quad (11)$$

이고, 그 포텐셜에너지는

$$V_M = - \sum_{k=1}^{\infty} M_k g y_M \quad (12)$$

이다.  $y_M$  은 이동질량  $M$  의 연직방향 변위인 동시에 단순보의 횡변위이다. 즉 이동질량  $M$  은 단순보와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 본다. 따라서

$$\begin{aligned} y_M &= y(x_1, t) |_{x_1 = \beta_0} \\ y_M &= y(x_2, t) |_{x_1 = \beta_0} \\ y_M &= y(x_3, t) |_{x_1 = \beta_0} \\ &\vdots \\ \dot{y}_M &= \left( \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) |_{x_1 = \beta_0} \\ \dot{y}_M &= \left( \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) |_{x_1 = \beta_0} \\ \dot{y}_M &= \left( \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) |_{x_1 = \beta_0} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (13)$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} x_1 = f(t) &= \int_0^t v dt \\ x_2 = f(t) &= \int_0^t v dt - a \\ x_3 = f(t) &= \int_0^t v dt - 2a \\ &\vdots \end{aligned} \quad (15)$$

임을 고려하고, 식 (1) 을 식 (14) 에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{y}_M &= v \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \phi_k[f_1(t)] + \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \phi_k[f_1(t)] \\ \dot{y}_M &= v \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \phi_k[f_2(t)] + \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \phi_k[f_2(t)] \\ \dot{y}_M &= v \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \phi_k[f_3(t)] + \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \phi_k[f_3(t)] \\ &\vdots \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 식 (16)을 식 (11)에 대입하여 정리하면 이동 질량들의 운동에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_M &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} M_k \left\{ v^2 \sum_{k=1}^{\infty} d_k^2(t) \phi_k^2[f_k(t)] \right. \\ &\quad + 2v \sum_{k=1}^{\infty} d_k(t) \dot{d}_k(t) \phi_k[f_k(t)] \phi_k'[f_k(t)] \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \dot{d}_k^2(t) \phi_k^2[f_k(t)] \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

### 2.5 계의 운동방정식

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 앞에서 구한 일과 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 정리하면 계의 운동방정식은 식 (18)과 같다

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} (m_k + m_k) + M_1 \sin^2\left(-\frac{i\pi x}{l}\right) + M_2 \sin^2\left(\frac{i\pi x}{l} - \frac{a}{l}\right) \right. \\ &\quad \left. + M_3 \sin^2\left(-\frac{i\pi x}{l} - \frac{2a}{l}\right) + \dots \right\} \ddot{d}_k \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ M_1 v^2 \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 \cos^2\left(-\frac{i\pi x}{l}\right) + M_2 v^2 \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 \cos^2\left(\frac{i\pi x}{l} - \frac{a}{l}\right) \right. \\ &\quad \left. + M_3 v^2 \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 \cos^2\left(-\frac{i\pi x}{l} - \frac{2a}{l}\right) + \dots - \frac{(i\pi)^4 EI}{\rho^3 l^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} m_k l \omega^2 \left(-\frac{i\pi}{l}\right)^2 \right\} d_k \\ &\quad + M_1 g \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(-\frac{i\pi x}{l}\right) + M_2 g \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{i\pi x}{l} - \frac{a}{l}\right) \\ &\quad + M_3 g \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(-\frac{i\pi x}{l} - \frac{2a}{l}\right) + \dots \\ &\quad + m_k g \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{l}{i\pi}\right) (1 - \cos i\pi) \end{aligned} \quad (18)$$

계의 운동방정식 (18)을 무차원화시키기 위하여 다음의 매개변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= \frac{M_1}{ml}, \quad \bar{M}_2 = \frac{M_2}{ml}, \quad \bar{M}_3 = \frac{M_3}{ml}, \\ \bar{E} &= \frac{EI}{ml^3}, \quad \bar{m}_k = \frac{m_k}{m}, \quad \bar{g} = \frac{g}{l}, \\ \bar{d} &= \frac{d}{l}, \quad \bar{v} = \frac{v}{l}, \quad \bar{u} = \frac{u}{l}, \quad \beta_1 = \pi vt. \end{aligned}$$

$$\beta_2 = \pi \left( \frac{M_1}{I} - \frac{g}{l} \right), \beta_3 = \pi \left( \frac{M_1}{I} - \frac{2g}{l} \right) \quad (19)$$

여기서  $m = m_p + m_f$  이다.

매개변수 (19)를 계의 운동방정식 (18)에 대입하여 정리하면 식 (20)과 같이 무차원화된 계의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} + \overline{M}_1 \sin^2(i\beta_1) + \overline{M}_2 \sin^2(i\beta_2) \right. \\ & \quad \left. + \overline{M}_3 \sin^2(i\beta_3) + \dots \right\} \overline{d}_i \\ & = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (i\pi)^2 \overline{v}^2 \overline{M}_1 \cos^2(i\beta_1) + (i\pi)^2 \overline{M}_2 \cos^2(i\beta_2) \right. \\ & \quad \left. + (i\pi)^2 \overline{M}_3 \overline{v}^2 \cos^2(i\beta_3) + \dots - \frac{1}{2} (i\pi)^4 \overline{E} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \overline{m}_f \overline{u}^2 (i\pi)^2 \right\} \overline{d}_i \\ & + \overline{M}_1 \overline{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin i\beta_1 + \overline{M}_2 \overline{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin i\beta_2 \\ & + \overline{M}_3 \overline{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin i\beta_3 + \dots \\ & + \overline{m}_f \overline{g} \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{i\pi} \right) (1 - \cos i\pi) \quad (20) \end{aligned}$$

운동방정식 (20)은 2계 상미분방정식이므로 다음과 같이 보조기호

$$\overline{z}_i = \overline{d}_i, \quad \overline{\dot{z}}_i = \overline{\dot{d}}_i = f(\overline{d}_i, \overline{z}_i, t) \quad (21)$$

를 사용하여 변수를 치환하면 1계 상미분방정식계로 변환된다. 따라서 1계상미분방정식계는 행렬을 사용하여 식 (22)로 나타내어진다.

$$[A](\overline{X}) = [B](\overline{X}) + [C] \quad (22)$$

여기서  $\{\overline{X}\}$ 와  $\{\overline{X}\}$ 는 좌표 상태 벡터이다.

### 3. 수치계산 결과 및 고찰

계의 운동방정식 (18)에서 유동유체의 속도  $u$ 와 이동질량  $M$  및 그 속도  $v$ 는 단순지지된 파이프의 횡변위  $d$ 를 결정하는 가변적 요소들이다. 만일 이동질량  $M_s$ 를 영으로 놓으면 유동유체의 분사력이 작용하는 단순지지된 파이프의 횡진동 운동방정식이 되고  $u$ 의 크기에 따라서 계의 진동수와 횡변위가 결정되는 탄성계의 안정성 문제가 된다. 그러나 단순지지된 파이프의 경우에는 종동력(follower force)인 유

체분사력의 비보존적 성분에 의하여 이루어지는 일의 양이 영이 되므로 유체 분사력은 단순지지된 파이프로 하여금 플러터 진동을 일으키게 하지 못하고, 유체 분사력이 일정한 일계값에 도달하면 진동수가 영이 되어 파이프의 횡진동이 사라지고 계의 고유치 곡선은 발산하게 되어 단순지지된 파이프는 좌굴된다. 즉 정적 불안정이 된다.

이 연구에서는 이동질량들과 이동질량들의 속도  $v$ , 그리고 유동유체의 속도  $u$ 의 크기에 대한 단순지지된 파이프의 횡진동 특성을 Runge-Kutta 4차식의 수치계산 방법으로 비교·고찰 하였다. 이때, 수치계산 결과는 무차원화한 이동질량의 위치변화에 따른 단순지지 파이프 중앙에서의 무차원 횡변위를 나타내어 유동유체의 속도  $u$ 와 이동질량의 속도  $v$ 에 대한 파이프의 횡진동 특성 변화를 관찰할 수 있도록 하였다. 수치계산에 있어서 제 1차 모드의 횡변위가 제 2차 또는 제 3차 모드의 횡변위에 비하여 일반적으로 대단히 크기 때문에 여기서는 제 1차 모드에 국한하였다. 단순지지된 파이프의 길이는 10 m, 종탄성계수는  $197 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>, 단면 2차모멘트는  $7.76 \times 10^{-7}$  m<sup>4</sup>, 외경은 0.1 m이며 단위길이당 질량은 4.962 kg이다. 따라서 파이프의 단위길이당 유체의 질량은 7.78 kg이다.

Figs. 2-11은 파이프를 따라 이동하는 질량들의 위치에 대한 단순지지 파이프의 가운데 지점의 무차원 횡변위를 나타내었다.

Fig. 2는 하나의 이동질량의 질량증가에 대한 단순지지 파이프의 동적 거동에 대해 나타내었다. 이동질량의 질량이 증가하면 단순지지 파이프의 횡변위는

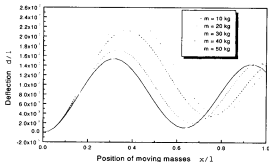


Fig. 2 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 10$  m/s,  $u = 10$  m/s

증가하지만 횡진동의 진폭은 감소한다. 이동질량이 증가함에 따라 단순지지 파이프의 횡진동수는 약간 감소함을 보인다.

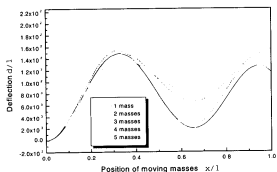


Fig. 3 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 10\text{m/s}$ ,  $u = 0$

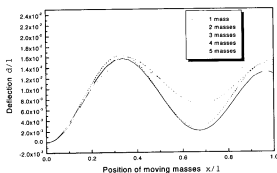


Fig. 4 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 10\text{ m/s}$ ,  $u = 10\text{ m/s}$

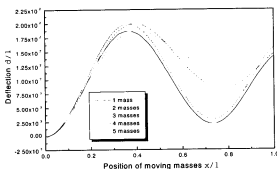


Fig. 5 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 10\text{ m/s}$ ,  $u = 20\text{ m/s}$

Figs. 3-5는 이동질량들의 속도  $v = 10\text{ m/s}$ 이며 이동질량들의 수가 하나에서 다섯까지 증가할 때의 단순지지 파이프의 동특성들을 나타내고 있다. 여기서 하나의 이동질량이 단순지지 파이프를 통과하는데 걸리는 시간은 1초이다. 계의 운동방정식 (20)으로부터 계산되어진 단순지지 파이프의 횡진동수가 2.76 Hz임을 고려해 볼 때, 유동유체와 그 속도, 그리고 이동질량과 그 이동질량의 속도의 연성이 단순지지 파이프의 횡진동수를 감소시켰음을 알 수 있다.

유동유체의 속도가 영인 Fig. 3의 경우 단순지지 파이프의 횡진동수가 약 1.6 Hz 정도이며 유동유체의 속도  $u = 20\text{ m/s}$ 인 Fig. 5의 경우 1.4 Hz 정도이다. 따라서 유동유체의 속도가 증가할수록 단순지지 파이프의 횡진동수는 감소하는 반면 횡변위는 증가함을 알 수 있다. 이동질량이 다섯 개인 경우 단순지지 파이프가 작은 진폭으로 진동하는 동안 단순지지파이프의 횡변위는 이동질량이 하나인 경우에 비해 전반적으로 크게 나타났다.

하나의 이동질량에 대한 경우인 Fig. 2의  $m = 50\text{ kg}$ 의 곡선에서 최대 횡변위는 Fig. 4의 10 kg의 질량이 다섯 개인 곡선보다 6 % 정도 크게 나타났다. 이 두 곡선은 같은 동일한 50 kg의 질량과 동일한 질량의 이동 속도를 가지고 있지만 Fig. 2의 경우는 하나의 집중 질량이고 Fig. 4의 경우는 다섯 개의 분포된 질량이다. 같은 크기의 하나의 집중 질량과 비교해 보면 분포된 집중질량은 단순지지 파이프의 횡변위와 횡진동수를 질량수의 증가에 반비례적으로 감소시키는 것을 알 수 있다.

Figs. 6-8은 다섯 개의 이동질량들의 속도  $v = 20\text{ m/s}$ 인 경우 단순지지 파이프의 동적 거동을 나타낸

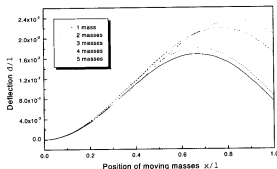


Fig. 6 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 20\text{ m/s}$ ,  $u = 0$

다. 이 경우 하나의 이동질량이 단순지지 파이프를 통과하는데는 0.5초가 걸린다. Fig. 6에서 단순지지 파이프의 최대 횡변위는 이동질량들의 속도 증가에 의해 증가되었다.  $v = 20$  m/s의 세 그림에서 유동유

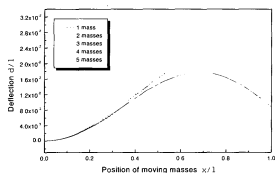


Fig. 7 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 20$  m/s,  $u = 10$  m/s

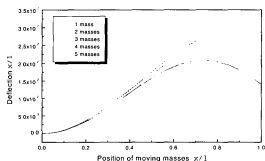


Fig. 8 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 20$  m/s,  $u = 20$  m/s

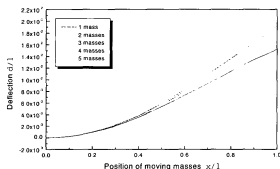


Fig. 9 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 40$  m/s,  $u = 0$

체의 속도와 이동질량의 속도의 연성은 단순지지 파이프의 횡변위를 증가시키고 이동 질량의 수가 증가함에 따라 단순지지 파이프의 최대 횡변위는 후방으로 후퇴함을 볼 수 있다.

Figs. 9~11은 다섯 개의 이동질량들의 속도  $v = 40$  m/s인 경우 단순지지 파이프의 동적 거동을 나타낸다. 이 경우 하나의 이동질량이 단순지지 파이프를 통과하는데는 0.25초가 걸린다. 이 경우에는 단순지지 파이프의 최대 횡변위를 관찰 할 수가 없는데 이는 최대 횡변위가 이동질량들이 단순지지 파이프를 통과한 후에 나타나기 때문이다. 이것은 이동하중에 의한 단순보의 최대횡변위는 이동하중이 단순보상을 떠난 후에 일어난다는 Weaver<sup>(18)</sup>의 설명과 마찬가지로이다. 이동질량의 속도에 의하여 단순지지된 파이프의 횡변위가 크게 증가하여 소성변형(좌굴)에 이르면 그 속도를 이동질량의 임계속도라고 할 수 있다. Figs. 9

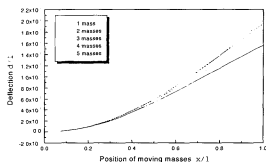


Fig. 10 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 40$  m/s,  $u = 10$  m/s

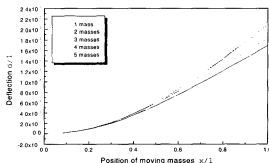


Fig. 11 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe  $v = 40$  m/s,  $u = 20$  m/s

-11의 곡선이 거의 발산의 형태를 갖추고 있음을 볼 때  $v = 40$  m/s는 거의 단순보의 좌굴이 일어날 수 있는 이동질량의 임계속도에 다달았음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

내부에 점성이 매우 낮은 유체가 빠른 속도로 흐르는 파이프가 단순지지 되고, 그 위에 질량이 이동하는 계의 횡진동 특성에 미치는 유체의 속도와 이동질량 및 그 속도의 영향을 수치해석적 방법으로 연구한 결과 단순지지 파이프의 횡변위는 이동질량과 그 속도, 유동유체의 연성 작용에 의하여 증가한다. 등간격의 이동질량의 수가 네 개 혹은 다섯 개의 경우 상대적으로 저속인  $v = 10$  m/s에서 단순지지 파이프는 작은 진폭으로 진동하지만 고속의 경우 단순지지 파이프의 횡변위는 질량수의 증가와 질량크기 증가의 연성효과에 의해 증가한다. 동일한 질량을 가진 하나의 집중된 이동 질량과 분포된 질량들을 비교해보면 이동질량들이 분포되어 있는 경우 단순지지 파이프의 횡변위와 횡진동수는 질량수의 증가에 대해 반비례적으로 감소한다. 또한 질량수의 증가에 따라 단순지지 파이프의 최대 횡변위를 일으키는 이동질량의 위치가 파이프의 후반부로 후퇴하는 경향을 보인다.

#### 참 고 문 헌

(1) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipe Conveying Fluid (I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society, Series A*, Vol. 261, pp. 457~486.  
 (2) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid (II, Experiments)," *Proceedings of the Royal Society, Series A*, Vol. 293, pp. 528~542.  
 (3) Chen, S. S., 1971, "Dynamic Stability of Tube Conveying Fluid" *Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE*, Vol. 97, pp. 1469~1485.  
 (4) 류봉조, 정승호, 강용원, 1998, "유체유동을 갖는 외팔 송수관의 동적 안정성과 진동제어에 관한 연구", *한국소음진동공학회지*, 제 8권, 제 1호, pp. 171

~179.

(5) Gorman, D. G., Reese, J. M. and Zhang, Y. L., 2000, "Vibration of a Flexible Pipe Conveying Viscous Pulsating Fluid Flow", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 2, pp. 379~392.

(6) Lin, Y. H. and Tsai, Y. K., 1997, "Non-linear Active Vibration Control of a Cantilever Pipe Conveying Fluid", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 202, No. 4, pp. 477~490.

(7) Semercigh, S. E., Turan, F. and Lut, S., 1997, "Employing Fluid Flow in a Cantilever Pipe for Vibration Control", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 205, No. 1, pp. 103~111.

(8) Kenney Jr., J. T., 1954, "Steady-state Vibrations of Beam on Elastic Foundation for Moving Load", *Journal of Applied Mechanics* TRANS. ASME, Dec.

(9) Daniel, T. J., 1969, "Dynamics of Beam Type Periodic Structures," *Journal of Engineering for Industry*, TRANS. ASME, Vol. 91, Series B.

(10) Richardson, E. H., 1974, "Transportation Vehicle/Beam Elevated Guideway Dynamic Interactions: A State-of-the-art Review," *Journal of Dynamic systems, Measurement, and Control*, TRANS. ASME, Series G, Vol. 96, June.

(11) Smith, C. C. and Wormley, D. N., 1975, "Response of Continuous Periodically Supported Guideway Beam to Travelling Vehicle Load," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, TRANS. ASME, Series G, Vol. 97, Mar.

(12) Chonan, C., 1975, "The Elastically Supported Timoshenko Beam Subjected to An Axial Force and A Moving Load", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 17, pp. 573~581.

(13) Wilson, J. F., 1973, "Response of Simple Sams to Moving Mass Loads", *AIAA Journal*, pp. 4~5.

(14) Licari, J. S. and Wilson, E. N., 1962, "Dynamic Response of a Beam Subjected to Moving Forcing System," *Proceedings of Fourth U. S. National Congress of Applied Mechanics*, pp. 481~425.



(15) Metrikine, A. V., 1997, "Instability of Vibrations of a Mass Moving Uniformly along an Axially Compressed Beam on a Viscoelastic Foundation", Journal of Sound and Vibration Vol. 201, No. 5, pp. 567~576.

(16) Lee, H. P., 1998, "Dynamic Response of a Timoshenko Beam on a Winkler Foundation Subjected to a Moving Mass", Applied Acoustics, Vol. 55, No. 3, pp. 203~215.

(17) Ichikawa, M., Miyakawa, Y. and Matsuda, A., 2000, "Vibration Analysis of the Continuous Beam Subjected to a Moving Mass", Journal of Sound and Vibration Vol. 230, No. 3, pp. 493~506.

(18) Weaver Jr., W., Timoshenko, S. P., Young, D. H., 1990, Vibration problems in Engineering, John Wiley and Sons, Singapore.