

Flow Truss Dome 구조물의 비대칭 하중모드 에 따른 불안정 현상에 관한 연구

A Study of Unstable Phenomenon of Flow Truss Dome Structure with Asymmetric Load Modes

손 수 덕* 김 승 덕** 강 문 명***
Shon, Su-Deok Kim, Seung-Deog Kang, Moon-Myung

Abstract

The structure system that is discretized by continuous shells is usually used to make a large space structures and these structures show the collapse mechanisms that are captured at over the limit load, and snap-through and bifurcation are most well known of it. For the collapse mechanism, rise-span ratio, element stiffness and load mode are main factor, which it give an effect to unstable behavior. Moreover, resist force of structure can be reduced by initial condition and initial imperfection significantly. In order to investigate the instability of shell structures, the finite deformation theory can be applied and it becomes a nonlinear mathematics in which use equation of tangential stiffness incrementally.

With an initial imperfection, using simple example and Flow Truss Dome, the buckling characteristics of space truss is main purpose of this paper, and unstable behavior is studied by proposed the numerical method. Also, by using MIDAS, this research work analyzes displacements and inner forces as the design load of model, and the ratio of buckling load of design load is investigated.

keywords : Instability, Imperfection, Nonlinearity, Asymmetric load mode, Flow truss dome, Space truss

1. 서 론

21세기로의 도약을 향해 우리들은 첨단산업을 중심으로 하는 기술집약 시대를 맞고 있으며, 여러 첨단산업들 중에서도 초대형 구조물 분야, 특히 대공간 구조물 분야의 기술력 확보는 최근 중요한 과제로 대두되고 있다. 이러한 대공간 구조물은 구조거동 특성상 주로 구조안정(structural stability) 문제가 설계의 중요한 기술력의 핵심이 되며, 이를 어떻게 해결할 것인가 하는 문제는 아직도 많은 연구자들 사이에서 난제로 남아 있다.^[2]

공간 구조물은 인류가 태동한 후, 보다 넓고 풍요

로운 공간 속에서의 삶을 추구하면서 지속적으로 요구되어 왔다. 시대의 변천에 따라 대공간 구조물은 경제적, 기술적 요인에 의해 계속적으로 변화 발전해 왔으나, 궁극적으로는 지구 중력에 의한 힘에 대한 인류의 도전이라 할 수 있다. 실외공간을 실내로 끌어 들여, 실내에서의 편안한 삶을 추구하고자 하는 인간의 지혜는 점차 새로운 재료와 신기술을 개발하여 보다 대규모의 공간을 실현 가능케 하였고, 이는 앞으로도 계속될 전망이다.

대공간 구조물의 실현 가능성을 가능하는 최대의 관건인 지붕구조의 변화는 재료와 기술의 변화와 함께 점차 경량화해 가고 있다. 1962년, 대공간 구조관련 국제학술회의에서 Rene Sarger는 “지붕중량이 $100\text{kgf}/\text{m}^2$ 이하가 되는 시대에 구조혁명(Structural Revolution)이 일어날 것이다”라는 흥미로운 발언

* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 박사과정

** 정회원 · 세명대학교 건축공학과 부교수, 공학박사

*** 정회원 · 경북대학교 건축공학과 교수, 공학박사

을 하였으며 이러한 언급은 중력의 지배로부터 해방되는 것을 의미하며, 현재는 혁명 전야에 있다고 볼 수 있다.

곡률을 가진 곡면 구조 형태인 셀 구조는, 외부 하중에 대하여 효과 높게 저항할 수 있는 형태저항형 구조물이며, 따라서 가볍고, 얇게 대공간을 만들 수 있는 장점을 갖고 있다. 기본적인 구조저항 메커니즘은 구조물 자체의 곡률을 이용하여 면외방향으로 작용하는 외력을 주로 면내력으로 저항할 수 있게 한 구조 시스템으로 매우 우수한 역학적 특성을 가지고 있으나, 어떤 하중 상태에서는 안정 상태에서 불안정 상태, 또는 불안정 상태에서 안정 상태로 변화함으로 불안정 현상으로 인한 파괴 메커니즘을 파악하고 이를 설계에 반영하는 것은 매우 중요하다.^[1-13]

이러한 셀 구조물 가운데서 강성 이산계 구조시스템인 공간 트러스 구조물은 하중이 어떤 임계값을 넘기면 안정 상태에서 불안정 현상, 즉 좌굴 현상을 나타내며 파괴된다. 이러한 파괴 메커니즘을 발생시키는 구조거동의 특성으로는 뛰좌굴(Snap-through) 현상과 분기좌굴(Bifurcation)현상을 대표적으로 들 수 있다. 이때 구조물의 rise-span 비, 각 부재의 강성비 및 하중모드 등에 따라 불안정 거동 특성은 크게 달라지며, 또한 초기조건에 매우 민감하게 반응하고, 구조 형상 및 초기형상불완전(Initial imperfection) 량에 따라 저항 내력이 급격히 떨어진다. 따라서 이로 인한 저항 내력의 변화를 정확히 파악하여 설계에 반드시 반영하여야 할 것으로 본다.^{[2],[9],[17-18]}

셀형 구조물의 구조불안정 문제를 다루기 위해서는 대변형 또는 유한변형 이론에 의해 구조거동의 특성을 고려해야 하므로, 이는 비선형 문제에 귀착하게 된다. 따라서 이를 불안정 거동을 파악하기 위해 접선강성 방정식을 이용해 step by step 으로 해석을 수행하여야 하며, 각 증분구간에서 강성을 체크하여 불안정 특성을 판정하여야 한다. 본 논문에서 다루어질 내용은 내용의 특성상 이론적 접근 방법으로 비선형거동 특성의 범위를 기하학적 비선형 문제로 제한하며, 구조체의 대상인 Dome은 장·단변의 동일한 곡률을 가지게 함으로서 부재의 규격화를 하기에 유리한 장점을 가지고 있는 Flow Truss Dome으로 한다. 이 구조체는 하부 인장링과 상부의

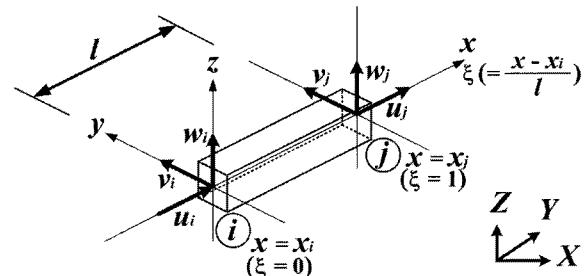
압축링으로 구성되며 이를 Flow Truss로 연결하여 셀 거동을 유도하여, 유선의 공간을 형성하기에 적합한 구조이다.

따라서, 본 연구에서는 단순 예제 및 Flow Truss Dome을 통하여 초기형상불완전성에 따른 좌굴내력의 저하를 살펴보고, 비대칭 하중모드에 따른 불안정 현상을 수치해석 기법을 이용하여 규명하도록 한다. 또한 MIDAS 프로그램을 이용하여 설계하중에 따른 변위 및 내력을 알아보고, 구조물의 설계하중에 따른 좌굴 내력비를 비교·고찰 한다.

2. 접선 강성행렬

기하학적인 비선형을 고려하여 해를 구하기 위해서는 일반적으로 선형화된 비선형 방정식을 이용하여 해석하는 방법을 이용한다. 따라서 본 장에서는 불안정 거동을 알아보기 위해서 이용한 접선 강성행렬을 얻는 과정을 기술하도록 한다.

연구 대상 구조물의 해석을 위한 요소로서는 입체 트러스 요소를 이용하도록 하며, 그림 1과 같이 절점변위 및 좌표계를 가정하도록 한다. 여기에서 변위는 Lagrangian 보간함수를 이용하여 나타낸다.



〈그림 1〉 요소의 절점변위 및 좌표계

입체 트러스 요소의 기하학적 비선형항을 포함한 변형도-변위 관계식을 Bernoulli-Euler 가정에 근거하여 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 일반적으로는 하중 전달 능력에 대한 평가를 수행하는 선형 탄성 해석의 수행에서는 우변의 두 번째 항을 소거하기도 한다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

위의 식을 절점변위로 표현된 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\varepsilon_x = \mathbf{A}_1 \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (2)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_1 = [N_{i,x} \ 0 \ 0 \ N_{j,x} \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{d} = [d_{xi} \ d_{yi} \ d_{zi} \ d_{xj} \ d_{yj} \ d_{zj}]^T$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} \end{bmatrix}$$

$$N_i = 1 - \xi, \ N_j = \xi$$

외력과 체적력(body force)을 받는 구조가 평형상태에 있을 때 여기에 임의의 가상변위를 추가하여 가상변위에 의해 발생한 일의 총화와 가상변위로 인해 구조체 내에 저장된 내부 변형에너지의 총화의 합이 0이 된다는 것이 가상일의 기본원리(principle of virtual work)이다. 이러한 가상일의 원리를 이용하여 현재의 상태를 초기상태로 가정한 뒤, 현 상태에서의 증분형 방정식을 구하면 식(3)과 같다.

$$\int_v [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x) \delta\varepsilon_x] dV = (f^{(0)} + f)^T \delta\mathbf{d} \quad (3)$$

식(2)로부터 $\delta\varepsilon_x$ 를 구하여 식(3)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다. 여기서 A 와 l 은 각각 요소의 단면적과 길이이다.

$$Al[(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(\mathbf{A}_1 + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B})] = (f^{(0)} + f)^T \quad (4)$$

탄성 영역에서의 불안정 거동을 살펴보기 위하여 탄성 계수 E 를 이용하여 σ_x 를 치환하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f^{(0)} + f &= Al(\mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)}) \\ &+ Al(\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{d} \\ &+ AlE(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{d} + \text{고차항} \end{aligned} \quad (5)$$

위 식에서 \mathbf{d} 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)을 \mathbf{r} 이라 정의하면, 식(6)과 같은 요소의 접선강성행렬을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{f} - \mathbf{r} = (\mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G) \mathbf{d} \quad (6)$$

여기서,

$$\mathbf{r} = Al \mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)}$$

$$\mathbf{k}_E = AlE(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) : \text{탄성 강성행렬}$$

$$\mathbf{k}_G = Al(\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) : \text{기하 강성행렬}$$

절점하중벡터, 불평형력벡터, 절점변위벡터를 변환행렬을 이용하여 증분형 강성방정식을 전체 좌표계에서 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} - \mathbf{R} &= (\mathbf{T}^T \mathbf{k}_E \mathbf{T} + \mathbf{T}^T \mathbf{k}_G \mathbf{T}) \mathbf{D} \\ &= (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G) \mathbf{D} \end{aligned} \quad (7)$$

이상에서의 증분형 강성방정식을 수치해석기법을 이용하여 공간구조물의 불안정거동을 살펴보기로 한다.

3. 수치해법과 불안정 특성

불안정 거동을 하는 경우의 평형경로는 형태에 따라 Hardening과 Softening으로 일반적으로 나누어지며, 전자의 경우에는 하중을 증분함으로써 그 경로를 추적할 수 있으나 후자의 경우는 하중증분으로는 그 메커니즘을 추적할 수 없다. 이러한 비선형 해석을 수행하는 경우, 여러 가지 해석기법들이 제안되고 있으나, 어떤 해석법을 선택하느냐에 따라 기초방정식의 유도, 해석의 정확도, 계산시간 등의 면에서 각기 다른 장단점을 가지고 있으므로 문제의 목적에 부합되는 해법을 선택하여야 하며, 이는 사용자의 경험에 크게 의존한다.

본 논문에서 다루는 공간구조물의 경우는 위의 두 현상이 모두 나타나므로 변위 증분법을 이용하여 해석을 수행하도록 한다.

식(7)의 선형화된 비선형 증분방정식을 하중벡터

와 불평형력 벡터를 하중모드라 정하고, 하중 파라메타로 표현된 다음식과 같이 변형시켜 일반적인 매트릭스 형태로 나타낸다.

$$\lambda \mathbf{F} = \mathbf{K} \dot{\mathbf{D}} \quad (8)$$

여기서,

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \cdots \mathbf{K}_n]$$

위 식은 증분구간에서 부분적으로 선형화한 것을 나타내고, 기하학적 비선형 해석에서 많이 이용되고 있는 증분방정식이다. 변위 증분을 하기 위한 증분파라메터를 하중 성분과 바꾸어 표현하면 식(8)을 다음과 같이 변위증분의 기초방정식을 나타낼수 있다.

$$d_1(-\mathbf{K}_1) = [-\mathbf{F} \quad \mathbf{K}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{K}_n] \begin{pmatrix} \lambda \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad (9)$$

식(9)가 변위증분법의 기초방정식이 되고, 매 증분 구간마다 기지의 변위 증분 d_1 에 대응하는 하중 파라메터의 증분 λ 와 d_1 이외의 변위 증분 $d_2, d_3 \dots d_n$ 을 구할 수 있다.

강성구조 시스템의 특징은 외력 레벨이 증가함에 따라 안정에서 불안정 영역으로 이행한다. 이때 구조거동의 특성으로는 뛰좌굴 현상과 분기좌굴 현상이 대표적으로 나타난다. 이를 불안정 거동을 파악하기 위해서는 접선강성 방정식을 이용하여 각 증분 구간에서의 강성을 체크하여 불안정 거동 특성을 판정하여야 한다.

위 식의 접선강성행렬 \mathbf{K} 는 보존계(conservative system)에서는 대칭행렬이고, 서로 직교하는 직교변환행렬(orthogonal transformation matrix)이 존재하므로, 따라서 대각화가능(diagonalizable)행렬이 된다.

\mathbf{K} 의 n 개의 고유치를 c_i ($i=1, 2, \dots, n$), 이에 대응하는 정규화 고유벡터를 t_i ($i=1, 2, \dots, n$)라 하면, t_i 를 열벡터로 하는 변환행렬 \mathbf{T} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{T} = [t_1, t_2, \dots, t_n] \quad (10)$$

여기서 \mathbf{T} 는 직교행렬(orthogonal matrix)이므로 $\mathbf{T}^T = \mathbf{T}^{-1}$ 가 성립한다. 변환행렬 \mathbf{T} 를 이용하여 변위벡터 $\dot{\mathbf{D}}$ 를 다음과 같이 $\dot{\mathbf{u}}$ 로 나타낸다.

$$\dot{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \dot{d}_1 \\ \Delta \dot{\mathbf{d}} \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \Delta \dot{\mathbf{u}} \end{pmatrix} = \mathbf{T} \dot{\mathbf{u}} \quad (11)$$

여기서 $\Delta \dot{\mathbf{d}}$ 와 $\Delta \dot{\mathbf{u}}$ 는 각각 $\dot{\mathbf{D}}$ 와 $\dot{\mathbf{u}}$ 에서 \dot{d}_1, \dot{u}_1 를 제외한 $(n-1)$ 차의 열벡터이다. 식(11)을 식(8)에 대입하고 양변에 \mathbf{T}^T 를 곱하면 다음의 식을 얻을수 있다.

$$\mathbf{T}^T \mathbf{F} \lambda = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} \dot{\mathbf{u}} \quad (12)$$

위 식에서 다음의 계수행렬을 정의한다.

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} t_1 \cdot f \\ t_2 \cdot f \\ \vdots \\ t_n \cdot f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ \Delta \mathbf{g} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & zero \\ c_2 & \ddots \\ zero & c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 \mathbf{C} 는 고유치로 구성된 대각화 행렬이고, $t_i \cdot f$ 는 두 벡터의 내적을 의미하며 위의 식을 식(12)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

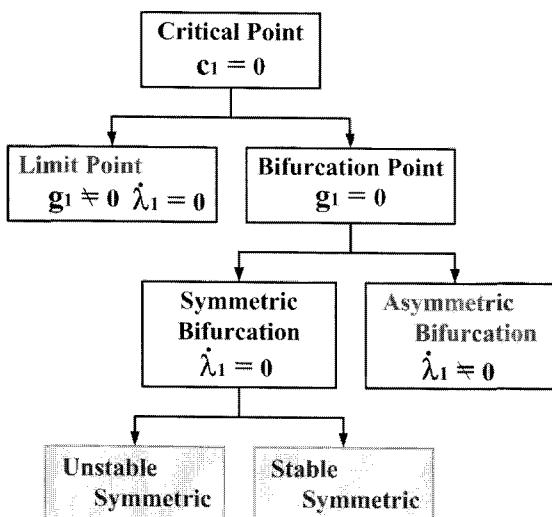
$$\begin{bmatrix} c_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \Delta \dot{\mathbf{u}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ \Delta \mathbf{g} \end{pmatrix} \lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

식(15)에서 최소 고유치를 c_1 이라 하면, 특이점(singular point)에서는 접선강성행렬의 행렬식은 0

이 되므로 따라서 대각화 한 행렬 C 또한 그 행렬식의 값이 0이 된다. 따라서 $c_1=0$ 이고, 식(15)의 첫 행 연산에 의해 다음의 관계가 성립한다.

$$g_1 \lambda = 0 \quad (16)$$

위 식의 λ 및 g_1 을 이용하면 좌굴점은 그림 2에서와 같이 분류할 수 있으며, g_1 의 의미를 생각해보면, $g_1 = t_1 \cdot f$ 이므로, c_1 에 대응하는 고유행렬 t_1 과 하중모드 f 가 직교함을 의미한다.

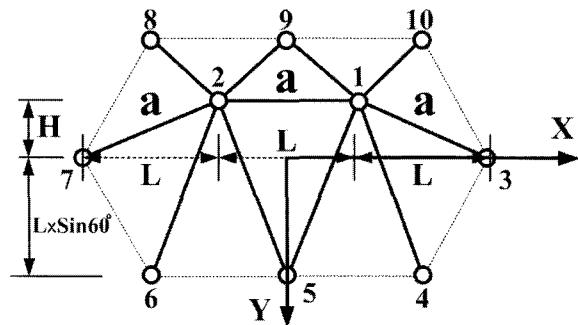


〈그림 2〉 좌굴점의 분류

따라서 $g_1=0$ 또는 $g_1 \neq 0$ 에 따라 좌굴점(critical point)을 그림 2에서 나타낸 것과 같이 각각 분기점(bifurcation point)과 극한점(limit point)으로 분류할 수 있으며, $g_1=0$ 인 경우가 분기좌굴을 발생시킨다. 이때 $\lambda=0$ 일 때가 대칭분기점, $\lambda \neq 0$ 일 때가 비대칭 분기점이 되며, 또 $g_1 \neq 0$ 인 경우에는 $\lambda=0$ 일 때가 극한점이 되며 뛰좌굴을 발생시킨다.

4. 2-자유절점 모델의 불안정 거동

본 장에서는 공간트리스 구조물의 일반적인 불안정 거동을 파악하기 위하여 그림 3에서 보는바와 같이 2개의 자유절점을 가지는 단위 공간트리스 모델을 채택하여 해석을 수행하고자 한다.



〈그림 3〉 2-자유절점 Model

채택된 모델은 단위 공간트리스 구조물의 뛰좌굴 현상 및 분기좌굴 현상에 의한 구조물의 불안정 거동을 파악하기 위하여, 구조물의 형상은 동일하나 부재 재원을 각각 달리하는 2개의 모델로 구분하여 이에 따른 거동의 차이를 알아본다. 즉, Model-A는 부재 단면적이 전 부재에서 일정한 모델이며 Model-B는 그림에 나타낸 a부재의 단면적은 Model-A의 부재 단면적과 동일하고 a부재를 제외한 나머지 부재의 단면적은 a부재의 단면적을 0.1배한 모델이다. 각 모델의 탄성계수 E는 두 모델에 동일한 2.1×10^6 kg/cm²을 이용하며, 각 모델의 기하학적 제원은 표 1에 나타낸 것과 같다.

〈표 1〉 2-자유절점 Model의 제원

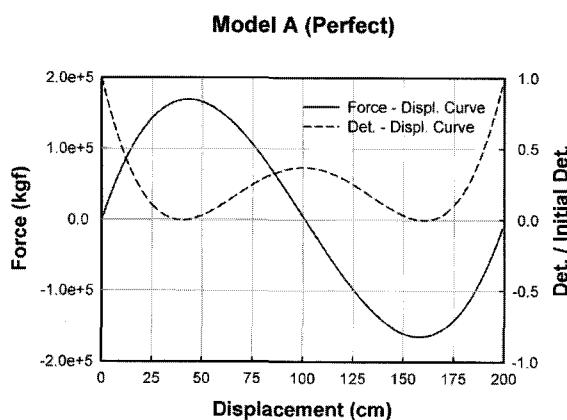
Model	$\mu = H/2L$	L (cm)	H (cm)	Area (cm ²)	
				a	Others
A	0.1	500	100	11.2	11.2
B	0.1	500	100	11.2	1.12

채택된 해석모델은 대칭형상이며 대칭하중을 받는 모델이다. 그러므로 변형 상태를 나타내는 모드도 대칭모드가 주 모드가 된다. 여기서 모든 부재가 동일한 단면을 갖는 Model-A의 경우는 뛰좌굴 현상에 의한 거동이, 부재간의 단면적을 달리한 Model-B의 경우는 분기좌굴 현상에 의한 불안정 거동이 발생하게 모델을 구성하였다.

구조물의 경계조건은 절점 1과 2는 자유이고, 절점 1과 2를 제외한 주변의 전 절점은 고정이며, 구조물의 전체 자유도수는 6개가 된다. 하중조건은 절점 1과 2에서 수직방향으로 동일 레벨의 하중모드가 작용한다.

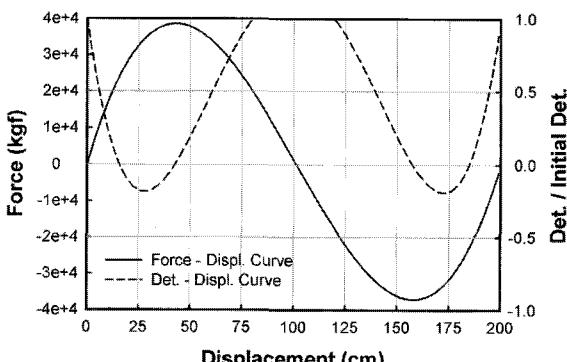
4.1 완전형상 해석 결과

그림 4은 초기형상불완전을 고려하지 않은 완전형상인 Model-A의 해석결과이고, 실선은 비선형 하중-변위 곡선이다. 점선은 매 증분에서 얻어지는 접선 강성 행렬의 행렬식을 초기 행렬식으로 나누어 일반화시킨 값(normalized value)과 변위와의 관계를 나타낸 곡선이다.



〈그림 4〉 Model-A의 해석결과

Model-A에서는 각 증분단계의 강성행렬 행렬식의 특이점(singular point)이 하중-변위 곡선 상의 첫 번째 극한점에서 0의 값을 나타낸다. 따라서 Model-A는 하중-변위 곡선의 극한점 부근에서 불안정 거동을 나타내며, 이는 뛰좌굴 현상에 의한 불안정 거동임을 알 수 있다. 즉, Model-A는 첫 번째 극한점이 임계점이 되며, 이때의 하중-변위 곡선상의 하중레벨이 임계값이 되었을 때가 구조물의 좌굴하중 레벨이 된다.

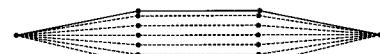


〈그림 5〉 Model-B의 해석결과

그림 5에서는 Model-B의 완전형상에 대한 해석결과를 보여주고 있다. 그림 4와 마찬가지로 실선은 비선형 하중-변위 곡선이며, 점선은 매 증분에서 얻어지는 행렬식과 변위와의 관계를 나타낸 곡선이다.

Model-B에서는 행렬식의 특이점이 하중-변위 곡선의 첫 번째 극한점 이전에 0값을 나타내고 있으며, 이는 뛰좌굴 현상이 일어나기 전에 분기좌굴 현상에 의한 불안정 거동이 있음을 나타낸다.

행렬식이 처음으로 x축과 교차하는 점이 첫 번째 분기점이 되며, 이때의 하중-변위 곡선상의 하중레벨이 좌굴하중 레벨이 된다. 또 행렬식이 0이 되는 점들을 차례로 분석하면 첫 번째 분기점, 첫 번째 극한점, 두 번째 극한점, 두 번째 분기점을 각각 나타낼 수 있다.



(a) 뛰좌굴에 의한 Snapping



(b) 분기좌굴에 의한 Snapping

〈그림 6〉 2-자유절점 모델의 Snapping 현상

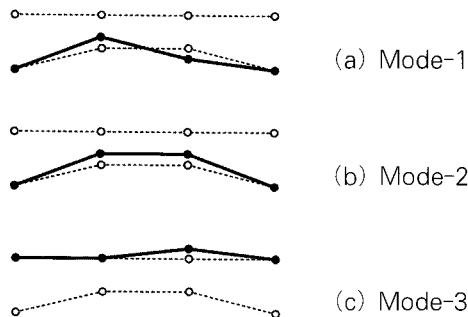
뛰좌굴 현상과 분기좌굴 현상을 보다 상세히 나타내기 위해 구조물 전체의 변형과정을 그림 6에 나타낸다. 그림 6-(a)는 뛰좌굴에 의한 Snapping이, (b)는 분기좌굴에 의한 Snapping이 선명히 나타나고 있다.

4.2 초기형상불완전을 고려한 해석 결과

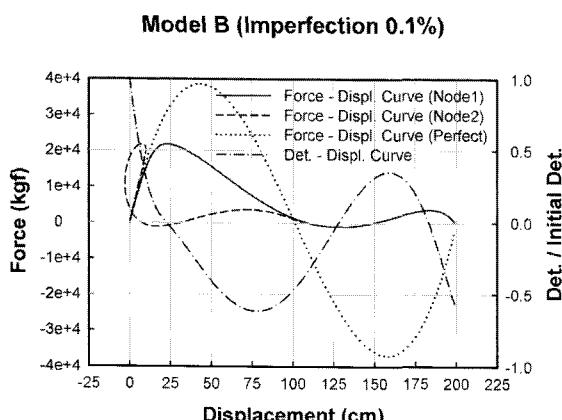
그림 7은 초기형상불완전을 고려하기 위해서 부재의 강성이 다른 Model-B에 대한 고유치 해석을 수행한 결과이다. 1st Mode가 역대칭 모드, 2nd Mode가 대칭 모드임을 나타낸다.

Model-B의 초기형상불완전양은 첫 번째 Mode를 이용하여 span의 0.1%로 정하였고, 이를 해석하면 그림 8에서와 같은 하중-변위 곡선을 얻을 수 있다.

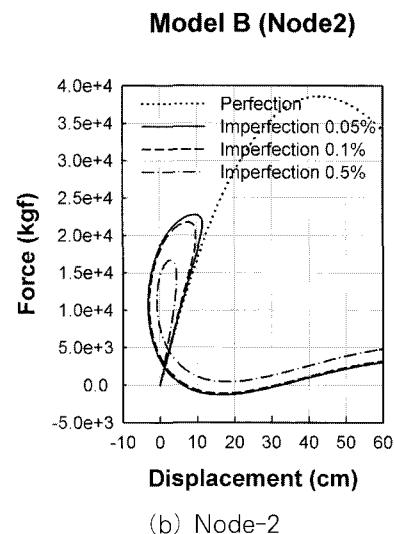
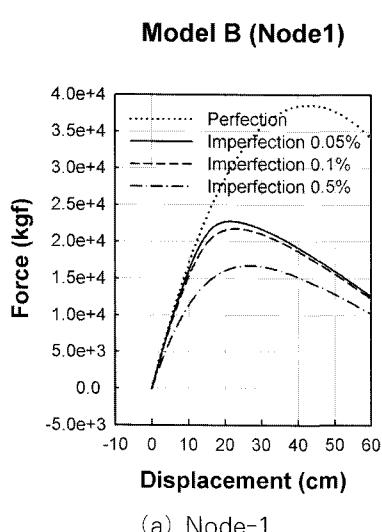
여기서 점선은 완전형상일 경우의 결과이고, 실선과 파선은 각각 초기형상불완전을 고려한 해석결과이다. 완전계 모델의 분기점 근방에서 Snapping이 발생하며, 이때 절점 1과 2는 각각 다른 평형 궤도를 따라 움직이고 있음을 알 수 있다. 즉 비대칭 변형모드에 의한 분기좌굴 현상이 일어난다.



〈그림 7〉 2-자유절점 모델의 좌굴 모드



〈그림 8〉 초기형상불완전 Model-B의 해석결과



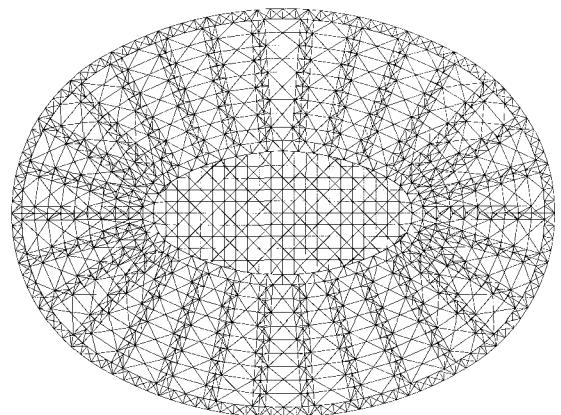
〈그림 9〉 초기형상불완전에 의한 민감도 비교

초기형상불완전양의 크기에 따른 비선형 거동의 변화를 알아보기 위해 불완전양을 0.05%, 0.1%, 0.5% 등으로 변화시켜 그 결과를 그림 9에 나타낸다. 그림에서 보는바와 같이 셀형 공간구조물은 초기형상 불완전 양에 따라 매우 민감히 반응하며, 이에 따른 임계하중도 크게 저하함을 알 수 있다.

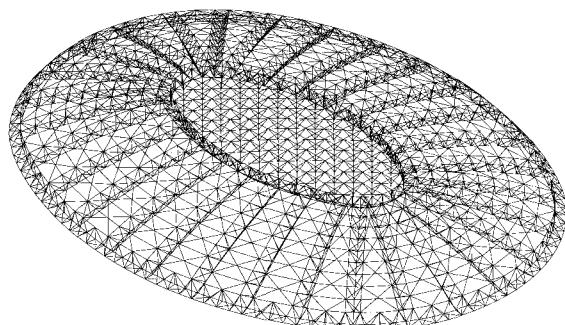
5. Flow Truss Dome 모델

본 장에서 다루게 될 예제는 하부에 인장링과 상부의 압축링을 구성한후, 이를 Flow Truss로 연결하고 대각부재로 셀 거동을 유도하여 Truss의 간격을 확장시키는 시스템으로서 유선형 돔의 이미지를 잘 표현할 수 있다. 또한 장·단면의 Flow Truss가 동일한 곡률을 가지게 함으로써 부재의 규격화를 할 수 있는 시스템으로 알려져 있다.

형상은 그림 10에서 보는바와 같고 절점은 모두 1545개로 그리고 요소는 모두 5501개로 구성하여 해석을 수행하였다. 전체적인 구조물의 크기는 밀변의 최장 저면 직경의 길이가 약180m이고, 단면으로는 150m이며, 장축방향으로 3m의 고저차를 두었으며 검토하고자 하는 절점의 좌표값은 표 2에 기록하였으며 나머지 절점의 좌표값들은 동일 곡률 형태로 계산하여 구할 수 있다.

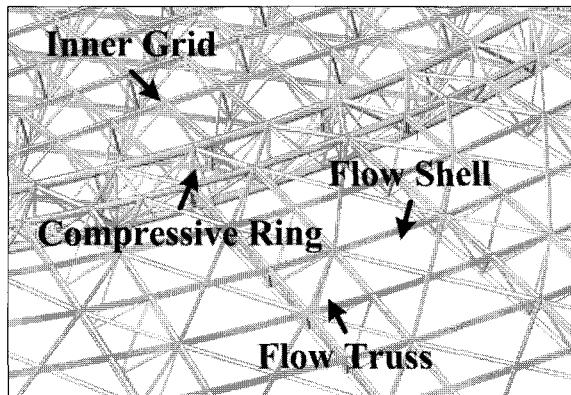


(a) 평면도



(b) 입체도

〈그림 10〉 Flow Truss Dome 모델의 형상



〈그림 11〉 Flow Truss Dome 모델의 부분 명칭

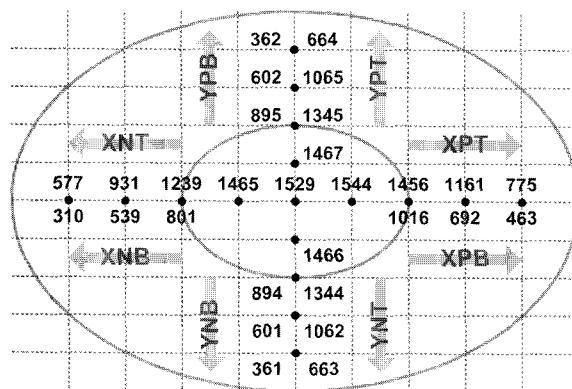
〈표 2〉 Flow Truss Dome 모델의 좌표값

Node	Coordinate		
	X	Y	Z
XPT	1529	15.75	0.0
	1544	-0.25	0.0
	1456	44.27	0.0
	1161	61.96	-2.25
	775	75.94	-2.25
YPT	1467	-0.24	12.0
	1345	-0.23	21.08
	1065	-4.5	38.65
	664	-5.42	52.54
	1465	-16.24	0.0
XNT	1239	-44.73	0.0
	931	-62.33	-2.25
	577	-76.20	-2.25
	1466	-0.24	-12.0
YNT	1344	-0.23	-21.08
	1062	-4.5	-38.65
	663	-5.42	-52.54
	1021		

〈표 3〉 Flow Truss Dome 모델의 제원

	부재의 위치	형상	단면적(cm ²)
Inner Grid	상현재	H	107.7
	하현재	H	92.18
	수직재	O	30.01
Flow Truss	상현재	H	107.7
	하현재(압축링 방향)	O	69.13
	하현재(인장링 방향)	O	129.5
	하현 사재(압축링 방향)	O	19.13
	상현 사재(대각선 부재)	O	46.03
	하현 사재(중앙부)	O	30.01
	하현 사재(인장링 방향)	O	34.79
Flow Shell	위선방향 부재	H	72.38
	대각방향 부재	O	49.27
Tensile Ring	상현재	O	184.0
	하현재(안쪽)	O	184.0
	하현재(바깥쪽)	O	247.3
	수직 부재	O	73.06
	수직 사재	O	49.27
	하현 사재(인장링 방향)	O	65.19
	상현재(바깥쪽)	O	167.8
Compressive Ring	상현재(안쪽)	O	352.2
	하현재	O	272.8
	상현 사재	O	65.19
	수직 부재	O	39.61

Flow Truss Dome은 그림 11에서 보는것과 같이 Inner Grid, Flow Truss, Flow Shell 및 인장·압축 링 부분으로 나누어서 구성하였고, 부재의 물성치로는 탄성계수는 $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 포아송비는 0.3 그리고 질량은 0.00785 kgf/cm^3 이며 각 부재의 단면적과 단면 형상은 표 3에 나타난 것과 같다.



〈그림 12〉 해석 모델의 절점 Layout

구조물의 불안정 현상을 알아보기 위해서 그림 12와 같이 검토할 절점을 구획하였으며 모두 29개의 절점의 변화를 알아보기로 한다. 여기서, 네 방향은 X축 및 Y축의 +방향(P)과 -방향(N)이며 상부(T) 및 하부(B)의 절점의 변화를 여러 가지 하중모드와 초기 불완전성을 고려하여 검토하도록 한다.

하중모드에 따른 좌굴내력을 알아보기 위해서는 세 가지의 하중모드를 고려해 보기로 한다. 일반적으로 구조물의 지붕에서 고려하는 설계하중은 고정하중(DL), 적재하중(LL), 적설하중(SL) 그리고 풍하중(WL)이며, 이중에서 풍하중은 고려하지 않기로 하며 다음과 같이 세가지 형태의 하중조합을 선정하도록 한다.

Load Case

1. DL+LL+SLu (SLu : 등분포 적설)
2. DL+LL+SLx (SLx : x축 편심 적설)
3. DL+LL+SLy (SLy : y축 편심 적설)

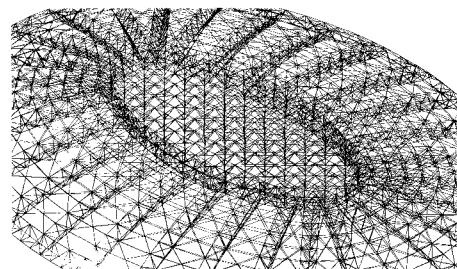
여기서, 고정하중은 자중 및 절점하중(자중의 약 10%)과 마감(35 kgf/m^2)을 고려한 하중으로 정하고, 적재하중은 60 kgf/m^2 그리고 적설하중은 50

kgf/m^2 로 하여 해석하기로 한다.

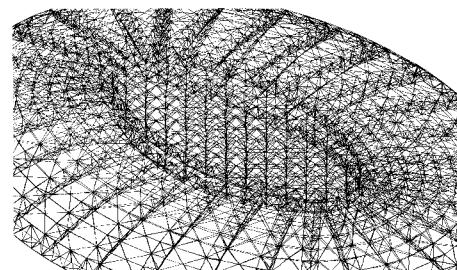
5.1 완전형상 해석 결과

Flow Truss Dome 모델의 완전형상일 때 세가지 하중모드를 적용하여 불안정 해석을 수행하였다. 그림 13은 해석의 결과를 해석 전 형상과 겹쳐서 표현한 그림이고, 여기서 하중모드 1은 하중 조합에서 등분포 적설하중에 의한 조합을, 하중모드 2는 x축 편심 적설 그리고 하중모드 3은 y축 편심 적설일 때를 각각 나타낸다.

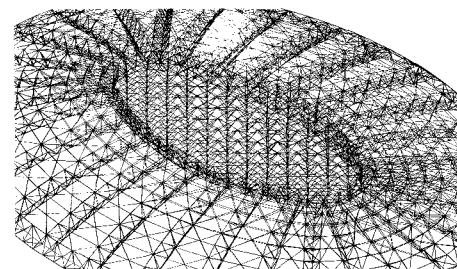
그림 14에서 그림 17은 완전형상일 때의 하중-변위 곡선이며 하중축과 변위축에 내려진 수선이 임계 하중일 때의 값으로 절점의 구획된 순서대로 나타내었다.



(a) Load Mode 1 (SLu)

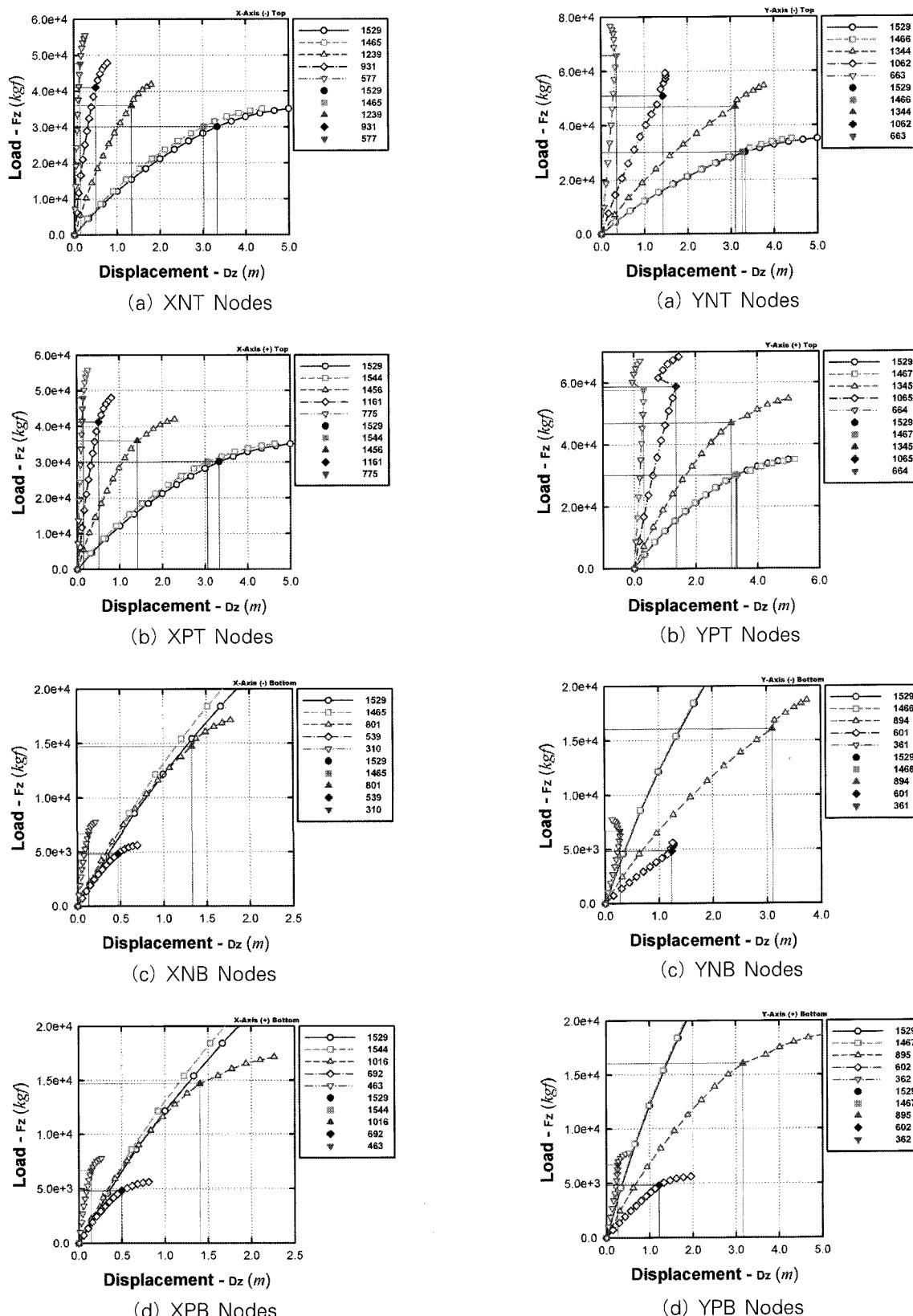


(b) Load Mode 2 (SLx)



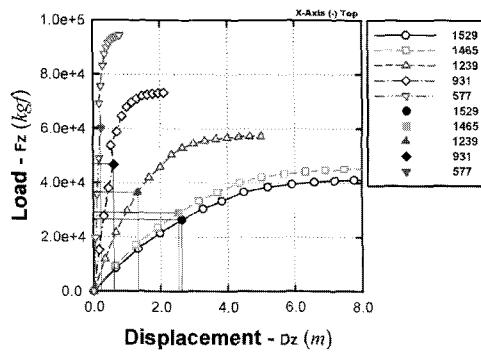
(c) Load Mode 3 (SLy)

〈그림 13〉 모델의 완전형상에 대한해석

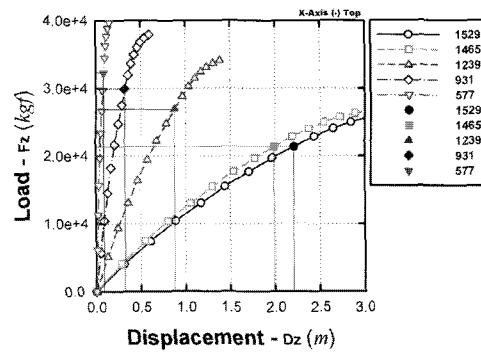


〈그림 14〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLu-Load Mode 1) X축 부분의 절점

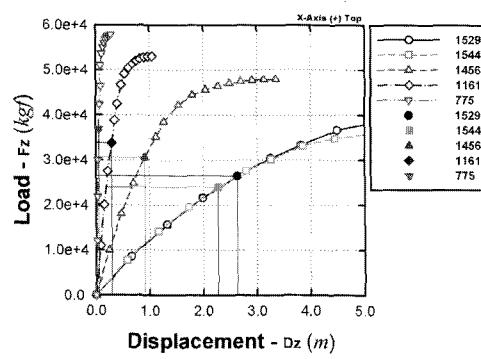
〈그림 15〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLu-Load Mode 1) Y축 부분의 절점



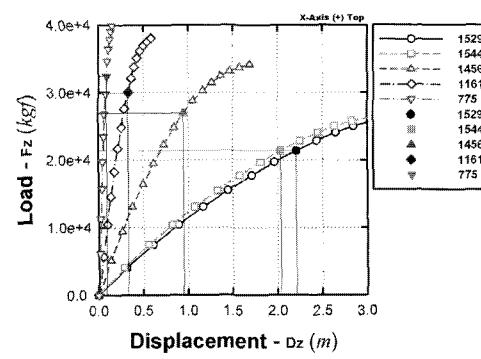
(a) XNT Nodes



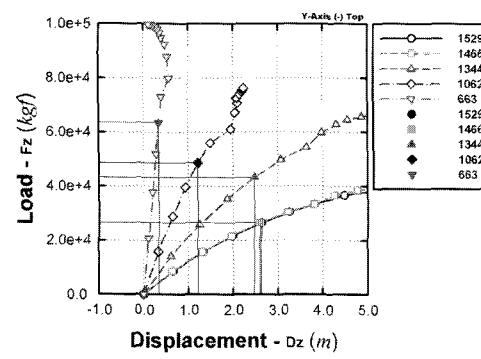
(a) XNT Nodes



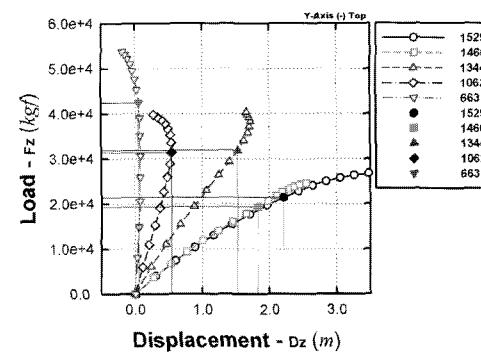
(b) XPT Nodes



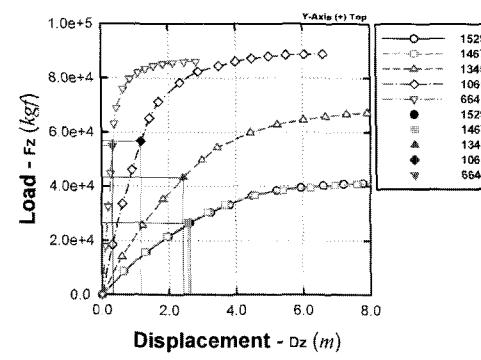
(b) XPT Nodes



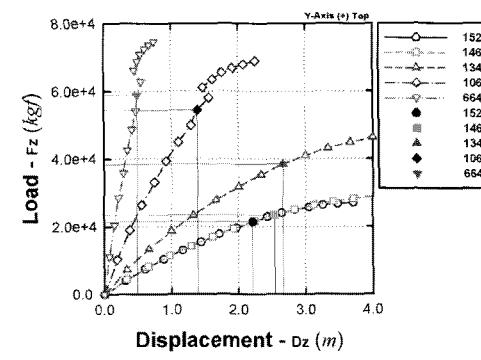
(c) YNT Nodes



(c) YNT Nodes



(d) YPT Nodes



(d) YPT Nodes

〈그림 16〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLx-Load Mode 2)

〈그림 17〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLy-Load Mode 3)

해석결과를 볼 때, 완전형상의 하중모드가 SLu인 경우 그림 14에서 그림 15에 나타난 것과 같이 XNT와 XPT방향의 절점들이 모두 하중의 증가에 따라 변위도 증가하고 있으며 하부절점을 나타내고 있는 XNB와 XPB도 유사하게 거동하고 있다. YNT방향의 절점의 경우에는 인장링 방향에 가까운 절점에서는 임계값을 지나서 그 진행정도가 점점 줄어들고 있는 경향이 있으며 YPT에서도 그러한 변화를 보여주고 있다. 또한 그림 16에서 보여주고 있는 하중모드 SLx의 경우도 거의 유사함을 알 수 있다. 그러나 하중모드가 SLx의 경우에는 절점의 변화가 SLu에서와 곡선의 형태는 유사하게 진행되나 변화하는 정도는 SLu와 비교해 볼 때 매우 빠른 변화율을 가지며 그 임계값 또한 줄어들고 있음을 그림 17를 통해서 알 수 있다.

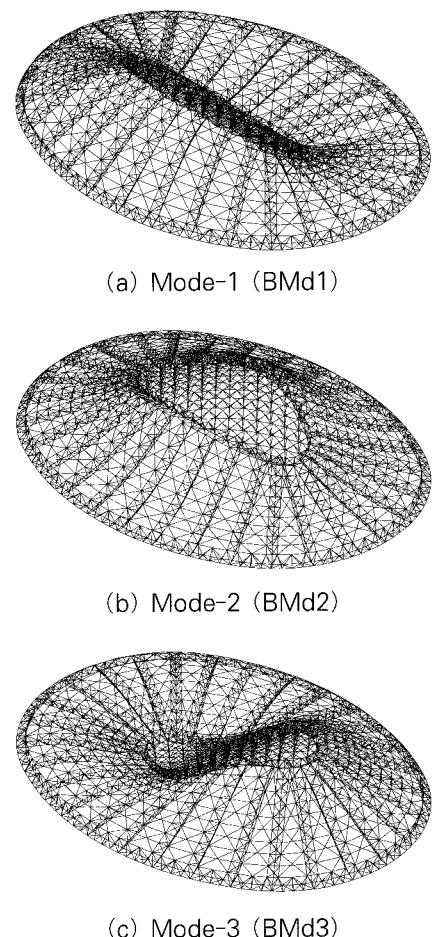
5.2 초기형상불완전을 고려한 해석 결과

본 절에서는 초기형상불완전성을 고려한 Flow Truss Dome 예제의 해석을 수행하기로 한다. 해석에 앞서 2-자유절점 예제와 마찬가지로 고유치 해석을 수행하면 그림 18에서와 같은 좌굴모드를 얻을 수 있으며, 가장 낮은 고유값에 대한 좌굴모드 중에서 하중모드와 동일한 방향성을 가진 첫 번째와 세 번째 모드를 초기형상 불완전을 고려하기 위한 좌굴모드로 선택한다.

불완전량에 대해서는 구조물의 최장 저면 직경에 대한 값에 각각 0.1%와 0.2%를 적용하여 해석하도록 하며 각각의 경우에 대하여 해석하고자 하는 모델을 요약하면 다음과 같다.

□ 해석 종류

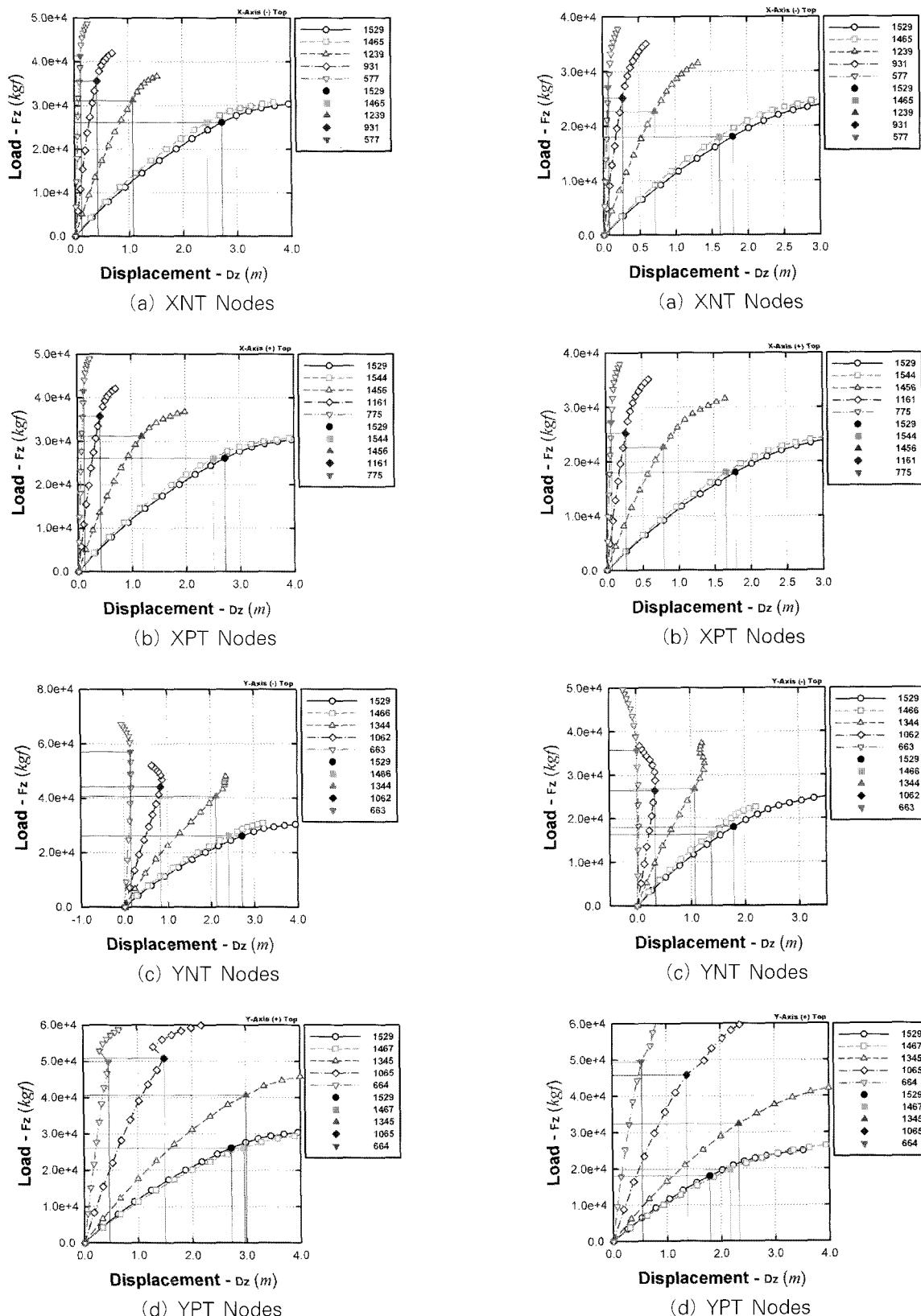
1. Mode-1 (BMd1 0.1%) - SLu
2. Mode-1 (BMd1 0.1%) - SLy
3. Mode-1 (BMd1 0.2%) - SLu
4. Mode-1 (BMd1 0.2%) - SLy
5. Mode-3 (BMd3 0.1%) - SLu
6. Mode-3 (BMd3 0.1%) - SLx
7. Mode-3 (BMd3 0.2%) - SLu
8. Mode-3 (BMd3 0.2%) - SLx



〈그림 18〉 해석 대상 모델의 좌굴모드

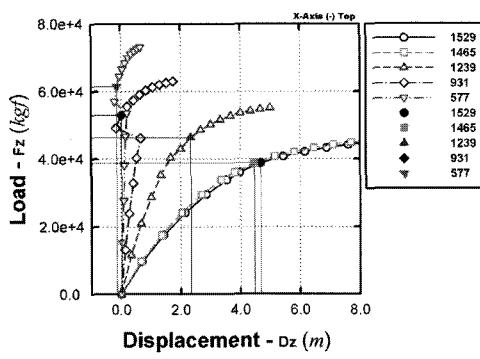
좌굴모드 BMd1에서 모드의 특성상 y축에 대해서 대칭을 이루고 있는 형상이므로 하중모드의 적용에서 SLx는 생략하기로 한다. 마찬가지로 BMd3에서도 SLy 모드는 생략하기로 한다.

그림 19와 20은 좌굴모드 BMd1의 초기형상 불완전량이 0.2%일때의 하중모드 SLu와 SLy의 해석결과이며, 그림 21과 22는 좌굴모드 BMd3의 SLu와 SLx의 해석결과에 따른 하중-변위 곡선이다. 해석된 모델 모두가 완전형상일 때 보다 변위가 빠르게 증가하며, 인장링 부근의 절점변화도 더욱 큰 변화를 보이고 있다. 인장링 부분에서 절점의 이러한 변화는 YNT방향의 절점에서 Snap-Back 현상을 보여주고 있으며 중앙부의 변위가 증가할수록 그 현상이 더 뚜렷히 보이고 있다. 뿐만 아니라 좌굴하중의 감소 또한 더 크다는 것을 모든 해석결과의 하중-변위 곡선에서 보여주고 있다.

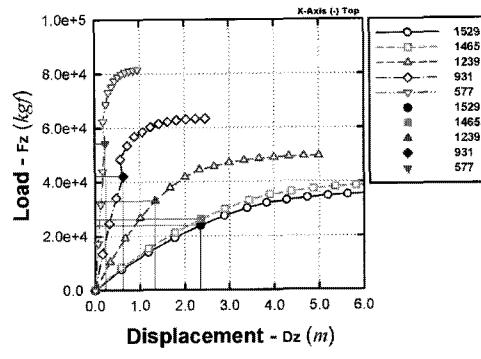


〈그림 19〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLu, Imperfection 0.2% -BMd1)

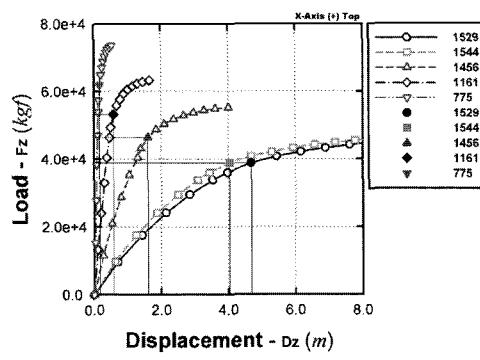
〈그림 20〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLy, Imperfection 0.2% -BMd1)



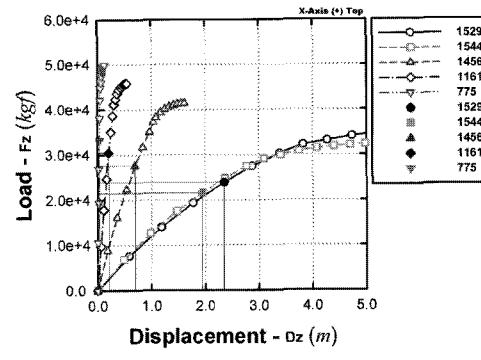
(a) XNT Nodes



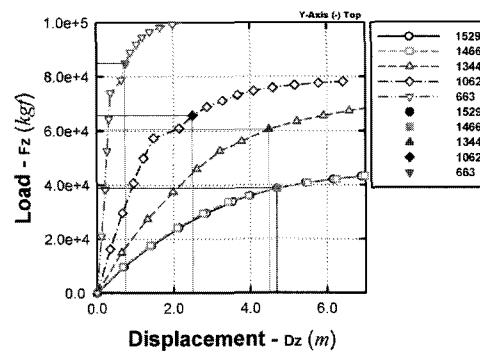
(a) XNT Nodes



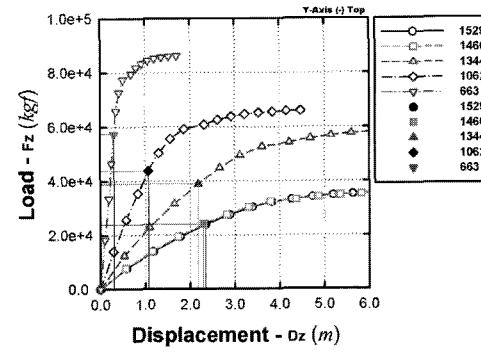
(b) XPT Nodes



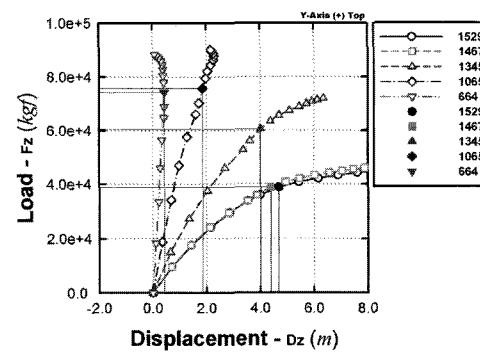
(b) XPT Nodes



(c) YNT Nodes

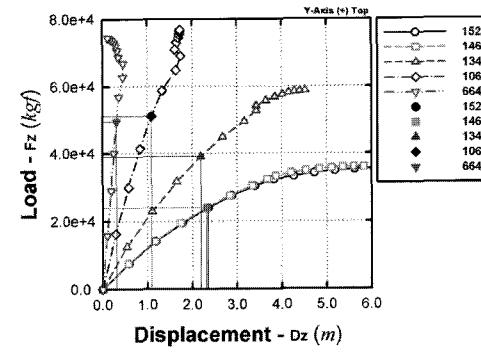


(c) YNT Nodes



(d) YPT Nodes

〈그림 21〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLu, Imperfection 0.2% -BMD3)



(d) YPT Nodes

〈그림 22〉 Flow Truss Dome의 하중-변위 곡선
(SLx, Imperfection 0.2% -BMD3)

〈표 4〉 Flow Truss Dome 모델의 설계하중과 변위 및 해석결과의 비교 (MIDAS, NASS 2001)

Node	SLu (Load Mode 1)			SLx (Load Mode 2)			SLy (Load Mode 3)		
	Load Fz(kgf)	Dz(cm)		Load Fz(kgf)	Dz(cm)		Load Fz(kgf)	Dz(cm)	
		MIDAS	NASS 2001		MIDAS	NASS 2001		MIDAS	NASS 2001
XPT	1529	3132.5	22.79	22.78	2647.4	20.09	20.08	2647.5	20.18
	1544	3133.2	20.93	20.92	2393.9	17.52	17.51	2648.0	18.59
	1456	3743.2	9.82	9.82	3055.0	7.23	7.22	3333.3	8.7
YPT	1161	4290.1	3.99	3.99	3378.9	2.46	2.46	3714.5	3.31
	775	4987.3	1.22	1.21	3682.9	0.5	0.5	4012.8	0.94
	1467	3134.4	22.18	22.17	2649.4	19.5	19.49	2903.5	21.61
XNT	1345	4879.0	20.76	20.75	4325.0	18.18	18.17	4755.0	21.65
	1065	6108.3	10.72	10.71	5664.6	9.67	9.66	6729.2	12.57
	664	5985.5	3.58	3.56	5485.9	3.29	3.28	7284.0	5.02
YNT	1465	3132.2	20.76	20.75	2901.3	19.29	19.28	2647.3	18.3
	1239	3739.0	9.47	9.47	3648.2	10.22	10.22	3330.2	8.28
	931	4276.0	3.71	3.7	4671.9	4.89	4.89	3704.3	3.11
	577	4959.3	1.06	1.05	6009.3	1.89	1.89	3993.8	0.84
	1466	3134.4	22.29	22.28	2649.4	19.65	19.64	2395.4	17.86
	1344	4878.9	21.03	21.03	4324.9	18.52	18.51	3941.6	15.61
YNT	1062	5302.1	11.04	11.02	4858.4	9.99	9.98	3882.7	7.3
	663	6849.8	3.78	3.77	6350.2	3.49	3.48	5251.5	2.03
									2.01

6. 비교 · 고찰

본 장에서는 Flow Truss Dome 예제의 비선형 해석을 수행하여 구한 좌굴하중을 설계하중과 비교하여 그 변화를 고찰하고자 한다. 여기서 표 4는 공간 구조물의 해석을 위해 개발된 NASS 2001 (Nonlinear Analysis for Spatial Structures) 프로그램과 MIDAS 프로그램을 이용하여 설계하중과 설계하중에 대한 변위값을 비교한 표이며, 표 5는 중앙 절점에 대하여 얻어진 좌굴하중을 설계하중과 비교한 표이다.

하중모드 SLu에서는 완전형상일 때 보다 형상 불완전을 고려한 BMd1 모델에서 하중값은 증가하였으나 BMd3 모델에서는 감소하였다. 그러나 두 가지 모두 초기불완전량의 증가에서는 동일하게 좌굴하중 비가 증가하였다. 또한 하중모드 SLx와 SLy의 경우에는 모두 불완전형상을 고려하였을 때 불완전양에 따라 증가하고 있음을 알 수 있다.

완전형상의 경우에서 설계하중에 대한 좌굴하중의 비는 하중모드가 SLu 보다 SLy가 더 크다는 것과 SLx와는 좌굴하중은 작지만 좌굴하중의 비는 비슷함을 알 수가 있다. 이는 첫 번째 좌굴모드와 하중

〈표 5〉 Flow Truss Dome 모델의 좌굴하중비

Model		좌굴하중 (kgf)	변위 (m)	설계하중 (kgf)	Ratio (%)
Perfect Model	SLu	30100.0	3.333	3130.0	10.4
	SLx	26481.0	2.632	2645.5	10.0
	SLy	21393.0	2.209	2645.5	12.4
Imperfect Model	BMd1 - 0.1%	SLu	27572.0	2.914	3130.0
		SLy	18807.0	1.875	2645.5
Imperfect Model	BMd1 - 0.2%	SLu	26084.0	2.723	3130.0
		SLy	17993.0	1.792	2645.5
	BMd3 - 0.1%	SLu	49297.0	8.200	3130.0
		SLx	25151.0	2.482	2645.5
	BMd3 - 0.2%	SLu	38830.0	4.681	3130.0
		SLx	23891.0	2.346	2645.5

모드가 유사한 방향을 가지고 있는 모델이기 때문인 것으로 보인다. 또한 하중모드 SLy의 경우는 다른 하중모드에 비해서 초기형상불완전성을 고려할 때 현저히 높은 값을 보이고 있으며 불완전량의 증가에 대해서도 설계하중에 대한 좌굴하중의 비가 여전히 증가하는 것을 보이고 있다.

전체적으로 볼 때, 좌굴하중비는 SLy 하중모드가 14.7%로 가장 높으며, SLu 하중모드가 12.0%, SLx 가 11.1%로 나타나며 좌굴하중의 값은 SLu가 26,084kgf로 제일 높으며, SLx가 23,891kgf 그리고 SLy가 17,993kgf 인 순서로 나타나고 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 여러 가지 설계하중의 조합에 대한 하중모드와 초기형상불완전성을 고려하여 2-자유절점 및 Flow Truss Dome 모델에 비선형 해석을 수행하여 불안정 거동 및 설계하중에 대한 좌굴하중비를 고찰해 보았으며, 그 결과는 다음과 같다.

1. 초기형상 불완전양의 증가에 따라 좌굴하중이 감소하며, 이때 좌굴모드는 최소 고유치에 대응하는 모드가 지배한다.
2. 타원형 Flow Truss Dome의 경우 단축 방향의 비대칭 좌굴모드가 장축방향의 좌굴모드 보다 좌굴하중이 더 낮으며, 하중모드가 반 재하일 경우가 더 낮게 나타난다.

참 고 문 헌

1. Recommendations for Reinforced Concrete Shell and Folded Plates, IASS, Madrid, 1979.
2. Analysis, Design and Realization of Space Frames, IASS, Madrid, 1984.
3. Analysis, Design and Construction of Braced Domes, Edited by Z.S. Makowski, Nichols Publishing Company, New York, 1984.
4. L.Kollar & E.Dulacska, Buckling of Shells for Engineers, John Wiley & Sons, Budapest, 1984.

5. Kollar, Lajos and Hegedus, Istvan, Analysis and Design of Space Frames by the Continuum Method, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Netherlands, 1985.
6. M. Wakabayashi, Design of Earthquake-Resistant Buildings, McGraw-Hill, Tokyo, 1986
7. 日本建築學會 シェル空間構造運営委員會 スペースフレーム小委員會, 單層ラチスドームの安定解析, 日本建築學會, 1989.
8. Jozef Sumec, Regular Lattice Plates & Shells, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1990.
9. 金勝徳, 偏平構造物の動的安定に関する研究, 東京大學 博士學位論文, 1990.
10. 石川浩一郎, スペースフレームの耐荷力に関する解析的研究, 豊橋技術科學大學 博士學位論文, 1990.
11. 日本建築學會 シェル空間構造運営委員會 空間骨組小委員會, 二層立體ラチス構造の解析・設計・施工, 日本建築學會, 1992.
12. 日本建築學會 シェル空間構造運営委員會 連續體構造小委員會, シェル・單層ラチス構造の振動解析, 日本建築學會, (株)丸善, 東京, 1993.
13. 권택진, 김승덕, 최현식, 정명채, Shell構造의理論 및 應用, 전산구조공학회 기술강습회 교재 9-1, 한국전산구조공학회, 1994.
14. 日本建築學會 構造委員會本委員會 應力小委員會, 構造物の不安定現像と限界状態, 日本建築學會, (株)丸善, 東京, 1994.
15. 五十嵐定義, 井上一郎, 木林長仁, 清野美次, “筋かい付き架構の復元力特性(その1),” 日本建築學會論文報告集, 第196號, 1971. 6., pp.47-54.
16. 波部, “設計模擬地震動に関する研究,” 日本建築學會論文報告集, 1981. 10.
17. 加藤史郎, 石川浩一郎, “ピン接合單層ラチスドームの彈性座屈性状の分析と座屈荷重の推定,” 日本建築學會構造系論文報告集, 第393號, 1988. 11., pp.118-127.
18. 加藤史郎, 石川浩一郎, “ピン接合單層ラチスドームの彈塑性座屈荷重について,” 日本建築學會構造系論文報告集, 第404號, 1989. 10., pp.105-114.