

## 텐세그리티 단위 구조의 형상 결정에 관한 연구

### A Study on the Shape-Determination for Tensegrity Unit-Structures

고 광 응\*      권 익 노\*\*      권 택 진\*\*\*  
Ko, Kwang-Ung      Kwun, Ik-No      Kwun, Taek-Jin

#### Abstract

The basic systems of spatial structures such as shells, membranes, cable-nets and tensegrity structures have been developed to create the large spaces without column. But there are some difficulties concerning structural stability, surface formation and construction method. Tensegrity systems are flexible structures which are reticulated spatial structures composed of compressive members and cables. The rigidification of tensegrity systems is related to selfstress states which can be achieved only when geometrical and mechanical requirements are simultaneously satisfied.

In this paper, the force density method allowing form-finding for tensegrity systems is presented. And various modules of unit-structures are investigated and discussed using the force density method. Also, a model of double-layered single curvature arch with quadruplex using supplementary cable is presented.

**keywords :** Tensegrity system, Force density method, Reduced row echelon form(Rref), Connection matrix, Rank

## 1. 서 론

대공간을 형성하는 구조시스템의 경우, 스패의 길이가 일정한 범위를 초과하면 자중이 시스템의 구조적 거동 특성을 지배하는 가장 중요한 요소가 된다. 따라서, 스패의 증가에 따른 지붕의 자중을 최소화하기 위하여 좌굴이 발생가능한 압축 부재의 사용을 가능한 최소화할 수 있는 구조시스템의 고려가 요구된다. 이러한 구조 시스템 중에는, 케이블네트-구조, 막구조, 그리고 텐세그리티 구조 등이 있다. 케이블네트 및 막구조물은 순수한 인장으로만 형성되는 인장 구조물인 것에 비해, 텐세그리티 구조는 압축재와 인장재가 적절히 배치되어 있는 구조시스템으로 경량화 및 합리화를 확보할 수 있는 구조 시스템이다.

Vassart<sup>1,2)</sup>는 텐세그리티 구조물의 안정화 형상을 찾는데 Sheck<sup>3)</sup>의 내력밀도법을 이용하였다. 내력 밀

도법은 구조물의 각 절점에서의 내력과 외력에 의한 평형 방정식만을 사용하였으며, 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입하여 비선형방정식을 선형방정식으로 변화하여 해석하는 방법이다. 그러나 압축재와 인장재로 구성된 텐세그리티 구조에서 내력밀도법 사용시 구성 행렬은 언제나 특이 행렬을 갖는다. 즉 구성행렬의 rank에 따라서 다양한 형태의 단위 구조 형상을 찾아낼 수 있다.

Vassart는 내력 밀도법을 이용하여 기본 단위 구조의 관계식들을 제안했다. 즉, 각 부재의 내력 밀도 값들을 3개로 단순화하여 구성 행렬을 만들고, 단위 구조마다 구성행렬의 rank를 줄일 수 있는 관계식을 유도하였다. 또한 기본 단위 구조를 이용하여 이중층을 갖는 평면형 구조물을 제안하였다.

본 논문에서는 단일 곡률을 형성할 수 있는 텐세그리티 단위구조를 찾아내는 방법을 제안하고자 한다. 기본적인 단위구조에서 케이블을 보강하고 또한 케이블들의 내력 밀도 값들을 다르게 줌으로써 확장된 내력 밀도의 관계식을 유도하였다. 그러나 내력

\* 성균관대 건축학과 석사과정

\*\* 정회원 · 성균관대 건축학과, 공학박사

\*\*\* 정회원 · 성균관대 건축학과 교수, 공학박사

밀도 관계식만으로 구조물에 적당한 단위 구조를 찾아내기가 쉽지 않다. 이런 점을 보완하기 위해 절점 좌표에 따른 자기 평형 관계식을 이용하여 각 부재들의 알맞은 내력 밀도 값을 찾아내고, 다시 구성 행렬의 rank를 검토하였다.

## 2. 내력 밀도법

### 2.1. 부재-절점 행렬

1에서  $n$ 까지 절점을 갖고 1에서  $m$ 까지의 부재를 갖는 구조물에서, 고정절점은  $n_f$ 로 표기하고, 자유절점은  $n_l$ 로 표기한다. 그러면 총 절점수  $n = n_l + n_f$ 가 된다.  $j$ 번째 부재의 양 절점을  $i(j), k(j)$ 라고 하면 다음과 같은 부재-절점 행렬을 정의할 수 있다. 여기서, 절점이 부재  $j$ 와 연결되어 있지 않은 경우는 0이라고 정한다.

$$c(j,i) = \begin{cases} +1 & \text{for } i(j)=1 \\ -1 & \text{for } k(j)=1 \\ 0 & \text{in the other cases.} \end{cases} \quad (1)$$

행렬  $[C]$ 는  $n \times m$ 행렬로 구성되어 있고 자유절점과 고정 절점을 구분하는 역할을 한다. 일반적으로 부재-절점 행렬  $[C]$ 는 자유 절점과 고정 절점에 대한 행렬의 합으로 다음과 같이 정의한다.

$$[C] = [C_{lx}] + [C_{fx}] \quad (2)$$

### 2.2. 내력 밀도

내력 밀도법은 평형 방정식들을 선형화하는데 사용되어지는 내력 밀도 계수  $q_j$ 에 기초한다.  $l_j$ 는 전체 구조물에서 하중을 받기 전의  $j$ 번째 부재의 초기 길이를 말하고,  $T_j$ 는 초기 연직응력을 말한다. 내력 밀도 계수  $q_j$ 는  $j$ 번째 부재에서 연직응력  $T_j$ 와 이에 상응하는 길이  $l_j$ 의 비에 의해 정의된다.

$$q_j = \frac{T_j}{l_j} \quad (3)$$

$X$ 방향을 따라 절점  $i$ 에 대한 평형 방정식은 다

음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_k)}{l_{ik}} T_{ik} = f_{kx} \quad (4)$$

여기서,  $i$  및  $k$ 는 각각 1에서 절점수  $n$ 까지 변하고,  $T_{ik}$ 는  $i$ 와  $k$ 절점으로 연결되어 있는 장력을 받는 부재를 나타낸다.  $x_i$ 는  $i$ 번째의 절점에서  $X$ 방향에 대한 좌표성분이고,  $f_{kx}$ 는  $i$ 번째의 절점에서  $X$ 방향에 대한 외부 하중 값이다. 식(3), (4)에 따라 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - x_k) q_{ik} = f_{kx} \quad (5)$$

식(5)는 내력밀도  $q_{ik}$ 를 이용하여  $X$ 방향에 대한 선형화된 절점의 평형방정식을 보여주고 있다. 식(5)를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.<sup>6)</sup>

$$[C]^T [Q][C] \{x\} = \{f_x\} \quad (6)$$

여기서,  $[Q]$ 는 내력밀도 계수들로 구성되어 있는 대각행렬이다.

경계 조건을 갖는 격자 구조물에서, 2부분의 절점 좌표로 나눌 수 있다. 첫번째 부분은 자유 절점에 관련된 항으로 나눌 수 있고, 두번째 부분에서는 고정 절점의 항들로 나눌 수 있다. 식(6)에서 자유 절점  $n_l$ 과 고정 절점  $n_f$ 의 평형 방정식만을 고려한다면, 다음 식과 같다.

$$[C_{lx}]^T [Q][C_{lx}] \{x_l\} = \{f_x\} - [C_{lx}]^T [Q][C_{fx}] \{x_f\} \quad (7)$$

여기서,  $X$ 방향에 대한 자유 절점에 대한 구성행렬  $[D_x]$ 와 고정 절점에 대한 구성행렬  $[D_{fx}]$ 는 다음식과 같이 정의한다.

$$[D_x] = [C_{lx}]^T [Q][C_{lx}] \quad (8)$$

$$[D_{fx}] = [C_{lx}]^T [Q][C_{fx}] \quad (9)$$

그러므로 내력밀도법에 의한 X방향의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[D_x]\{x_i\} = \{f_x\} - [D_f]\{x_f\} \quad (10)$$

### 2.3. 구조물의 구성행렬에 따른 형상해석

초기응력을 받는 격자 구조물의 형상 해석에 있어서, 외부 하중 조건이  $\{f_x\} = 0$  일때 평형방정식은 다음과 같다.

$$[D_x]\{x_i\} = -[D_{fx}]\{x_f\} \quad (11)$$

#### (1) 행렬 $[D_x]$ 가 비특이 행렬인 경우

행렬  $[D_x]$ 의 행렬식이 0이 아닌 경우, 식(11)은 다음과 같이 유일한 해를 갖는다.

$$\{x_i\} = -[D_x]^{-1}[D_{fx}]\{x_f\} \quad (12)$$

초기 응력을 갖는 케이블-네트가 이 경우에 적용된다.

#### (2) 행렬 $[D_x]$ 가 특이 행렬인 경우

초기응력을 받는 격자 형태의 구조물이 연속적으로 인장과 압축을 받는 부재들로 구성되어 있을 때  $[D_x]$ 는 특이 행렬을 가질 수 있다. 즉,  $[D_x]$ 의  $\text{rank}([D_x])$ 는 자유 절점 개수인  $n_i$ 보다 작다. 일반적인 인장과 압축으로 이루어진 구조물은 고정 절점들을 가지고 있기 때문에  $[D_{fx}]\{x_f\}$ 의 값들이 존재하게 된다. 구성 행렬이  $[D_x]$  행렬식 값이 0이고,  $[D_{fx}]\{x_f\} = 0$  이면 식(11)에서 무수히 많은  $x_i$ 의 좌표값들을 얻어 낼 수 있다.

## 3. 텐세그러티 구조물의 형상

### 3.1. 초기응력을 갖는 격자 구조물의 평형 방정식

본 논문에서 제안된 텐세그러티 단위 구조는 모든

절점이 자유이다. 즉, 고정 절점들이 존재하지 않기 때문에  $[D_{fx}]\{x_f\}$ 의 값은 언제나 0이 된다. 즉 힘의 평형 방정식에서 무수히 많은 해를 찾아낼 수 있다. 결국, 다음 식과 같이 각 절점들에 대한 X, Y, Z 축의 구성 행렬  $[D_x]$ ,  $[D_y]$ 와  $[D_z]$ 로 이루어진 3개의 제차 방정식을 얻을 수 있다.

$$[D_x]\{x_i\} = 0, [D_y]\{y_i\} = 0, [D_z]\{z_i\} = 0 \quad (13)$$

행렬  $[D]$ 의 행공간이나 열공간의 차원을 간단히  $[D]$ 의 rank라 하고,  $\text{rank}([D])$ 로 나타낸다.

자유 절점이  $n$ 개인 텐세그러티 단위 구조의 구성 행렬은 언제나 특이행렬을 갖는다.

자유 절점의 개수가  $n$ 개를 갖는 구조물에서 구성 행렬의 rank는 다음과 같다.

$$\text{rank}([D_x] = [D_y] = [D_z] = [D]) < n \quad (14)$$

결국, 텐세그러티 단위 구조의 구성 행렬의 행렬식 값들은 언제나 0임을 알 수 있다. 텐세그러티 단위 구조에서 만들어진 평형 방정식은 식(13), (14)를 만족하므로, 결과적으로 무수히 많은 해를 찾아낼 수 있다.

### 3.2. 텐세그러티 구조물의 형상해석 4단계

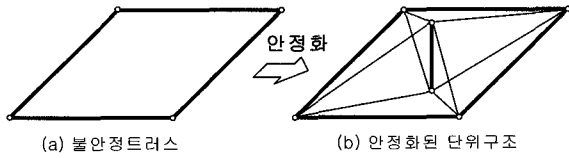
텐세그러티 구조물에서 내력 밀도법에 의한 형상 해석은 4단계로 나누어 볼 수 있다.

- 1단계 : 각각 부재들의 내력 밀도값을 가정하여 구성행렬을 만들어 낸다.
- 2단계 : 구성 행렬을 기약 행 사다리꼴(rref)화하면서 rank를  $n-4$ 까지 줄일 수 있는 내력 밀도 관계식을 찾아낸다.
- 3단계 : 선택되어진 계수들을 갖고 선형화된 힘의 평형 방정식을 풀어낸다.
- 4단계 : 찾아낸 해들 중에서 필요한 형상을 선택하여 텐세그러티 구조물을 형성한다.

### 3.3. 내력밀도에 따른 텐세그러티 형상해석

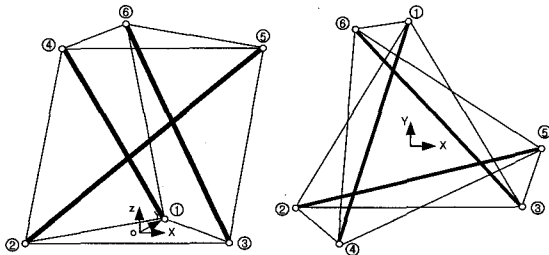
안정화된 장력안정 트러스 구조를 구성하는 단위 구조는 그림 1에서 보는 바와 같이 트러스재가 힌지로 접합된 불안정 구조물에, 포스트와 케이블을 이용하여 초기응력을 도입하여 안정화 시킬수 있다.

본절에서는 다양한 텐세그러티 단위구조 형상과 내력밀도 관계식을 정식화한다.



〈그림 1〉 장력 안정화된 단위구조

#### (1) Triplex 단위구조의 내력 밀도 관계식



〈그림 2〉 Triplex

9개의 인장재와 3개의 압축재를 갖는 Triplex에서 각각의 내력밀도의 값들 중에서 다음과 같이 내력 밀도 값들을 단순화 시킨다.

$$q_{12} = q_{23} = q_{13} = q_l : \text{lower cables}$$

$$q_{16} = q_{24} = q_{35} = q : \text{bracing cables}$$

$$q_{45} = q_{46} = q_{56} = q_u : \text{upper cables}$$

$$q_{14} = q_{36} = q_{25} = q_s = -q : \text{struts}$$

단순화된 각 부재의 내력밀도 값들을 이용하여 아래와 같은 구성행렬을 만들어낼 수 있다.

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_l - q_l - q_l & q & 0 & q \\ -q_l & 2q_l - q_l & -q & q & 0 \\ -q_l & -q_l & 2q_l & 0 & -q & q \\ q & -q & 0 & 2q_u - q_u - q_u \\ 0 & q & -q & -q_u & 2q_u & -q_u \\ -q & 0 & q & -q_u & -q_u & 2q_u \end{bmatrix}$$

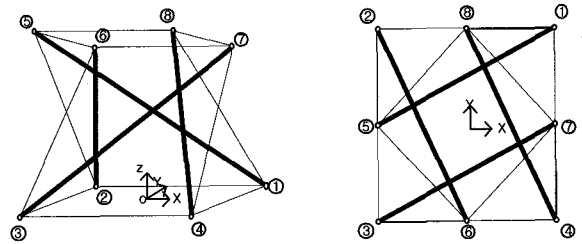
Triplex의 구성행렬을 행 사다리꼴(ref)로 변형하면 다음과 같다.

$$\text{ref}([D]) = \begin{bmatrix} q - q & 0 & 2q_u & -q_u & -q_u \\ 0 & q - q & -q_u & 2q_u & -q_u \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3q_l q_u - q^2}{q} & -\frac{3q_l q_u - q^2}{q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3q_l q_u - q^2}{q} & -\frac{3q_l q_u - q^2}{q} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

다음 식을 이용하여 구성 행렬의 rank가  $n-4$ 인 구성행렬을 만들어 낼 수 있다.<sup>1,3)</sup>

$$q^2 = 3q_l q_u \tag{15}$$

#### (2) Quadruplex 단위구조의 내력 밀도 관계식



〈그림 3〉 Quadruplex

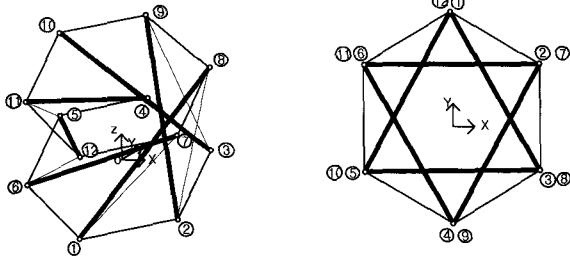
12개의 인장재와 4개의 압축재를 갖는 Quadruplex에서 각각의 내력밀도의 값들 중에서 다음과 같이 내력 밀도 값들을 단순화 시킨다.

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_l - q_l & 0 & -q_l & q & 0 & 0 & -q \\ -q_l & 2q_l - q_l & 0 & -q & q & 0 & 0 \\ 0 & -q_l & 2q_l - q_l & 0 & -q & q & 0 \\ -q_l & 0 & -q_l & 2q_l & 0 & 0 & -q & q \\ q & -q & 0 & 0 & 2q_u - q_u & 0 & -q_u \\ 0 & q & -q & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u & 0 \\ 0 & 0 & q & -q & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u \\ -q & 0 & 0 & q & -q_u & 0 & -q_u & 2q_u \end{bmatrix}$$

다음 식을 이용하여 구성 행렬의 rank가  $n-4$ 인 구성행렬을 만들어 낼 수 있다.

$$q^2 = 2q_l q_u \tag{16}$$

(3) Hexaplex 단위구조의 내력 밀도 관계식



〈그림 4〉 Hexaplex

18개의 인장재와 6개의 압축재를 갖는 Hexaplex에서 각각의 내력밀도의 값들을 lower cables, bracing cables, upper cables, struts으로 단순화 시켜 구성행렬을 만들 수 있다. 이러한 구성행렬은 다음 식을 이용하여 rank를  $n-4$ 만큼 줄일 수 있다.

$$q^2 = q_u q_l \tag{17}$$

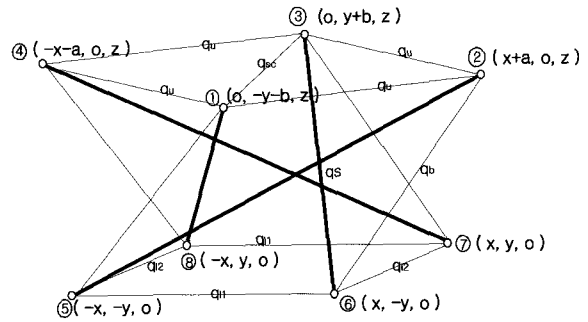
4. 아치형 텐세그리티 시스템

4.1. 보강 케이블을 갖는 단위 구조

기존의 제안된 방법은 공간상의 좌표를 얻어내기 위해서 각각의 위치에 있는 케이블과 압축재의 내력 밀도 값을 동일하게 두어 각각의 부재의 내력 밀도 값들을 3개로 단순화하여 구성행렬의 rank를 줄인다. 그러나 이러한 방법은 내력 밀도값들을 찾아내는 데는 용이하나 곡률을 갖는 다양한 단위구조 모듈을 찾아내는 데는 어려움이 있다.

본 논문에서는 아치형 텐세그리티 시스템을 만들 수 있는 단위모듈을 찾아내기 위해 기존의 Quadruplex 단위구조에 보강케이블을 연결하여 13개의 케이블과 4개의 압축재로 구성된 단위구조 모듈을 제안한다. 또한 단위구조의 하단케이블들의 내력 밀도 값들도 다르게 주어 다양한 모듈을 찾아내는 방법을 제안하고자 한다.

그림 5와 같이 보강케이블을 추가하고, 단위 구조의 내력밀도 값들은 식(18)과 같이 단순화시킨다.



〈그림 5〉 Squew 4-prismatic 단위구조

$$\begin{aligned} q_{56} = q_{78} = q_l & : \text{lower cables} \\ q_{67} = q_{58} = q_b & : \text{lower cables} \\ q_{13} = q_{sc} & : \text{supplementary cables} \\ q_{15} = q_{26} = q_{37} = q_{48} = q_b = q & : \text{bracing cables} \\ q_{18} = q_{26} = q_{36} = q_{47} = q_s = -q & : \text{struts} \\ q_{12} = q_{14} = q_{23} = q_{34} = q_u & : \text{upper cables} \end{aligned} \tag{18}$$

4.2. 단위 구조의 자기평형 축력 모드 산출식

(1) Rref를 이용한 자기평형 축력 모드 산출식

그림 5와 같은 단위 구조모델에서, 절점  $i$ 와 절점  $k$ 를 연결한 부재의 내력 밀도는 식(18)과 같이 정한다. 절점  $i$ 와 절점  $k$ 를 연결한 부재의 구성 행렬은 식(19)와 같다.

$$[D] \{x\} = 0, [D] \{y\} = 0, [D] \{z\} = 0 \tag{19}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_u + q_{sc} - q_u & -q_{sc} & -q_u & -q & 0 & 0 & q \\ -q_u & 2q_u & -q_u & 0 & q & -q & 0 \\ -q_{sc} & -q_u & 2q_u + q_{sc} & -q_u & 0 & q & -q \\ -q_u & 0 & -q_u & 2q_u & 0 & 0 & q \\ -q & q & 0 & 0 & q_{11} + q_{12} & -q_{11} & 0 \\ 0 & -q & q & 0 & q_{11} & q_{11} + q_{12} & -q_{12} \\ 0 & 0 & -q & q & 0 & -q_{12} & q_{11} + q_{12} \\ q & 0 & 0 & -q & -q_{12} & 0 & -q_{11} \end{bmatrix}$$

식(19)에서 형성된 구성행렬의 rank를  $n-4$ 까지 줄일 수 있는 내력밀도의 관계식은 식(20)과 같이 3개의 식을 찾아낼 수 있다.

$$\begin{aligned} q^2 &= 2q_{11}q_u \\ q^2 &= 2q_{12}(q_u + q_{sc}) \end{aligned} \tag{20}$$

$$q^2 = \frac{2q_u(q_n + q_{12})(q_u + u_{sc})}{(2q_u + q_{sc})}$$

식(20)을 이용하여 구성행렬을 기약 행 사다리꼴화시키면 아래와 같이 rank가  $n-4$ 인 형태를 찾아 낼 수 있다.

$$\text{rref}(\mathbf{D}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & -\frac{q_{12}}{q} & \frac{q_u(q_n + q_{12}) - q^2}{q_u q} & \frac{q^2 - q_u q_{11}}{q_u q} \\ 0 & 1 & 0 & -10 & 0 & -\frac{q}{q_u} & \frac{q}{q_u} \\ 0 & 0 & 1 & -10 & \frac{q_{11}}{q} & -\frac{q_n + q_{12}}{q} & \frac{q_{11}}{q} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

rank가  $n-4$ 인 구성행렬에서 내력밀도를 임의대로 정하여 다양한 단위 구조 모델을 찾아 낼 수 있다. 그러나 이렇게 형성된 구성 행렬로 찾아 낼 수 있는 형상은 무수히 많기 때문에 대공간 구조물을 형성할 수 있는 적당한 단위구조를 찾는 데 어려움이 발생한다. 그러므로 절점 좌표에 따른 각 부재들의 내력밀도 관계식으로 초기응력을 결정할 수 있다. 이러한 좌표 결정은 텐세그러티 단위 구조의 대칭성을 이용하여 정한다.

**(2) 좌표를 이용한 자기평형 관계식 유도**

각 절점에서 부재의 축력들을  $X, Y, Z$ 축 방향으로 분해하여 각 방향에 대한 평형 방정식을 구할 수 있다. 각 절점에서의 평형 방정식은 식(5)로 부터 구할 수 있다. 이 식을 이용하여  $n$ 개의 절점에 관한 연립방정식을 구성할 수 있다. 먼저 절점 ①에 관한 평형 방정식을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (\textcircled{1} - \textcircled{2})q_{12} + (\textcircled{1} - \textcircled{3})q_{13} + (\textcircled{1} - \textcircled{4})q_{14} \\ & + (\textcircled{1} - \textcircled{5})q_{15} + (\textcircled{1} - \textcircled{8})q_{18} = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

식(21)에 식(18)을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} x+a \\ y+b \\ 0 \end{Bmatrix} q_u + \begin{Bmatrix} 0 \\ 2y+2b \\ 0 \end{Bmatrix} q_{sc} + \begin{Bmatrix} -x-a \\ y+b \\ 0 \end{Bmatrix} q_n$$

$$+ \begin{Bmatrix} -x \\ +b \\ -z \end{Bmatrix} q_b + \begin{Bmatrix} -x \\ 2y+b \\ -z \end{Bmatrix} q_s = 0 \tag{22}$$

식(22)와 같이 나머지 절점 ②에서 절점 ⑧까지 각각의 평형방정식을 얻어낼 수 있다. 먼저  $X$ 에 관한 8개의 연립방정식을 계산하면 다음의 결과를 얻어낼 수 있다.

$$q_u = \frac{x}{x+a} q, \quad q_n = \frac{x+a}{2x} q \tag{23}$$

다음으로, 절점 ①에서 절점 ⑧까지 평형방정식 중에서  $Y$ 에 관한 8개의 연립방정식을 계산하면 다음 결과를 얻어낼 수 있다.

$$q_{12} = \frac{y+b}{2y} q, \quad q_{sc} = \frac{ay-bx}{(x+a)(y+b)} q \tag{24}$$

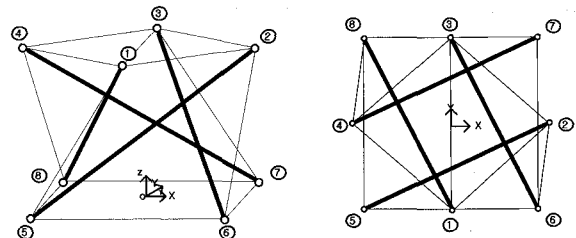
식(23), (24)를 만족할 때에는  $Z$ 에 관한 평형방정식은 언제나 만족하게 된다. 결국, 식(23), (24)을 이용하여 자기평형 관계식을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$q_u : q_n : q_{12} : q_{sc} : q_b : q_s = \tag{25}$$

$$\frac{xq}{x+a} : \frac{(x+a)q}{2x} : \frac{(y+b)q}{2y} : \frac{(ay-bx)q}{(x+a)(y+b)} : q : -q$$

밀면이 정사각형인 단일 곡률을 갖는 텐세그러티 단위 구조는 식(20), (25)를 만족한다.

**4.3. 단일 곡률을 갖는 단위구조 형상 해석**



〈그림 6〉 제안된 squew 4-prismatic 단위구조 형상

내력 밀도 값들을  $q_u : q_n : q_{12} : q_{sc} : q_b : q_s = 25 : 18 : 15 : 5 : 30 : -30$ 로 주면, 다음과 같은

구성행렬을 만들어 낼 수 있다.

$$[D]=\begin{bmatrix} 55 & -25 & -5 & -25 & -30 & 0 & 0 & 30 \\ -25 & 50 & -25 & 0 & 30 & -30 & 0 & 0 \\ 5 & -25 & 55 & -25 & 0 & 30 & -30 & 0 \\ -25 & 0 & -25 & 50 & 0 & 0 & 30 & -30 \\ -30 & 30 & 0 & 0 & 33 & -18 & 0 & -15 \\ 0 & -30 & 30 & 0 & 18 & 33 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & -30 & 30 & 0 & -15 & 33 & -18 \\ 30 & 0 & 0 & -30 & -15 & 0 & -18 & 33 \end{bmatrix}$$

이러한 구성 행렬을 가약 행 사다리꼴화 하면 아래와 같이 rank가 4인 구성행렬을 찾아낼 수 있다.

$$rref [D]=\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.5 & -0.1 & 0.6 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.2 & 1.2 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & -1.0 & 0.0 & 0.5 & -1.1 & 0.6 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -1.0 & 1.0 & -1.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

〈표 1〉 제안된 squew4-prismatic 단위구조 좌표

X좌표	[D]{X}	Y좌표	[D]{Y}	Z좌표	[D]{Z}
0	0	-10	0	10	0
12	0	0	0	10	0
0	0	10	0	10	0
-12	0	0	0	10	0
-10	0	-10	0	0	0
10	0	-10	0	0	0
10	0	10	0	0	0
-10	0	20	0	0	0

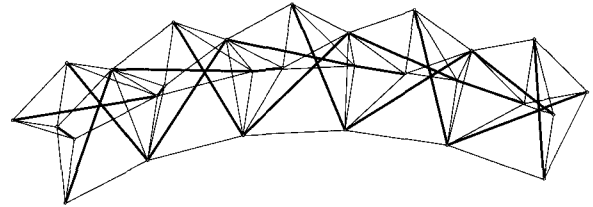
표 1은 단위구조의 절점 좌표들 중에서 하나를 보여주고 있다. 그리고, 이 때 찾아낸 결과 좌표들이 힘의 평형방정식을 만족함을 보여주고 있다.

## 5. Quadruplex를 이용한 아치형 구조물

### 5.1. Quadruplex를 이용한 텐세그리티 구조물

그림 6과 같은 텐세그리티 단위 구조를 기본으로

하여, 아래와 같은 곡률을 갖는 텐세그리티 구조물을 만들어 낼 수 있다.

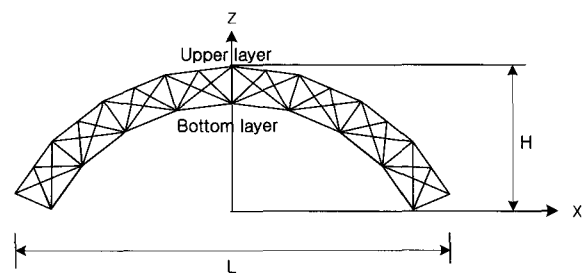


〈그림 7〉 제안된 모듈을 이용한 아치형 구조물

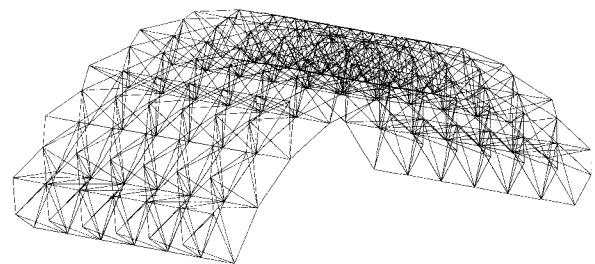
그림 7은 압축재와 인장재의 내력 밀도 값들을 적절히 조절하여 형성된 단일곡률을 갖는 아치형 텐세그리티 구조물이다.

### 5.2. 아치형 텐세그리티 구조물

텐세그리티 구조물의 곡률은 단위구조의 형상에 따라 다양하게 얻어 낼 수 있다. 그리고 단위구조의 형상은 부재들의 내력밀도에 의해서 결정된다. 이러한 내력 밀도 값들의 변화에 의해 라이즈-스팬비가 각각 다른 텐세그리티 구조물을 형성할 수 있다. 아래 그림들은 부재들의 내력비에 따른 구조물의 라이즈-스팬비 ( $H/L$ )를 보여주고 있다.



〈그림 8〉 텐세그리티 구조물의 라이즈-스팬비



〈그림 9〉 라이즈-스팬비가 60/174인 텐세그리티 구조물

텐세그리티 단위구조의 각 부재들의 내력비가 각

각  $q_u : q_{\Delta} : q_{\square} : q_{sc} : q_b : q_s = 5/6 : 3/5 : 1/2 : 1/6 : 1 : -1$  일 때 단위모델의 밑면 길이가 20cm이고 높이가 16cm일 때 라이즈-스팬비가 60/174를 갖는 복층 텐세그리티 구조물을 보여준다.

## 6. 결 론

형상해석은 자기 평형상태를 만족시키기 위해서 텐세그리티 구조물을 연구하는데 필요한 단계라고 볼 수 있다. 본 논문에서 제안된 내력 밀도법은 비선형 방정식을 선형화하므로써 해를 구하는데 상당한 시간을 줄일 수 있다.

고정 절점이 없고, 구조물 스스로 초기 응력만을 가지면서 안정화될 수 있는 텐세그리티 구조는 내력 밀도법 사용시, 구성 행렬의 행렬식 값이 언제나 0이 된다. 이것은 수학적으로 무수히 많은 해가 발생함을 의미한다. 그러나, 이러한 해들 중에서 공간상의 구조물을 형성할 수 있는 해를 찾아내기 위해서는 구성 행렬의 rank를  $n-4$ 까지 줄여야 한다. 그러나 기존의 단위 모듈로는 곡률을 갖는 아치형 텐세그리티 구조물을 형성하는데 어려움이 발생한다.

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해서 기존의 단위구조에 케이블을 보강하여 rank를  $n-4$ 까지 줄일 수 있는 새로운 내력밀도 관계식을 제안한다.

제안된 초기장력 결정법들은 필요한 단위 구조의 최적초기장력을 구하는데 효과적으로 적용할 수 있다. 그리고, 이러한 방법은 안정화된 단위 형상을 손쉽게 결정할 수 있으므로 곡률을 갖는 아치형 텐세그리티 구조물을 만드는데 유용하게 적용할 수 있다.

## 참고문헌

1. Vassart, N., Laporte, R. and Motro, R., "Form-Finding Multiparametered Method for Statically Indeterminate Reticulated Systems with Tensile and Compressive Members Application to Tensegrity Systems," University Montpellier II, France
2. Motro, R., Laporte, R. and Vassart, N., "Form-Finding Numerical Methods for Tensegrity Systems," Spatial Lattice and Tension structures, 1994, pp.704~713
3. Sheck, H. J., "The force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3, 1974, pp. 115~134
4. Calladine, C. R., Buckminster Fuller's "Tensegrity" Structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames, International Journal of Solids and Structures, 1978.
5. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., "Shape Finding of Unstable Structures," Forma, Vol. 5. pp.29-41, 1990
6. 신항균, 이광연, 이상구, 천기상, 선형대수학과 응용, 1998, pp.24-26, 188-196
7. 권택진, 한상을, 최옥훈, "장력안정화 트러스의 단위구조 안정화기법에 관한 연구," 대한건축학회 논문집, 제 13권 제 7호, 1997, pp.155-162
8. 최옥훈, Tensegrity 구조시스템의 최적 형상해석에 관한 연구, 성균관 대학교 박사 학위논문, 1997
9. 고광응, 김재열, 권택진, "내력 밀도법을 이용한 텐세그리티 구조물의 형상해석," 대한건축학회 학술발표대회 논문집, 제21권 제2호, 2001. 10., pp.11~14.
10. Wang, B.B., "A Study on Large Span Applications of Non-contiguous Strut Tensegrity Grids," IASS Symposium, Japan, 2001. 10., TP061.
11. V. Raducanu. and Motro, R., "New Tensegrity Grids," IASS Symposium, Japan, 2001. 10., TP143.