

개단면 리브를 갖는 보강판의 직교이방성 판 해석

The Orthotropic Plate Analysis of Stiffened Plates with Open Ribs

주석범¹⁾ · 김창수²⁾

Chu, Seok Beom Kim, Chang Su

요약 : 본 연구에서는 개단면 리브를 갖는 보강판의 직교이방성 특성을 고려한 직교이방성 판 요소 프로그램을 개발하고, 여러가지 보강판에 대한 민감도 분석 및 매개변수 연구를 통하여 보강판의 직교이방성 거동 특성 및 본 프로그램의 적용성을 살펴보았다. 먼저, 보강재만의 관성 모멘트를 강판만의 관성 모멘트로 나눈 값을 관성 모멘트 비라 정의하고, 여러가지 보강판에 대한 민감도 분석을 실시하여, 보강판의 직교이방성 거동을 규명하였다. 본 프로그램의 적용성을 살펴보기 위하여, 여러가지 보강판에 대한 매개변수 연구를 수행하고, 최대 처짐에 대한 결과를 등방성 판 요소를 이용한 ABAQUS의 결과와 비교하였다. 비교 결과, 두 결과가 잘 일치하는 특정 관성 모멘트 비를 직교이방성 판으로 해석할 수 있는 기준으로 제안하였으며, 두 결과 사이의 오차율을 관성 모멘트 비의 함수 식으로 표현하였다. 따라서, 개단면 리브로 보강된 판을 직교이방성 판으로 해석하기 위해서는 제안한 특정 관성 모멘트 비 이상의 값을 가져야 안전측의 결과를 얻으며, 또한 본 연구에서 제안한 상관 함수를 이용하여 결과를 보정하면, 간편하게 타당한 결과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

ABSTRACT : An analysis program using orthotropic plate elements was developed to simplify the analysis of plates stiffened with open ribs and the orthotropic behavior of stiffened plates and the application of this program were evaluated using the sensitivity analysis and the parametric study. The inertial moment ratio, i.e., the ratio of the inertial moment of the rib to that of the plate was defined and the orthotropic behavior of stiffened plates corresponding to the inertial moment ratio was proved by the sensitivity analysis. To evaluate the application of this program, the parametric study for various types of stiffened plates was performed and then the maximum displacement of this study was compared to that of ABAQUS using isoparametric plate elements. The Results of this study agreed well with that of ABAQUS at the particular inertial moment ratio, that is proposed to the limit ratio of the orthotropic plate analysis and the correlative function between the error ratio and the inertial moment ratio was obtained. Therefore, the orthotropic plate analysis of stiffened plates with open ribs could have safe results over the limit ratio and also have good results simply by using the correlative function of this study.

핵심 용어 : 보강판, 개단면 리브, 직교이방성 판 요소, 등방성 판 요소, 관성 모멘트 비, 상관 함수

KEYWORDS : Stiffened Plate, Open Rib, Orthotropic Plate Element, Isoparametric Plate Element, Inertial Moment Ratio, Correlative Function

1. 서 론

직교이방성 판이란 일반적으로 재료의 물리적인 특성에 기인하는, 즉, 판의 면에 서로 수직한 두 방향의 탄성 성질이 다른 자연적 직교이방성 판을 의미한다. 보강판의 경우, 일반적으로 보강재를 강판의 주축과 일치시키기 때문에 재료의

물리적인 특성이 아닌 부재의 기하학적 특성에 따라 직교이방성 거동을 보이게 되는데, 이러한 보강판을 가르켜 기술적 직교이방성 판이라 한다⁽¹⁻³⁾.

이러한 성질을 갖는 보강판을 해석하는 방법은 여러 가지가 있으나⁽³⁻⁵⁾, 그중 실무에서 많이 사용하는 몇 가지를 살펴보면 다음과 같다.

1) 정희원 · 세명대학교 토목공학과 전임강사

1) D. M. 엔지니어링 과장

본 논문에 대한 토의를 2003년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

첫째, 강판과 보강재를 모두 판으로 모델링하여 해석하는 방법으로 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있지만, 실무에서 설계를 수행하는 경우, 해석하여야 할 부재가 너무 많아져 모델링 및 데이터 처리에 많은 시간이 걸리는 단점이 있게 된다.

둘째, 양변 지지된 보강판의 경우, 보강재의 영향을 평균하여 균일한 판 두께를 갖는 판으로 가정하거나, 보강재를 포함한 단위 폭의 단면에 대하여 보로 해석하는 방법으로, 판의 변장비가 큰 경우에는 타당한 근사치를 제공하여 주지만, 변장비가 작은 경우나 4변 지지와 같이 지지조건이 보와 같지 않은 경우 오차가 커지게 된다.

셋째, 보강재가 등간격으로 촘촘히 배치된 경우, 보강재의 영향을 평균하여 직교이방성 판으로 해석하는 방법으로, 설계에서는 Huber의 직교이방성 판이론을 적용한 근사해법인 Pelikan-Esslinger 방법^(3,4)이 널리 사용되고 있다. 이 방법은 앞의 두 방법에서 언급한 단점을 극복할 수 있는 장점이 있으나, 직교이방성 판으로 해석하기 위해 가정한 “촘촘히 배치된 보강재”에 대한 기준이 마련되어 있지 않아 일반적인 보강판에 대한 적용에는 어려움이 있으며, 설계 실무자들은 기존의 자료를 참고하여 설계에 활용하고 있는 실정이다.

따라서, 보강재 선택을 위한 반복 계산 시간을 줄이기 위해서는 보강재의 크기, 간격 및 판 두께에 따른 보강판의 거동을 판단하는 적정한 기준이 필요하며, 직교이방성 판으로 해석하는 방법을 좀 더 범용화시키기 위한 직교이방성 판 요소 해석 프로그램 개발, 보강판의 적정한 강성 및 물리 상수 산정과 기정에서 언급한 “촘촘히 배치된 보강재”에 대한 기준이 절실히 요구된다고 판단된다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 먼저, 개단면 리브를 갖는 보강판을 절점당 5 자유도를 갖는 직교이방성 판 요소^(6,7)로 해석하기 위해 필요한 적정한 강성 산정⁽¹⁻³⁾ 및 물리 상수 산정에 대하여 연구하고, 이를 이용한 해석 프로그램을 개발하였다. 둘째, 개단면 리브중 평강 리브를 갖는 여러 가지 형태의 보강판에 대하여 보강재만의 관성 모멘트를 강판만의 관성 모멘트로 나눈 값을 관성 모멘트 비라 정의하고, 보강재의 강성이 보강판의 거동에 미치는 영향에 대한 민감도 분석을 실시하여, 직교이방성 특성에 따른 보강판의 거동을 규명하였다. 셋째, 여러 가지 형태의 보강판에 대하여, 보강재와 강판을 전부 등방성 판 요소^(6,7)로 모델링 한 ABAQUS 해석 결과와의 비교를 통하여, 직교이방성 판 요소를 이용한 해석 방법에 대한 적용성을 살펴보았으며, 이 과정을 통하여 앞서 언급한 “촘촘히 배치된 보강재”에 대한 기준을 제시하였다.

2. 보강판의 이상화

본 연구에서는 판과 개단면 리브의 합성작용으로 발생하는 보강판의 기하학적 직교이방성 거동에 대하여 X-방향 및 Y-방향으로 강성이 균등하게 분포되어 재료적 직교이방성 판처럼 거동한다고 가정하여, 보강판을 Huber의 직교 이방성 판이론에 근거한 직교이방성 판 요소로 해석하고자 하였다.

2.1 직교이방성 판 요소

직교이방성 판에 대한 Huber의 지배 미분방정식은 식 (1)과 같다.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (1)$$

여기서, D_x 와 D_y 는 판의 각 방향 휨 강성으로 식 (2)와 같으며, H 는 유효 비틀림 강성으로 식 (3)과 같고, D_{xy} 는 판의 비틀림 강성으로 식 (4)와 같다.

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (2)$$

$$D_y = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (3)$$

$$2H = (\nu_y D_x + \nu_x D_y + 4D_{xy}) \quad (4)$$

$$D_{xy} = \frac{G_{xy} t^3}{12} \\ = \frac{t^3}{12} \frac{E_x E_y}{E_x + E_y + 2E_x E_y} \quad (4)$$

본 연구에서는 Huber의 방정식에 근거한 직교이방성 판 요소^(6,7) 중 가장 단순한 4절점 사각형 요소를 사용하였으며, 여러 가지 하중 형태를 고려하여, 평면 사각형 요소의 각 절점은 평면내 하중에 대한 2개의 자유도와 수직 하중에 의한 수직 변위 및 각 방향 회전의 3개의 자유도를 고려하였다. 평

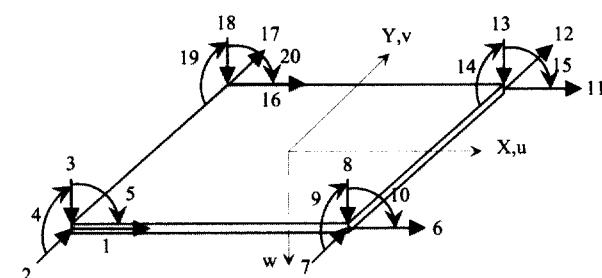


그림 1. 평면 사각형 요소

면 사각형 요소(Plane Rectangular Bilinear Element)의 자세한 유도 과정은 참고문헌⁽⁸⁾에 나와 있으며, 본 연구에서 사용한 평면 사각형 요소의 국부 좌표계 및 각 절점에서의 자유도는 그림 1과 같다.

2.2 보강판의 강성 산정

본 절에서는 개단면 리브를 갖는 보강판을 직교이방성 판 요소로 해석하기 위해 필요한 직교이방성 판의 휨 강성 및 비틀림 강성을 산정하고자 한다⁽¹⁻³⁾.

2.2.1 횡방향 휨 강성 D_y

그림 2와 같이 일방향으로만 보강된 보강판의 경우, 보강재 축방향에 직각인 횡방향의 휨 강성 산정시 리브에 의한 보강 효과는 매우 작아 무시할 수 있으므로, 횡방향 휨 강성 D_y 는 일반적인 판의 휨 강성과 같게 된다.

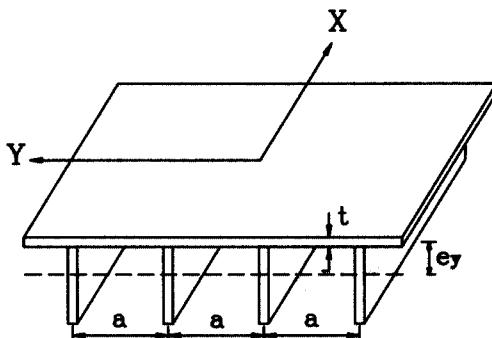


그림 2. 보강판의 휨 강성

$$D_y = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5)$$

여기서, t 는 강판의 두께이다.

2.2.2 종방향 휨 강성 D_x

강판의 양쪽에 등간격의 보강재를 갖는 보강판에 대한 Huffington의 연구결과 등 여러 참고문헌(1-3)에 따르면, 그림 2와 같이 강판의 한쪽 면에만 보강재가 있는 보강판의 종방향 휨 강성 D_x 는 다음과 같다.

$$D_x = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E t e_y^2}{(1-\nu^2)} + \frac{E I_n}{a} \quad (6)$$

여기서, a 는 리브 간격이고, e_y 는 판의 중앙면으로부터 단

면 중립축까지의 거리이고, I_n 은 중립축에 대한 보강재의 단면 2차 관성 모멘트이다.

2.2.3 비틀림 강성 H

Weber와 Foeppel의 실험 결과에 따르면⁽³⁾, 식 (3)의 직교이방성 판의 유효 비틀림 강성은 강판의 강성과 리브의 강성의 합으로 구할 수 있다.

먼저, 등방성 판의 관계식으로부터 강판의 단위 길이당 비틀림 강성은 식 (7)과 같게 된다.

$$H = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} = D_x = D_y \quad (7)$$

둘째로, 그림 3과 같이 평강 리브가 간격 a 로 배치된 경우, 리브의 단위 길이당 유효 비틀림 강성은 식 (8)과 같다.

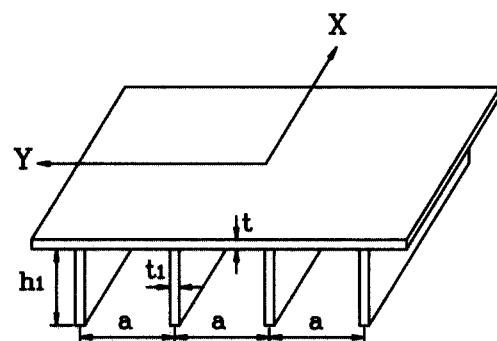


그림 3. 평강 리브를 갖는 보강판

$$H = \frac{G h_1 t_1^3}{6a} \quad (8)$$

여기서, G 는 전단 탄성 계수이고, t_1 은 평강 리브의 두께이고, h_1 은 평강 리브의 높이이다.

따라서, 식 (7)과 식 (8)로부터, 평강 리브를 갖는 보강판의 단위 길이당 유효 비틀림 강성은 다음과 같다.

$$H = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{G h_1 t_1^3}{6a} \quad (9)$$

또한, 같은 원리로 그림 4와 같은 역 T 형 리브의 경우에 대한 보강판의 단위 길이당 유효 비틀림 강성을 구하면 다음과 같다.

$$H = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{G (h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3)}{6a} \quad (10)$$

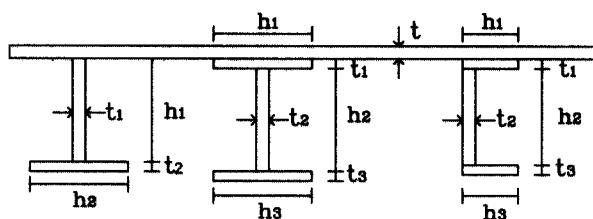


그림 4. 역 T 형, I 형, C 형 리브의 치수

마찬가지로, I 형 또는 C 형 보강재를 갖는 경우, 보강판의 단위 길이당 유효 비틀림 강성은 식 (11) 과 같게 된다.

$$H = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{G(h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3 + h_3 t_3^3)}{6a} \quad (11)$$

2.3 탄성 계수 및 포아송비

본 절에서는 앞의 과정에서 산정한 보강판의 강성 D_x , D_y 및 H 를 이용하여 보강판을 직교이방성 판 요소로 해석하기 위해서 필요한 직교이방성 판의 각 방향 탄성계수(E_x, E_y)와 포아송비(ν_x, ν_y)를 산정하고자 한다.

먼저, 식 (12)와 같은 Betti-Maxwell 상반정리로부터,

$$\nu_y D_x = D_y \nu_x \quad (12)$$

식 (3)의 유효 비틀림 강성 H 는 다음과 같이 표현된다.

$$H = \nu_x D_y + 2D_{xy} = \nu_y D_x + 2D_{xy} \quad (13)$$

식 (13)에 식 (4)를 대입하면, 다음과 같다.

$$H = \nu_x D_y + \frac{t^3}{6} G_{xy} = \nu_x D_y + \frac{t^3}{6} \frac{E_x E_y}{E_x + E_y + 2E_x \nu_y} \quad (14)$$

휨 강성에 대한 식 (2)로부터, 탄성계수는 다음과 같이 표현되므로,

$$E_x = \frac{12(1-\nu_x \nu_y)}{t^3} D_x \quad (15)$$

$$E_y = \frac{12(1-\nu_x \nu_y)}{t^3} D_y$$

식 (14)의 유효 비틀림 강성 H 를 탄성 계수 대신 휨 강성으로 나타내면, 식 (16)과 같게 된다.

$$H = \nu_x D_y + \frac{2(1-\nu_x \nu_y) D_x D_y}{D_x + D_y + 2D_y \nu_x} \quad (16)$$

식 (12)와 식 (16)을 이용하면, 앞서 구한 강성들로 표시된 포아송비(ν_x, ν_y)를 얻을 수 있다.

$$\nu_x = \frac{H(D_x + D_y) - 2D_x D_y}{D_y(D_x + D_y) - 2HD_y} \quad (17)$$

$$\nu_y = \frac{D_y}{D_x} \nu_x$$

또한, 식 (17)을 식 (15)에 대입하면, 앞서 구한 보강판의 강성 D_x , D_y 및 H 로 표현되는 직교이방성 판의 탄성계수(E_x, E_y)를 얻을 수 있다.

3. 매개 변수 연구

본 장에서는 개단면 리브중 평강 리브를 갖는 여러 가지 형태의 보강판에 대하여 판과 리브를 모두 등방성 판 요소로 모델링한 ABAQUS 프로그램의 해석 결과를 이용하여 직교이방성 특성에 따른 보강판의 거동을 규명하고, 직교이방성 판 요소로 모델링한 해석 결과와 비교하고자 한다^(6,7).

3.1 해석 예제

본 연구에서는 여러 가지 판 두께에 대하여 평강 리브의 높이, 두께 및 간격을 변화시켜보기 위해 보강판의 거동을 파악하고자 하였다. 이를 위해 본 연구에서 수행한 해석 예제의 제원 및 지지 조건은 그림 5와 같으며, 재료적 특성은 도로교 설계기준(9)에 따랐다.

변화시키는 판 두께 및 평강 리브의 간격, 두께, 높이에 대한 사항은 표 1에 나타내었으며, 일방향으로 보강된 판에서 리브 간격에 따른 리브의 배치는 그림 6에 나타내었다.

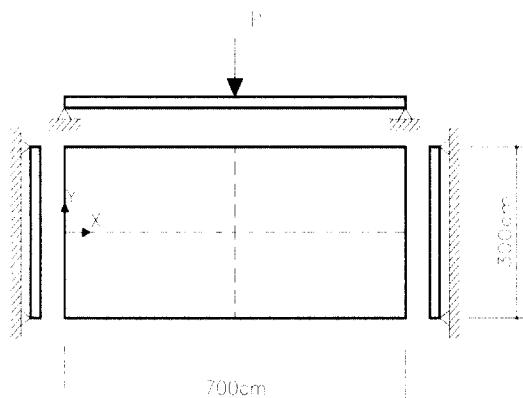


그림 5. 해석 예제

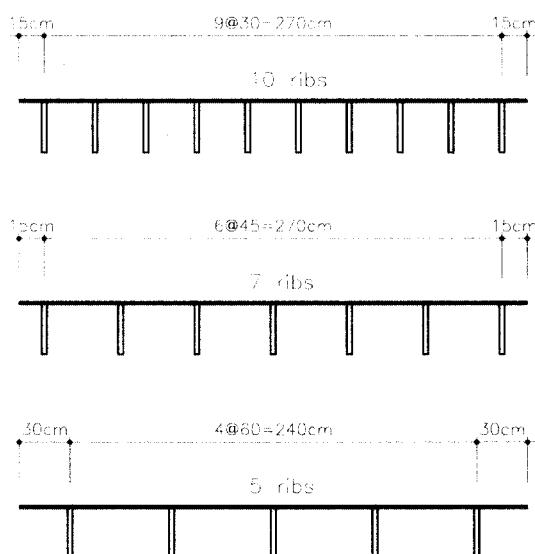


그림 6. 보강판 단면

표 1. 판 두께 및 평강 리브의 제원

판 두께 t (cm)	평강 리브 (cm)		
	간격 a	두께 t ₁	높이 h ₁
1.0	30	1.0	10~30 : 5.0 간격
	45	1.5	
	60	2.0	
1.2	30	1.0	10~30 : 5.0 간격
	45	1.5	
	60	2.0	
1.4	30	1.0	10~30 : 5.0 간격
	45	1.5	
	60	2.0	

하중은 그림 5에 보인 것과 같이 보강판의 중앙에 $P=5.0$ ton을 작용시켰으며, 집중하중에 의한 밸산을 방지하기 위하여, 리브의 간격에 따라 강판의 중앙에 있는 1개의 리브 또는 강판 중앙 근처에 있는 2개의 리브에 작용시켰다.

3.2 매개변수 정의

본 절에서는 개단면 리브가 일방향으로 배치된 보강판에서 보강재의 크기, 간격 및 판 두께의 변화가 보강판의 직교이방성 특성에 미치는 영향을 파악하기 위하여, 직교이방성 특성과 관련된 매개변수를 정의하고자 한다.

(1) 관성 모멘트 비 IR

보강판에서 보강재가 미치는 영향을 살펴보기 위하여, 실무자들에게 접근이 용이한 관성 모멘트 비 IR 을 매개변수로 정의하고자 한다. 관성 모멘트 비 IR 이란 보강재 자체의 단면 2차 관성 모멘트를 강판 자체의 단면 2차 관성 모멘트로 나눈 값으로 평강 리브를 갖는 보강판에 대하여 다음과 같이 정의하였다.

$$IR = \frac{I_{plate}}{I_{rib}} = \frac{\frac{at^3}{12}}{\frac{t_1 h_1^3}{12}} = \frac{at^3}{t_1 h_1^3} \quad (18)$$

여기서, t 는 판 두께이고, a 는 리브 간격, t_1 은 평강 리브의 두께, h_1 은 평강 리브의 높이이다.

(2) 강성비 RR

이상화한 보강판의 직교이방성 특성을 살펴보기 위하여, 각 방향의 휨 강성으로 표현된 강성비 RR 을 매개변수로 정의하고자 한다. 강성비 RR 이란 보강재를 포함한 X-방향 휨 강성을 강판만의 Y-방향 휨 강성으로 나눈 비로 다음과 같이 표현된다.

$$RR = \frac{D_{stiff}}{D_{plate}} = \frac{D_y + \frac{Ete_y^2}{(1-\nu^2)} + \frac{EI_n}{a}}{D_y} \quad (19)$$

여기서, D_{stiff} 는 X-방향 휨 강성(D_x)이고, D_{plate} 는 Y-방향 휨 강성(D_y), 즉, 판의 휨 강성을 나타낸다.

(3) 매개변수간 상관 관계

보강재가 보강판의 거동에 미치는 영향을 살펴보기 이전에, 먼저, 앞서 정의한 2개의 매개변수 관성 모멘트 비 IR 과 강성비 RR 의 상관 관계를 살펴보고자 한다. 해석 예제의 여러 가지 형태의 보강판에 대하여 계산한 관성 모멘트 비 IR 과 강성비 RR 의 관계를 나타내면 그림 7과 같다.

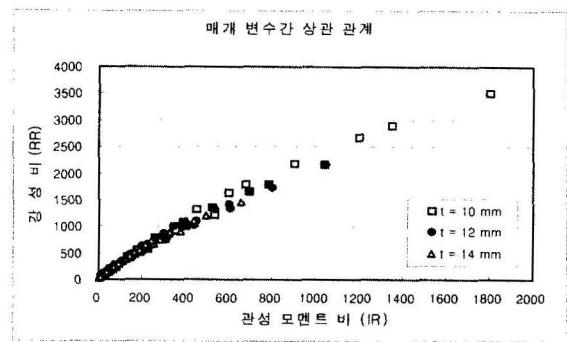


그림 7. 강성비와 관성 모멘트 비의 관계

그림 7을 살펴보면, 강성비 RR 은 관성 모멘트 비 IR 과 거의 선형 관계에 있음을 알 수 있으며, 이는 보강판의 휨 강성이 보강재의 관성 모멘트와 직접적인 연관이 있으며, 보강판의 직교이방성 특성을 표현하기 위한 두 개의 매개변수중 어느 것을 사용하여도 무방함을 나타낸다고 할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 이상의 결과를 근거로, 보강판의 거동을 파악하기 위하여 정의한 매개변수중 실무자들이 접근하기 쉬운 관성 모멘트 비를 중심으로 결과를 표현하기로 한다.

3.3 강성에 대한 민감도 분석

본 절에서는 판 두께, 리브의 두께 및 간격이 보강판의 강성 및 강성비에 미치는 영향을 살펴보기 위하여, 여러 가지 리브 높이 중 중간 값인 20 cm 인 경우에 대하여 민감도 분석을 실시하였다.

먼저, 판 두께 및 보강재 간격에 따른 직교이방성 특성 변화를 살펴보기 위하여 식 (19)의 강성비와 식 (5)와 식(6)의 보강판 휨 강성의 각 성분을, 보강판의 거동 파악을 위하여 ABAQUS로 해석한 최대 처짐을 나타내면 표 2와 같다.

판 두께 및 보강재의 간격이 보강재의 직교이방성 특성에 미치는 영향을 좀더 쉽게 살펴보기 위하여, 표 2의 결과중 리브 두께 1.5 cm로 일정한 크기의 리브를 갖는 경우에 대하여 판 두께 및 보강재 간격에 따른 X-방향 휨 강성 및 강성비 변화를 나타내면 그림 8과 같다.

그림 8에서 판 두께에 따른 민감도를 살펴보면, 판 두께의 증가에 따라 X-방향 휨 강성은 거의 선형적으로 증가하는 반면, 강성비는 판 두께의 증가에 따른 Y-방향 휨 강성의 증가로 급격하게 감소함을 알 수 있다. 이는 판 두께의 증가에 따라 식 (5)의 Y-방향 휨 강성이 상대적으로 크게 증가하는 반면, 식 (6)의 X-방향 휨 강성에서 판 두께에 의한 증가율은 크지 않음을 나타낸다고 할 수 있다. 또한, 크기와 간격이 같

표 2. 보강판의 강성 및 처짐

리브두께	리브간격	판 두께	Dy $Dx-(1)$	$Dx-(2)$	$Dx-(3)$	Dx	RR	처짐
1.0	30	1.0	192,308	40,707,692	102,232,667	143,132,667	744	1.653
		1.2	332,308	39,687,598	111,674,952	151,694,858	456	1.475
		1.4	527,692	38,490,195	120,221,428	159,239,315	302	1.331
	45	1.0	192,308	24,087,392	80,430,046	104,709,746	544	2.356
		1.2	332,308	22,728,325	86,954,606	110,015,239	331	2.078
		1.4	527,692	21,477,182	92,675,454	114,680,328	217	1.853
	60	1.0	192,308	15,901,442	66,744,271	82,838,021	431	2.925
		1.2	332,308	14,704,668	71,505,825	86,542,801	260	2.562
		1.4	527,692	13,679,392	75,615,971	89,823,055	170	2.268
1.5	30	1.0	192,308	63,605,769	127,881,250	191,679,327	997	1.202
		1.2	332,308	64,287,349	140,201,785	204,821,442	616	1.077
		1.4	527,692	64,217,147	151,812,646	216,557,485	410	0.977
	45	1.0	192,308	40,707,692	102,232,667	143,132,667	744	1.725
		1.2	332,308	39,687,598	111,674,952	151,694,858	456	1.527
		1.4	527,692	38,490,195	120,221,428	159,239,315	302	1.371
	60	1.0	192,308	28,269,231	86,450,000	114,911,539	598	2.137
		1.2	332,308	26,916,157	93,784,886	121,033,351	364	1.890
		1.4	527,692	25,615,704	100,268,814	126,412,210	240	1.687
2.0	30	1.0	192,308	83,076,923	150,033,333	233,302,564	1,213	0.953
		1.2	332,308	86,191,349	163,924,048	250,447,705	754	0.855
		1.4	527,692	88,016,840	177,433,424	265,977,956	504	0.779
	45	1.0	192,308	56,342,827	119,903,191	176,438,326	917	1.377
		1.2	332,308	56,342,376	131,438,831	188,113,515	566	1.220
		1.4	527,692	55,785,204	142,176,366	198,489,262	376	1.099
	60	1.0	192,308	40,707,692	102,232,667	143,132,667	744	1.699
		1.2	332,308	39,687,598	111,674,952	151,694,858	456	1.510
		1.4	527,692	38,490,195	120,221,428	159,239,315	302	1.357

은 리브를 갖는 보강판의 경우, 표 2에서 보듯이 판 두께 증가에 따라 강성비는 감소하는 반면, Y-방향 휨 강성이 크게 증가하여 처짐이 작아짐을 알 수 있다.

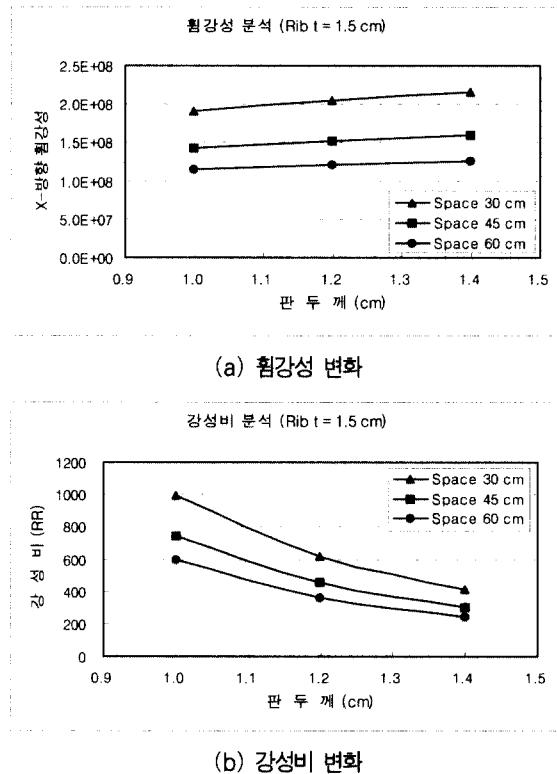


그림 8. 휨 강성 및 강성비에 대한 민감도

리브 간격에 따른 민감도를 살펴보면, 리브 간격 증가에 따른 휨 강성 및 강성비 감소가 일정하지 않음을 알 수 있는데, 이는 리브 간격이 증가함에 따라 중립면 위치가 강판 쪽으로 올라감으로써 나타난 현상으로, 표 2를 살펴보면, 리브 간격 증가에 따른 변화율은 두 번째 항이 더 크게 나타나지만, 세 번째 항이 식(6)의 X-방향 휨 강성에서 차지하는 비율이 더 크기 때문에 리브 간격 증가에 따른 X-방향 휨 강성 변화에 더 큰 영향을 주게 됨을 알 수 있다. 또한 표 2에서 보듯이, 같은 판 두께에 같은 리브 크기를 갖는 보강판의 경우, Y-방향 휨 강성은 일정한 반면, 리브 간격 증가에 따라 강성비가 감소하여 처짐이 증가하게 됨을 알 수 있다.

또한, 표 2에서 보강판의 각 방향 휨 강성이 같게 되는 경우의 처짐 결과를 살펴보면, 리브 두께 1.0 cm, 간격 30 cm 인 경우가 하중의 재하 방법에서 하중을 중앙점 부근 2 개의 리브에 나누어 재하한 까닭으로 다른 두 값보다 약간 작게 나오기는 하지만, 세 경우의 처짐이 거의 같은 결과를 나타낼 수 있음을 알 수 있으며, 이는 보강판의 직교이방성 특성이 같으면, 그에 따른 거동도 같음을 나타낸다고 할 수 있다.

따라서, 이상의 분석으로부터 보강판의 거동은 직교이방성 특성인 Y-방향 휨 강성 및 본 연구에서 매개변수로 제안한 강성비와 상관 관계를 가진다고 할 수 있다.

3.4 처짐에 대한 민감도

본 절에서는 앞의 연구 결과를 근거로, 설계 실무자들의 이해를 위하여, 보강판의 거동으로는 최대 처짐을, 직교이방성 특성으로는 관성 모멘트 비 IR 을 사용하여 직교이방성 특성에 따른 보강판의 거동을 살펴보자 한다.

해석 예제의 여러 가지 형태의 보강판에 대하여 관성 모멘트 비 IR 에 따른 처짐의 결과를 같은 판 두께에 대하여 리브 간격 별로 나타내면 그림 9와 같다.

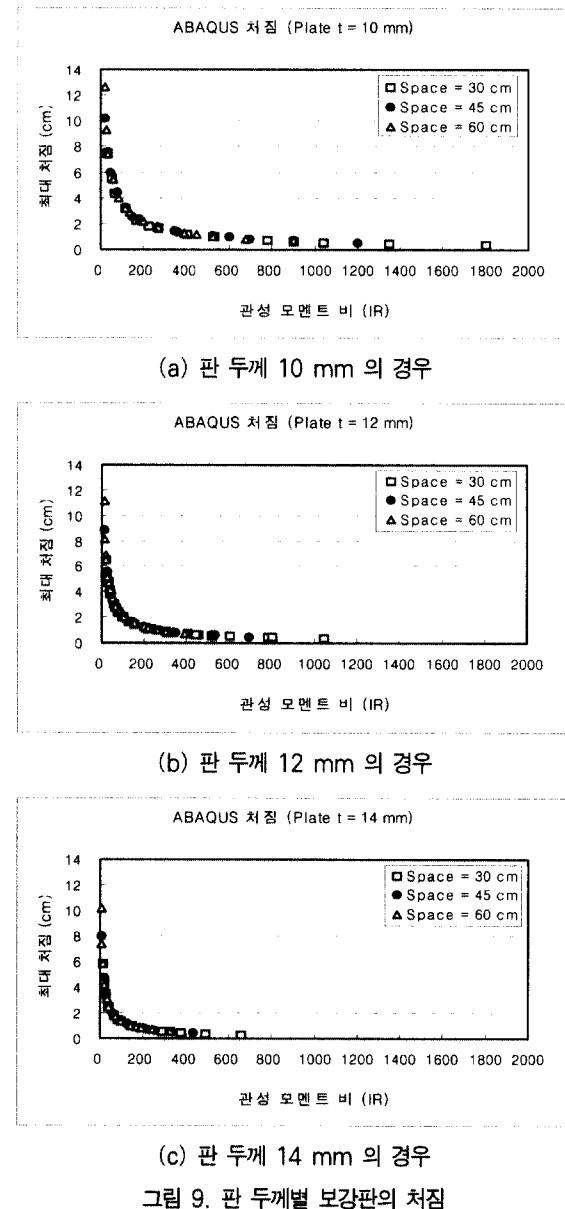
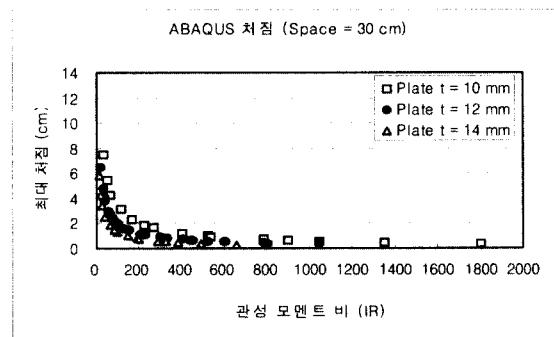
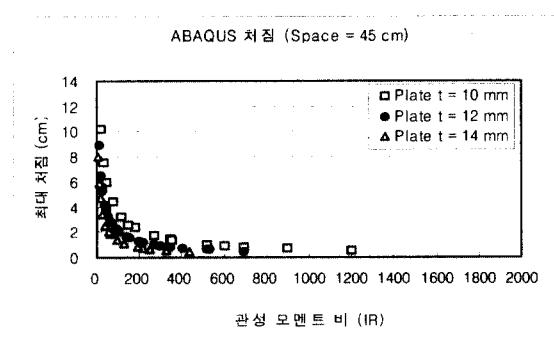


그림 9. 판 두께별 보강판의 처짐

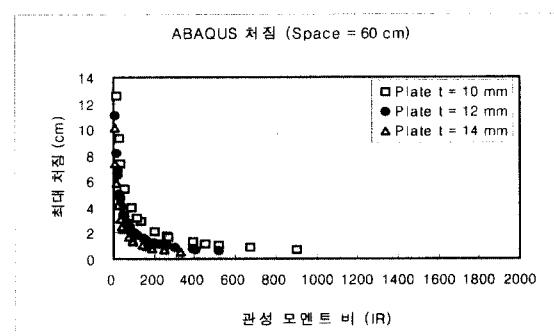
그림 9를 살펴보면, 같은 판 두께에 같은 관성 모멘트 비를 갖는 보강판의 경우 리브 간격과 상관없이 같은 처짐을 나타내며, 관성 모멘트 비 100이하에서는 관성 모멘트 비 증가에 따라 처짐이 급격히 감소하다가 이후 완만한 기울기로 감소함을 알 수 있다. 따라서, 그림 9는 같은 판 두께를 갖는 보강판의 경우, 리브 간격과 상관없이 본 연구에서 제안한 관성 모멘트 비에 따라 개단면 리브로 보강된 판의 거동이 결정됨을 나타낸다고 할 수 있다.



(a) 리브 간격 30cm 의 경우



(b) 리브 간격 45cm 의 경우



(c) 리브 간격 60cm 의 경우

그림 10. 리브 간격별 보강판의 처짐

보강판의 거동에 있어서 판 두께가 미치는 영향을 살펴보기 위하여, 같은 리브 간격에 대하여 판 두께별로 결과를 나

타내면 그림 10과 같다. 그림 10을 살펴보면, 같은 관성 모멘트 비를 갖는 보강판이라 할지라도 판의 두께가 증가할수록 처짐은 작아짐을 알 수 있는데, 이는 Y-방향 강성 증가에 따른 당연한 결과라고 할 수 있다.

그림 9로부터 보강판의 거동, 즉, 최대 처짐 y 에 대한 추세선은 판두께가 일정한 경우 관성 모멘트 비 IR 의 지수형태 함수임을 알 수 있으며, 그림 10으로부터, 판 두께가 감소할수록 최대 처짐 y 추세선의 곡선 기울기가 완만해짐을 알 수 있다. 따라서, 최대 처짐 y 는 관성 모멘트 비 IR 의 지수 형태로 표현되는 판 두께 10mm 일때의 추세선을 기본으로 판 두께에 따른 Y-방향 휨강성 비를 이용하여 상수값을 보정하면 되므로, 이를 표현하면 식 (20)과 같게 된다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{98.765 \cdot IR^{(-0.73)}}{D_y / D_{y10}} \\ &= \frac{98.765 \cdot IR^{(-0.73)}}{\hat{t}^3} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, D_{y10} 은 판 두께 10mm인 보강판의 Y-방향 휨강성이이고, D_y 는 적용 보강판의 Y-방향 휨강성이다.

따라서, 개단면을 갖는 보강판의 거동은 직교이방성 특성으로 본 연구에서 제안한 관성 모멘트 비와 보강판의 Y-방향 강성에 따라 결정됨을 알 수 있다.

3.5 직교이방성 판 해석

본 절에서는 보강재와 강판을 전부 등방성 판 요소로 모델링하여 해석하는 방법의 문제점을 보완하기 위하여, 보강재를 모델링하지 않아 해석시 요소 수를 줄일 수 있고, 보강재 간격 변화에도 새로운 모델링이 필요 없는 직교이방성 판 요소를 사용한 해석 방법의 적용성을 살펴보자 한다.

먼저, 직교이방성 판 요소를 사용한 해석 결과와 등방성 판 요소를 사용한 ABAQUS의 해석 결과를 비교하기 위하여, X-축을 관성 모멘트 비로 Y-축을 ABAQUS의 처짐 결과에서 직교이방성 판 해석 결과를 뺀 오차라고 놓고, 각각의 리브 간격에 대하여 결과를 표시하면 그림 11과 같다.

그림 11을 살펴보면, 리브 간격과 상관없이 관성 모멘트 비가 100 보다 작은 경우, 즉, 보강재의 강성이 판의 강성에 비하여 크지 않은 경우에는 ABAQUS의 결과가 더 큰 값을 나타내며, 관성 모멘트 비가 작아질수록 기하급수적으로 더 큰 오차가 발생함을 알 수 있다. 반면에, 관성 모멘트 비가 100 보다 큰 경우에는 직교이방성 판으로 해석한 결과가 더 크게 나타나 보강판의 강성이 실제보다 낮게 산정 되었음을

알 수 있으며, 관성 모멘트 비가 200보다 커질수록 오차는 점차 작아짐을 알 수 있는데, 이는 최대 처짐 자체가 작게 발생하기 때문에 발생한 현상으로 풀이된다.

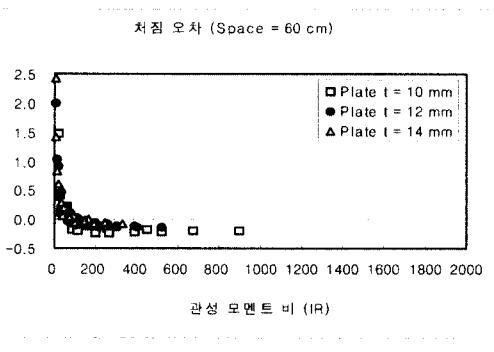
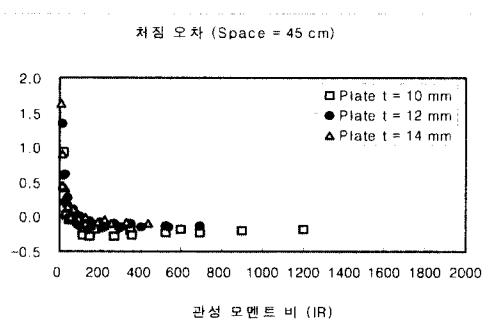
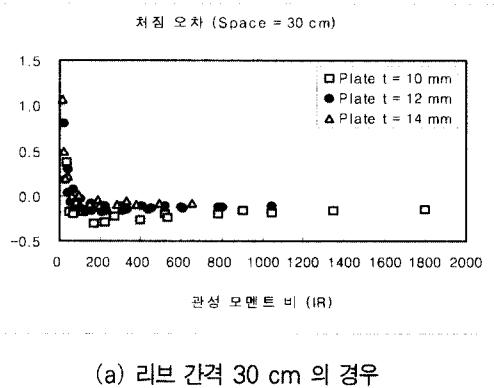


그림 11. 관성 모멘트 비에 따른 오차

이상의 결과로부터, 실무자들이 개단면 리브를 갖는 보강판을 직교이방성 판으로 해석하는 경우, 관성 모멘트 비 100 이하에서는 실제 강성보다 보강판의 강성이 높게 산정되므로 해석시 주의를 요하며, 100 이상의 경우에는 직교이방성 판 요소를 사용하는 것이 강성이 더 낮게 산정되어 안전측임을 알 수 있다. 따라서, 가정에서 언급한 “촘촘히 배치된 보강재”의 기준은 관성 모멘트 비 100임을 알 수 있다.

오차를 직교이방성 판 해석 결과로 나눈 값의 백분율을 식 (21)과 같이 오차율이라 정의하고, 그림 11의 모든 해석 결과에 대한 오차율을 나타내면 그림 12와 같다.

$$\text{오차율}(\%) = \frac{D_A - D_O}{D_O} \times 100 \quad (21)$$

여기서, D_A 는 등방성 판 요소를 사용하여 ABAQUS로 해석한 최대 처짐 결과이고, D_O 는 직교이방성 판 요소를 사용한 본 연구의 최대 처짐 결과이다.

그림 12를 살펴보면, 오차율은 +30%에서 -30%까지 관성 모멘트 비의 증가에 따라 감소함을 알 수 있으며, 그림 12에 표시한 바와 같이 오차율은 관성 모멘트 비로 표현되는 일정한 함수 형태를 가짐을 알 수 있다.

그림 12. 관성 모멘트 비에 따른 오차율

이러한 오차율과 관성 모멘트 비의 상관 관계식에 관성 모멘트 비를 대입하여 각 보강판에 대한 오차율을 산정하면, 식 (21)에서 알 수 있듯이 이 오차율에 직교이방성 판 해석 결과를 곱하여 ABAQUS와의 오차를 계산할 수 있는데, 이렇게 얻은 오차를 해석 결과에 더하여 결과를 보정하면, 간단히 타당한 결과를 얻을 것으로 판단된다.

상관 관계식의 효용성을 살펴보기 위하여, 이상의 과정을 통하여 보정한 처짐의 오차율을 나타내면 그림 13과 같다.

그림 13. 보정된 처짐의 오차율

그림 13을 살펴보면, 그림 12에서 $\pm 30\%$ 이었던 오차율의 범위가 $\pm 8\%$ 이내로 줄어듬을 알 수 있으며, 이는 평강리브로 보강된 판을 직교 이방성 판으로 해석하는 경우, 본 연구 결과로 얻은 관성 모멘트 비와 오차율의 상관 관계식을 이용하여 결과를 보정하면 간편하게 타당한 결과를 얻을 수 있음을 나타낸다고 할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 보강판의 기하학적 직교이방성 거동에 차안하여 직교이방성 판 요소를 이용한 해석 프로그램을 개발하고, 직교이방성 특성에 따른 보강판의 거동 및 본 프로그램의 적용성을 살펴보았다.

본 연구의 주요 결과를 나타내면, 다음과 같다.

먼저, 개단면 리브를 갖는 보강판을 직교이방성 판 요소로 해석하기 위한 적정한 강성 산정 및 물리 상수 산정에 대하여 연구하고, 이를 이용한 전용 해석 프로그램을 개발하였다.

둘째, 개단면 리브중 평강 리브를 갖는 여러 가지 형태의 보강판에 대하여 보강재만의 단면 2차 관성 모멘트를 강판만의 단면 2차 관성 모멘트로 나눈 값을 관성 모멘트 비라 정의하고, 보강재의 강성이 보강판의 거동에 미치는 영향에 대한 민감도 분석을 실시한 결과, 개단면 리브를 갖는 보강판의 거동은, 판에 대한 보강재의 크기를 나타내는 관성 모멘트 비와 보강판의 Y-방향 강성에 의해 결정됨을 알 수 있었다.

셋째, 여러 가지 형태의 보강판에 대하여, 보강판을 전부 등방성 판 요소로 모델링하여 해석한 ABAQUS의 처짐과 보강판을 직교이방성 판 요소로 해석한 처짐을 비교한 결과, 관성 모멘트 비 100에서 두 결과가 거의 일치하며, 100 이 하에서는 ABAQUS의 결과가 더 크게, 100 이상의 경우에는 직교이방성 판 요소의 결과가 더 크게 나와, 100 이상의 경우 직교이방성 판 요소를 사용하는 것이 강성이 더 낮게 산정되어 안전측임을 알 수 있었다. 따라서, 이상의 결과로부터 직교이방성 판으로 해석하기 위해 가정한 “촘촘히 배치된 보강재”의 기준은 관성 모멘트 비 100 임을 알 수 있었다.

넷째, 등방성 판 요소를 이용한 ABAQUS의 결과와 직교이방성 판 요소를 사용한 본 연구 결과의 오차율은 관성 모멘트 비로 표현되는 일정한 함수 형태를 가지며, 이 상관 관계식을 이용하여 결과를 보정하는 경우 오차율은 급격히 줄어듬을 알 수 있었다.

본 연구에서는 이상과 같이, 민감도 분석을 통하여 개단면 리브를 갖는 보강판의 거동이 본 연구에서 매개변수로 제안한 관성 모멘트 비와 보강판의 Y-방향 강성에 의해 결정됨을 규명하였으며, 매개변수 연구 결과를 근거로, 보강판을 직

교 이방성 판으로 해석하기 위하여 가정한 “촘촘히 배치된 보강재”에 대한 관성 모멘트 비 기준을 제안하였다.

따라서, 실무에서 개단면 리브로 보강된 판을 직교 이방성 판으로 해석하는 경우, 본 연구에서 제안한 관성 모멘트 비 기준 이상의 값을 가져야 안전측의 결과를 얻을 수 있으며, 또한 본 연구에서 제시한 관성 모멘트 비와 오차율의 상관 관계식을 이용하여 결과를 보정하면, 등방성 판 요소로 전체를 모델링하지 않고도 간편하게 타당한 결과를 얻을 수 있어 설계 실무자들에게 많은 도움이 될 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Szilard, R., 1974, Theory and Analysis of Plates, Classical and Numerical Methods, Prentice-Hall, INC.
2. Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., 1984, Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill International Book Company.
3. Troitsky, M. S., 1992, Orthotropic Bridges, Theory and Design, The James F. Lincoln Arc Welding Foundation.
4. AISC, 1963, Design Manual for Orthotropic Steel Plate Deck Bridges, American Institute of Steel Construction.
5. Hambly, E. C., 1991, Bridge Deck Behavior, 2nd ed., E & FN SPON.
6. Cook, R. D., Malkus, D. S. and Plesha, M. E., 1989, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, John Wiley & Sons.
7. Hinton, E. and Owen, D. R. J., 1984, Finite Element Software for Plates and Shells, Pineridge Press.
8. 김창수, 1997, 강상판 해석을 위한 직교 이방성 판요소의 개발, 석사학위논문, 서울대학교.
9. 건설교통부, 2000, 도로교 설계 기준, 한국도로교통협회

(접수일자 : 2002년 10월 10일)