

# 복합적층 원뿔형 쉘의 자유진동에 관한 기하학적 형상의 영향

## Effects of Geometrical Shape on the Free Vibration of Laminated Composite Conical Shells

손 병 직<sup>1)</sup> · 지 호 선<sup>2)</sup> · 장 석 윤<sup>3)</sup>

Son, Byung Jik · Ji, Hyo Seon · Chang, Suk Yoon

요 약 : 쉘 구조물은 지붕 구조물, 굴뚝 구조물, 압력구조물, 선박구조물, 항공구조물 등에 널리 사용되는 구조물이다. 본 논문은 전단변형 효과를 고려한 비등방성 복합적층 원뿔형 쉘의 자유진동에 관하여 연구하였다. 복합재료는 2개 또는 그 이상의 재료들로 구성되어 구조적인 효율성을 증진시키도록 구성된 재료이다. 이러한 복합재료로 구성된 구조물의 거동은 매우 복잡하기 때문에 해석해를 구하기가 거의 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 이러한 복합재료로 구성된 원뿔형 쉘의 자유진동을 해결하는데 유한차분법을 사용하였다. 중심각, 정점각 및 다른 기하학적 파라미터의 진동에 대한 효과를 연구하였고, 진동모드 형상을 예시함으로써 진동모드에 관한 물리적 및 공학적인 이해를 증진시키고자 하였다.

ABSTRACT : Shell structures have become critical in the design of pressure vessels, submarine hulls, ship hulls, airplane structures, concrete roofs, containers for liquids, and many other structures. This study presented the feature of the free vibration of anisotropic laminated conical shells according to transverse shear deformation effects. Composite materials are composed of two or more different materials in order to produce desirable properties for structural strength. Since their behavior is very complex, it is almost impossible to solve the analytical solutions. Thus, this paper used a finite difference method in order to solve differential equations of anisotropic conical shells. The effects of subtended and vertex angles and other geometric parameters on vibration were investigated in a comprehensive parametric study. Selected vibration mode shapes were illustrated, to enable the physical understanding of vibration of laminated composite conical shells.

핵심용어 : 비등방성, 원뿔형 쉘, 자유진동, 모드형상, 유한차분법

KEYWORDS : Anisotropic, Conical shells, Free Vibration, Mode Shapes, Finite difference method

### 1. 서론

쉘의 연구는 Kirchhoff-Love의 가정에 근거한 고전적 이론을 시작으로 Donnell, Sanders<sup>(3)</sup> 등에 의해 얇은 탄성 쉘의 선형 이론이, Flugge 등에 의해 두꺼운 쉘 이론이 제안되었다. 그 후 전단변형 효과를 고려한 새로운 방식의<sup>(4)</sup> 제안을 시작으로 Vasikev, Vinson은 복합재료에서는 구조평면 내에서 탄성계수가 전단탄성계수보다 충분히 크므로 직교이방성 적층 원통형 쉘의 연구에서 전단변형이 포함되어야 한다는 이론을 정립하고, 휨과 전단변형을 갖는 복합재료로 구성된

구형 쉘에 관한 상세한 연구를 하였다.

원통형 쉘에서 경계조건에 따른 자유진동해석을 Forsberg (1964), Grief(1975), Chung(1981)<sup>(11)</sup>, Gonçalves(1987) 등이 연구하였고, Shell of Revolution은 Bert와 Kumer (1982)<sup>(12)</sup>, Noor와 Burton(1990)<sup>(13)</sup> 등이며 직교이방성 비원통형 쉘은 Noor(1973), Bernalova(1981), Soldatos (1984) 등이 해석하였다. Chung(1981)<sup>(11)</sup>은 원주 및 원통 방향 변위를 Fourier Series로 가정하였고, Kumer와 Rao (1988)<sup>(12)</sup>는 각 요소를 8절점으로 나누어 해석하였다. Barbero와 Reddy(1990)는 일반적인 2차원 적층 원통형 쉘

1) 정회원, 서울시립대학교 토목공학과 박사수료

2) 정회원, 대원과학대학 토목공학과 조교수

3) 정회원, 서울시립대학교 토목공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2003년 2월 28일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

에 대하여, Lam<sup>(14)</sup>과 Qian(1999)은 복합적층 원통형 셸에 회전력을 추가하여 자유진동해석을 수행하였다.

원뿔형 셸의 자유진동에 관한 최근 동향을 살펴보면, L. Tong<sup>(9),(10)</sup>이 축하중이 고려된 자유진동 해석을, Chih-Ping Wu<sup>(6)</sup>와 Yongliang Wang<sup>(7)</sup>이 DQM(Differential Quadrature Method)방법에 의한 자유진동 해석을 C.W. Lim<sup>(8)</sup>이 기하학적 형상효과를 고려한 등방성인 자유진동 해석을 하였다. 이처럼 비등방성이고 적층된 원뿔형 셸의 자유진동에 관한 연구는 미흡하며, 실험 또한 제대로 이루어지지 못하고 있다.

셸은 초기 곡률이라는 기하학적 특성을 지니고 있는 구조물이므로 기하학적 형상변화에 대해 매우 민감한 역학적 특성을 갖는다. 이전의 논문에서는 이러한 기하학적 형상변화가 자유진동에 미치는 영향에 대한 연구가 미비한 상태다. 이에 본 연구에서는 복합적층 원뿔형 셸을 해석대상으로 하여 기하학적 형상변화가 셸의 진동특성에 미치는 영향을 분석하였다. 중심각의 변화, 정점각의 변화, 원뿔길이변화, 반경변화 등의 기하학적 형상변화와 적층형식, 화이버 보강각도 등의 변화에 따른 자유진동 및 모드특성을 분석하여, 복합적층 원뿔형 셸의 진동모드 특성과 진동모드 형상의 물리적 및 공학적인 이해를 증진시키고자 하였다.

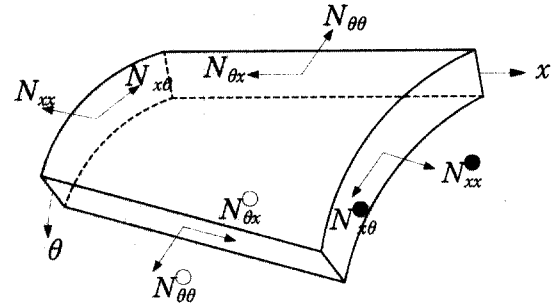


그림 2. 원뿔형 셸 요소의 면내력

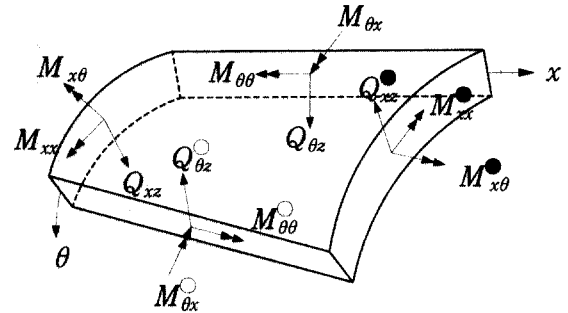


그림 3. 원뿔형 셸 요소의 면외력

## 2. 기본 이론

본 논문은 복합적층 원뿔형 셸의 자유진동에 관하여 연구하였다. 그림 1은 해석모델의 미소요소에 대한 좌표계를 나타내며, 그림 2는 면내력을, 그림 3은 면외력을 나타낸다.<sup>(1)</sup>

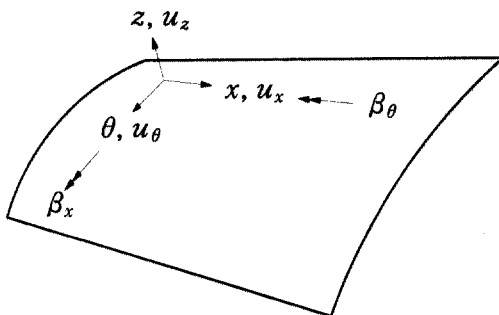


그림 1. 원뿔형 셸 요소의 좌표계 및 변위장

여기서,  $x$  축은 원뿔방향을,  $\theta$  축은 원주방향을, 그리고  $z$  축은 반경방향을 의미한다.  $u_x, u_\theta, u_z$  는  $x, \theta, z$  방향의 변위를 나타내며,  $\beta_x, \beta_\theta$  는  $x, \theta$  방향의 회전각변위를 나타낸다.<sup>(1)</sup>

비등방성 원뿔형 셸의 합응력과 변형률의 관계는 다음과 같다.<sup>(1),(5)</sup>

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{\theta\theta} \\ N_{\theta x} \\ M_{xx} \\ M_{\theta\theta} \\ M_{\theta x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{\theta x}^0 \\ \chi_{xx} \\ \chi_{\theta\theta} \\ \chi_{\theta x} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{\theta z} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{\theta z}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서,

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k - z_{k-1}) \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$A_{ij} = K \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k - z_{k-1}) \quad (i, j = 4, 5)$$

이고,  $A_{ij}$ 는 면내력 강성,  $B_{ij}$ 는 휨-면내력 연계강성,  $D_{ij}$ 는 휨강성 그리고  $K$ 는 전단보정계수를 의미한다.<sup>(1),(5)</sup> 또한

$[Q_{ij}]$ 는 재료축에서의 재료강성을 구조축으로 좌표변환하여 구한 재료강성을 나타내며, 변형률-변위 관계식은 참고문헌 (1), (15)에 나타낸 바와 같다.

비등방성 원뿔형 셸의 자유진동에 관한 지배방정식은 다음과 같다. (15)

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{x} (N_x - N_\theta) &= I_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{x \tan \alpha} Q_\theta + \frac{2}{x} N_{x\theta} &= I_0 \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \beta_\theta}{\partial t^2} \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - \frac{1}{x \tan \alpha} N_\theta + \frac{1}{x} Q_x &= I_0 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} - Q_x + \frac{M_x}{x} - \frac{M_\theta}{x} &= I_1 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - Q_\theta + \frac{2}{x} M_{x\theta} &= I_1 \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \beta_\theta}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $x$ 는 셸의 정점에서부터의 거리를 나타내며,  $\alpha$ 는 정점각의 반을 나타낸다.

또한, 
$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{pmatrix} \rho_0 dz \quad (\rho_0 : \text{질량밀도})$$

### 3. 유한차분법

제한된 경계조건을 갖거나 특정 적층 형태를 갖는 셸 구조물은 이중삼각함수나 푸리에 급수를 이용하여 해석해를 구할 수가 있다. 그러나 임의의 경계조건과 다양하고 복잡한 하중을 받는 비등방성 구조물의 경우는 해석해를 구하는 것이 거의 불가능하다.

본 논문에서는 고유치 문제를 해결하기 위하여 유한차분법을 사용하였다. 유한차분법을 사용함으로써 5개의 편미분 방정식 (3)은 5개의 선형 대수방정식으로 변환시킬 수 있다.

셸 구조물의 고유치 문제를 해결하기 위해서는 강성 매트

릭스와 질량 매트릭스가 필요하다. 임의의  $i$ 선상의 모든  $j$ 점에서의 차분방정식을 매트릭스 형태로 나타내면 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} [A] \{X_{j-1}\} + [B] \{X_j\} + [C] \{X_{j+1}\} \\ = [A_m] \{X_{j-1}\} + [B_m] \{X_j\} + [C_m] \{X_{j+1}\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $[A], [B], [C]$ 와  $[A_m], [B_m], [C_m]$ 는 각각  $i-1, i, i+1$ 에 대한 강성계수 매트릭스와 질량계수 매트릭스를 의미한다.

식 (4)의 차분식을 적용하여 비등방성 원뿔형 셸에 대한 전체행렬 형태로 나타내면 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다. (2)

$$[K_S] \{X\} = \omega^2 [K_M] \{X\} \quad (5)$$

여기서  $[K_S]$ 는 비등방성 원뿔형 셸의 전체 강성행렬이고,  $[K_M]$ 은 전체 질량행렬,  $\omega$ 는 셸 구조물의 고유치인 고유진동수를 나타내며,  $\{X\}$ 는 고유벡터를 나타낸다.

### 4. 해석 예 및 결과분석

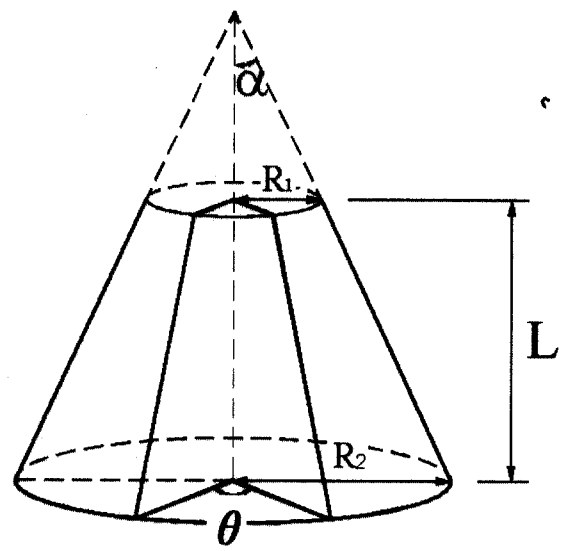


그림 4. 해석모델

표 1. 해석모델의 물성치 (GPa)

$E_1$	$E_2$	$G_{23}$	$G_{13}$	$G_{12}$	$\nu_{12}$
36.905	10.065	2.0	2.9	2.9	0.33

본 연구에서의 해석모델은 그림 4에서와 같이 중심각에 따라서 다음과 같이 4가지로 구분하였다. ( $h$ : 두께, 단위:  $m$ )

- Model A : 4변고정 부분 쉘 (중심각 :  $\theta = 30$  도)  
→  $h = 1$   $L = 50$ ,  $R_1 = 20$ ,  $R_2 = 40$
- Model B : 4변고정 부분 쉘 (중심각 :  $\theta = 60$  도)  
→  $h = 1$   $L = 50$ ,  $R_1 = 20$ ,  $R_2 = 40$
- Model C : 양단고정 폐합 쉘 (중심각 :  $\theta = 360$  도)  
→  $h = 1$   $L = 50$ ,  $R_1 = 10$ ,  $R_2 = 20$
- Model D : 양단고정 폐합 쉘 (중심각 :  $\theta = 360$  도)  
→  $h = 1$   $L = 50$ ,  $R_1 = 20$ ,  $R_2 = 40$

물성치는 표 1과 같은 직교이방성인 재료가 임의의 방향으로 적층된 재료를 사용하였다. 화이버 보강각도의 변화, 반경 길이의 변화, 중심각의 변화, 정점각의 변화 등 다양한 수치 해석을 통하여 원뿔형 쉘의 자유진동 및 진동모드를 분석하였다. 또한, 식 (6)과 같이 무차원화하여 자유진동에 관해서 고찰하였다.

$$\lambda = R_2 \omega \sqrt{\rho h / A_{11}} \quad (6)$$

### 4.1 수치해석의 타당성 검증

본 연구 수치해석의 타당성을 입증하기 위하여 참고문헌<sup>(15)</sup>과 비교하였으며, 수렴성을 분석하였다.

표 2는 비등방성 원통형 쉘의 자유진동 해석을 한 참고문헌<sup>(15)</sup>과 비교한 것이며, 사용된 재료는 참고문헌<sup>(15)</sup>과 동일하다. 표에서 보듯이 본 해석프로그램과의 해석결과가 잘 일치함을 알 수 있다.

그림 5는 표 1의 직교이방성인 재료가 0/90/90/0의 각도로 배열된 Model A의 고유진동수의 수렴도를 나타낸 것이다. 그림에서 살펴보면 모드1과 모드2 모두 21×21이상에서는 거의 수렴함을 알 수 있다. 따라서 본 연구의 해석 예에서는 21×21로 요소를 분할하여 해석하였다.

표 2. 참고문헌과의 기본 고유진동수 비교

$L/R_1$	$R_1/h = 2$		$R_1/h = 10$	
	Present	Ref. (15)	Present	Ref. (15)
0.1	38.54541	37.9990	191.9849	189.2105
0.3	14.26698	14.3021	68.07318	67.5335
0.5	10.03349	10.0486	44.78794	44.6304
0.7	8.502938	8.4978	35.92169	35.8407
1.0	7.564619	7.5422	30.38716	30.2446

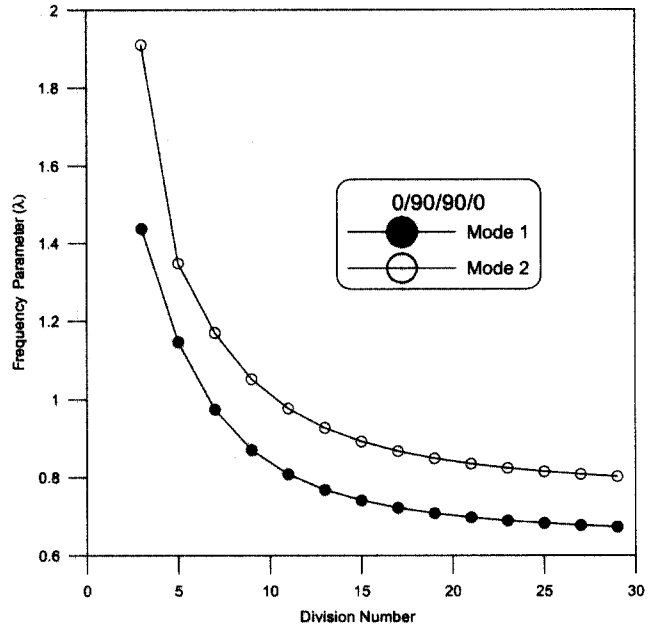


그림 5. 분할수에 따른 수렴성 분석 (Model A)

### 4.2 반경비 변화

그림 6, 7은 화이버 보강각도 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. 화이버 보강각도가 0도는 원뿔방향으로 보강된 경우이고, 90도는 원주방향으로 보강된 경우이다. 화이버 보강각도가 증가할수록 즉, 원주방향으로 보강할수록 고유진동수는 커짐을 알 수 있다. 고유진동수는 강성매트릭스와 질량매트릭스의 영향을 받는다. 그림 6, 7에서는 질량매트릭스는 일정하므로 고유진동수가 커다는 의미는 강성매트릭스가

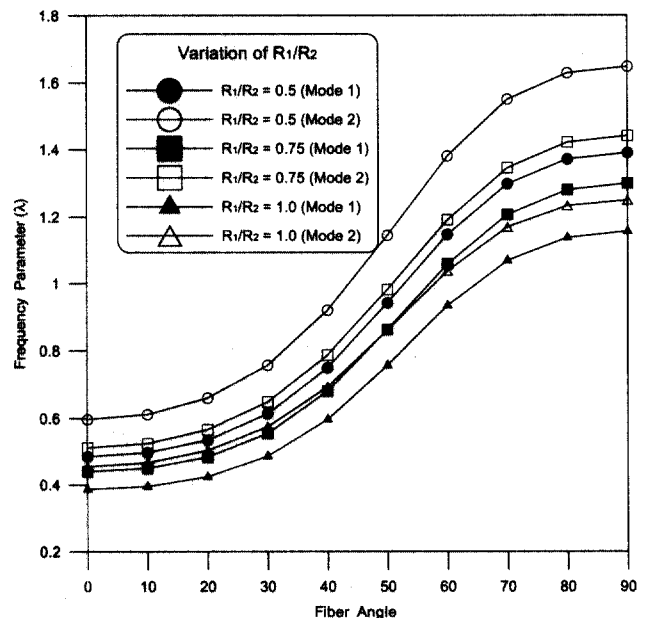


그림 6. Model A의 고유진동수 ( $R_2$  고정)

크다는 것을 의미한다. 즉, 셀 구조는 원주방향으로 보강하는 것이 강성을 크게 한다. 또한 그림 6, 7에서 반경비가 커질수록 고유진동수가 작아짐을 알 수 있다. 반경비가 1은 원통형 셀을 의미한다. 따라서 원뿔형 셀이 원통형 셀보다는 강성이 크다는 것을 알 수 있다.

그림 8은 Model A의 중심각 변화에 따른 결과를 나타낸 것이다. 중심각 및 반경비가 커질수록 고유진동수는 작아지며, 중심각이 커질수록 질량매트릭스가 커져서 고유진동수가 작아지며 차이 또한 작아짐을 알 수 있다.

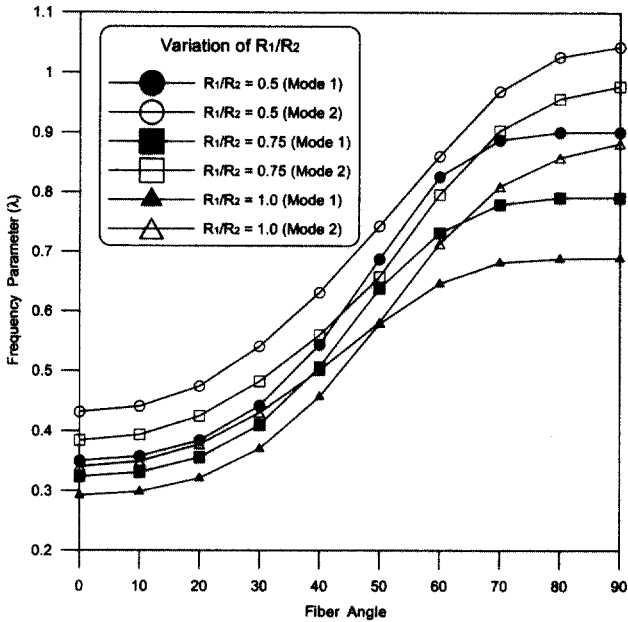


그림 7. Model B의 고유진동수 ( $R_2$  고정)

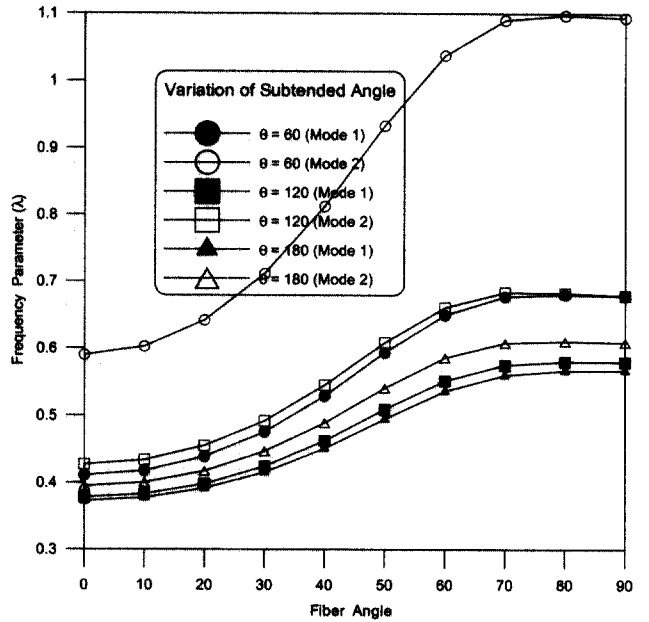


그림 9. 곡선판의 고유진동수

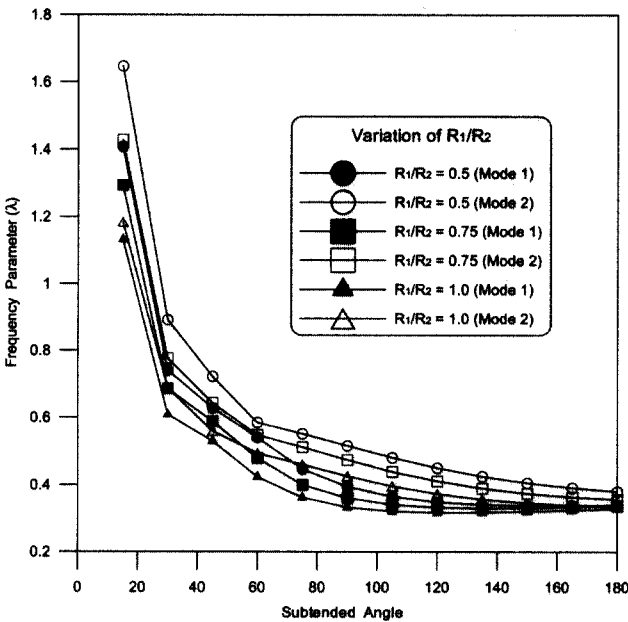


그림 8. 중심각 변화에 따른 고유진동수  
(보강각도: 0/90/90/0,  $R_2$  고정)

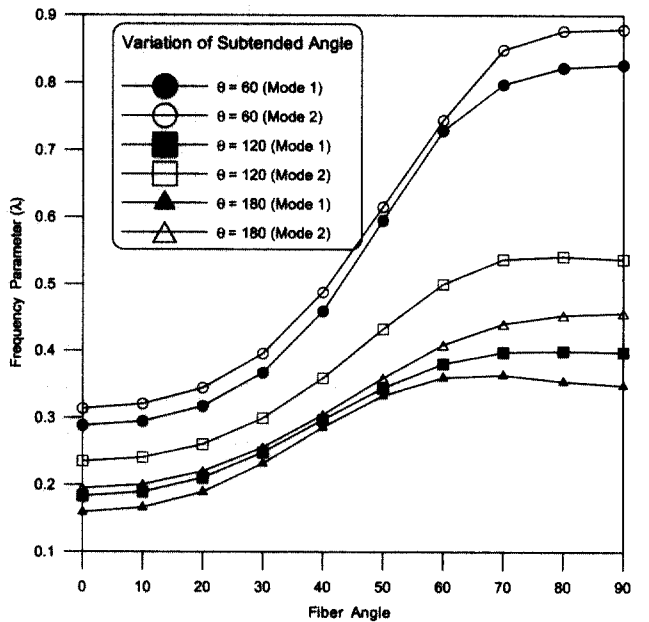


그림 10. 원통형 셀의 고유진동수

### 4.3 중심각 및 화이버 보강각도 변화

그림 9, 10, 11은 중심각 및 화이버 보강각도의 변화에 따른 결과를 도시한 것이다.

그림 9는 Model B에서  $L = 0$  인 경우의 곡선판의 결과를, 그림 10은 Model B에서  $R_1 = R_2 = 20$  인 경우의 원통형 셀을, 그리고 그림 11은 Model B의 원뿔형 셀의 거동을 나타낸 것이다.

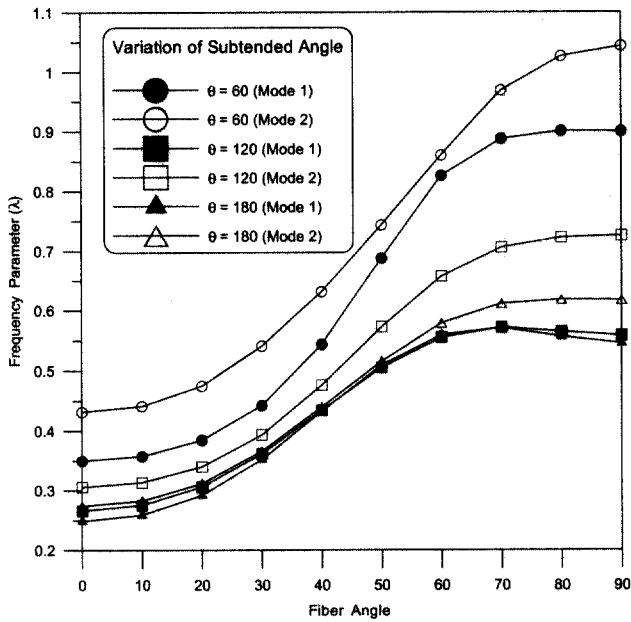


그림 11. 원뿔형 셸의 고유진동수 (Model B)

중심각이 작을수록 화이버 보강각도가 증가할수록 고유진동수가 커진다는 것을 알 수 있으며, 곡선판, 원통형 셸, 원뿔형 셸 모두 원주방향으로 보강하는 것이 강도를 증진시킨다는 것을 알 수 있다.

#### 4.4 화이버 보강각도 변화

표 3은 Model C의 반경비 변화에 따른 결과를, 표 4는 Model C의 정점각 변화에 따른 결과를 표로 나타낸 것이다. 표 3에서 보듯이 폐합된 경우도 Model A, B와 마찬가지로 반경비가 커질수록 고유진동수가 작아지며, 단지 폐합된 셸의 경우 모드1과 모드2의 고유진동수 값이 같게 된다. 또한, 고유진동수는 화이버 보강각도 60, 70도 부근에서 가장 크게 나타났다.

표 3. 반경변화에 따른 고유진동수 비교 ( $\lambda$ , Model 1, 2, Model C)

화이버 보강각도 ( $\theta/\theta/\theta/\theta$ )	반경비(0.5)	반경비(0.75)	반경비(1.0)
0/0/0/0	0.1561212	0.1521796	0.1487557
10/10/10/10	0.1643433	0.1599474	0.1562036
20/20/20/20	0.1922643	0.1868529	0.1819269
30/30/30/30	0.2419654	0.2372562	0.2310792
40/40/40/40	0.3009979	0.3003093	0.2927214
50/50/50/50	0.3489664	0.3455581	0.3380279
60/60/60/60	0.3748292	0.3727512	0.3565372
70/70/70/70	0.3717539	0.3595261	0.3500916
80/80/80/80	0.3593028	0.3435087	0.3325639
90/90/90/90	0.3525488	0.3353586	0.3235448

표 4. 정점변화에 따른 고유진동수 비교 ( $\lambda$ , Model 1, 2, Model C)

화이버 보강각도 ( $\theta/\theta/\theta/\theta$ )	$L = 50$ ( $\alpha = 21.8^\circ$ )	$L = 25$ ( $\alpha = 38.66^\circ$ )	$L = 0$ ( $\alpha = 90^\circ$ )
0/0/0/0	0.1561212	0.2564154	0.5403817
10/10/10/10	0.1643433	0.2678629	0.5489250
20/20/20/20	0.1922643	0.3345552	0.5735280
30/30/30/30	0.2419654	0.3721957	0.6113741
40/40/40/40	0.3009979	0.4560441	0.6586787
50/50/50/50	0.3489664	0.5418757	0.7099857
60/60/60/60	0.3748292	0.5924223	0.7542310
70/70/70/70	0.3717539	0.5927346	0.7703410
80/80/80/80	0.3593028	0.5654365	0.7882468
90/90/90/90	0.3525488	0.5486439	0.7897801

표 4에서는 정점각이 커질수록 고유진동수가 크게 나타났다. 정점각이 90도인 경우는 곡선판을 의미하며, 정점각이 커지게 되면 강성의 감소에 비하여 질량의 감소율이 커지기 때문에 고유진동수가 커지게 된다. 또한 곡선판의 경우는 화이버 보강각도가 90도 부근에서 가장 큰 값을 보였다.

#### 4.5 진동모드 형상

그림 12, 13, 14는 Model A, B, D의 모드형상 및 고유진동수 값을 나타낸 것이다. 보강각도는 모두 0/90/90/0으로 배열시킨 경우이다. 중심각의 변화에 따라서 모드형상 및 진동수가 변하게 된다. 중심각이 30도인 Model A에서의 첫 번째 모드는 대칭형태로 나타났으며, 중심각이 60도인 Model B에서의 첫 번째 모드는 비대칭 형태로 나타났다.

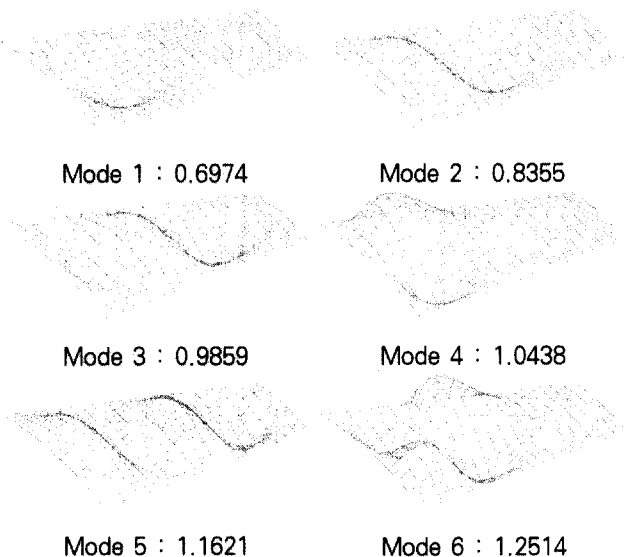


그림 12. Model A의 모드형상 및 고유진동수 ( $\lambda$ )

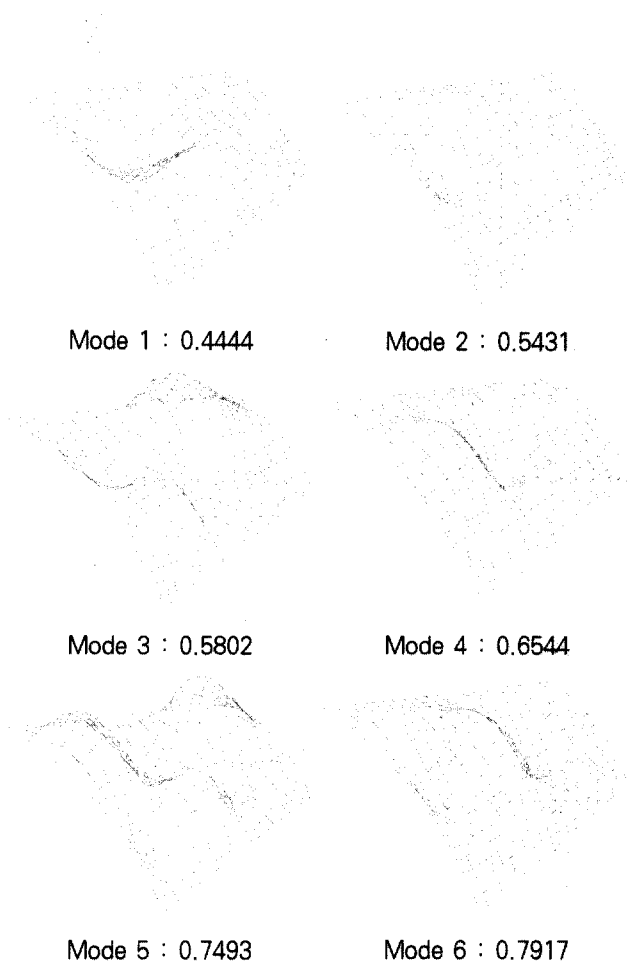


그림 13. Model B의 모드형상 및 고유진동수 ( $\lambda$ )

또한 Model A의 1, 2, 3, 4, 6모드는 각각 형상이 Model B의 2, 4, 6, 1, 3모드와 비슷한 형상을 하고 있다. Model D는 중심각이 360도인 폐합된 경우로서 모드1과 2, 모드3과 4, 모드5와 6의 고유진동수가 각각 같게 나타났다.

그림 15, 16은 화이버 보강각도 변화에 따른 모드형상을 나타낸 것이다. Model B는 화이버 보강각도 변화에 따라서 모드1과 모드2가 바뀌는 현상을 보이고 있다. 45도에서는 모드1, 2가 비슷한 형상을 보이고 있으며, 30도와 60, 0도와 90도는 모드1과 모드2가 반대로 나타나는 형상을 나타내고 있다. 이것은 보강각도가 원뿔방향에서 원주방향으로 변하는 과정에서 셸의 강도가 영향을 미치기 때문이다. 즉, 원뿔방향으로 보강하면 일어나기 쉬운 모드가 대칭 모드이며, 원주방향으로 보강하면 발생하기 쉬운 모드는 비대칭으로 변하게 된다.

그림 16의 폐합된 경우(Model D)는 모드1, 2가 같게 되며, 화이버 보강각도에 따라서 진동모드가 다른 양상을 보이고 있다. 화이버 보강각이 0, 30, 45, 60도로 변함에 따라서 진동모드도 0, 30, 45, 60도의 각도를 이룬다는 것을 볼 수가 있으며, 90도로 보강했을 때는 진동모드가 전혀 상이한 형상이 된다는 것을 알 수 있다.

이처럼 복합 적층 원뿔형 셸의 진동형상은 화이버 보강각

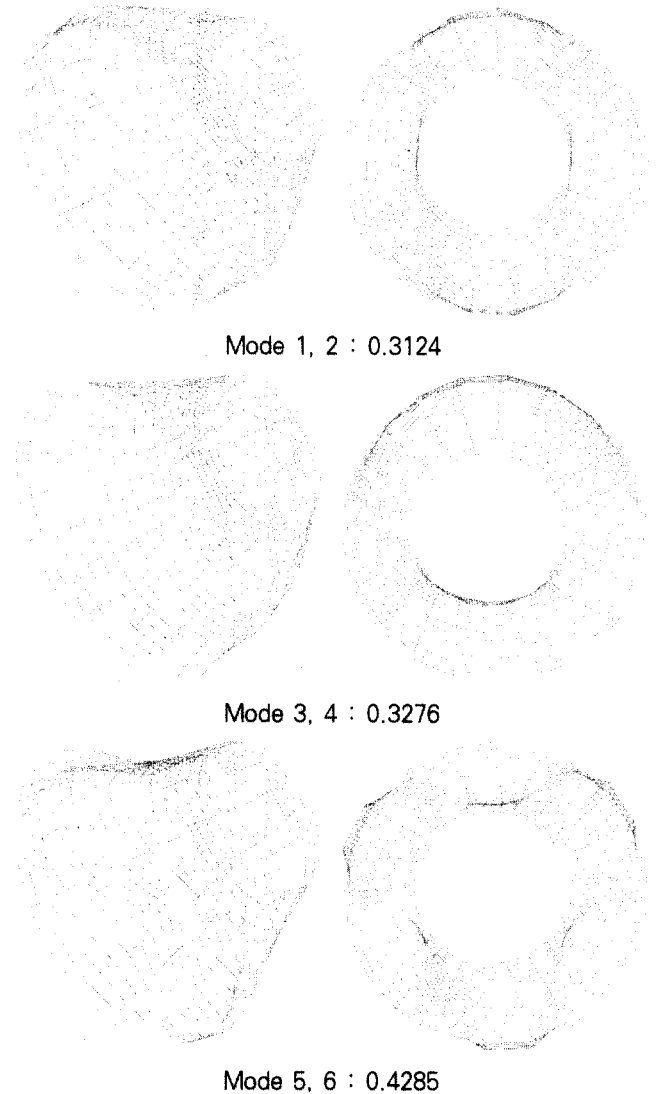


그림 14. Model D의 모드형상 및 고유진동수 ( $\lambda$ )

도와 셸의 형상에 의해서 상이하게 변할 수 있다. 즉, 화이버 보강각도에 의해서는 진동모드가 보강각도의 형상으로 변하며 (Model C,D), 중심각 변화에 의해서 첫 번째 진동모드가 대칭 혹은 비대칭으로 변할 수 있다(Model A,B).

### 5. 결론

본 논문에서는 비등방성 복합적층 원뿔형 셸의 자유진동해석을 유한차분법을 사용하여 해석하였으며, 고전적 셸이론 대신 1차 전단변형 이론을 적용하여 보다 정확한 해석을 수행하였다. 복합 적층 원뿔형 셸의 고유진동수 및 진동 모드는 셸의 기하학적인 형상과 화이버 보강각도에 의해서 상당한 변화를 보이게 되며, 다음과 같은 몇 가지 결론을 얻었다.

- (1) 화이버 보강각도가 증가할수록 즉, 원주방향으로 보강할수록 고유진동수는 커진다.

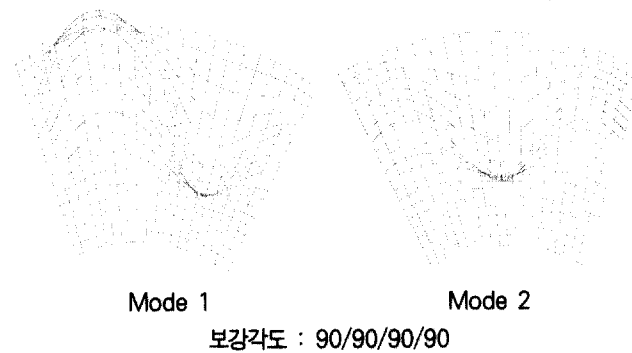
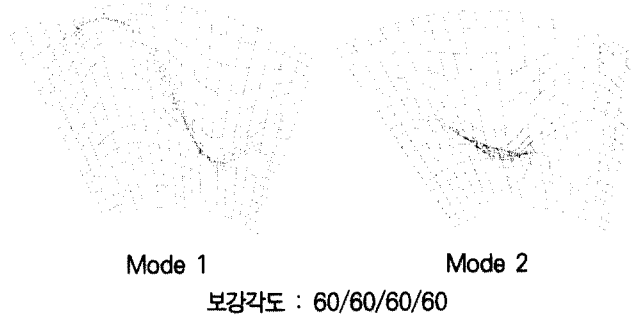
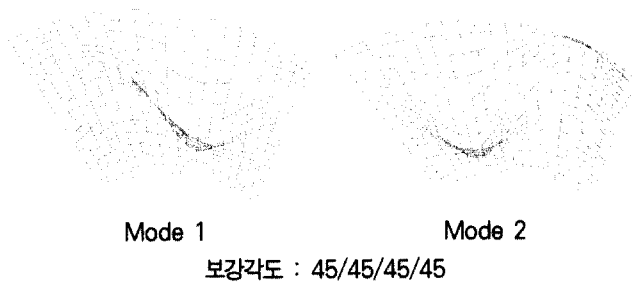
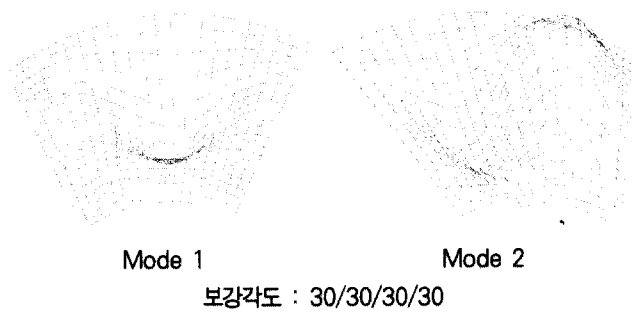
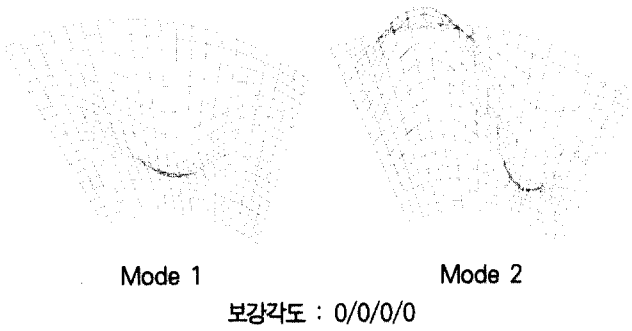


그림 15. Model B의 화이버 보강각도에 따른 모드형상

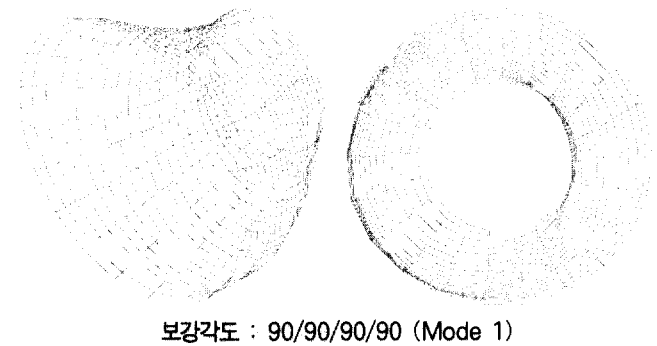
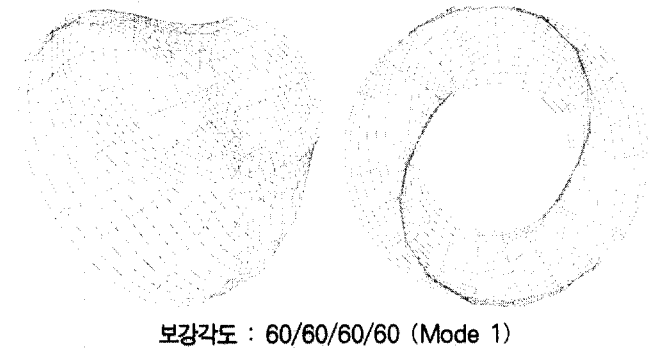
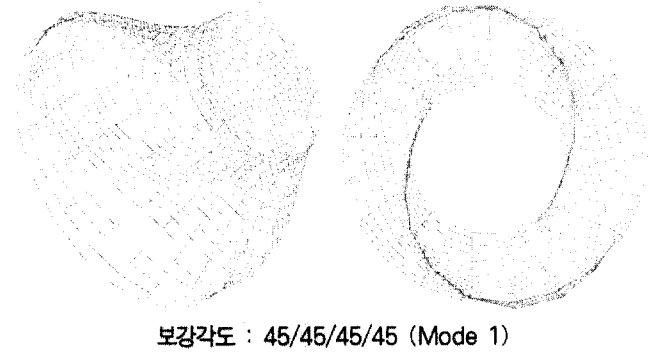
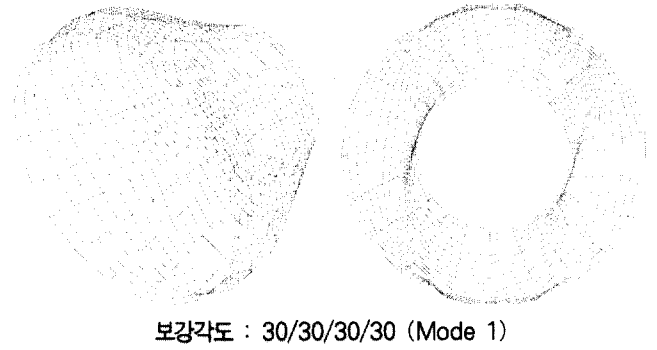
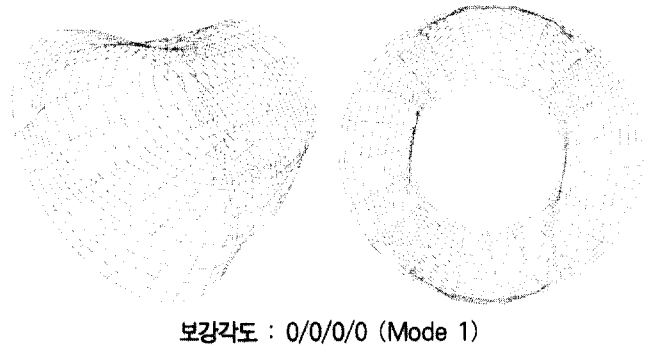


그림 16. Model D의 화이버 보강각도에 따른 모드형상



- (2) 중심각 및 반경비가 커질수록 고유진동수는 작아진다. 중심각이 커질수록 질량매트릭스가 커져서 고유진동수가 작아지며 차이 또한 작아진다. 반경비가 1은 원통형 쉘을 의미하므로, 원뿔형 쉘이 원통형 쉘보다는 강성이 크다.
- (3) 폐합된 쉘의 경우는 개방 쉘과 마찬가지로 반경비가 커질수록 고유진동수가 작아지며, 단지 폐합된 쉘의 경우 모드1과 모드2의 진동모드 및 고유진동수 값이 같게 된다. 고유진동수는 화이버 보강각도가 60도와 70도 부근에서 가장 크게 나타났다.
- (4) 정점각이 커질수록 고유진동수가 크게 나타났다. 정점각이 90도인 경우는 곡선판을 의미하며, 정점각이 커지게 되면 강성의 감소에 비하여 질량의 감소율이 커지기 때문에 고유진동수가 커지게 된다. 또한 곡선판의 경우는 화이버 보강각도가 90도 부근에서 가장 큰 값을 보였다.
- (5) 중심각의 변화에 따라서 모드형상 및 진동수가 변하게 된다. 중심각이 30도인 경우 첫 번째 모드는 대칭형태로 나타났으며, 중심각이 60도인 경우 첫 번째 모드는 비대칭 형태로 나타났다.
- (6) 개방된 쉘의 경우 화이버 보강각도가 변하게 되면 모드1과 모드2가 바뀌어서 나타날 수 있다. 이것은 보강각도가 원뿔방향에서 원주방향으로 변하는 과정에서 쉘의 강도가 영향을 미치기 때문이다. 즉, 원뿔방향으로 보강하면 일어나기 쉬운 모드가 대칭 모드이며, 원주방향으로 보강함에 따라서 발생하기 쉬운 모드는 비대칭으로 변하게 된다.
- (7) 폐합된 쉘의 경우는 모드1, 2가 같게 되며, 화이버 보강각도에 따라서 진동모드가 다른 양상을 보이게 된다. 진동형상은 화이버 보강각도의 형상대로 나타나며, 임의의 각도로 보강시 전혀 상이한 형상이 될 수도 있다.

**참 고 문 헌**

- 1. 손병직, 백한솔, 장석윤(2000), 자유경계를 갖는 비등방성 원뿔형 쉘의 해석, 한국강구조학회 논문집 제12권4호 pp. 417~428.
- 2. Son Byung Jik, Paik Han Sol, Chang Suk Yoon(2001), Buckling Analysis of Anisotropic Laminated Circular Conical Shells, Sixth Pacific Structural Steel Conference Continued Volume pp. 25~36.
- 3. Sanders(1959), An Improved First-approximation

- Theory for Thin Shells, NASA Technical Report.
- 4. Reissner, E. (1945), The Effect of Transverse Shear Deformation on The Bending of Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, Vol.12.
- 5. J. N. Reddy (1997), Mechanics of Laminated Composite Plates, CRC Press Inc.
- 6. Chih-Ping Wu, Chia-Ying Lee (2001), Differential quadrature solution for the free vibration analysis of laminated conical shells with variable stiffness, International Journal of Mechanical Sciences 43, pp. 1853~1869.
- 7. Yongliang Wang, Renhuai Liu and Xinwei Wang (1999), Free Vibration Analysis of Truncated Conical Shells by the Differential Quadrature Method, Journal of sound and Vibration 224(2), pp. 387~394.
- 8. C. W. Lim, S. Kitipornchai (1999), Effects of Subtended and Vertex Angles on the Free Vibration of Open Conical shell Panels : A Conical Coordinate Approach, Journal of sound and Vibration 219(5), pp. 813~835.
- 9. L. Tong (1999), Free Vibration of Axially Loaded Laminated Conical shells, Journal of Applied Mechanics Vol. 66, pp. 758~763.
- 10. L. Tong (1996), Effect of Axial Load on Free Vibration of Orthotropic Truncated Conical shells, Journal of Vibration and Acoustics Vol. 118, pp. 164~168.
- 11. H. Chung(1981), Free Vibration Analysis of Circular Cylindrical Shells, Journal of Sound and Vibration. Vol. 74, No. 3, pp. 331~350.
- 12. R. Ramesh Kumar and Y. V. K. Sadasiva Rao (1988), Free Vibrations of Multilayered Thick Composite Shells, Computers & Structures, Vol. 28, No. 6, pp. 717~722.
- 13. Noor. A. K and Burton. W. S(1990), Assessment of Computational Models for Multi layered Composite Shells," Applied Mechanics, Vol. 43, No. 4, pp. 67~97
- 14. C. T. Loy and K. Y. Lam(1999), Vibration of Thick Cylindrical Shells on the Basis of Three-Dimensional Theory of Elasticity, Journal of Sound & Vibration. Vol. 226, No. 4, pp. 719~737.
- 15. 유용민, 박근우, 이상열, 장석윤(2001), 기하학적 형상 변화에 따른 복합적층 원통형 쉘의 자유진동 및 모드특성, 대한토목학회 논문집 제21권 제5-A호 pp. 573~582.

(접수일자 : 2002년 4월 19일)