

정익과 동익의 상호작용을 고려한 익렬의 공력 형상 최적 설계

조장근* · 박원규**

Optimum Design of Aerodynamic Shape of Cascade with Rotor-Stator Interactions

J. K. Cho*, W. G. Park**

Key Words: 나비에스톡스 방정식 (Navier-Stokes Equations), Optimization Design (최적설계), Modified Method of Feasible Directions (수정유용방향탐색법), Sliding Multiblock Grid (슬라이딩 다중격자계)

ABSTRACT

Since the previous cut-and-try design algorithm requires much cost and time, the automated design technique with the CFD and optimum design algorithm has recently been concerned. In this work, the Navier-Stokes equation was solved to gain more detailed viscous flow information of cascade with rotor-stator interactions. The H-grid embedded by O-grid was generated to obtain more accurate solution by eliminating the branch cut of H-grid near airfoil surface. To handle the relative motion of the rotor to the stationary stator, the sliding multiblock method was applied and the cubic-spline interpolation was used on the block interface boundary. To validate present procedure, the time-averaged aerodynamic loads were compared with experimental data. A good agreement was obtained. The Modified Method of Feasible Direction (MMFD) was used to carry out the sensitivity analysis of the change of aerodynamic performance by the changes of the cascade geometry. The present optimization of the cascade gave a dramatic reduction of the drag while the lift maintains at the value within the user-specified tolerance.

1. 서론

유체기계에 있어서 유동해석은 터빈 효율, 피로파괴, 소음 등을 정확히 예측하기 위하여 매우 중요하다. 예를 들어, 유체기계 블레이드는 비정상 진동을 유발하는 비정상 공기역학적 힘을 받게 되고 이러한 진동은 대부분 고주파 진동이 되므로 블레이드를 파괴하는 원인이 되기도 한다. 특히, 익렬의 경우는 정익과 동익의

상호작용에 의해 주기적인 비정상상태의 거동을 나타내므로 익렬효율에 심각한 영향을 미치게 되어 동익과 정익의 상호작용이 고려된 익렬주위 유동에 대한 정확한 해석이 요구된다. 터빈의 동익과 정익의 상호작용에 관한 연구는 Dring 등⁽¹⁾, Yamamoto⁽²⁾, Nishiyama 등⁽³⁾에 의해 실험이 수행된 적이 있으나 실험의 어려움으로 인해 최근에는 수치해석 방법에 많이 의존하고 있다. 수치적인 방법으로는 Lakshiminarayama 등⁽⁴⁾이 정익-동익의 간극의 영향에 대한 연구를 수행하였으며, Har 등⁽⁵⁾은 천음속 압축기에서 정익-동익의 영향에 대하여 연구하였다. 박원규 등⁽⁶⁾은 sliding 격자기법을 사용하여 정익-동익 상호작용에 대하여 연구하였다. 유체기계

* 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

** 정회원, 부산대학교 기계기술연구소(기계공학부)

E-mail : wgpark@pusan.ac.kr

내부 유동에 대한 수치해석 및 실험은 설계 초기 단계에서 성능향상 및 블레이드의 공기역학적 안정성 여부에 대한 검토를 위해 수행하게 되는데 이러한 과정에서 만약, 블레이드가 기계역학적인 요구를 만족하지 못한다면 재설계 되어야 할 것이다. 이러한 과정은 전통적으로 실험과 경험에 기초한 시행착오적 접근법을 사용하고 있으며, 따라서 최적화된 형상을 얻기까지 많은 시간과 비용이 소비된다. 기존의 성능향상을 위한 기술들의 예를 보면 적당한 블레이드 개수의 조정, 정익과 동익의 간격 조절, 팁 간극 조절 등이다. 그러나 보다 새로운 현대적인 설계를 위해서 설계자는 유체기계 내부의 익렬에 대한 유동해석 및 실험을 통해 공기역학적 연구뿐만 아니라 설계변경의 영향을 이해할 수 있는 능력이 있어야 한다.

지난 수십년간 공력설계 및 형상최적화를 위하여 상당한 연구가 진행되어 왔으며 여러 가지 최적설계 방법^{(7)~(14)}이 연구되어왔다. 최근에는 유전이론⁽¹²⁾을 최적설계에 적용하는 연구도 진행되고 있지만 막대한 설계자료와 계산시간이 요구되므로 아직까지 실용화하기에는 어려움이 있으며, adjoint 방정식을 이용한 민감도 해석방법이 설계변수의 증가에 따른 계산 시간을 단축할 수 있는 방법으로 제안되고 있으나 adjoint 방정식의 수치적 차별화 과정이 매우 복잡하다⁽¹³⁾. 반면, 전통적인 설계방법인 유한차분방법^{(7)~(11)}을 사용한 민감도 해석방법은 설계변수의 증가에 따라 계산량이 증가한다는 단점은 있으나 기존에 개발된 유동해석 코드를 사용할 수 있으며 목적함수의 설정이 자유로운 장점이 있다. 이러한 대부분의 최적설계에 관련된 연구들은 비교적 간단한 익형의 형상에 대하여 적용되어 왔으나 최근에는 Sorensen 등⁽¹⁴⁾은 축류 팬의 설계에 최적설계 방법을 적용하였으며, Florea 등⁽¹³⁾은 축류 cascade 설계에 적용하였으나, 이러한 연구들도 비점성 유동장으로 가정하여 풀거나 single blade passage의 경우에만 적용되어졌다.

따라서 본 연구에서는 정익과 동익의 상호작용에 의한 비정상 점성유동을 보다 정확하게 예측하기 위해서 비정상 Navier-Stokes 방정식을 사용하였으며 이러한 해석으로 종래의 비점성유동 방정식에 의한 해석에서는 예측이 불가능했던 실제 점성유동의 모든 현상을 기술하는 것이 가능하게 되었다. 특히 본 연구에서는 타 연구와 달리 정확한 유동 및 성능해석을 위해 O-격자계 삽입형(Embedded O-grid) H-격자계를 사용함으로써 H-격자계가 가지고 있는 branch-cut에 대한 문제를 해결하였다. 또한, 동익과 정익의 상호작용을 모사

하기 위하여 sliding 격자기법⁽⁶⁾을 사용하였다. 최적설계 방법으로는 유한 차분 방법을 이용한 수정유용방향 탐색법(Modified Method of Feasible Directions)⁽¹⁵⁾을 사용하였으며, 블레이드의 형상변화를 위해 Hicks-Henne 함수⁽¹⁶⁾를 사용하였다.

2. 본 론

2.1 지배방정식 및 수치적 기법

유동해석을 위한 지배방정식으로 2차원 비정상 상태 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하였으며 수치해를 얻기 위하여 Iterative time marching 방법^{(17),(18)}을 사용하였다. 유동해석의 정확도를 4차 정확도까지 높이기 위해 Compact Pade' 방법⁽¹⁹⁾을 대류항과 metrics 항 계산에 적용하였으며 코드의 강인성을 향상시키기 위하여 Iterative time marching 방법의 우변 잔류항에 Residual Smoothing을 적용하였다. 그리고 난류 모델은 Baldwin-Lomax 모델과 Low Reynolds수 $k-\epsilon$ 모델을 각각 사용하였다. 본 연구에서 사용된 정익과 동익은 Dring⁽¹⁾에 의해 실험이 수행된 모델을 사용하였다. 레이놀즈 수는 동익의 코드길이와 평균 유입류를 기준으로 하여 5.9×10^5 이며 정익과 동익의 축방향 간격은 정익과 동익의 평균 축방향 코드길이의 15%로 하였다. 정익 및 동익의 각각에 대해 H형 격자(81×51)를 구성하였으며 H형 격자의 branch cut의 단점을 보완하기 위해 Fig. 1(b)와 (c)와 같이 익형 주위에는 O형 격자(101×10)를 삽입하는 삽입형 격자계를 생성하였다. 각각의 격자 생성을 위해 Steger⁽²⁰⁾에 의해 제안된 자동적인 조밀격자생성이 가능한 타원형 격자생성법을 사용하였다.

2.2 최적화 기법

형상설계의 설계 변수(design variable)는 물체의 형상을 나타내고 변화시킬 수 있는 변수로서 Baysal, Lee 등은 익형에 대하여 다양한 형상함수를 설정하여 그 형상함수의 계수들을 설계변수로 설정하였다^{(8)~(11)}. 본 연구에서는 형상 변화를 위해 다음과 같은 Hicks-Henne⁽¹⁶⁾ 함수를 사용하였다.

$$f_1(x) = x^{0.25}(1-x)e^{-20x} \quad (1)$$

$$f_k(x) = \sin^3(\pi x^{e(k)}) \quad \text{for } k > 1$$

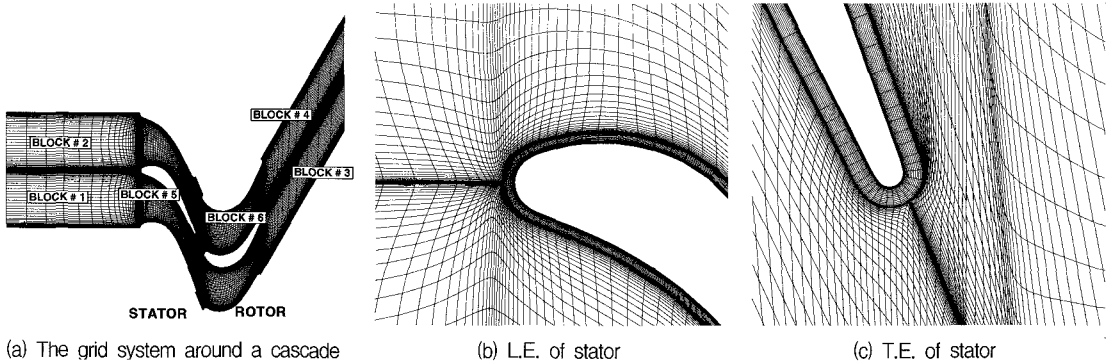


Fig. 1 Stator and rotor grid system

여기서, $e(k) = \frac{\log 0.5}{\log x_k}$ 이다.

목적함수(objective function)는 유동해석 코드에 의해 계산되는 공력성능이나 설계형태를 결정짓는 값으로 최대화 또는 최소화 시켜야 할 값을 의미한다. 일반적으로 목적함수는 사용되는 유동해석 코드의 성능 및 설계 목적에 따라 결정되는데 본 연구에서는 동익의 항력으로 결정하였다. 그런데 동익의 항력은 동익의 이동 위치에 따라 변하는 값이므로 목적함수는 익렬의 성능을 표현하는 동익의 평균 항력으로 표시하며 평균항력은 동익이 5-피치를 이동할 동안에 변하는 항력의 평균값으로 설정하였다. 그리고 제약함수는 5-피치 이동하는 동안 동익의 평균 양력이 주어진 미소 범위 내에서 유지되는 것으로 다음과 같이 설정하였다

최소화 :

$$F(\vec{x}) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F_{Y} dt / \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F_{X} dt \quad (2)$$

제약조건 :

$$g_1(\vec{x}) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \frac{F_{X_0} - F_X}{F_{X_0}} dt \leq \epsilon \quad (3)$$

$$x_L \leq \vec{x} \leq x_U$$

여기서, \vec{x} 는 설계변수이고, F_Y 는 항력계수(drag coefficient), F_X 는 양력계수(lift coefficient)를 나타내며, 하첨자 0는 초기값을 나타낸다. t 는 피치 이동전 시간을 나타내고 $t + \Delta t$ 는 5-피치 이동 후의 시간을 나타낸다. L 은 설계변수의 하한, U 는 상한을 나타낸다.

목적함수는 최소화해야 할 값이므로, 다음과 같은

필요조건(Necessary condition)이 만족되어야 할 것이다.

$$\nabla F(\vec{x}^*) = 0 \quad (4)$$

여기서, \vec{x}^* 는 수렴해이다. 수렴해의 탐색을 위해 다음과 같은 반복계산법을 이용한다.

$$\vec{x}^q = \vec{x}^{q-1} + \alpha_q \vec{S}^q \quad (5)$$

여기서, α_q 는 현재 반복계산 탐색방향에서 다항식 보간법(Polynomial Interpolation)에 의해 구해지는 값이고, \vec{S}^q 는 탐색방향이다. 탐색방향 \vec{S}^q 는 수정유용방향탐색법⁽¹⁵⁾을 이용하여 다음과 같이 계산하였다.

$$\vec{S}^q = -\nabla F(\vec{x}^{q-1}) + \beta \vec{S}^{q-1} \quad (6)$$

여기서, 스칼라 값인 β 는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = 0, \quad q=1 \quad (7)$$

$$\beta = \frac{|\nabla F(\vec{x}^{q-1})|^2}{|\nabla F(\vec{x}^{q-2})|^2}, \quad q>1 \quad (8)$$

3. 결과 및 고찰

3.1 유동계산 코드 검증

3.1.1. 프로그램 검증

본 연구에서는 정익과 동익의 상대운동을 효율적으로

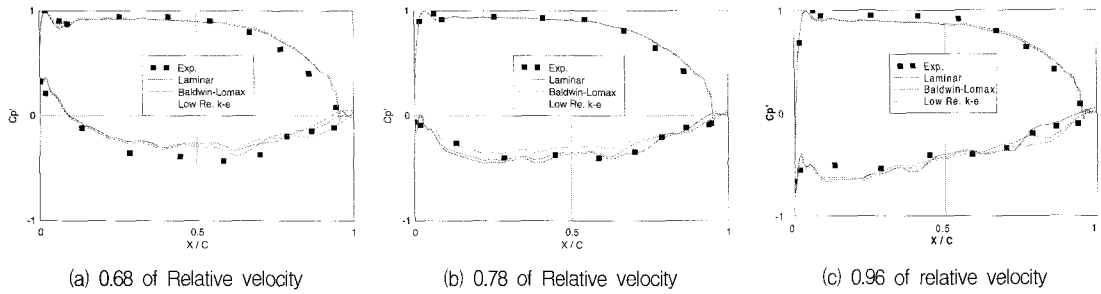


Fig. 2 Time-averaged pressure coefficients

로 계산하도록 개발된 정익과 동익의 경계면 처리 알고리즘과 유동계산용 프로그램의 검증에 대해 동일한 조건과 동일한 형상의 정익과 동익에 대해 실험된 결과⁽¹⁾와 비교하였다. 실험과의 비교를 위해 시간평균한 압력계수는 다음과 같이 정의되었다.

$$Cp' = (p - p_{T.E.}) / (p_{T.L.E.} - p_{T.E.}) \quad (9)$$

여기서, $p_{T.E.}$ 는 끝전에서의 정압을 의미하고, $p_{T.L.E.}$ 는 앞전에서의 전압을 의미한다. 유동계산 동익의 회전속도와 정익의 유입류 속도비가 각각 0.68, 0.78, 0.96인 3가지 경우로 하여, 난류모델을 사용하지 않은 경우와 Baldwin-Lomax 난류모델과 $k-\epsilon$ 난류모델을 사용한 경우에 대하여 각각 계산하였으며 각각의 경우에 계산된 시간평균한 압력계수를 실험결과와 Fig. 2에서 비교하였는데 계산 결과와 실험 결과가 각 속도 비에서 모두 매우 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서 사용된 동익과 정익의 상호작용을 고려하기 위한 알고리즘과 동익과 정익의 경계면 처리 방법, 그리고 개발된 난류모델이 타당하다는 결론을 내렸다.

3.1.2. 정확도 향상

유동 해석의 정확도를 향상시키기 위해 Compact Pade' 방법⁽¹⁸⁾을 사용하여 Navier-Stokes 방정식의 대류항은 2차 중앙차분에서 4차의 정확도를 갖는 중앙차분법으로 향상시켰다. Compact Pade' 방법을 적용하였을 때와 적용하지 않았을 때의 비교 결과는 Fig. 3에서 볼 수 있는데 Compact Pade' 방법을 적용한 경우에 시간평균 압력 계수가 전반적으로 실험 값에 더욱 근접하는 결과를 보여주고 있다.

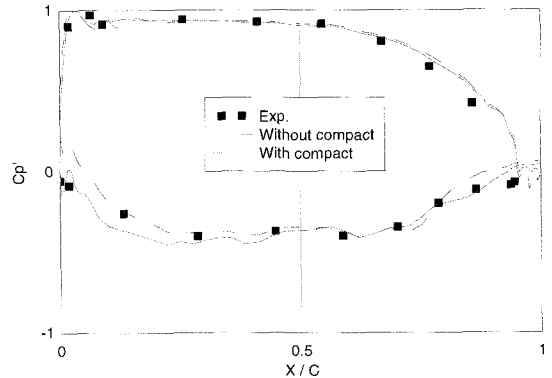


Fig. 3 Compact scheme of 2-D cascade flow

3.2 최적설계 결과

양력을 주어진 범위 내에서 유지하면서 항력을 최소화하는 형상 최적설계에 대한 결과를 Fig. 4에 나타내었는데, Fig. 4(a)는 목적함수인 항력이 형상설계의 반복횟수에 따라 감소하고 있음을 보여주고 있으며 최적설계 결과 최초 항력에 비해 약 15% 정도 감소하였음을 알 수 있다. Fig. 4(b)는 제약함수인 양력을 나타내고 있는데 설계 초기 양력 값의 10% 내에서 잘 유지하고 있음을 알 수 있다. Fig. 4(c)와 Fig. 4(d)는 블레이드 형상 변화를 위해 사용되어진 Hicks-Henne 함수의 첫째 항(x_1)부터 다섯 번째 항(x_5)까지의 각 계수가 반복 설계 횟수에 따라 변화하는 추이와 이들이 목적함수에 미치는 영향에 대한 구배를 나타낸 것이다. 이들 그림에서 보듯이 설계 반복 횟수 다섯 번째 이후부터는 Hicks-Henne 함수의 각 계수와 이들 계수들에 대한 목적함수 기울기들이 더 이상 변화하지 않음을 알 수 있어 형상 최적설계가 수렴하였음을 알 수 있다. 이것에 대해서는 Fig. 4(a)에서 다시 확인 할 수 있다. Fig. 4(e)와 Fig. 4(f)는 각각 설계 전 후의 압력계수

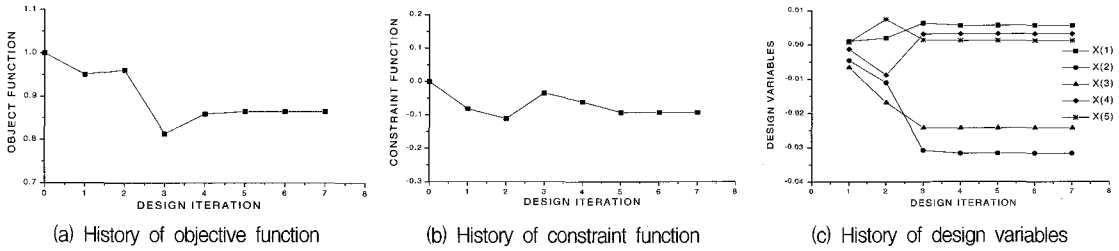


Fig. 4 Results of optimization design

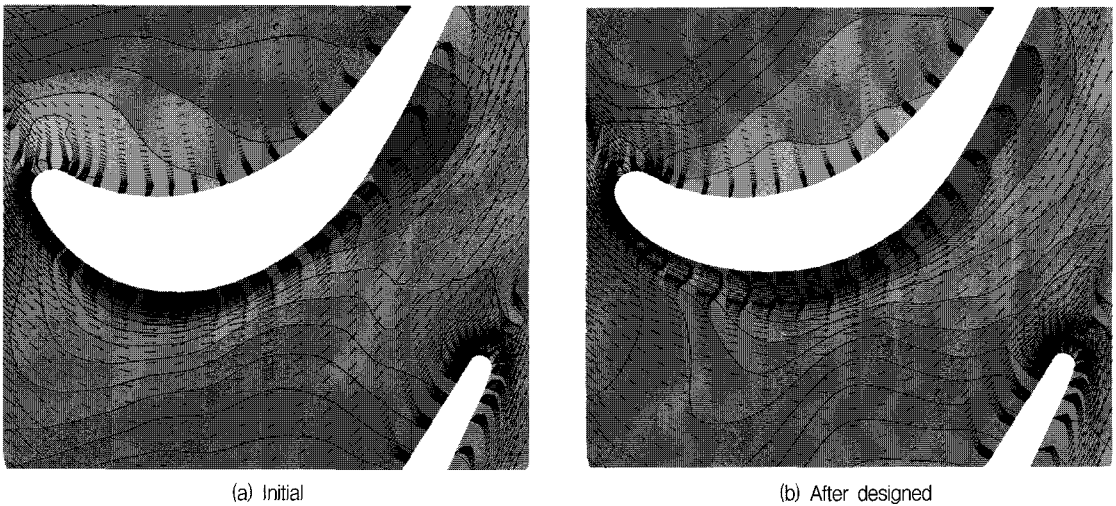


Fig. 5 Pressure contours and velocity vectors near rotor

분포와 형상을 나타낸 그림이다. 설계 후 압력 계수의 분포는 블레이드 하면의 전단 근처에서 매우 낮은 압력 분포를 나타내었으며 결과적으로 Fig. 5의 등 압력선도 및 속도 분포에서 볼 수 있듯이 설계 전에는 동익의 코드 길이의 전방 약 70% 부근에 보텍스 영역이 존재하였으나 설계 후에는 이러한 현상이 나타나지 않았다. 또한 설계 전과 비교하여 설계 후에는 코드 길이의 전방 약 20%~70%의 넓은 영역에서 매우 발달된 경계층 유동을 관찰할 수 있다. 이러한 현상들이 항력 감소의 주요 원인이 되었을 것으로 여겨진다. 본 최적 설계는 Compaq xp-1000 워크스테이션(Alpha 21264A-667MHz/512M)에서 수행되었으며 한번 수렴된 최적 형상을 도출하는데 약 20시간이 소요된다.

4. 결론

본 연구에서는 비정상 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 동익과 정익의 상호작용이 있는 단단 터빈의

릴 내부 유동장을 해석하였으며, Baldwin-Lomax 모델 및 $k-\epsilon$ 모델과 4차 정확도를 가지는 Compact padé scheme 을 이용하여 보다 정확한 유동장 해석을 수행하였다. 또한, 동익과 정익의 상호작용이 있는 유동장을 효율적으로 해석하기 위하여 O-격자계 삼입형 H-격자계를 사용하며 sliding 블록 격자기법을 사용하였다. 그리고 Navier-Stokes 방정식을 이용한 유동해석 코드와 최적설계 알고리즘을 결합하여 터빈 블레이드의 공기역학적 형상최적설계 프로그램을 개발하였으며, 익렬에 대해 적용한 결과 공기역학적 제약조건을 만족하는 블레이드의 공력 최적형상을 설계할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단이 지원하는 목적기초 연구사업(지방대학 우수과학자 지원연구)의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Dring, R.P., Joslyn, H.D., Hardin, L.W., and Wagner, J.H., 1982, "Turbine Rotor-Stator Interaction," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, pp. 729~742.
- (2) Yamamoto, A., Murao, R., Suzuki, Y., and Aoi, Y., 1995, "A Quasi-Unsteady Study on Wake Interaction of Turbine Stator and Rotor Cascades," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, pp. 553~561.
- (3) Nishiyama, T., 1990, "Unsteady Flows and Forces by Turbine Rotor-Stator Interactions", *JSME International Journal*, Vol. 33, No. 1, pp. 1~10.
- (4) Lakshminarayana, B. and Yu, W.S., 1995, "Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows," *Journal of Fluids of Engineering*, Vol. 117, pp. 639~646.
- (5) Har, C., Puterbaugh, S.L., and Copenhaver, W.W., 1997, "Unsteady Aerodynamic Flow Phenomena in a Transonic Compressor Stage," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 13, No. 3, pp. 329~333.
- (6) Park, W.G., Kim, H.W., Jung, Y.R., Kim, K.S., and Park, E.D., 1996, "Unsteady Incompressible Turbulent Flow Simulation of the Rotor-Stator Configuration," *Proceeding of the 6th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Vol. 2, pp. 238~247.
- (7) Santos, L.C. and Sankar, L.N., 1994, "A Hybrid Optimization Method for the Aerodynamic Design of Lifting Surfaces," *Optimization for Maximum Efficiency*, AIAA Paper 94-1895-CP.
- (8) Burgreen, G.W. and Baysal, O., 1994, "Aerodynamic Shape Optimization Using Preconditioned Conjugate Gradient Methods," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 11, pp. 2154-2152.
- (9) Baysal, O. and Eleshaky, M.E., 1991, "Aerodynamic Sensitivity Analysis Methods for the Compressible Euler Equations," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, pp. 681~688.
- (10) Lee, K.D. and Eyi, S., 1991, "Transonic Airfoil Design By Constrained Optimization," *AIAA Paper* 91-3287-CP.
- (11) Eyi, S., Hager, J.O., and Lee, K.D., 1994, "Airfoil Design Optimization Using the Navier-Stokes Equations," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 83, No. 3, pp. 447~461.
- (12) Gregg, R.T. and Misegades, K.P., 1987, "Transonic Wing Optimization Using Evaluation Theory," *AIAA Paper* 87-0520.
- (13) Florea, R. and Hall, K.C., 2001, "Sensitivity Analysis of Unsteady Inviscid Flow Through Turbomachinery Cascades," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 6, pp. 1047~1056.
- (14) Sorensen, D.N., Thompson, M.C., and Sorensen, J.N., 2000, "Toward Improved Rotor-Only Axial Fans-Part II: Design," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 122, pp. 324~329.
- (15) Vanderplaats, G.N. and Hansen, S.R., 1999, *DOT Users Manual*, <http://www.vrand.com>.
- (16) Hicks, R.M. and Henne, P.A., 1978, "Wing Design by Numerical Optimization," *Journal of Aircraft*, Vol. 15, pp. 407~412.
- (17) Park, W.G. and Sankar, L.N., 1993, "A Technique for the Prediction of Unsteady Incompressible Viscous Flows," *AIAA Paper* 93~3006.
- (18) Park, W.G., Jung, Y.R., and Ha, S.D., 1998, "Numerical Viscous Flow Analysis around a High Speed Train with Crosswind Effects," *AIAA Journal*, Vol. 36, No.3, pp. 477~479.
- (19) Lele, S.K., 1992, "Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution," *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, pp. 16~42.
- (20) Steger, J.L. and Sorenson, R.L., 1979, "Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 405~410.