



왜? 종이의 물성측정이 중요하며 알아야 하는가? ③

한국골판지포장공업협동조합
정보기술팀

고급 골판지상자를 만들기 위해서는 좋은 골판지원지를 사용하는 것이 무엇보다 중요하다. 특히 골판지상자의 물성 중에서 골판지의 휨 강도는 골판지상자 적재 시에 상자 굴곡강도를 예측할 수 있는 중요한 인자가 된다. 이와 관련된 종이의 물성은 종이의 스티프니스(뽀뽀이 강도)를 인장 스티프니스와 휨 스티프니스로 나누어 이러한 인자가 골판지나 골판지상자의 휨강도 및 굴곡강도와 연관되는 종이의 탄성적 성질의 중요성에 대하여 4회에 걸쳐 연재하므로 독자 및 업계 종사자의 기술력 향상에 많은 도움이 되기를 바랍니다(편집자 주).

종이물성 측정의 철학

제1장 스티프니스의 중요성

제2장 인장 스티프니스(tensile stiffness)

제3장 휨 스티프니스(bending stiffness)

제4장 측정결과의 비교



제 3 장 휨 스티프니스(Bending Stiffness)

휨 스티프니스와 그에 관련된 휨강도(bending force), 휨 모멘트와 같은 성질들을 측정하는 많은 방법들이 있다. 휨 스티프니스를 측정하는 방법에는 종이용인 공명 휨 스티프니스 방법과 골판지용인 4-포인트 휨 스티프니스 방식이 있다.

Taber, Clark과 2-포인트 휨 저항과 같은 방법들은 L&W에 따르면 휨 스티프니스에 관련된 측정 방법의 좋은 예이다. 즉, 이 방법들은 실제적인 휨 스티프니스를 측정하는 것이 아니라 휨 스티프니스와 관련 있는 성질들을 측정한다.

우리가 측정하려고 하는 정확한 물성을 측정하려면 휨 스티프니스의 측정장비 및 측정방법에 대해 더 많은 요구를 하게 될 것이다. 이 장에서는 이 중요한 성질을 보다 잘 이해하기 위해 재료역학을 살펴봄으로써 휨 스티프니스를 고찰할 것이다.

목표는 물질에 휨 스티프니스가 작용할 때 상호작용하는 응력들을 이해하는 것이다.

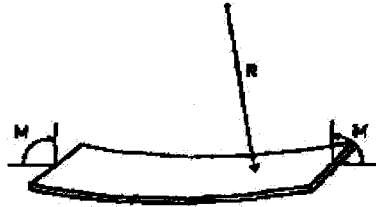
따라서 관성 모멘트와 같은 기본적인 수학적 유도는 배제한다.

1. 휨 스티프니스 측정을 위한 두가지 원칙

두가지 원칙이 휨 스티프니스를 측정하는데 사용된다. 첫번째는 빔 휨 방법(빔과 같은 직사각형을 굽히면서 측정하는 방식)이며 시편에 작용하는 하중점의 갯수에 따라 2-포인트, 3-포인트, 4-포인트 방식으로 나뉜다. 두번째 방법은 공명 스티프니스 방식(시편에 세밀한 진동을 주어 측정하는 방법)으로 자유진동의 진동수가 사용된다.

2. 빔 휨에서의 휨 스티프니스 측정이론

종이는 휨 스티프니스 관점에서 볼 때 매우 복잡한 물질이므로 휨 스티프니스 이론을 기술하기 위해 직사각형의 빔에서 시작하기로 한다. 여기에서 빔은 무게가 없는 것으로 가정하여 자체 무게는 고려하지 않기로 한다.



(그림 3.1 직사각형의 단면을 가진 빔의 순수한 휨)

빔의 끝부분에 모멘트 M 이 작용하고 있는 상황을 고려해보자. 횡력이 작용하지 않으므로 전단력이 없고 모멘트는 빔에 대해 일정하다. 휨일 일어나는 동안 굴곡의 반경 R 은 빔의 모든 위치에 대해 일정하고 단면의 모든 부분은 중간면(neutral plane)에 대해 수직이다. 그림 3.2는 휨 모멘트가 곡률에 비례하는 것을 나타낸다. 여러가지의 곡률이 예시되어 있다.

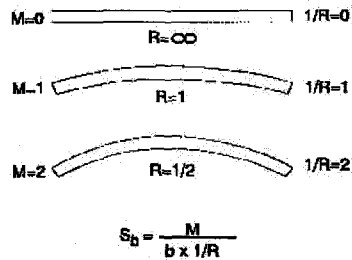
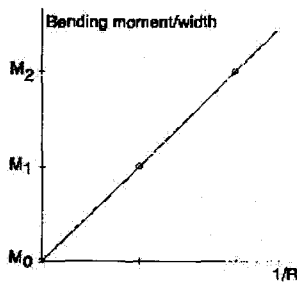
$$(3.1) \quad S_b = \frac{M}{b(1/R)}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

M = 모멘트(Nm)

b = 빔(beam)의 폭(m)

R = 곡률의 반경(m) ($1/R$ = 곡률)

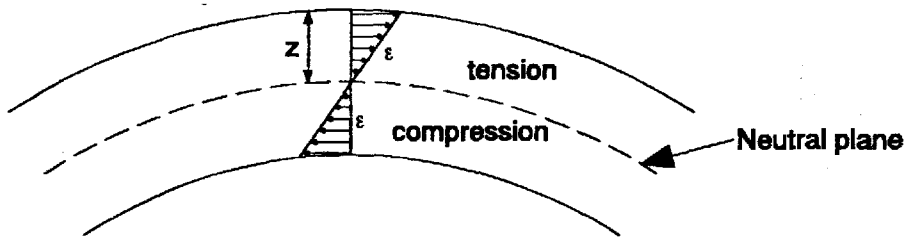


(그림 3.2 휨 모멘트 S_b 는 단위폭당 휨 모멘트를 휨 반경의 역수로 나눈 값이다)



이 휨 이론은 골판지의 휨 스티프니스를 측정하기 위한 4-포인트 방식에 적용된다.

휨의 결과로 빔의 오목한 부분에는 압축변형률(compress strain)이 나타나고 볼록한 면에는 인장변형률(tensile strain)이 발생한다. 그리고 중간 부분 어딘가에는 변형률(strain)이 전혀 없는 층이 존재하게 된다. 이 층을 중간면(neutral plane)이라고 한다.



(그림 3.3 중간면에 대한 인장과 압축변형)

변형은 공식에 따라 단면에 대해 직선적으로(비례하여) 변한다.

$$(3.2) \quad \epsilon = \frac{Z}{R}$$

여기에서 ϵ = 변형률(단위없음)

Z = 중간면으로 부터의 거리(m)

R = 곡률 반경(m)

빔이 탄성지역에서 휘게 되면 응력(stress)과 변형률(strain) 사이에 비례관계가 성립되며 후크의 법칙이 빔의 각층에 적용될 수 있다.

휨(moment)의 분포가 Z 방향에 집중된다면 휨 스티프니스는 탄성계수 E 와 빔의 구조의 함수로써 계산되어질 수 있다.

$$(3.3) \quad S_b = \frac{E \times I}{b}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)



E = 탄성계수(N/m²)

I = 빔의 관성 모멘트(m⁴)

b = 빔(beam)의 폭(m)

직사각형의 빔에 대해서는 다음 식이 얻어진다.

$$(3.4) \quad S_b = \frac{E \times t^3}{12}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

E = 탄성계수(N/m²)

t = 빔의 두께(m)

종이와 같은 물질에 대해서는 더 좋은 식이 있다.

$$(3.5) \quad S_b = \frac{S_t \times t^2}{12}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

$S_t = E \times t$ = 인장 스티프니스(N/m)

t = 두께(m)

종이는 다공성이고 압축이 가능하기 때문에 식을 여러가지 물성들 즉, 인장 스티프니스 지수, 밀도와 평량 등을 이용해 표현하는 것이 좋다.

$$(3.6) \quad S_b = \frac{1}{12} \times W^3 \times E^* \times \frac{1}{\rho^2}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

W = 평량(kg/m²)

E^* = 인장 스티프니스 지수(Nm/kg)

= 밀도(kg/ m³)



이 식은 휨 스티프니스를 질량(w), 물질의 성질(E*), 그리고 종이의 다공성 구조(p)의 측면에서 나타낸 것이다.

이 식들에 따라 정량적인 계산을 하기 위해서 앞에서도 언급해왔던 것처럼 정확한 두께와 종이의 밀도가 요구된다.

식 (3.6)에서 보면 휨 스티프니스는 평량의 세제곱에 비례한다는 것이 명백하다. 그러므로 휨 스티프니스 지수 S_b^* 의 개념은 다음 식으로 나타내어진다.

$$(3.7) \quad S_b^* = \frac{S_b}{w^3}$$

여기에서 S_b^* = 휨 스티프니스 지수(Nm^7/kg^3)

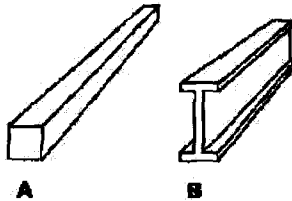
S_b = 휨 스티프니스(Nm)

w = 평량(kg/m^2)

종이에 대한 휨 스티프니스 지수는 $0.5 - 2 Nm^7/kg^3$ 이다.

3. 관성 모멘트(Moment of inertia)

일정한 단면적을 갖는 빔을 휘게할 때 단면의 형태는 휨(휘어지게 함)에 대한 빔의 저항성을 좌우한다. 이것은 그림 3.4에 있는 빔들을 보면 쉽게 알 수 있다. 두개의 빔이 갖은 무게와 같은 양의 물질을 함유하고 있다. 그러나 I 빔 B는 빔 A에 비해 휨시 상당히 큰 저항을 갖는다. 즉 B의 관성 모멘트가 A의 것보다 크다.



(그림 3.4 같은 물질과 같은 무게를 갖는 두 개의 빔 A와 B, I빔 B는 상당히 큰 휨저항을 갖는다. B의 관성 모멘트가 A에 비하여 크다)



또 다른 예로 120 g/m²의 평량을 갖는 라이너지와 150 g/m²의 골심지로 만들어진 C 골판지는 같은 평량의 종이와 비교되어질 수 있다. 전체 평량은 같지만 골판지는 관성 모멘트의 차이 때문에 종이에 비해 수백배의 휨 스티프니스를 갖게 된다. 단면의 형태가 다르면 관성 모멘트도 달라진다. 종이의 경우는 직사각형의 단면을 갖게 되며 관성 모멘트를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$(3.8) \quad I = \frac{b \times t^3}{12}$$

여기에서 I = 관성 모멘트(m⁴)

b = 폭(m)

t = 두께(m)

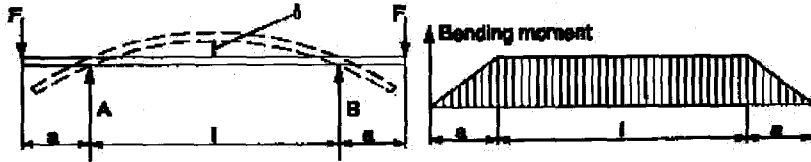
식에서 명백히 알 수 있는 바와 같이 단위는 m⁴이다. 물론 전체 관성 모멘트는 단면적의 모양이나 사용된 물질의 종류에 관계없이 계산될 수 있지만 때때로 매우 복잡한 수학적 계산을 요하기 때문에 여기에서는 더 이상 논하지는 않겠다.

휨 스티프니스를 측정하기 위해 관성 모멘트를 계산할 필요도 없다. 그러나 측정과정에서 또는 측정 결과의 해석 과정에서 생기는 심각한 오류를 피하기 위해서는 서로의 관계를 알아야 한다.

I-빔의 원리는 통해 바깥층에는 높은 인장 스티프니스 지수 E*를 갖는 펄프를 사용하고 중간층에는 낮은 밀도의 펄프를 사용함으로써 종이의 휨 스티프니스를 최적화 할 수 있다는 것을 알 수 있다. Laminate 이론(휨시 바깥층과 중간층에서 작용하는 힘을 분석)을 사용하여 다층지와 골판지의 휨 스티프니스를 계산하고 최적화하는 것이 가능하다.

3. 4 - 포인트 방법

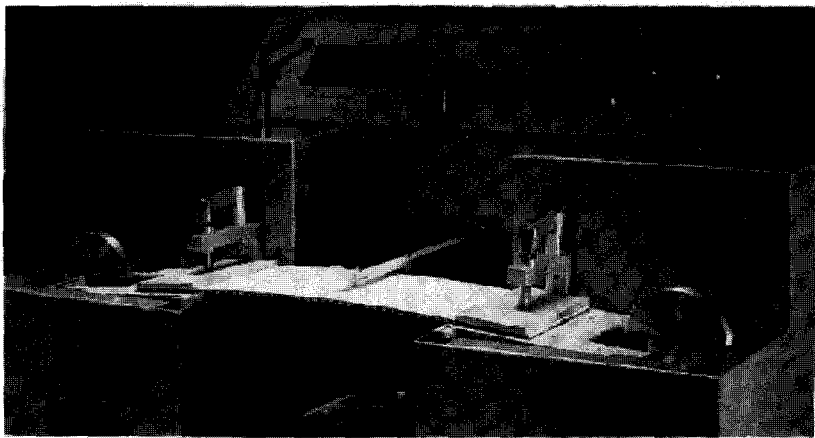
4 - 포인트 방법에서는 식 3.1에 의한 휨 스티프니스의 정의가 바로 적용된다.



(그림 3.5 4-포인트 방법에 있어서 하중이 가해지는 원리와 휨 모멘트의 분포)

빔은 그림에서 보는 바와 같이 l 의 거리만큼 떨어져 있는 지지대 A와 B 위에 놓여지며 지지대로부터 일정거리에 힘 F 가 가해진다.

4 - 포인트 방법에서 두개의 지지점 사이에서의 모멘트는 일정하다. 이에 따라 측정되는 시편이 둥근 형태가 되는 것을 예측할 수 있다. 더 나아가서 두개의 지지점 사이에 횡력이 발생하지 않기 때문에 측정을 저해할 수 있는 전단력(shear force)도 존재하지 않는다. 지지대 사이에서 빔은 순수한 모멘트 $M = F \times a$ 에 의해 영향을 받는다.



(그림 3.6 4 - 포인트 휨 스티프니스 시험기)

약간의 휨에 대한 곡률반경 R 은 다음 식에 따라 빔의 최대의 휨(0)과의 함수로 표현할 수 있다.



$$(3.9) \quad R = \frac{l^2}{8\delta}$$

여기에서 R = 곡률반경(m)

l = 지지대간의 간격(m)

δ = 최대로 휨 상태(m)

휨 스티프니스의 정의에 따라 $S_b = M/(1/R) = M \times R$.

따라서 휨 스티프니스는 다음과 같이 된다.

$$(3.10) \quad S_b = \frac{F}{b \times \delta} \times \frac{a \times l^2}{8}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

F = 하중 (N)

l = 지지점간의 간격(m)

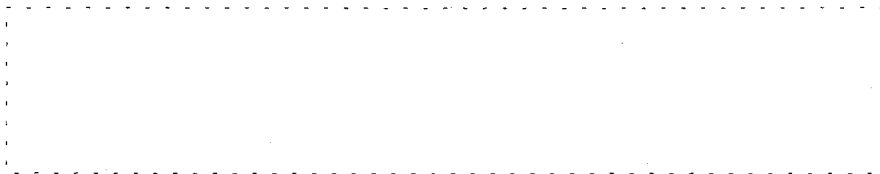
δ = 최대로 휨 상태(m)

b = 시편의 폭(m)

4. 2 - 포인트 방법

2 - 포인트 휨 스티프니스 측정방법에서 시편의 한쪽끝은 그림 3.7에서 보여지는 바와 같이 클램프에 의해 고정되고 시편은 클램프로부터 l의 거리에 있는 지점에 하중 F을 받는다.

그 때 시편은 거리 만큼 휘게된다.



(그림 3.7 2 - 포인트 방식에서의 하중과 휨 스티프니스의 분포)



빔은 그림 3.7에서 처럼 고정된 상태로 하중을 받기 때문에 휨 모멘트가 발생하게 된다. 별도의 수학적 계산없이 최대의 모멘트는 클램프에서 발생한다는 것을 알 수 있다. 빔이 꺾일 정도로 휘게 되면 항상 이 지점에서 꺾이게 되므로 위험지역이라 불린다.

모멘트 M은 클램프와 하중점 사이의 거리 l 사이에서 변화한다.

탄성 라인(elastic line)의 식을 적용함으로써 다음 식을 얻을 수 있다.

$$(3.11) \quad S_b = \frac{F \times l^3}{\delta \times 3 \times b}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

F = 하중 (N)

l = 길이 (m)

b = 시편의 폭(m)

δ = 최대로 휨 상태(m)

식 3.12에서 휨 각도(bending angle) θ 는 호(radian)로 표시된다. δ 가 휨정도를 나타내는데 사용된다면 다음 식이 얻어진다.

$$(3.12) \quad S_b = \frac{F \times l^2 \times 60}{\theta \times \pi \times b}$$

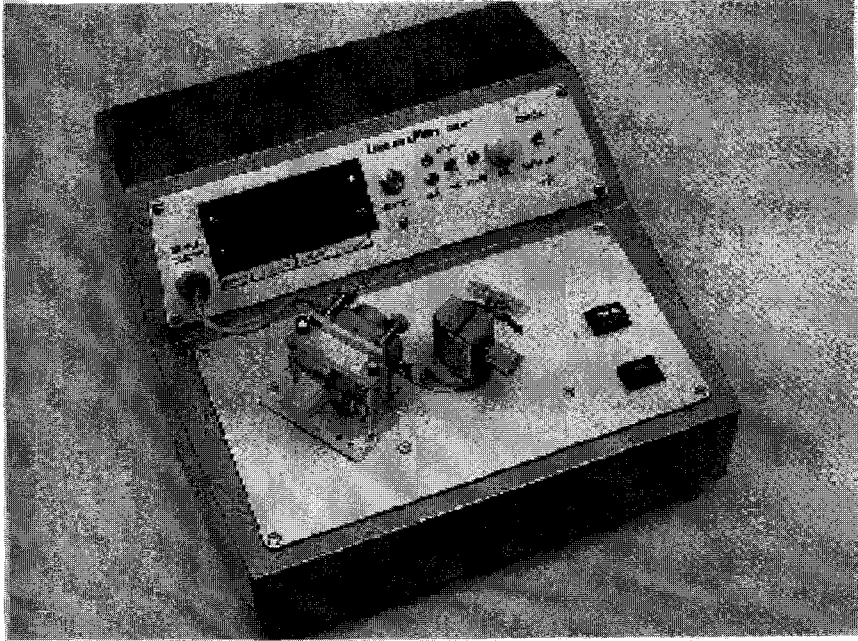
여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

F = 하중 (N)

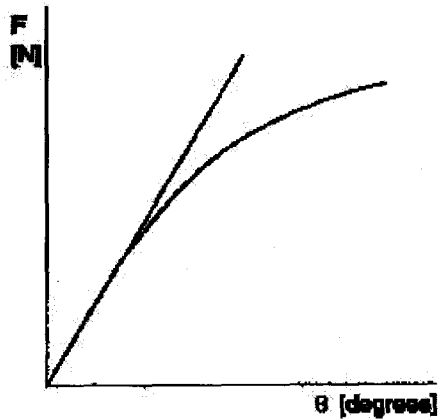
l = 길이 (m)

b = 시편의 폭(m)

θ = 휨 각도



2 - 포인트 방법에서도 힘과 변형간의 비례성을 나타내는 후크의 법칙은 유효하다. 인장 스티프니스의 경우에서처럼 휨각도에 대한 힘의 관계를 나타내는 그래프를 평행좌표(Y축에는 힘, X축에는 각도)에 나타낼 수 있다.



(그림 3.9 힘/각도 그래프 범 휨원리에 따른 힘 스티프니스의 측정시에도 후크의 법칙은 유효하다)



식 3.12 는 상수의 계산에 의해 다음과 같이 단순화 될 수 있다.

$$(3.13) \quad S_b = \frac{19.1 \times F \times l^2}{\theta \times b}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

F = 하중 (N)

l = 길이 (m)

b = 시편의 폭(m)

θ = 각도

여기에서는 횡력이 존재하기 때문에 무시할 만한 크기지만 전단력(shear force)이 측정에 영향을 준다.

3-포인트 방법

3-포인트 방법은 2-포인트방식과 마찬가지로 설명될 수 있다.

$$(3.14) \quad S_b = \frac{F \times l^3}{b \times \delta \times 48}$$

여기에서 S_b = 휨 스티프니스(Nm)

F = 하중 (N)

l = 길이 (m)

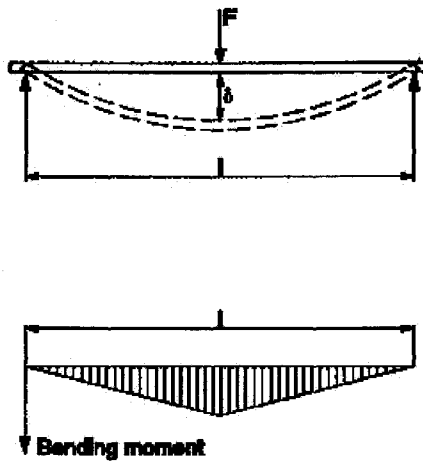
b = 시편의 폭(m)

δ = 최대로 휨 상태(m)

3-포인트 방법은 일반적으로 종이용으로 사용되지는 않지만 소위 유니버설 인장 측정기를 통해 비



교적 쉽게 측정할 수 있기 때문에 판지와 골판지의 휨 스티프니스의 측정을 위해 사용되어 왔다. 그림 3.10은 하중이 적용되는 원리를 보여준다. 모멘트는 중앙의 하중이 가해지는 지점에서 최대라는 것을 명백히 알 수 있고 시편이 등근 형태로 휘는 것은 기대할 수 없다. 또한 횡력 때문에 전단응력이 발생한다.



(그림 3.10 3-포인트방식에 있어서의 하중과 휨 모멘트의 분포)

(다음호 계속)