

17세기 프랑스의 대표적 수학자 페르마가 유품으로 남긴 메모로 '만일  $n$ 이 2보다 큰 정수이면 식  $X^n + Y^n = Z^n$ 을 만족시키는 0이 아닌 정수는 없다'는 내용의 수수께끼를 푸는데는 3백년이 걸렸다.

수학을 싫어하는 사람도 아마 중학교 때 배웠을 '피타고라스 정리'라는 것은 어렵게나마 기억하고 있으리라 생각한다. 피타고라스 정리란, 빗변이 아닌 두변의 길이가 각각  $x$ ,  $y$ 인 직각삼각형의 빗변의 길이를  $z$ 라고 하면  $x^2 + y^2 = z^2$ 인 관계가 있다는 것이다. 만약, 이 사실이 기억났다면  $3^2 + 4^2 = 5^2$ 과 같은 식도 기억이 날 것이다. 그러니까 정수  $x = 3$ ,  $y = 4$ ,  $z = 5$ 는 식  $x^2 + y^2 = z^2$ 을 만족시킨다. 실제로 이 식을 만족시키는 0이 아닌 정수는 무수히 많으며, 무수히 많은 그 정수들을 모두 알고 있다. 그러면 식  $x^3 + y^3 = z^3$ 을 만족시키는 0이 아닌 정수는 있을까? 있다면 몇 개나 있을까? 또,  $x^4 + y^4 = z^4$ ,  $x^5 + y^5 = z^5$ , ...에 대해서는 어떻게? 이와 같은 의문이 있을지도 생길지도 모르겠다.

약 3백50년전 프랑스의 페르마(Pierre De Fermat : 1601~1665

## 페르마의 3백년 수수께끼

년)라는 사람이 죽은 뒤, 그의 유품을 정리하던 중에 다음과 같은 메모가 발견되었다.

“나는 오늘 놀라운 사실을 알았다. 그것은, 만일  $n$ 이 2보다 큰 정수이면 식  $x^n + y^n = z^n$ 을 만족시키는 0이 아닌 정수들은 없다는 것이다. 그러나 그 증명을 수록하기에는 노트의 여백이 충분치 않아서 생략한다.”

페르마라는 사람은 17세기 전반을 대표하는 프랑스의 수학자이다. 당시에는 수학자라는 직업은 존재하지 않았을 것이므로 이 사람의 당시의 본직도 그 지방의 행정관이었다. 어쨌든, 중학교 수학 정도를 아는 사람이면 이해할 수 있는 이 간단한 문제를, 그것도 여백이 모자라서 생략했다는 그 증명을 수학자들이 결국 완성한 것은 지난 1994년이었다. 이 문제를 해결하는데 3백년이 넘어 걸린 것이다. 이 사건이 얼마나 큰 사건이었던지는, 당시 영국의 BBC가 이 문제와 그 해결과정을 주제로 다큐멘터리를 제작하여 방영하기까지 하였다면 조금은 짐작이 갈 지 모르겠다.

어느날, 미국 Texas의 백만장자 은행가인 Andrew Beal이라는 사람도 페르마의 문제가 풀렸다는 소식을 듣게 되었다. 그리고 왜  $x^3 + y^4 = z^5$ 같은 식은 생각하지 않았을까 하

는 의문이 생겼다. 그리고 한동안 이러한 식을 만족시키는 정수들을 찾아 보았다. 결국  $m$ ,  $n$ ,  $r$ 이 모두 2보다 큰 정수일 때, 식  $x^m + y^n = z^r$ 을 만족시키며 공약수가 1인 정수들  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 는 없을 것이라고 예상하고 백만장자답게 자기의 이 예상을 처음으로 해결하는 사람에게 5만달러의 상금을 걸었다. 그래서 이 문제가 Beal의 예상문제라는 이름을 얻게 되었다. 이것이 1997년 무렵의 일이고 이 상금은 현재는 10만달러가 되었다. 그리고 아직 상금을 받아간 사람이 있다는 소식을 듣지 못했다. 그러니, 관심이 있는 독자 여러분도 이 문제에 도전해 보시기 바란다. 이 문제와 상금에 대한 정보를 더 알고 싶거나 이 문제를 풀었다고 생각하시는 분은 Fax 미국-940-565-4805나 이메일 mauldin@[dynamics.math.unt.edu](mailto:dynamics.math.unt.edu)로 문의를 하거나 자신의 풀이를 보내면 된다. Beal의 예상이 맞는지 틀리는지는 아직 모르므로, 이 예상이 옳음을 증명하거나 아니면 위의 식을 만족시키며 공약수가 1이 아닌, 0이 아닌 정수들을 찾으면, Beal의 예상이 틀렸음을 보이는 것이므로 역시 이 문제를 해결하는 것이 된다. 행운이 있기를 바란다. ①7

高城 殷 (건국대 수학과 교수)