

자동창고시스템의 성능평가를 위한 M/G/1 대기모형

임시영 · 허 선[†] · 이문환 · 이영해

한양대학교 산업공학과

M/G/1 Queueing Model for the Performance Estimation of AS/RS

Si Yeong Lim · Sun Hur · Moon Hwan Lee · Young Hae Lee

Department of Industrial Engineering, Hanyang University, Ansan

Most of the techniques for the performance estimation of unit-load AS/RS are a static model or computer simulation. Especially, their models have been developed under the assumption that the Storage/Retrieval (S/R) machine performs either single command(SC) or dual command(DC) only. In reality, depending on the operating policy and the status of the system at a particular time, the S/R machine performs a SC or a DC, or becomes idle. In order to resolve this weak point, we propose a stochastic model for the performance estimation of unit-load AS/RS by using a M/G/1 queueing model with a single server and two queues. Server utilization, expected numbers of waiting storage and retrieval commands and mean time spent in queue and system are found.

Keywords : Performance measure, AS/RS, Dual command, M/G/1

1. 서론

자동창고 시스템의 구성요소로는 하물을 저장하는 셸들로 구성되는 저장 랙(Storage Rack)과 저장 및 불출 기계(S/R machine)인 스택커 크레인(Stacker Crane; S/C), 입출고 지점(I/O point)으로 구성되며, 그 외 컨베이어, 지게차 등 입출하 장비와 기타 제어장치 및 컴퓨터 시스템 등으로 구성되어 있다. 자동창고는 처리하는 물품의 종류 및 크기와 요구되는 물동량에 따라 다양하게 구축하여 운영되고 있다(Mulcahy, 1994; Tompkins *et al.*, 1996).

본 연구에서는 저장(storage) 및 불출(retrieval) 요구가 독립적으로 랜덤하게 발생하는 경우에, 저장/불출 요구가 대기하는 시간을 추정하기 위한 해석적인 방법을 연구한다. 이러한 해석적 방법을 이용하여 계획 단계에 있는 자동창고 시스템이 요구 성능을 만족하는 경우에 저장/불출 대기장소에서 대기 시간을 분석적으로 파악함으로써 계획된 시스템이 실제적

로 사용 가능한지를 파악할 수 있다.

저장/불출 명령의 대기시간에 관한 추계론적 분석방법에 대한 기존 연구로는 Lee(1997), Malmberg and Altassan(1997) 등이 있다.

S/R 기계가 저장 혹은 불출 작업을 수행한 후, 또다른 요구가 없을 경우에 S/R 기계는 작업을 종료한 시점에서 다른 요구가 발생할 때까지 대기한다고 가정한다. 다시 말해 저장 단일 명령을 수행한 후 또다른 요구가(저장 혹은 불출) 없을 경우에 S/R 기계는 저장점(storage point)에서 다른 요구가 발생할 때까지 대기한다. 한편 복수명령을 수행한 후 저장 혹은 불출요구가 없다면 S/R 기계는 입고점에서 다른 요구가 발생할 때까지 대기한다.

이러한 S/R 기계의 거주점 정책(dwel point strategy)은 Bozer and White (1984)와 Egbelu and Wu (1993)에서 언급되었다. 한편 Bozer and Cho (1998)는 이러한 거주점 정책이 합리적이며, S/R 기계가 항상 입고점에서 유휴상태가 되는 거주정책에 비하여 나쁘지 않음을 컴퓨터 모의 실험을 통하여 입증하였다.

이 논문은 제1회 IE/MS 사이버기술대회에서 우수논문으로 선정된 후 수정과 심사를 거쳐 게재가 확정되었음.

[†] Corresponding author : Professor Sun Hur, Dept. of Industrial Engineering, Hanyang Univ., 1271 Sa 1 dong, Ansan, Kyunggi-do, 425-791 Korea, Fax : +82-31-409-2423, e-mail : hursun@email.hanyang.ac.kr

2000년 4월 접수, 1회 수정 후, 2001년 1월 게재 확정.

2. 모델링 및 분석

2.1 가정 및 모델 설명

본 연구에서 제시하는 모형은 다음 <그림 1>과 같다. 각각 독립적으로 포아송 과정을 따르며 도착하는 저장과 불출 명령은 각기 다른 대기공간, 즉 저장 명령 대기열(storage command queue 또는 storage queue)과 불출 명령 대기열(retrieval command queue 또는 retrieval queue)에 대기하게 된다. 하나의 서비스 종료 후 하나의 대기공간에만 고객이 있으면 서버는 그 고객만을 서비스하게 된다. 그러나 서비스 종료 후 두 대기공간 모두에 고객이 있으면 다음 서비스는 두 대기 공간의 고객을 동시에 서비스하게 된다.

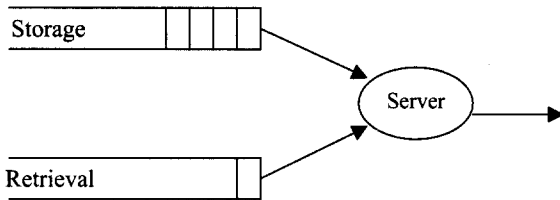


그림 1. 시스템 모형.

이와 같은 서비스 형태에서 저장 또는 불출 명령 중 하나만을 서비스하게 되는 것을 단일명령(single command), 두 가지를 동시에 서비스하게 되는 경우를 이중명령(dual command)이라고 한다.

예를 들면, (number of commands in storage queue, number of commands in retrieval queue) = $(i + 1, 0)$ 이면 서버는 저장 명령을 서비스한다. 서비스 중 도착고객이 없었다면 서비스 종료 후 상태는 $(i, 0)$ 이 된다. 반면에 서비스 중 j 개의 불출 명령이 오면 서비스 종료 후 상태는 (i, j) 가 된다. 이후 다음 서비스는 저장과 불출 명령을 동시에 수행하기 때문에 서비스 중 도착고객이 없다면 서비스 종료 후 시스템의 상태는 $(i - 1, j - 1)$ 이 된다.

본 시스템은 다음의 가정을 따른다.

- (1) 두 가지 형태의 고객 도착 과정은 서로 독립이고 포아송 과정을 따른다.
- (2) 서비스는 서로 독립이고 단일명령과 이중명령에 대하여 동일한 분포를 따른다.
- (3) 서비스는 FCFS(First Come First Served) 규칙을 따른다.
- (4) 저장과 불출 명령에 대해 각각의 대기공간을 두고 그 용량은 무한하다.

현실적으로 이중명령을 처리하는 시간이 단일명령을 처리하는 시간과 같은 확률분포를 따른다는 (2)의 가정은 다소 무리가 있는 것으로 보인다. 본 연구에서는 분석의 편의상 두 가

(i, j) i : # of customers in storage queue
 j : # of customers in retrieval queue

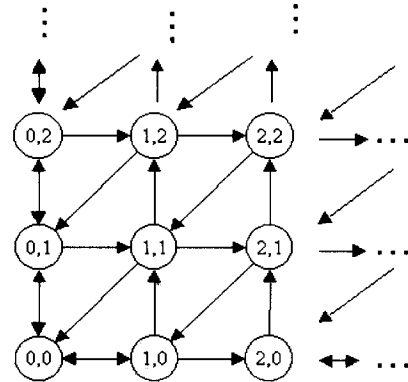


그림 2. 시스템의 상태 다이어그램.

지 형태의 서비스 시간의 분포가 같다는 가정 (2)를 채택하였으나, 이 가정이 성립되지 않는 경우에 대하여 본 연구결과를 적용할 수 있는 방법을 3절에서 논하였다. 위의 가정을 이용하여 시스템의 상태를 다이어그램으로 표시하면 다음 <그림 2>와 같다.

<그림 2>에서와 같이 시스템의 상태는 2차원으로 되어 있으며 대각선을 중심으로 대칭적인 구조를 갖고있다. 본 연구에서는 이와 같은 시스템의 성능 척도로써 대기공간에서의 평균 대기 고객수 및 평균 대기시간을 구하고자 한다.

2.2 기호 설명

시스템의 모형화와 분석을 위하여 본 연구에서 사용할 모수 및 기호의 정의는 다음과 같다.

- λ_1 : 저장 명령의 도착률
- λ_2 : 불출 명령의 도착률
- μ : 서비스율
- $s(x)$: 서비스시간의 pdf (probability density function)
- $S^*(\theta)$: 서비스시간의 LST (Laplace-Stieltjes transform)
- $N_S(t)$: 시점 t 에서 storage queue의 고객수 (즉, 저장 명령의 수)
- $N_R(t)$: 시점 t 에서 retrieval queue의 고객수 (즉, 불출 명령의 수)
- $S_+(t)$: 시점 t 에서 잔여 서비스시간의 확률변수
- $Q_0(t) = \Pr(N_S(t) = 0, N_R(t) = 0, \text{Server idle})$
- $Q_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} Q_0(t)$
- $P_{i,j}(x, t) dx = \Pr(N_S(t) = i, N_R(t) = j, \text{Server busy}, x < S_+(t) \leq x + dx), i, j = 0, 1, 2, \dots$
- $P_{i,j}(x) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{i,j}(x, t) dx$

$$P_{i,j}^*(\theta) = \int_0^{\infty} e^{-\theta x} P_{i,j}(x) dx$$

2.3 시스템 분석

위의 기호를 사용하여 시스템 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2)Q_0 + P_{0,0}(0) \quad (1)$$

$$-\frac{d}{dx} P_{0,0}(x) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{0,0}(x) + (\lambda_1 + \lambda_2)Q_0s(x) + (P_{1,0}(0) + P_{0,1}(0) + P_{1,1}(0))s(x) \quad (2)$$

$$-\frac{d}{dx} P_{i,0}(x) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{i,0}(x) + \lambda_1 P_{i-1,0}(x) + (P_{i+1,0}(0) + P_{i+1,1}(0))s(x) \quad i \geq 1 \quad (3)$$

$$-\frac{d}{dx} P_{0,j}(x) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{0,j}(x) + \lambda_2 P_{0,j-1}(x) + (P_{0,j+1}(0) + P_{1,j+1}(0))s(x) \quad j \geq 1 \quad (4)$$

$$-\frac{d}{dx} P_{i,j}(x) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{i,j}(x) + \lambda_1 P_{i-1,j}(x) + \lambda_2 P_{i,j-1}(x) + P_{i+1,j+1}(0)s(x) \quad i, j \geq 1 \quad (5)$$

위 식 (1)~ (5)의 상태방정식에 LST를 취하면 아래와 같다.

$$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2)Q_0 + P_{0,0}(0) \quad (6)$$

$$\theta P_{0,0}^*(\theta) - P_{0,0}(0) = (\lambda_1 + \lambda_2)P_{0,0}^*(\theta) - (\lambda_1 + \lambda_2)Q_0S^*(\theta) - (P_{1,0}(0) + P_{0,1}(0) + P_{1,1}(0))S^*(\theta) \quad (7)$$

$$\theta P_{i,0}^*(\theta) - P_{i,0}(0) = (\lambda_1 + \lambda_2)P_{i,0}^*(\theta) - \lambda_1 P_{i-1,0}^*(\theta) - (P_{i+1,0}(0) + P_{i+1,1}(0))S^*(\theta), \quad i \geq 1 \quad (8)$$

$$\theta P_{0,j}^*(\theta) - P_{0,j}(0) = (\lambda_1 + \lambda_2)P_{0,j}^*(\theta) - \lambda_2 P_{0,j-1}^*(\theta) - (P_{0,j+1}(0) + P_{1,j+1}(0))S^*(\theta), \quad j \geq 1 \quad (9)$$

$$\theta P_{i,j}^*(\theta) - P_{i,j}(0) = (\lambda_1 + \lambda_2)P_{i,j}^*(\theta) - \lambda_1 P_{i-1,j}^*(\theta) - \lambda_2 P_{i,j-1}^*(\theta) - P_{i+1,j+1}(0)S^*(\theta), \quad i, j \geq 1 \quad (10)$$

다음과 같이 gf(generating function)를 정의하자.

$$\overline{P}(z, w, \theta) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} P_{i,j}^*(\theta) z^i w^j$$

$$\overline{P}(z, w, 0) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} P_{i,j}(0) z^i w^j$$

$$P(i, w, 0) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{i,j}(0) w^j, \quad i \geq 0$$

$$P(z, j, 0) = \sum_{i=0}^{\infty} P_{i,j}(0) z^i, \quad j \geq 0$$

식 (6)~ (10)의 LST를 위에서 정의한 gf를 이용하여 정리하면 식 (11)이 유도된다.

$$\begin{aligned} & (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 z - \lambda_2 w - \theta) \overline{P}^*(z, w, \theta) \\ &= \left(\frac{S^*(\theta)}{zw} - 1 \right) \overline{P}(z, w, 0) \\ & \quad - \frac{S^*(\theta)}{zw} [(1-z)P(0, w, 0) + (1-w)P(z, 0, 0) \\ & \quad \quad - (1-z)(1-w)P_{0,0}(0)] \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에 $\theta = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 z - \lambda_2 w$ 를 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \overline{P}(z, w, 0) &= - \frac{S^*(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 z - \lambda_2 w)}{zw - S^*(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 z - \lambda_2 w)} \\ & \quad \cdot [(1-z)P(0, w, 0) + (1-w)P(z, 0, 0) \\ & \quad \quad - (1-z)(1-w)P_{0,0}(0)] \end{aligned} \quad (12)$$

편의상 $\theta' = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 z - \lambda_2 w$ 로 놓고 식 (12)를 식 (11)에 대입하여 정리하면 storage queue와 retrieval queue에서의 고객 수와 잔여서비스 시간의 결합 변환식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{P}^*(z, w, \theta) &= \frac{S^*(\theta') - S^*(\theta)}{(\theta' - \theta)(zw - S^*(\theta'))} \\ & \quad \cdot [(1-z)P(0, w, 0) + (1-w)P(z, 0, 0) \\ & \quad \quad - (1-z)(1-w)P_{0,0}(0)] \end{aligned} \quad (13)$$

정의에 의해 위 식 (13)에 $\theta = 0$ 을 대입하면 storage queue와 retrieval queue의 고객 수에 대한 결합 분포의 pgf를 식 (14)와 같이 구할 수 있다. 마찬가지로 식 (13)에 $w = 1, \theta = 0$ 과 $z = 1, \theta = 0$ 을 대입하면 storage queue의 고객수 분포의 pgf 식 (15)와 retrieval queue의 고객수 분포의 pgf 식 (16)을 각각 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{P}^*(z, w, 0) &= [S^*(\lambda_1(1-z) + \lambda_2(1-w)) - 1] \\ & \quad \cdot [(1-z)P(0, w, 0) + (1-w)P(z, 0, 0) \\ & \quad \quad - (1-z)(1-w)P_{0,0}(0)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & / [(\lambda_1(1-z) + \lambda_2(1-w))] \\ & (zw - S^*(\lambda_1(1-z) + \lambda_2(1-w)))] \\ & \overline{P^*}(z, 1, 0) \\ & = \frac{S^*(\lambda_1(1-z)) - 1}{\lambda_1(z - S^*(\lambda_1(1-z)))} P(0, 1, 0) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \overline{P^*}(1, w, 0) \\ & = \frac{S^*(\lambda_2(1-w)) - 1}{\lambda_2(w - S^*(\lambda_2(1-w)))} P(1, 0, 0) \end{aligned} \quad (16)$$

위 식 (15), (16)에서 정의에 의해 $P(1, 0, 0) = \sum_{i=0}^{\infty} P_{i,0}(0)$, $P(0, 1, 0) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{0,j}(0)$ 이므로 위 $P(1, 0, 0)$ 와 $P(0, 1, 0)$ 의 값은 상수가 된다. 또한 위 식 (15), (16)의 $\overline{P^*}(z, 1, 0)$ 과 $\overline{P^*}(1, w, 0)$ 은 정의에 의해 각각 $z=1$ 을 대입했을 때의 값이 $1 - Q_0$ 가 되어야 하므로 이들 관계로부터 $P(1, 0, 0)$ 및 $P(0, 1, 0)$ 의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P(1, 0, 0) &= \frac{1 - \lambda_2 E(S)}{E(S)} (1 - Q_0), \\ P(0, 1, 0) &= \frac{1 - \lambda_1 E(S)}{E(S)} (1 - Q_0) \end{aligned}$$

위의 값들을 식 (15), (16)에 대입하면 storage queue와 retrieval queue의 고객수 분포의 pgf를 식 (17) 및 식 (18)과 같이 구할 수 있으며, 이들 두 식으로부터 구하고자 하는 각 대기 공간에서의 평균 대기 고객수 ($E(N_S)$, $E(N_R)$)를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \overline{P^*}(z, 1, 0) \\ & = \frac{S^*(\lambda_1(1-z)) - 1}{\lambda_1(z - S^*(\lambda_1(1-z)))} \\ & \quad \cdot \frac{1 - \lambda_2 E(S)}{E(S)} (1 - Q_0) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \overline{P^*}(1, w, 0) \\ & = \frac{S^*(\lambda_2(1-w)) - 1}{\lambda_2(w - S^*(\lambda_2(1-w)))} \\ & \quad \cdot \frac{1 - \lambda_1 E(S)}{E(S)} (1 - Q_0) \end{aligned} \quad (18)$$

$$E(N_S) = \frac{\lambda_1^2 E(S^2)}{2\lambda_1 E(S) (1 - \lambda_1 E(S))} (1 - Q_0) \quad (19)$$

$$E(N_R) = \frac{\lambda_2^2 E(S^2)}{2\lambda_2 E(S) (1 - \lambda_2 E(S))} (1 - Q_0) \quad (20)$$

식 (19)와 (20)에서 Q_0 의 값은 다음의 정리를 이용하여 구할 수 있다.

정리 1. $Q_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} Q_0(t) = \Pr(\text{server idle})$ 이라 하면 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} Q_0 &= \Pr(\text{server idle}) = (1 - \rho_1)(1 - \rho_2), \\ \rho_i &= \lambda_i / \mu, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

(증명) 본 시스템을 다음과 같이 생각하여 보자. dual command와 single command를 서비스하는 데에 걸리는 시간은 확률분포가 같다고 가정하였다. dual command는 storage와 retrieval이 동시에 이루어지기 때문에 dual command를 수행하는 시간 역시 storage command를 수행하는 시간이라고 생각하여도 무방하다. 따라서 서버는 storage의 single command 및 dual command를 서비스하는 시간 이외의 시간에만 retrieval single command를 수행한다고 볼 수 있다. 즉, 서버는 storage command (그 storage command가 single이건 dual이건 상관없다)와 retrieval single command만을 수행한다. 이 같은 모형에서는 일량보전(work conservation)이 성립하므로 storage command가 서버에게 주는 load는 $\rho_1 = \lambda_1 / \mu$ 가 된다.

Q_0 는 시스템에서의 서버가 idle할 확률을 의미한다. 서버가 busy한 경우는 다음의 두 가지 경우가 있다.

- case 1. 서버가 storage command를 서비스하는 경우
 - case 2. 서버가 retrieval single command를 서비스하는 경우
- 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Server busy}) &= \Pr(\text{Server busy} | \text{case 1}) \Pr(\text{case 1}) \\ & \quad + \Pr(\text{Server busy} | \text{case 2}) \Pr(\text{case 2}) \\ &= \rho_1 + \rho_2 (1 - \rho_1) \\ &= \rho_1 + \rho_2 - \rho_1 \rho_2 \\ &= 1 - Q_0 \end{aligned}$$

3. 서비스 시간의 근사화

2절에서는 단일명령과 이중명령을 서비스하는 데 걸리는 시간의 분포가 같다고 가정하였다. 본 절에서는 단일명령과 이중명령에 대한 서비스 시간이 다른 분포를 갖는다는 상황하에서의 시스템을 평가하기 위하여 다음과 같은 근사 모형을 제시한다.

먼저 storage queue에 도착하는 고객의 입장에서 보면, 저장 명령을 서비스하는 데 걸리는 시간은 서비스 시작 시점에 retrieval queue에 불출 명령이 있는지 여부에 따라 결정된다. 즉, 저장 명령이 단일 명령으로써 서비스를 받는 경우는 retrieval queue가 비어있는 경우이고, 이중명령으로써 서비스를 받는 경우는 retrieval queue에 고객이 있는 경우이다. retrieval queue에 도착하는 고객의 입장도 이와 동일하다.

S_D 는 이중명령을 서비스하는 데 걸리는 시간이고, S_S 는 단

일명령을 서비스하는 데 걸리는 시간이라고 하자. 한편, 저장 및 불출 대기공간에 저장 명령과 불출 명령이 대기함으로써 각각의 queue가 바뀔 확률들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho' &= \Pr(\text{storage queue is not empty}) \\ &= \lambda_1 E(SS) \\ \rho'' &= \Pr(\text{retrieval queue is not empty}) \\ &= \lambda_2 E(RS) \end{aligned}$$

여기서 SS와 RS는 각각 저장 명령과 불출 명령이 받는 서비스의 양으로 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$SS = \rho'' S_D + (1 - \rho'') S_S \quad (21)$$

$$RS = \rho' S_D + (1 - \rho') S_S \quad (22)$$

양변에 기대값을 취하면 식 (23) 및 식 (24)와 같이 된다.

$$E(SS) = \rho'' E(S_D) + (1 - \rho'') E(S_S) \quad (23)$$

$$E(RS) = \rho' E(S_D) + (1 - \rho') E(S_S) \quad (24)$$

이들의 관계식을 이용하여 정리하면 저장 명령과 불출 명령에 대한 평균 서비스시간 ($E(SS)$, $E(RS)$)을 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(SS) = \frac{E(S_S)(1 + \lambda_2(E(S_D) - E(S_S)))}{1 - \lambda_1 \lambda_2 (E(S_D) - E(S_S))^2} \quad (25)$$

$$E(RS) = \frac{E(S_S)(1 + \lambda_1(E(S_D) - E(S_S)))}{1 - \lambda_1 \lambda_2 (E(S_D) - E(S_S))^2} \quad (26)$$

마찬가지 방법으로 이들에 대한 분산은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Var(SS) &= (\lambda_2 E(RS))^2 Var(S_D) \\ &\quad + (1 - \lambda_2 E(RS))^2 Var(S_S) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} Var(RS) &= (\lambda_1 E(SS))^2 Var(S_D) \\ &\quad + (1 - \lambda_1 E(SS))^2 Var(S_S) \end{aligned} \quad (28)$$

이상의 결과를 식 (19), (20)의 $E(S)$ 와 $E(S^2)$ 에 대체하게 되면 각 저장 대기 공간에서의 평균 대기 고객수를 계산할 수 있다.

4. 실험결과 및 고찰

본 연구에서는 저장·불출에 대한 요구의 도착이 각각 독립적인 포아송 과정을 따르며 단일명령과 이중명령에 대한 서비스 시간이 동일하다는 가정하에 대기모형을 이용하여 AS/RS에 대한 storage queue와 retrieval queue의 대기 고객수에 대한 확률 분포와 평균을 유도하였다. 또한 단일명령과 이중명령을

서비스하는 시간이 서로 다른 경우에 대한 근사화 모형을 제시하였다.

본 연구에서 개발한 대기 모형의 수행도를 검증하기 위하여 ARENA를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 실험 조건은 자동 창고 랙의 형태 모수값 (b)을 변경시켜 가면서 storage queue와 retrieval queue의 도착률이 동일 ($\lambda_1 = \lambda_2$)한 경우와 다른 경우 ($\lambda_1 \neq \lambda_2$)로 구분하여 실험을 수행하였다. 랙의 형태 모수 값 (b)은 S/R 기계가 주어진 주행/승강 속도 (s_h/s_v)로 랙의 수평/수직방향 길이 (L/H)를 주행하는 데 걸리는 시간을 각각 $t_h (= L/s_h)$ 와 $t_v (= H/s_v)$ 라 하고, $T = \max(t_h, t_v)$ 로 정의할 때 $b = \min(t_h/T, t_v/T)$ 로 정의되는 값이다(Tompkins et al., 1996). 따라서 S/R 기계가 수평/수직방향의 끝까지 주행하는 데 걸리는 시간이 동일할 경우 형태 모수(shape factor)값은 $b=1$ 이 된다. 실험에서 S/R 기계의 선적(loading) 및 하역(unloading) 시간은 모형에 미치는 영향을 최소화하기 위하여 고려하지 않았다. single command와 dual command의 서비스 시간 및 분산은 Bozer and White(1984)에 의한 연구 결과를 적용하였으며, 시뮬레이션의 결과값은 초기 준비 시간(warm-up period) 4000시간 단위가 지난 후 10회 반복 수행과 매회 20000개의 저장/불출 요구를 수행토록 하여 구한 평균값이다.

<표 1>은 $\lambda_1 = \lambda_2$ 인 경우에 대해 자동 창고 시스템의 동적 특성을 고려한 성능 분석을 위하여 서비스 시간에 대한 분포를 지수분포로 가정하고 수행도를 분석한 Lee(1997) 모델과의 비교 결과를 요약한 것이다. S/R 기계의 단일명령과 이중명령에 대한 서비스 시간의 분포는 Bozer and White(1984)에 의하여 지수분포가 아닌 삼각분포와 유사한 일반분포를 따르는 것으로 알려져 있다.

<표 1>에서 $1/\lambda$ 은 저장 및 불출명령의 도착간 평균 시간간격을 의미하며, b는 랙의 형태 모수값이다. 그리고 각 성능척도들에 대한 값의 의미는 각각의 모델들에 대한 “이론치/시뮬레이션값”을 나타내며, Error (%)는 |시뮬레이션 값 - 이론치| / 시뮬레이션 값으로 계산된 % 오차를 “Lee (1997)의 결과/제안된 해법의 결과”로 나타내었다.

<표 1>의 Error (%)에서 보는 바와 같이 기존 Lee(1997)의 모형은 대기고객수와 대기시간에서 시뮬레이션 결과와 매우 큰 차이를 보이고 있다. 반면에 본 연구에서 제시된 M/G/1 모형은 시뮬레이션 결과와 비교했을 때 서버이용률에서 최대 1.5%, 평균 대기고객수에서는 5.8% 그리고 평균 대기시간은 0.3~5.2%의 오차 범위를 보이고 있어 제안된 해법이 우수함을 보여주고 있다.

다음 <표 2>와 <표 3>은 $\lambda_1 \neq \lambda_2$ 인 상황하에서 평균 대기 고객수와 평균 대기시간에 대한 M/G/1 모델의 이론치와 시뮬레이션 결과 값을 비교한 것이다. 저장과 불출 명령의 도착률이 다른 경우에 대해서도 본 연구에서 제시한 해석적 모델의 이론치값과 시뮬레이션과의 최대 편차가 0.1~8.6%의 오차 범위 안에 있어 우수한 결과를 보였다.

본 연구는 기존 연구에서 자동창고 시스템의 동적인 요소를

표 1. Lee(1997)와 제안된 M/G/1 model($\lambda_1 = \lambda_2$)의 결과 비교

Parameters		S/R Utilization			Expected # of costumres in queue			Expected waiting time in system		
$1/\lambda$	b	Lee(1997) (이론치/시뮬레이션값)	제안해법 (이론치/시뮬레이션값)	Error (%) (Lee(1997)/제안해법)	Lee(1997) (이론치/시뮬레이션값)	제안해법 (이론치/시뮬레이션값)	Error (%) (Lee(1997)/제안해법)	Lee(1997) (이론치/시뮬레이션값)	제안해법 (이론치/시뮬레이션값)	Error (%) (Lee(1997)/제안해법)
10	1	0.26/0.26	0.263/0.260	0.0/1.1	0.04/0.02	0.0211/0.0202	100/4.4	1.78/1.58	1.6065/1.5497	12.6/0.3
10	0.6	0.22/0.22	0.222/0.220	0.0/0.9	0.03/0.02	0.0145/0.0145	50/0	1.42/1.30	1.3105/1.2739	9.2/2.8
10	0.2	0.20/0.20	0.200/0.198	0.0/1.0	0.02/0.02	0.0116/0.0113	0/4.5	1.25/1.17	1.1615/1.1282	6.8/2.9
5	1	0.50/0.51	0.507/0.501	1.9/1.1	0.20/0.11	0.1048/0.0991	81.8/5.7	2.45/1.96	1.992/1.8935	25.0/5.2
5	0.6	0.43/0.43	0.433/0.420	0.0/1.4	0.13/0.08	0.069/0.0659	62.5/4.7	1.84/1.55	1.5597/1.489	18.7/4.7
5	0.2	0.39/0.39	0.393/0.387	0.0/1.5	0.11/0.07	0.0539/0.052	57.1/3.6	1.58/1.38	1.3532/1.2984	14.4/4.2
2.5	1	0.86/0.88	0.878/0.881	2.2/0.3	1.68/0.87	0.8593/0.8139	93.1/5.5	5.82/3.77	3.7863/3.6243	54.3/5.2
2.5	0.6	0.76/0.78	0.781/0.780	2.5/0.1	0.87/0.48	0.4537/0.4289	81.2/5.7	3.48/2.48	2.4613/2.347	40.3/4.8
2.5	0.2	0.70/0.72	0.722/0.717	2.7/0.6	0.63/0.39	0.3248/0.3069	61.5/5.8	2.71/2.10	1.9810/1.8842	29.0/5.1

제대로 반영하지 못함으로써 시스템의 수행도를 과대 또는 과소 평가하게 되는 단점을 크게 보완함과 동시에 지금까지 제시되지 않은 형태의 대기모형을 제시하였다는 데에 그 의의가 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 자동창고 시스템의 수행도 평가를 위한 M/G/1 대기 모형을 AS/RS의 설계 대안 및 기존 시스템의 다양한 수행도 평가 시 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

표 2. 평균 고객수에 대한 결과비교 ($\lambda_1 \neq \lambda_2$)

Parameters		Expected number of customers in queue : $E(Q)$			Simulation : 제안해법	
$1/\lambda_1$	$1/\lambda_2$	95% CI	Simulation	제안해법	Difference	% Error
b=1						
3	5	0.291 0.305	0.2982	0.3176	-0.0194	6.5
3	3.5	0.363 0.379	0.371	0.3918	-0.0208	5.6
2	3.6	1.4 1.542	1.4718	1.5426	-0.0708	4.8
2	3	1.68 1.77	1.7225	1.8436	-0.1211	7.0
2	2.5	1.98 2.28	2.1288	2.3133	-0.1845	8.6
1.9	2	5.13 6.37	5.7502	5.7625	-0.0123	0.2
b=0.6						
3	5	0.181 0.188	0.1844	0.1926	-0.0082	4.4
3	3.5	0.215 0.224	0.2196	0.2337	-0.0141	6.4
2	3.6	0.639 0.675	0.6571	0.6789	-0.0218	3.3
2	3	0.722 0.76	0.741	0.7644	-0.0234	3.1
2	2.5	0.813 0.855	0.8342	0.8794	-0.0452	5.4
1.9	2	1.18 1.27	1.225	1.3258	-0.1008	8.2

표 3. 평균 대기시간에 대한 결과비교($\lambda_1 \neq \lambda_2$)

Parameters		Expected waiting time in queue : $E(W_q)$		Simulation : 제안해법		
$1/\lambda_1$	$1/\lambda_2$	95% CI	Simulation	제안해법	Difference	% Error
b=1						
3	5	0.891 0.903	0.8981	0.9527	-0.0546	6.0
3	3.5	1.1 1.12	1.1132	1.1755	-0.0623	5.5
2	3.6	2.93 2.96	2.9465	3.0825	-0.136	4.6
2	3	3.432 3.467	3.4495	3.6872	-0.2377	6.8
2	2.5	4.32 4.37	4.34	4.6266	-0.2866	6.6
1.9	2	10.87 10.98	10.9272	10.9487	-0.0215	0.1
b=0.6						
3	5	0.551 0.559	0.5556	.5779	-0.0223	4.0
3	3.5	0.656 0.668	0.6616	0.7010	-0.0394	5.9
2	3.6	1.31 1.32	1.3158	1.3579	-0.0421	3.1
2	3	1.478 1.495	1.4867	1.5287	-0.042	2.8
2	2.5	1.67 1.68	1.6707	1.7588	-0.0881	5.2
1.9	2	2.38 2.41	2.3927	2.5190	-0.1263	5.0

참고문헌

Bozer, Y. A. and Cho, M. S. (1998), Centralized WIP storage and the stochastic analysis of automated storage/retrieval system, *INFORMS Meeting, Montreal, Canada*, Apr. 26-29.
 Bozer, Y. A. and White, J. A. (1984), Travel-Time Models for Automated Storage/Retrieval Systems, *IIE Transactions*, 16(4), 329-338.

- Egbelu, P. J. and Wu, C. T. (1993), A comparison of dwell point rules in an automated storage/retrieval systems, *International Journal of Production Research*, **31**(11), 2515-2530.
- Lee, H. F. (1997), Performance analysis for automated storage and retrieval systems, *IIE Transactions*, **29**(1), 15-28.
- Malmborg, C. J. and AlTassan, K. M. (1997), Approximating work cycle times in warehousing systems, *International Journal of Industrial Engineering*, **4**(1) 12-23.
- Mulcahy, D. E. (1994), *Warehouse Distribution and Operations Handbook*, McGraw-Hill.
- Tompkins, White, J. A., Bozer, Y. A., Frazelle, E. H., Tanchoco, J.M.A. and Trevino, J. (1996), *Facilities Planning*, 2nd Edition, John Wiley and Sons.