

Zigzag 밀링가공에서 공구경로 최소화를 위한 가공방향 결정방법

김병극[†] · 박준영

동국대학교 산업공학과

Determination of Cutting Direction for Tool Path Minimization in Zigzag Milling Operation

Byoung Keuk Kim · Joon Young Park

Department of Industrial Engineering, Dongguk University, Seoul

In the zigzag milling operation, an important issue is to design a machining strategy which minimizes the cutting time. An important variable for minimization of cutting time is the tool path length. The tool path is divided into cutting path and non-cutting path. Cutting path can be subdivided into tool path segment and step-over, and non-cutting path can be regarded as the tool retraction. We propose a new method to determine the cutting direction which minimizes the length of tool path in a convex or concave polygonal shape including islands. For the minimization of tool path length, we consider two factors such as step-over and tool retraction. Step-over is defined as the tool path length which is parallel to the boundary edges for machining area and the tool retraction is a non-cutting path for machining any remaining regions. In the determination of cutting direction, we propose a mathematical model and an algorithm which minimizes tool retraction length in complex shapes. With the proposed methods, we can generate a tool path for the minimization of cutting time in a convex or concave polygonal shapes including islands.

Keywords : Zigzag milling, Tool path, Step-over, Tool retraction, Reflex profile

1. 서론

기계분야의 제조환경에서 몰드(mold)나 다이(die)와 같은 형상을 가공할 때, 절삭공정의 많은 부분을 차지하는 것이 황삭(rough cut) 가공이다. 황삭은 가공형상을 벗어나지 않는 범위 내에서 가급적 많은 영역을 제거하는 공정을 의미하는데, 이러한 공정은 밀링가공에서 중요한 부분을 차지하게 된다(Lee and Kim, 1994; Lin and Gian, 1999; Marshall and Griffiths, 1994). 밀링가공을 위한 가공형태는 크게 윤곽(contour, window-frame, offset) 가공방법과 zigzag(staircase, direction parallel) 가공방법으로 구분된다. 윤곽 가공방법은 일반적으로 Voronoi

diagram을 이용하여 공구경로가 계산되는데, 계산시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 반면에, zigzag 가공방법에서는 일정한 간격의 직선선분들로 공구경로를 생성할 수 있기 때문에 계산시간이 비교적 적게 든다. 그러나 zigzag 가공방법 역시 다음과 같은 단점을 가지고 있다. 가공형상이 복잡해지고 내부에 많은 장애물(islands)을 포함하는 경우, 공구후퇴(tool retraction)가 많아지기 때문에 드릴링(drilling) 작업이나 공구경로 길이가 길어져서 절삭시간의 많은 손실을 발생시킨다(Suh and Shin, 1996). 더불어 공구경로의 생성을 위한 가공방향이 공구경로의 길이를 결정하는 중요한 변수가 된다(Tang *et al.*, 1998).

Zigzag 가공방법의 공구경로 길이 최적화 문제에 대해 많은 연구가 있었다(Wang *et al.*, 1988; Wang *et al.*, 1987). 기존의 연

이 논문은 동국대학교 교원해외연수 지원에 의하여 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

[†] 연락저자: 김병극, 서울시 중구 필동 3가 26, 동국대학교 산업공학과, Fax : 02-2260-3714, e-mail : kbkim@dgu.edu

2000년 9월 접수, 1회 수정 후, 2001년 1월 게재 확정.

구는 주로 convex 다각형 형상에서 공구경로 길이를 최소화시키는 방법으로 형상의 경계에서 가장 긴 변을 공구경로 생성의 가공방향으로 결정해야 한다는 것이다. 그렇지만, 공구경로 생성 시 공구후퇴 길이가 발생하기 때문에 장애물을 포함하는 convex 혹은 concave 다각형 형상인 경우에도 동일한 방법이 가능한지는 알 수 없었다.

또한 공구후퇴 길이를 최소화하려는 연구도 많았는데, 이러한 연구들은 대부분 주어진 형상에 대해 TSP (Traveling Salesman Problem) 혹은 정수 계획법(Integer Programming) 등을 적용하여 여러 가지 알고리즘을 제시하고 있다(Bala and Chang, 1991; Jeong *et al.*, 1996; Jung and Ahluwalia, 1994; Tang *et al.*, 1998; Veeramani and Gau, 1998). 그러나 공구가 가공되지 않고 남아 있는 잔여영역으로 이동하는 공구후퇴 길이만을 고려하는 것은 작업물을 직접 절삭하는 길이까지 최소화한다고는 볼 수 없을 것이다.

이와는 달리 공구후퇴와 공구경로를 함께 고려한 연구도 있었는데, 이러한 연구는 기존의 zigzag 가공방법이 아닌 신경망(neural network)을 적용하여 최적의 해에 근사한 결과를 제시하였다. 특히 공구경로는 작업물 형상의 내부에 많은 공구 위치점을 고려하고 이를 서로 연속적으로 연결하여 생성하였다. 결과적으로 공구경로는 복잡한 형태로 나타났지만, 공구후퇴의 발생횟수는 감소시킬 수 있었다고 제시하였다(Suh and Shin, 1996). 하지만, 신경망을 이용한 공구경로가 그 길이 측면에서 항상 최소 길이를 보장할 수 있는 것은 아니다.

Li(1994)와 Hu(1998)는 가공형상을 인식하고 여러 가지 공구경로 형태를 적용하여 비교, 분석하였으나 형상에 적용한 공구경로의 형태가 최적인가에 대한 명확한 답을 주지 못하였다. 그리고 zigzag 가공방법에서 공구의 움직임, 즉 가속과 감속의 발생횟수를 최소화함으로써 절삭시간을 줄이고자 하는 연구도 있었다(Kim *et al.*, 1997; Sarma, 1999).

본 연구에서는 zigzag 밀링가공에서 공구경로 길이를 최소화하는 가공방향 결정방법을 제시하고자 한다. 공구경로 길이는 공구가 작업물을 가공하는 길이인 절삭경로(cutting path) 길이와 가공되지 않고 남아있는 잔여영역을 가공하기 위해 공구가 이동하는 비절삭경로(non-cutting path) 길이인 공구후퇴(tool retraction) 길이로 구분된다. 작업물 형상은 장애물을 포함하는 convex 혹은 concave 형태의 다각형 형상으로 포켓(pocket) 형태의 작업물이라 할 수 있다. 작업물의 형상을 다각형 형태로 국한시킨 이유는 황삭 가공인 경우, 가공영역을 다각형 형태로 제한시켜 고려하더라도 정확도를 잃지 않기 때문이다(Chuang and Lin, 1997; Chuang and Pan, 1998; Lee and Kim, 1994). 본 연구에서는 최적의 가공방향을 결정하기 위해 convex 다각형 형상인 삼각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴, 그리고 사각형 형상에 대해 수학적 모델과 공구후퇴 길이 계산을 위한 알고리즘을 제시하였다. 따라서 제시한 수학적 모델과 알고리즘을 이용하면 장애물을 포함하는 convex 혹은 concave 다각형 형상의 작업물에서 공구경로 길이에 따른 절

삭시간을 최소화하는 최적의 가공방향을 결정할 수 있다.

2. 공구경로 길이 최소화 문제

<그림 1>과 같은 convex 다각형 형상인 경우, 어떤 가공방향으로 공구경로를 생성하여도 공구후퇴는 발생하지 않는다. 따라서 공구가 다각형 형상의 내부를 절삭하는 절삭경로 길이가 바로 공구경로 길이라 할 수 있으며, 공구경로 길이를 최소화할 수 있는 최적의 가공방향은 다각형 형상의 경계에서 가장 긴 변과 평행한 방향이다. 이러한 사실은 여러 기존의 연구에서 실험과 수학적 모델을 통해 그 타당성이 입증되었다(Lakkaraju *et al.*, 1992; Prabhu *et al.*, 1990; Wang *et al.*, 1988; Wang *et al.*, 1987).

그러나 <그림 2> 혹은 <그림 3>에서와 같은 concave 다각형 형상인 경우, 기존연구에서 제시하는 최적의 가공방향에서 공구후퇴 길이가 발생하기 때문에 공구경로 길이를 최소로 하는 가공방향이 항상 가장 긴 변과 평행하지 않을 수도 있다.

Zigzag 가공방법에서 공구경로는 임의의 가공방향에 평행한 일정간격의 직선선분(scan line)을 이용하여 생성될 수 있다. 이때 공구는 공구경로를 따라 움직임에 있어서 상, 하 혹은 좌, 우로의 일정한 진행방향을 가진다(Held, 1991). 따라서 장

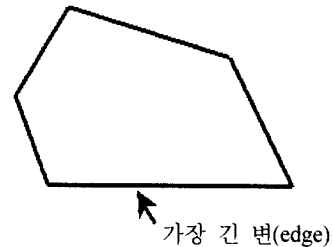


그림 1. convex 다각형 형상의 예.

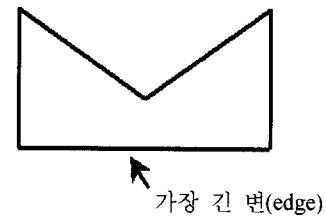


그림 2. concave 다각형 형상의 예-1.

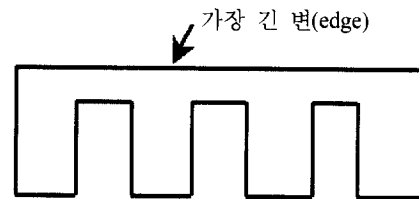


그림 3. concave 다각형 형상의 예-2.

애물을 포함하는 작업물에서는 반드시 공구후퇴가 발생한다. 이러한 공구후퇴 길이는 공구경로 길이와 직접적으로 연관되기 때문에 가급적 그 길이가 최소로 되는 것이 효과적이라 할 것이다. 공구후퇴를 최소로 한다는 것은 공구가 한 번의 드릴 작업으로 많은 영역을 가공한다는 것을 의미한다. 여러 기존 연구에서는 공구후퇴의 발생횟수나 길이를 최소화하는 경로 설정방법을 제시하였다(Bala and Chang, 1991; Jeong *et al.*, 1996; Jung and Ahluwalla, 1994; Tang *et al.*, 1998; Veeramani and Gau, 1998). 그리고 공구경로와 공구후퇴를 함께 고려한 연구인 경우, 생성한 공구경로가 최소 길이를 의미하는지는 알 수 없었다(Suh and Shin, 1996).

따라서 기존연구에서는 단지 공구후퇴를 최소화하기 위한 방법을 제시하였는데, 이는 실질적으로 작업물의 절삭경로 길이까지 포함한 공구경로 길이를 최소화한다고는 할 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 공구후퇴 길이와 더불어 절삭경로 길이까지 포함한 공구경로 길이에 대한 문제를 고려하고자 한다.

3. 절삭경로 길이 최소화 방법

Zigzag 밀링가공에서 공구경로 길이를 최소화하는 것은 절삭경로(cutting path) 길이와 비절삭경로(non-cutting path) 길이의 합을 최소화하는 것이다.

절삭경로 길이의 최소화는 공구경로 성분과 step-over 길이의 합을 최소화하는 것이다. 여기서 step-over 길이는 공구가 다음 공구경로 성분으로 진행하기 위해 다각형 형상의 경계가 되는 선분을 따라 움직이는 길이를 의미한다(<그림 4>). 그리고 비절삭경로 길이를 최소화하는 것은 공구후퇴 길이(<그림 4>)를 최소화하는 것과 같다고 할 수 있다(Jung and Ahluwalla, 1994; Tang *et al.*, 1998; Veeramani and Gau, 1998).

따라서 본 연구에서는 절삭경로 길이인 공구경로 성분 길이와 step-over 길이의 변화를 살펴보기 위해 convex 다각형 형상인 삼각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴, 그리고 사각형 형상에 대해 수학적 모델을 제시한다. 제시된 수학적 모델은 공

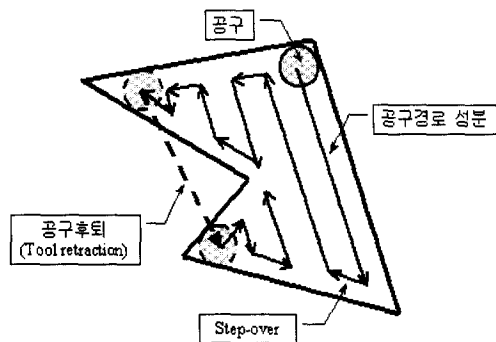


그림 4. Zigzag 밀링가공을 위한 공구경로 생성.

구의 움직임을 고려하여 작업물 내부를 공구의 반경만큼 오프셋(offset)한 면적을 기준으로 하였다.

본 연구에서는 절삭경로 길이에 대한 수학적 모델을 제시하기 위해 다음과 같은 가정과 수식적 표현을 사용하였다.

[가정]

- (1) 공구는 임의의 가공방향에 대해 같은 오프셋 면적을 절삭한다.
- (2) 공구는 오프셋 형상의 꼭지점을 지난다.

[수식적 표현]

- M_A : 형상의 오프셋 면적
- L_{CP}^j : 가공방향 j 에서 절삭경로 길이의 합
- L_S^j : 가공방향 j 에서 공구경로 성분 길이의 합
- D : 공구 중심거리
- $l_{i,j}$: 가공방향 j 의 i 번째 공구경로 성분의 길이
- L_j : 변 j 의 길이
- $h_{i,j}$: 가공방향 j 에 대해, 변 i 의 오프셋 경계에서 발생하는 step-over 길이
- $N_{i,j}$: $h_{i,j}$ 의 발생 횟수
- θ_j : 오프셋 경계와 공구경로 성분이 이루는 각도 ($0 < \theta_j < 180$)

3.1 삼각형 형상의 절삭경로 길이

<그림 5>와 같은 삼각형에서 변과 각도의 크기가 $L_1 > L_2 > L_3$, $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3$ 이라 가정하자. 그러면 각 변의 길이에 비례하는 오프셋 경계의 길이 관계는 $l_{1,1} > l_{1,2} > l_{1,3}$ 가 된다. 가공방향을 L_1 과 평행하게 결정하였을 경우, 오프셋 면적은 다음과 같이 공구경로 성분들의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_A = & (l_{1,1} + l_{2,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2} \\
 & + (l_{2,1} + l_{3,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2} \\
 & + (l_{3,1} + l_{4,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2} \\
 & \dots \\
 & + (l_{n-1,1} + l_{n,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2} \\
 & + (l_{n,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

그러면 식(1)은

$$\begin{aligned}
 M_A = & \{ (l_{1,1} + l_{2,1} + l_{3,1} + \dots \\
 & + l_{n-1,1} + l_{n,1}) \cdot D \} \\
 & - \left\{ (l_{1,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2} \right\} \\
 = & (L_S^1 \cdot D) - \left\{ (l_{1,1}) \cdot D \cdot \frac{1}{2} \right\}
 \end{aligned} \tag{2}$$

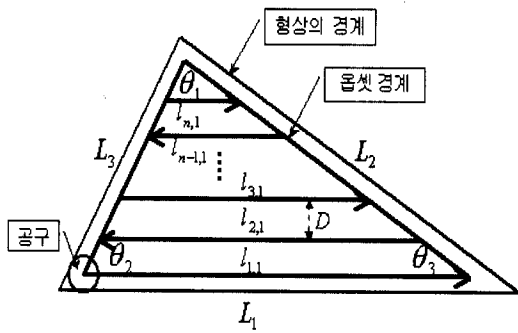


그림 5. 삼각형 형상에서의 공구경로 성분 생성.

이 된다.

식 (2)를 공구경로 성분의 길이 합인 L'_S 의 관계식으로 나타내면 다음과 같다.

$$L'_S = \frac{M_A}{D} + \frac{l_{1,1}}{2}$$

<그림 6>에서 step-over 길이 $h_{i,j}$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$h_{i,j} = \frac{D}{\sin \theta_j} \tag{3}$$

식 (3)에서 θ_j 는 공구경로 성분과 변의 웁셋 경계가 이루는 각을 의미한다. 그리고 $h_{i,j}$ 는 가공방향 j 에 대한 변 i 의 웁셋 경계에서 발생하는 step-over 길이이므로 이러한 길이는 $N_{i,j}$ 횟수만큼 발생하게 된다.

따라서 가공방향을 제외한 모든 변의 웁셋 경계에서 발생하는 step-over 길이는 $h_{i,j} \cdot N_{i,j}$ 의 합으로 나타낼 수 있다. 결과적으로 삼각형 형상에서 살펴본 공구경로 성분과 step-over 길이의 수학적 표현에 따라 가공방향을 L_1 과 평행하게 결정하였을 경우 절삭경로 길이 합(L'_{CP})을 $L'_S + \sum_{i=1}^n h_{i,j} \cdot N_{i,j}$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$L'_{CP} = \frac{M_A}{D} + \frac{l_{1,1}}{2} + (h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + (h_{3,1} \cdot N_{3,1}) \tag{4}$$

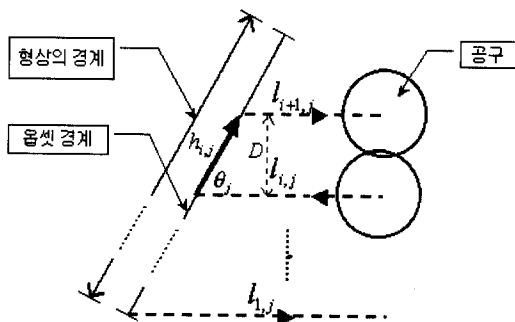


그림 6. 공구경로 생성에 따른 step-over 길이.

그리고 <그림 5>에서 가공방향을 L_2 로 결정하였을 때, 절삭경로 길이인 L'^2_{CP} 는 식 (4)과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$L'^2_{CP} = \frac{M_A}{D} + \frac{l_{1,2}}{2} + (h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + (h_{3,2} \cdot N_{3,2}) \tag{5}$$

식 (4)와 식 (5)에서 $\frac{M_A}{D}$ 는 가정 1에 따라 모든 가공방향에서 같기 때문에, 실질적으로 가공방향(L_1, L_2)에 따른 절삭경로 길이 비교기준은 $\frac{M_A}{D}$ 을 제외한 나머지 부분이라 할 수 있다.

식 (4)에서 $\frac{l_{1,1}}{2}$ 을 step-over 길이의 형태로 바꾸어 고려할 수 있는데, 즉 가공방향 L_2 에서 변 L_1 의 $l_{1,1}$ 에 대해 발생하는 step-over 길이로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{l_{1,1}}{2} = \frac{1}{2} (2(h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + C_{1,2}) \tag{6}$$

그리고 식 (5)에서도 $\frac{l_{1,2}}{2}$ 을 가공방향 L_1 의 step-over 길이로 나타내면 식 (7)과 같다.

$$\frac{l_{1,2}}{2} = \frac{1}{2} (2(h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + C_{2,1}) \tag{7}$$

본 연구에서는 가정 2, 즉 공구가 웁셋 형상의 꼭지점을 지난다고 고려하였다. 그러나 실질적인 절삭 과정에서 공구는 웁셋 경계의 꼭지점을 지나지 않을 수도 있다. 만약 공구가 웁셋 경계의 꼭지점을 지나지 않게 되면, <그림 6>에서 한 변의 웁셋 경계 길이에 대한 $h_{i,j}$ 가 일정하지 않게 된다. 그 이유는 식 (3)에서 공구 중심거리 D 가 작아지기 때문이다. 하지만, 사용되는 공구가 충분히 작은 크기이라면, D 값의 변화에 따른 $h_{i,j}$ 차이는 한 변의 웁셋 경계 길이에서 발생하는 step-over 길이에 크게 영향을 주지 못하는 작은 값으로 고려될 수 있다. 따라서 본 연구는 한 변의 웁셋 경계 길이에서 $h_{i,j}$ 가 일정하다고 가정하였다(가정 2).

결과적으로 가정 2에서 공구는 웁셋 형상의 꼭지점을 지나기 때문에, 한 변의 웁셋 경계 길이에 대한 step-over 길이는 웁셋 경계 길이의 $\frac{1}{2}$ 이 되기 위해서 $h_{i,j}$ 만큼 차이가 발생한다. 따라서 식 (6)과 식 (7)에서 $C_{1,2}, C_{2,1}$ 는 가정 2에 따라 step-over 길이가 발생하는 변의 웁셋 길이에 $\frac{1}{2}$ 이 되기 위한 상수 값이다. 상수 값 $C_{1,2}, C_{2,1}$ 은 각각 $h_{1,2}, h_{2,1}$ 을 의미한다. 여기서 $h_{1,2}, h_{2,1}$ 을 모두 식 (3)과 같이 표현하면 <그림 5>서 동일한 $\frac{D}{\sin \theta_3}$ 가 된다.

그런데, 식 (6)과 식 (7)에서 상수 값 C 는 실질적으로 '+' 값이나 '-' 값 혹은 '0'의 값을 가질 수 있다. 예를 들어, <그림 5>와 같은 삼각형 형상에서 가공방향을 제외한 나머지 두 변에 대한 C 를 생각해 보자. 가공방향에 대한 $l_{n,1}$ 에서 n 은 짝수일 수도 있고, 홀수일 수도 있다. 만약 n 이 짝수이면 C 는 '0'

이 되고, 홀수이면 C 는 두 선분에서 '+'값 혹은 '-'값이 상반되게 나타날 것이다. 즉, 가공방향을 제외한 두 선분 중에서는 어느 한쪽이 '+'값이 되면 나머지 한쪽은 '-'값을 가지게 된다. 하지만, 수학적 모델을 통한 절삭경로 길이 비교를 위해서는 이러한 모든 경우에 공통되는 표현이 요구된다. 본 연구에서는 다음과 같은 개념을 통해 상수 값 C 에 대한 수학적 표현을 하고자 한다. 일반적인 삼각형 형상에서 선분의 길이는 모두 다르고, 가공방향과 두 선분이 이루는 θ 역시 모두 다르기 때문에, $l_{n,1}$ 에서 n 은 짝수이기보다는 홀수로 되는 경우가 많다. 만약 가정 2가 무시되어진다면, n 은 짝수라기보다는 홀수라고 해야 옳을 것이다. 그렇다면 C 는 가공방향에 대해 '+'값과 '-'값을 두 선분이 서로 상반되게 가진다. 하지만, 두 선분 중 어느 선분이 항상 '+'값 혹은 '-'값의 형태로 나타나는지는 알 수 없다. 이는 공구가 공구경로를 따라 진행함에 있어서 가공방향의 어느 쪽으로(즉, 가공방향에 대한 수직선을 기준으로 좌측 혹은 우측) 먼저 출발하는가에 따라 바뀌기 때문이다. 결국, 상수 값 C 는 그 형태가 '+'값이건 혹은 '-'값이건 아무런 상관이 없다. 이러한 이유 때문에, 본 연구에서는 상수 값 C 를 '+'값의 형태와 '-'값의 형태 모두 포함하는 절대값으로 고려하였다.

따라서 가공방향 L_1, L_2 에 있어서 절삭경로 길이는 $(h_{3,1} \cdot N_{3,1})$ 와 $(h_{3,2} \cdot N_{3,2})$ 에서 차이가 발생한다. 이러한 step-over 길이는 모두 $l_{1,3}$ 에서 발생하는 길이로써 식 (6), 식 (7)과 유사한 형태로 표현할 수 있다.

$$(h_{3,1} \cdot N_{3,1}) = \frac{1}{2} (l_{1,3} - C_{3,1}) \quad (8)$$

$$(h_{3,2} \cdot N_{3,2}) = \frac{1}{2} (l_{1,3} - C_{3,2}) \quad (9)$$

식 (8)과 식 (9)에서 $C_{3,1}, C_{3,2}$ 는 가정 2에 따라 $h_{3,1}, h_{3,2}$ 이고, $h_{3,1}, h_{3,2}$ 는 각각 $\frac{D}{\sin \theta_2}$ 와 $\frac{D}{\sin \theta_1}$ 의 값을 가진다. <그림 5>의 삼각형 형상에서 θ_j 의 관계는 $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3$ 이기 때문에, $C_{3,1} > C_{3,2}$ 가 된다. 결과적으로 식 (8)의 값이 식 (9)의 값보다 작다는 것을 알 수 있으며, 이것은 가공방향 L_1 의 L_{CP}^1 가 가공방향 L_2 의 L_{CP}^2 보다 더 짧다는 것을 의미한다. 이와 같은 방법으로 가공방향 L_1, L_3 에서 절삭경로 길이를 비교하면 L_{CP}^1 가 L_{CP}^3 보다 더 짧다는 것을 알 수 있다. 그러므로 가공방향에 따른 절삭경로 길이 차이는 다각형 형상에서 step-over 길이에 따른 변화라고 할 수 있으며, step-over 길이 변화는 θ_j 의 변화에 의해 영향을 받는다. 따라서 <그림 5>와 같은 삼각형 형상에서 가장 긴 변인 L_1 을 가공방향으로 결정하였을 때 절삭경로 길이를 최소화한다.

본 연구에서는 <그림 5>와 같은 삼각형 형상에 대해 가공방향에 따른 step-over 길이를 비교해 보았다. 그 결과가 <그림 7>에 나타나 있다. <그림 7>의 결과 그래프에서 가공방향이 임의의 변과 평행한 경우가 그렇지 않는 경우에 비해 상대적으로

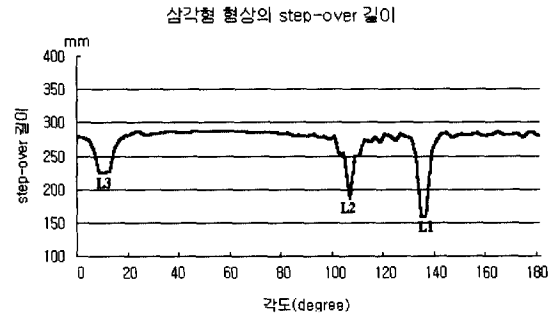


그림 7. 삼각형 형상의 step-over 길이 변화.

step-over 길이를 짧게 하였으며, 가장 긴 변인 L_1 과 평행하게 가공방향을 결정할 때 step-over 길이가 최소로 되었다.

3.2 직사각형 형상의 절삭경로 길이

<그림 8>과 같은 직사각형에서 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 90^\circ$ 이고, 변의 길이 크기가 $L_1 = L_3 > L_2 = L_4$ 그리고 $L_1 // L_3, L_2 // L_4$ 이라고 가정하자. 그러면 각 변의 길이에 비례하는 읍셋 경계의 길이 역시 $l_{1,1} = l_{1,3} > l_{1,2} = l_{1,4}$ 가 된다. 가공방향을 L_1, L_2 와 평행하게 결정하였을 때, 삼각형 형상에서의 같이 동일한 방법으로 공구경로 성분과 step-over 길이의 합으로 나타내면 직사각형 형상의 절삭경로 길이인 L_{CP}^1, L_{CP}^2 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$L_{CP}^1 = \frac{M_A}{D} + \frac{(l_{1,1} + l_{1,3})}{2} + (h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + (h_{4,1} \cdot N_{4,1}) \quad (10)$$

$$L_{CP}^2 = \frac{M_A}{D} + \frac{(l_{1,2} + l_{1,4})}{2} + (h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + (h_{3,2} \cdot N_{3,2}) \quad (11)$$

식 (10)과 식 (11)에서 $\frac{M_A}{D}$ 는 가정 1에 따라 모든 가공방향에서 같으므로 두 가공방향(L_1, L_2)에 따른 절삭경로 길이 비교기준은 $\frac{M_A}{D}$ 을 제외한 나머지 부분이 된다.

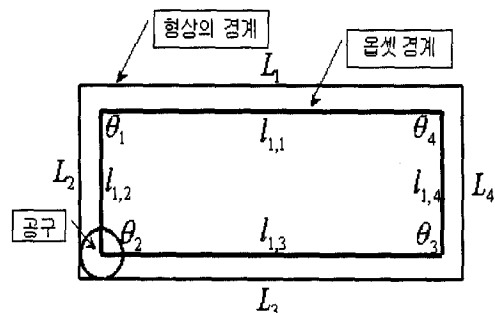


그림 8. 직사각형 형상의 읍셋 영역.

식 (10)에서 $\frac{l_{1,1} + l_{1,3}}{2}$ 을 가공방향 L_2 에서 발생하는 변 L_1 의 $l_{1,1}$ 과 변 L_3 의 $l_{1,3}$ 에 대한 step-over 길이로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{l_{1,1} + l_{1,3}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + 2(h_{3,2} \cdot N_{3,2}) + C_{1,2}\} \quad (12)$$

또는

$$\frac{l_{1,1} + l_{1,3}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + 2(h_{3,2} \cdot N_{3,2}) + C_{3,2}\} \quad (13)$$

그리고 식 (11)의 $\frac{l_{1,2} + l_{1,4}}{2}$ 을 가공방향 L_1 에서의 step-over 길이로 나타내면 식 (14) 또는 식 (15)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{l_{1,2} + l_{1,4}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + 2(h_{4,1} \cdot N_{4,1}) + C_{2,1}\} \quad (14)$$

또는

$$\frac{l_{1,2} + l_{1,4}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + 2(h_{4,1} \cdot N_{4,1}) + C_{4,1}\} \quad (15)$$

두 변이 서로 평행한 경우에 있어서 step-over 길이는 평행한 변의 합에서 발생하는 길이로 나타낼 수 있기 때문에 식 (12)와 식 (13) 그리고 식 (14)와 식 (15)는 서로 같다. 식 (12)와 식 (14)에서 $C_{1,2}, C_{2,1}$ 는 가정 2에 따라 각각 $h_{1,2}, h_{2,1}$ 로써 같은 값인 $\frac{D}{\sin \theta_1}$ 을 가진다.

따라서 가공방향 L_1 의 L_{CP}^1 와 가공방향 L_2 의 L_{CP}^2 는 서로 같다. 이와 같은 방법으로 가공방향 L_3, L_4 의 절삭경로 길이를 비교해보면, L_{CP}^3 와 L_{CP}^4 가 같다는 것을 알 수 있다. <그림 8>과 같은 직사각형 형상에서는 θ_i 가 모두 직각이기 때문에, 변과 평행한 모든 가공방향에서의 절삭경로 길이는 같다.

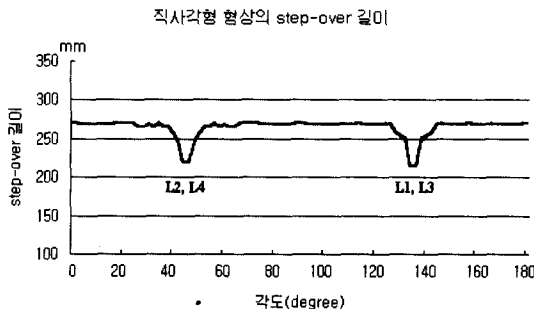


그림 9. 직사각형 형상의 step-over 길이 변화.

본 연구에서는 <그림 8>과 같은 직사각형 형상에 대해 가공 방향에 따른 step-over 길이를 비교해 보았으며, 그 결과가 <그림 9>에 나타나 있다. <그림 9>에서 가공방향 L_2, L_4 그리고 L_1, L_3 에서 step-over 길이가 최소로 됨을 알 수 있었다. 특히, 결과 그래프에서 직사각형 형상의 두 가공방향에 대한 step-over 길이가 수학적 모델과는 달리, 정확히 같은 길이로 나타나지는 않았다. 그 이유는 수학적 모델에서 고려한 가정 2, 즉 공구가 정확히 움셋 형상의 꼭지점을 지난다는 것을 만족하지 않기 때문에 발생하는 오차라 할 수 있다.

그러나 가정 2에 따른 오차는 step-over 길이 비교에 아무런 영향을 주지 못하는 작은 값이라는 것을 <그림 9>의 결과에서 알 수 있다. 따라서 <그림 9>의 결과는 제시한 수학적 모델의 결과와 동일하다고 말할 수 있다.

3.3 평행사변형 형상의 절삭경로 길이

<그림 10>과 같은 평행사변형에서 $\theta_1 = \theta_3 = \theta_2 = \theta_4$ 그리고 변의 길이 크기가 $L_1 = L_3 > L_2 = L_4$ 그리고 $L_1 // L_3, L_2 // L_4$ 이라고 가정하자. 그러면 각 변의 길이에 비례하는 움셋 경계의 길이 역시 $l_{1,1} = l_{1,3} > l_{1,2} = l_{1,4}$ 가 된다. 가공방향을 L_1, L_2 와 평행하게 결정하였을 때, 공구경로 성분과 step-over 길이의 합으로 나타내면 평행사변형 형상의 절삭경로 길이인 L_{CP}^1, L_{CP}^2 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$L_{CP}^1 = \frac{M_A}{D} + \frac{(l_{1,1} + l_{1,3})}{2} + (h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + (h_{4,1} \cdot N_{4,1}) \quad (16)$$

$$L_{CP}^2 = \frac{M_A}{D} + \frac{(l_{1,2} + l_{1,4})}{2} + (h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + (h_{3,2} \cdot N_{3,2}) \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)은 직사각형 형상의 수학적 모델에서 각각 식 (10), 식 (11)과 같다. 따라서 평행사변형의 L_{CP}^1 와 L_{CP}^2 는 직사각형에서와 같이 나타낼 수 있으며, 식 (12)와 식 (14)를 기준으로 살펴볼 때 평행사변형의 L_{CP}^1 와 L_{CP}^2 에서 $C_{1,2}, C_{2,1}$ 은 $h_{1,2}, h_{2,1}$ 로써 같은 값인 $\frac{D}{\sin \theta_2}$ 를 가진다.

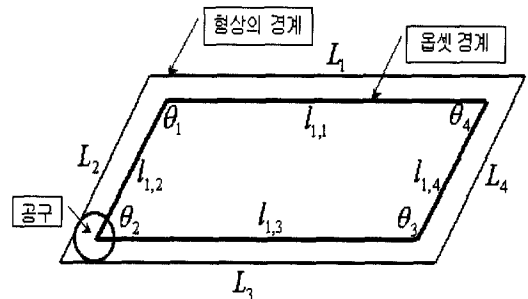


그림 10. 평행사변형 형상의 움셋 영역.

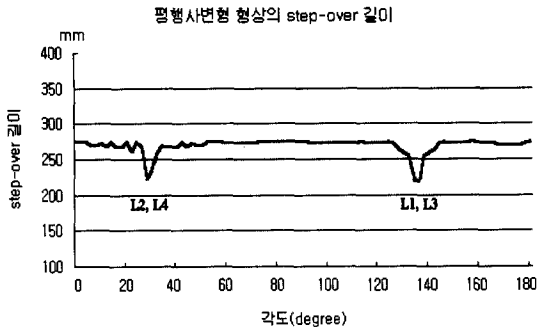


그림 11. 평행사변형 형상의 step-over 길이 변화.

따라서 가공방향 L_1 의 L_{CP}^1 와 가공방향 L_2 의 L_{CP}^2 는 서로 같다. 직사각형에서와 같은 방법으로 가공방향 L_3, L_4 의 절삭경로 길이를 비교해보면, L_{CP}^3 와 L_{CP}^4 가 같다는 것을 알 수 있다.

평행사변형은 직사각형 형상과 같은 결과를 얻을 수 있는데, 즉 변과 평행한 모든 가공방향에서의 절삭경로 길이는 같다. 본 연구는 <그림 10>과 같은 평행사변형 형상에 대해 가공방향에 따른 step-over 길이를 비교해 보았다. 평행사변형 형상의 결과는 <그림 11>에서처럼 직사각형 형상에서의 결과와 동일하다.

3.4 사다리꼴 형상의 절삭경로 길이

<그림 12>와 같은 사다리꼴에서 $\theta_1 > \theta_4 > \theta_3 > \theta_2$ 이고, 변의 길이 크기가 $L_2 > L_1 > L_4 > L_3$ 그리고 $L_2 // L_4$ 이라고 가정하자.

그러면 각 변의 길이에 비례하는 윗쪽 경계의 길이 역시 $l_{1,2} > l_{1,1} > l_{1,4} > l_{1,3}$ 가 된다. 가공방향을 L_1, L_2 와 평행하게 결정하였을 때, 공구경로 성분과 step-over 길이의 합으로 나타내면 사다리꼴 형상의 절삭경로 길이인 L_{CP}^1, L_{CP}^2 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$L_{CP}^1 = \frac{M_A}{D} + \frac{l_{1,1}}{2} + (h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + (h_{3,1} \cdot N_{3,1}) + (h_{4,1} \cdot N_{4,1}) \quad (18)$$

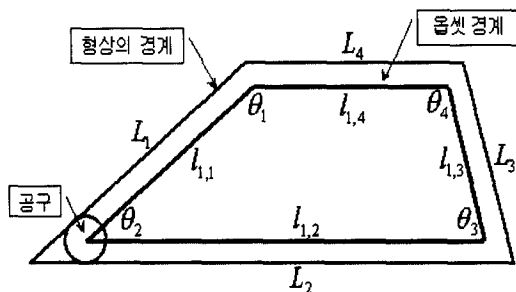


그림 12. 사다리꼴 형상의 웁셋 영역.

$$L_{CP}^2 = \frac{M_A}{D} + \frac{(l_{1,2} + l_{1,4})}{2} + (h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + (h_{3,2} \cdot N_{3,2}) \quad (19)$$

식 (18)과 식 (19)에서 $\frac{M_A}{D}$ 는 가정 1에 따라 모든 가공방향에서 같으므로 두 가공방향(L_1, L_2)에 따른 절삭경로 길이 비교기준은 $\frac{M_A}{D}$ 을 제외한 나머지 부분이 된다. 식 (18)에서 $\frac{l_{1,1}}{2}$ 을 가공방향 L_2 에서 발생하는 변 L_1 의 $l_{1,1}$ 에 대한 step-over 길이로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{l_{1,1}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + C_{1,2}\} \quad (20)$$

그리고 식 (19)의 $\frac{l_{1,2} + l_{1,4}}{2}$ 을 가공방향 L_1 에서의 step-over 길이로 나타내면 식 (21) 또는 식 (22)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{l_{1,2} + l_{1,4}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + 2(h_{4,1} \cdot N_{4,1}) + C_{2,1}\} \quad (21)$$

또는

$$\frac{l_{1,2} + l_{1,4}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{2,1} \cdot N_{2,1}) + 2(h_{4,1} \cdot N_{4,1}) + C_{4,1}\} \quad (22)$$

식 (21)과 식 (22)는 같기 때문에, 식 (20)과 식 (21)에서 $C_{1,2}, C_{2,1}$ 은 가정 2에 따라 각각 $h_{1,2}, h_{2,1}$ 로써 $\frac{D}{\sin \theta_2}$ 인 값을 가진다.

따라서 가공방향 L_1, L_2 에 있어서 절삭경로 길이는 $(h_{3,1} \cdot N_{3,1})$ 와 $(h_{3,2} \cdot N_{3,2})$ 에서 차이가 발생한다. 이 두 step-over 길이는 모두 $l_{1,3}$ 에서 발생하는 길이로써 식 (20)과 유사한 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$(h_{3,1} \cdot N_{3,1}) = \frac{1}{2} (l_{1,3} - C_{3,1}) \quad (23)$$

$$(h_{3,2} \cdot N_{3,2}) = \frac{1}{2} (l_{1,3} - C_{3,2}) \quad (24)$$

식 (23)과 식 (24)에서 $C_{3,1}, C_{3,2}$ 는 가정 2에 따라 $h_{3,1}, h_{3,2}$ 이고, $h_{3,1}, h_{3,2}$ 는 각각 $\frac{D}{\sin(\theta_4 - \theta_2)}$ 와 $\frac{D}{\sin \theta_3}$ 의 값을 가진다.

만약 <그림 12>의 $\theta_1 > \theta_4 > \theta_3 > \theta_2$ 조건에서 $\sin(\theta_4 - \theta_2)$ 가 $\sin \theta_3$ 보다 크다면, $C_{3,1} < C_{3,2}$ 이 되며 결과적으로 식 (23)과 식 (24)에서 $(h_{3,1} \cdot N_{3,1}) > (h_{3,2} \cdot N_{3,2})$ 이 된다. 따라서 $L_{CP}^1 > L_{CP}^2$ 가 되기 때문에 가공방향 L_2 의 절삭경로 길이가 가공방향 L_1 보다 더 짧다는 것을 알 수 있다. 하지만 $\sin(\theta_4 - \theta_2)$ 가 $\sin \theta_3$ 보다 작게 되면, $L_{CP}^1 < L_{CP}^2$ 가 되므로 가공방향 L_2 의 절삭경로 길이가 오히려 가공방향 L_1 보다 더

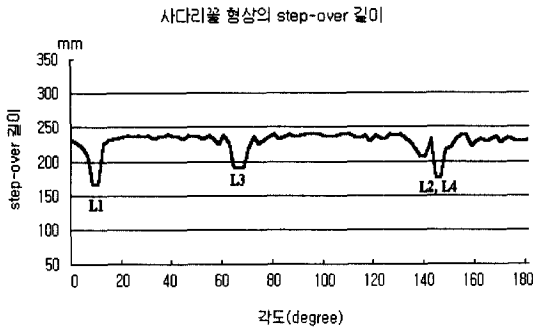


그림 13. 사다리꼴 형상의 step-over 길이 변화.

길어지게 된다.

결과적으로 <그림 12>와 같은 사다리꼴 형상에서는 삼각형 형상과 같이 반드시 가장 긴 변 평행하게 가공방향을 결정하는 것이 절삭경로 길이를 최소화하지 않을 수도 있기 때문에, 다음과 같은 방법으로 최적의 가공방향을 결정해야 한다. 사다리꼴 형상에서 가장 긴 변이 다른 변과 평행한 경우에 평행한 두 변의 길이 차가 나머지 변(평행하지 않는 변)의 길이와 비교해서 길다면 사다리꼴 형상에서 가장 긴 변을 최적의 가공방향으로 선택하고, 그렇지 않다면 평행하지 않는 변 중에서 긴 변을 최적의 가공방향으로 결정해야 한다. 이렇게 해야 하는 이유는 사다리꼴 형상에서 θ_j 의 대소관계와 $\sin \theta_j$ 의 대소관계가 반드시 같다고는 말할 수 없기 때문이다. 본 연구에서는 <그림 12>와 같은 사다리꼴 형상에 대해 가공방향에 따른 step-over 길이를 비교해 보았다. <그림 13>에서처럼 가장 긴 변이 아닌 변 L_1 에서 step-over 길이가 최소로 되는 것을 알 수 있었으며, 이러한 사실은 사다리꼴 형상의 특징 때문이라 말할 수 있다.

3.5 사각형 형상의 절삭경로 길이

<그림 14>와 같은 사각형에서 $\theta_3 > \theta_2 > \theta_1 > \theta_4$ 이고, 변의 길이 크기가 $L_2 > L_3 > L_1 > L_4$ 이라고 가정하자. 그러면 각 변의 길이에 비례하는 옴셋 경계의 길이 역시 $l_{1,2} > l_{1,3} > l_{1,1} > l_{1,4}$ 가 된다. 가공방향을 사각형 형상에서 두 변인 L_2, L_3

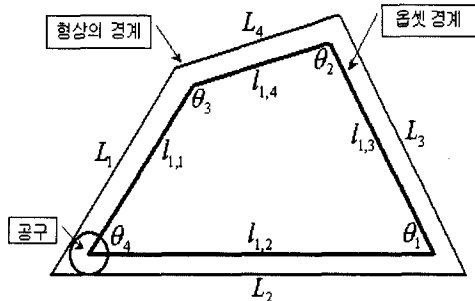


그림 14. 사각형 형상의 옴셋 영역.

와 평행하게 결정하였을 때, 사각형 형상의 절삭경로 길이를 공구경로 성분과 step-over 길이의 합으로 나타내면 L_{CP}^2, L_{CP}^3 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L_{CP}^2 = \frac{M_A}{D} + \frac{l_{1,2}}{2} + (h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + (h_{3,2} \cdot N_{3,2}) + (h_{4,2} \cdot N_{4,2}) \quad (25)$$

$$L_{CP}^3 = \frac{M_A}{D} + \frac{l_{1,3}}{2} + (h_{1,3} \cdot N_{1,3}) + (h_{2,3} \cdot N_{2,3}) + (h_{4,3} \cdot N_{4,3}) \quad (26)$$

식 (25)와 식 (26)에서 $\frac{M_A}{D}$ 는 가정 1에 따라 모든 가공방향에서 같으므로 두 가공방향(L_2, L_3)에 따른 절삭경로 길이 비교기준은 $\frac{M_A}{D}$ 을 제외한 나머지 부분이 된다.

식 (25)에서 $\frac{l_{1,2}}{2}$ 를 가공방향 L_3 에서 발생하는 변 L_2 의 $l_{1,2}$ 에 대한 step-over 길이로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{l_{1,2}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{2,3} \cdot N_{2,3}) + C_{2,3}\} \quad (27)$$

그리고 식 (26)의 $\frac{l_{1,3}}{2}$ 를 가공방향 L_2 에서의 step-over 길이로 나타내면 식 (28)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{l_{1,3}}{2} = \frac{1}{2} \{2(h_{3,2} \cdot N_{3,2}) + C_{3,2}\} \quad (28)$$

식 (27)과 식 (28)에서 $C_{2,3}, C_{3,2}$ 는 가정 2에 따라 각각 $h_{2,3}, h_{3,2}$ 와 같다. 여기서 $h_{2,3}, h_{3,2}$ 는 두 가공방향인 L_2, L_3 가 이루는 공통된 각을 기준으로 표현되기 때문에 같은 값인 $\frac{D}{\sin \theta_1}$ 를 가진다.

따라서 가공방향 L_2, L_3 의 절삭경로 길이에 대한 차이는 $(h_{1,2} \cdot N_{4,2}) + (h_{4,1} \cdot N_{4,1})$ 와 $(h_{1,3} \cdot N_{1,3}) + (h_{4,3} \cdot N_{4,3})$ 에서 발생한다. 이러한 step-over 길이는 모두 $l_{1,1}$ 과 $l_{1,4}$ 에서 발생하는 길이로써 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(h_{1,2} \cdot N_{1,2}) + (h_{4,2} \cdot N_{4,2}) = \frac{1}{2} \{ (l_{1,1} + l_{1,4}) - (C_{1,2} + C_{4,2}) \} \quad (29)$$

$$(h_{1,3} \cdot N_{1,3}) + (h_{4,3} \cdot N_{4,3}) = \frac{1}{2} \{ (l_{1,1} + l_{1,4}) - (C_{1,3} + C_{4,3}) \} \quad (30)$$

식 (29)와 식 (30)에서 $C_{1,2}, C_{4,2}$ 는 각각 $h_{1,2}, h_{4,2}$ 이고, $C_{1,3}, C_{4,3}$ 는 각각 $h_{1,3}, h_{4,3}$ 에 해당되는 길이이다. 가정 2의 조건에 따라 $h_{1,2}, h_{4,2}$ 는 각각 $\frac{D}{\sin \theta_4}$ 와 $\frac{D}{\sin(180 - (\theta_1 + \theta_2))}$ 이다. 그리고 $h_{1,3}, h_{4,3}$ 는 각각 $\frac{D}{\sin(180 - (\theta_1 + \theta_4))}$ 와 $\frac{D}{\sin \theta_2}$ 의 값을 가진다. <그림 14>의 사각형 형상에서 θ_j 의 크기가 $\theta_2 > \theta_3 > \theta_1 > \theta_4$ 이기 때문에, $C_{1,2} > C_{4,3}$ 이고 $C_{4,2} >$

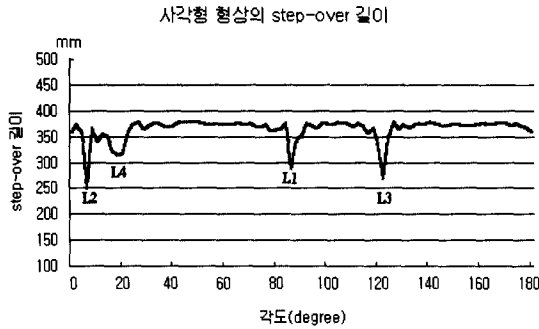


그림 15. 사각형 형상의 step-over 길이 변화.

$C_{1,3}$ 가 된다. 따라서 $C_{1,2} + C_{4,2}$ 가 $C_{1,3} + C_{4,3}$ 보다 더 큰 값을 가지게 된다.

결과적으로 식 (29)의 값이 식 (30)의 값보다 더 작기 때문에 가공방향 L_2 의 L_{CP}^2 가 가공방향 L_3 의 L_{CP}^3 보다 더 짧다는 것을 알 수 있다. 이와 같은 방법으로 가공방향 L_2, L_1 그리고 가공방향 L_2, L_4 의 절삭경로 길이를 비교해 보면, 가장 긴 변인 가공방향 L_2 가 다른 가공방향에 비해 절삭경로 길이를 더 짧게 한다는 것을 알 수 있다.

본 연구는 <그림 14>와 같은 사각형 형상에 대해 가공방향에 따른 step-over 길이를 비교해 보았다. <그림 15>에서처럼 사각형 형상에서 가장 긴 변과 평행한 가공방향에서 최소가 됨을 알 수 있었다. 이것은 사각형 형상에 대한 수학적 모델의 결과와 동일하다.

본 연구에서는 convex 형상인 삼각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴 그리고 사각형 형상에 대한 수학적 모델을 제시하였다. 제시한 수학적 모델을 통해 알 수 있는 것은 절삭경로 길이가 가공방향에 따른 step-over 길이에 의해 차이가 발생한다는 것이다. 이러한 step-over 길이를 짧게 하기 위해서는 다각형 형상의 변과 평행하게 가공방향을 결정해야 하며, 특히 가장 긴 변과 평행하게 가공방향을 결정하였을 때, 절삭경로 길이를 최소로 할 수 있다. 본 연구에서는 가공방향에 따른 절삭경로 길이 차이의 원인인 step-over 길이의 변화를 살펴보기 위해 제시한 수학적 모델을 토대로 시뮬레이션을 수행하였다. 삼각형과 사각형 형상인 경우, 가장 긴 변과 평행한 가공방향에서 step-over 길이를 최소화하였다. 직사각형과 평행사변형은 가공방향이 임의의 변인 경우에 있어서 step-over 길이가 최소로 됨을 알 수 있었다. 특히 시뮬레이션의 결과에서 가공방향이 임의의 변인 경우, step-over 길이에 대한 약간의 차이는 가정 2에 따른 것이라 말할 수 있다. 이러한 차이는 step-over 길이 비교에 아무런 영향을 주지 못하였다. 그리고 사다리꼴 형상은 평행조건에 의해 step-over를 최소화하는 가공방향이 항상 가장 긴 변과 평행하지 않을 수도 있다.

따라서 제시한 수학적 모델과 시뮬레이션 결과를 통해 살펴볼 때, 일반적인 N-convex 다각형 형상에 있어서 절삭경로 길이를 최소화하기 위해서는 기존연구에서와 같이 형상의 변 중

에서 가장 긴 변과 평행하게 가공방향을 결정해야 한다. 그 이유는 step-over 길이를 최소화하기 때문이다. 그러므로 공구경로 길이 최소화 문제는 step-over 길이와 공구후퇴 길이를 최소화하는 것이다.

4. 최소 공구후퇴 길이 계산 알고리즘

제시한 수학적 모델을 통해 절삭경로 길이는 step-over 길이에 의해 차이가 발생한다는 것을 알 수 있었다. Step-over 길이를 짧게 하기 위해서는 다각형 형상의 변과 평행하게 가공방향을 결정해야 하며, 특히 가장 긴 변과 평행하게 가공방향을 결정할 때 step-over 길이를 최소화할 수 있다. 따라서 공구경로 길이의 최소화 문제는 step-over 길이와 공구후퇴 길이의 합에 대한 최소화 문제로 단순화될 수 있다.

장애물(islands)을 포함하는 convex 혹은 concave 다각형 형상에서 공구경로 길이는 공구후퇴 길이까지 포함한 길이를 의미한다. 공구후퇴는 공구가 직접 작업을 내부를 가공하는 경로가 아니기 때문에, 비생산적인 것임에 틀림이 없다(Jeong et al., 1996; Jung and Ahluwala, 1994; Suh and Shin, 1996; Tang et al., 1998). 따라서 공구후퇴의 발생횟수와 길이가 가급적 최소가 되도록 하여야 한다. 공구후퇴의 발생횟수나 길이를 최소화하는 방법은 당연히 공구후퇴가 발생하지 않게 공구경로를 생성하는 것이다. 공구후퇴가 발생하지 않는다는 것은 가공방향이 작업물 형상에 존재하는 모든 반사윤곽(reflex profile)에 포함된다 것을 의미한다(<그림 16>). 반사윤곽에 포함되는 가공방향은 concave 영역에서 공구후퇴가 발생하지 않는다는 특징을 가진다(Held, 1991). 하지만 가공방향이 모든 반사윤곽에 포함되어 공구후퇴 길이가 전혀 발생하지 않는다 하여도 공구후퇴 길이를 갖는 다른 가공방향의 공구경로 길이보다 반드시 짧다고는 할 수 없을 것이다. 따라서 본 연구에서 제시하고자 하는 최적의 가공방향은 공구경로 길이에 따른 절삭시간을 최소화하는 가공방향으로 결정된다.

Zigzag 밀링가공에서 공구후퇴 길이는 공구가 가공되지 않고 남아 있는 잔여영역으로 이동하는 직선거리를 의미한다. 이러한 직선거리는 같은 가공방향에서 공구의 출발점(위치)이 어디인가에 따라 다르게 나타날 수 있다. 즉, 공구출발점이 바뀔수록 인해 공구후퇴 길이는 서로 다른 거리로 나타난다(<그림 17>).



그림 16. Concave 다각형 형상에서의 반사윤곽.

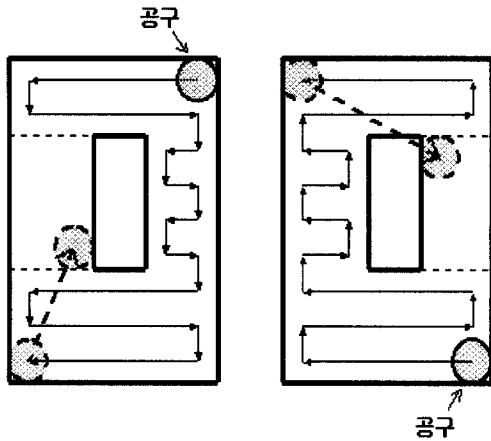


그림 17. 발생 가능한 서로 다른 공구후퇴 길이.

따라서 가공방향에 대한 공구후퇴 길이를 계산하기 위해서는 공구의 모든 출발 가능한 점을 고려하여 공구후퇴 길이를 계산해야 한다. 다시 말해서, 하나의 가공방향에 대한 공구후퇴 길이는 다각형 형상에서 모든 출발 가능한 점을 고려하여 찾아야 하는 이른바 최소 공구후퇴 길이가 되어야 한다.

하지만 최적의 가공방향을 결정하기 위해서 최소 공구후퇴 길이를 모든 가공방향($0 \sim 180^\circ$)에서 찾을 필요는 없다. 즉, 최소 공구후퇴 길이는 step-over 길이를 최소화하는 변과 평행한 가공방향에서만 찾을 된다. 이는 다음과 같은 이유 때문이다. <그림 18>에서 3개의 가공방향 A, B, C를 고려해 보자. 가공방향 A, B 구간, 즉 $\angle P_1 P_C P_2$ 사이에서 가공방향 A와 가공방향 B는 각각 step-over 길이가 가공방향 C보다 짧기 때문에 구간별 지역 최소점(Local Minimum Point)이 된다. 이는 제시한 수학적 모델의 결과를 통해 알 수 있었다. 그리고 가공방향 A와 가공방향 B에서의 공구경로 길이를 알고 있으며, 가공방향 A의 step-over 길이가 가공방향 B보다 더 짧다고 고려하자. 그리고 <그림 18>에서 가공방향 A의 공구후퇴 길이는 $P_1 P_2$ 사이의 직선거리이고, 가공방향 B의 공구후퇴 길이는 0이라고 가정하자. 더불어 변과 평행하지 않은 가공방향 C는 가공방향 A에 대해 θ 만큼 기울어져 있고 공구후퇴 길이는 $P_1 P_3$ 사이의 직선거리이다.

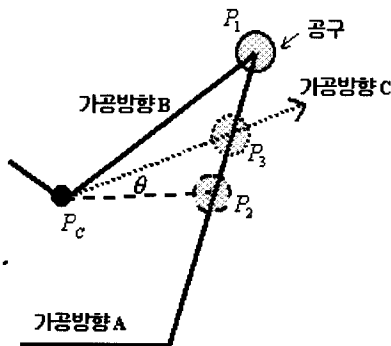


그림 18. 가공방향에 따른 공구후퇴 길이 변화.

만약 가공방향 A가 가공방향 B보다 공구경로 길이가 더 짧다면, 이것은 분명 step-over 길이가 더 짧기 때문이다. 왜냐하면 가공방향 B에서의 공구후퇴 길이는 0이기 때문이다. 그러면 가공방향 C는 가공방향 B보다 step-over 길이와 공구후퇴 길이($P_1 P_3$)가 더 길기 때문에, 가공방향 A보다 공구경로 길이가 더 길다는 것을 알 수 있다. 즉, 가공방향 A와 C의 공구경로 길이에 대한 대소관계를 알 수 없다하여도 가공방향 C가 가공방향 B보다 공구경로 길이가 더 길기 때문에, 가공방향 A의 공구경로 길이가 더 짧다는 것이다.

반대로, 만약 가공방향 B가 가공방향 A보다 공구경로 길이가 더 짧다면, 이것은 step-over 길이와 공구후퇴 길이의 합이 더 짧기 때문이다. 그렇다면 가공방향 C는 가공방향 B보다 step-over 길이와 공구후퇴 길이가 더 길기 때문에, 가공방향 B의 공구경로 길이가 더 짧게 된다. 결과적으로 최소 공구후퇴 길이는 변과 평행한 가공방향에서만 고려하면 되기 때문에, 최적 가공방향 결정을 위한 공구경로 길이 비교 역시 변과 평행한 가공방향에서만 이루어지면 된다.

임의의 가공방향에 대한 공구후퇴는 가공되지 않고 남아 있는 잔여영역으로 이동하는 길이를 의미하는데, 이때 잔여영역은 항상 다각형 형상의 concave 꼭지점을 중심으로 발생한다. 하지만 잔여영역은 다각형 형상의 모든 concave 꼭지점을 중심으로 발생하는 것은 아니다. 단지, 포함되지 않은 반사윤곽에서의 concave 꼭지점만을 중심으로 발생된다. 따라서 가공방향에 따른 잔여영역은 그 형태가 convex 형상일 수도 있고, concave 형상일 수도 있다(<그림 19>).

<그림 19>에서 가공방향은 3개의 반사윤곽 중에서 하나의 반사윤곽 A에만 포함되지 않기 때문에, 공구후퇴는 한 번의 발생 횟수를 가진다. 공구후퇴는 공구가 가공되지 않고 남아 있는 잔여영역으로 이동함으로써 발생한다. 이때 공구는 잔여영역의 정해진 점(위치)으로만 이동하게 되는데, 즉 공구가 가공되지 않고 남아 있는 잔여영역으로 이동할 수 있는 점(위치)은 정해져 있다는 것이다. 예를 들어, <그림 20>에서 공구가 P_1 에서 출발하여 P_2 까지 공구후퇴 없이 절삭작업을 수행했다고 가정해 보자. 그러면 공구는 P_2 에서부터 잔여영역으로

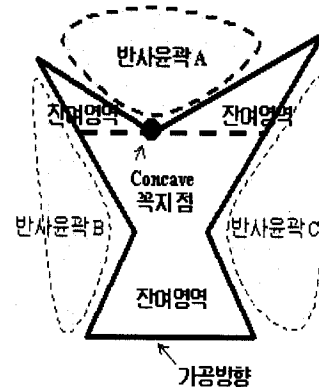


그림 19. 공구후퇴를 발생시키는 잔여영역.

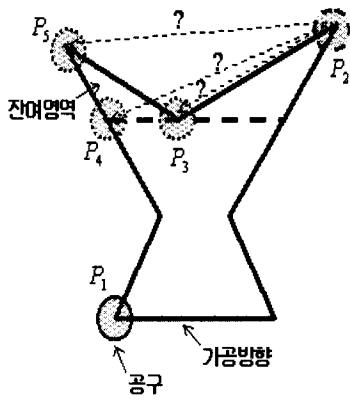


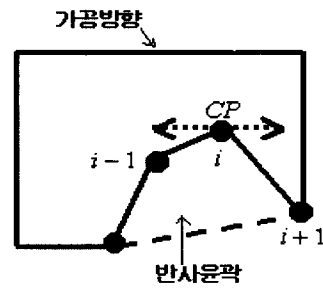
그림 20. 공구후퇴를 발생시키는 잔여영역.

이동할 때, 공구후퇴 길이 계산을 위해서 단지 3종류의 점인 P_3, P_4, P_5 만 고려하면 된다. 여기서, P_3 은 반사윤곽의 concave 꼭지점이고, P_4 는 다각형 형상을 잔여영역으로 구분하는 점을 의미한다. 그리고 P_5 는 가공방향에 대해 공구가 더 이상 절삭작업을 진행할 수 없는 점으로써, 항상 볼록 꺾질의 꼭지점이 되는 것은 아니다. 이러한 P_5 와 같은 점에 대한 의미는 본 연구에서 제시하는 알고리즘 단계에서 자세히 다루기로 한다. 따라서 P_2 에서 출발하여 3점(P_3, P_4, P_5)까지의 길이가 가장 짧은 것이 바로, P_1 에서 출발하여 P_2 까지 공구후퇴 없이 절삭작업을 수행했을 경우, 최소 공구후퇴 길이가 된다. 그러므로 하나의 가공방향에 대해 최소 공구후퇴 길이를 찾기 위해서는 공구의 출발점(P_1)을 가지는 잔여영역이 어디이고, 공구후퇴 없이 절삭작업을 수행할 수 있는 점(P_2)을 가지는 잔여영역이 어디이며 그리고 공구후퇴가 발생하여 공구가 이동되는 잔여영역과 그 잔여영역으로 이동할 수 있는 점들에 대한 모든 경우를 살펴보아야 한다.

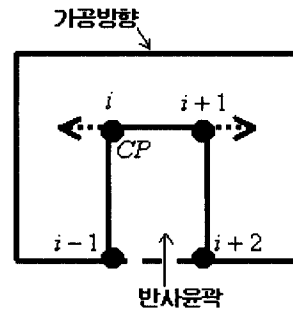
본 연구에서는 가공방향에 따른 최소 공구후퇴 길이를 계산하기 위해 새로운 알고리즘을 제시한다. 제시하고자 하는 알고리즘은 다각형 형상을 반사윤곽을 중심으로 공구후퇴가 발생하지 않는 잔여영역, 즉 세부영역(subregion)으로 구분하고, 이러한 세부영역에서 공구가 출발 가능한 점(위치)을 고려하였다. 제시한 알고리즘의 단계는 다음과 같다.

Step 1. 다각형 형상에 볼록 꺾질(convex hull)을 생성하고, 가공방향에 대해 CP(concave point)를 찾는다.

최소 공구후퇴 길이를 계산하기 위해 가장 먼저 해야 할 작업은 주어진 다각형 형상에 볼록 꺾질(convex hull)을 생성하는 것이다. 이러한 볼록 꺾질을 생성하게 되면, 다각형 형상에서 concave 부분, 즉 반사윤곽이 어디인가를 알 수 있다. 그리고 반사윤곽에 포함되는 점들 역시 알 수 있다. 다음으로 가공방향과 평행한 직선선분을 반사윤곽에 포함되는 점을 지나도록 생성한다. 직선선분이 지나가는 점을 중심으로 이전(previous)



(a) 직선선분 상에 하나의 점이 존재하는 경우



(b) 직선선분 상에 두 개의 점이 존재하는 경우

그림 21. 반사윤곽에서의 CP 결정.

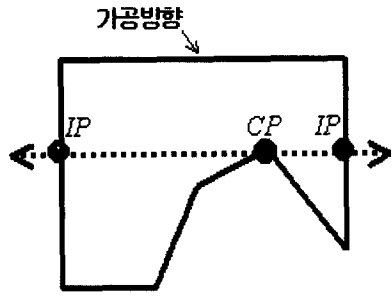
점과 이후(next) 점이 모두 직선선분의 같은 측면(side)에 존재하면, 직선선분이 지나가는 점이 바로 CP(concave point)이다(<그림 21(a)>). 그런데 이전 점 혹은 이후 점이 직선선분 상에 존재한다면, 같은 측면인가에 대한 비교는 두번째 이전 점 혹은 두번째 이후 점을 기준으로 이루어진다(<그림 21(b)>). 가공방향에 대한 CP가 반사윤곽에 존재하면, 이러한 반사윤곽은 공구후퇴를 발생시키는 반사윤곽이다(<그림 21>). 반대로, 반사윤곽에서 CP가 존재하지 않으면, 이러한 반사윤곽은 가공방향에 대해 공구후퇴가 발생하지 않기 때문에 고려할 필요가 없다.

만약 모든 반사윤곽에서 가공방향에 대한 CP가 존재하지 않는다면, 공구후퇴는 전혀 발생하지 않게 된다. 따라서 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M 은 0이 된다. TRL_M 은 step 11에서 설명하기로 한다.

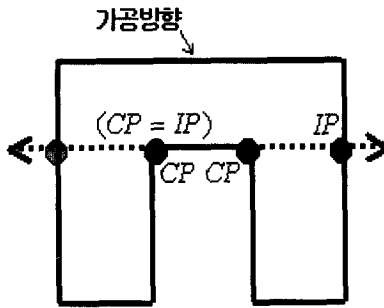
Step 2. 가공방향과 평행한 직선선분이 CP(concave point)를 지나도록 생성하고, IP(intersection point)와 EP(end point)를 찾는다.

Step 2에서는 이전 단계인 step 1에서 찾은 CP를 중심으로 IP(intersection point)와 EP(end point)를 찾는다.

IP는 다음과 같은 방법으로 찾을 수 있다(<그림 22>). 가공방향과 평행한 직선선분이 CP를 지나면서 다각형 형상의 경계와 교차하도록 생성한다. 이때 형상의 경계와 교차하는 두 점을 찾을 수 있는데, 이를 IP로 결정한다(<그림 22(a)>). 그런데 다각형 형상의 경계와 교차하는 점이 2개 이상인 경우가



(a) 형상의 경계와 교차하는 점이 2개인 경우



(b) 형상의 경계와 교차하는 점이 3개 이상인 경우

그림 22. 가공방향에 대한 IP 결정.

있다. 이러한 경우는 CP를 중심으로 양방향에서 가장 먼저 교차하는 점, 즉 거리 상으로 가장 가까운 두 점만을 고려한다. 이렇게 하는 이유는 가장 먼저 교차하는 점과 CP 사이가 바로 절삭작업이 가능한 작업물의 내부영역이기 때문이다. 하지만, <그림 22(b)>에서처럼 교차되는 점이 또 다른 CP와 같다면, 이러한 교차점은 IP가 아닌 CP로 한다.

EP(end point)는 step 1에서 CP를 결정하는 것과 같은 방법으로 찾을 수 있다(<그림 23>). 즉, 가공방향과 평행한 직선선분을 다각형 형상의 경계에 존재하는 점을 지나도록 생성한다. 이때 임의의 점을 지나는 직선선분을 중심으로 이전 점과 이후 점이 같은 측면에 존재하면, 이러한 점을 EP로 결정한다. 그리고 이전 점 혹은 이후 점이 직선선분 상에 존재하면, 같은 측면인가에 대한 비교는 두번째 이전 점 혹은 두번째 이후 점을 기준으로 이루어진다. 단, CP가 아니어야 한다.

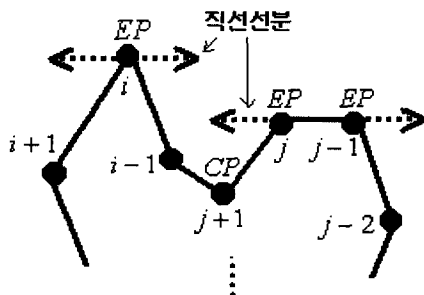


그림 23. 가공방향에 대한 EP 결정.

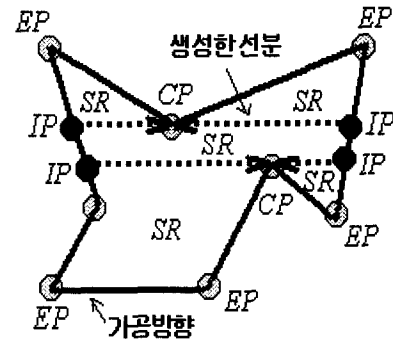
Step 3. 다각형 형상을 SR(subregion)로 분할하고 각 SR_i에 포함되는 CP, IP, EP를 찾는다.

$$SR_i(P_{i,j}) = \{ EP_{i,j}, IP_{i,j}, CP_{i,j} \}$$

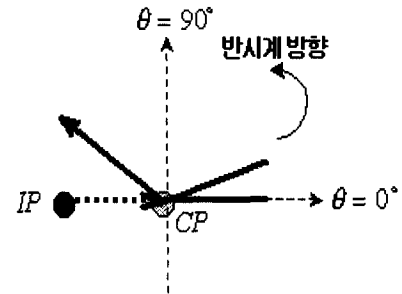
$$i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, M$$

Step 3은 다각형 형상에 존재하는 CP, IP, EP를 이용하여 공구후퇴가 발생하지 않는 세부영역인 SR(subregion)로 분할하는 단계이다(<그림 24>).

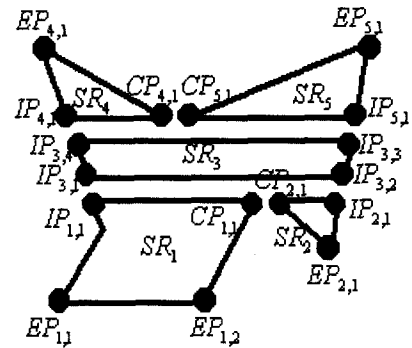
CP와 EP는 다각형 형상의 꼭지점이지만, IP는 꼭지점이 아닐 수 있다. 따라서 다각형 형상을 SR로 분할하기 위해서는 IP를 다각형 형상의 데이터 구조에 삽입해야 한다. IP는 다각형 형상의 경계가 되는 임의의 변(edge)에 항상 존재하기 때문에, 변을 구성하는 두 점 사이에 IP를 삽입할 수 있다. 그러면



(a) IP와 CP를 연결하는 선분 생성



(b) 반시계 방향으로의 각도 계산



(c) 다각형 형상을 SR로 분류

그림 24. 세부영역 SR_i에서의 EP_{i,j}, IP_{i,j}, CP_{i,j}.

다각형 형상은 IP를 포함하는 새로운 데이터 구조를 가지게 된다. 다음으로 IP와 CP를 지나는 가공방향과 평행한 선분(line)을 다각형 형상의 내부에 생성한다. 그리고 CP와 또 다른 CP를 지나는 가공방향과 평행한 선분을 생성하되, 다각형 형상의 경계가 아니어야 한다. 결과적으로 <그림 24(a)>에서처럼 다각형 형상은 공구후퇴가 발생하지 않는 세부영역인 SR로 구분될 수 있다. 그러면 세부영역 SR에 존재하는 각 CP, IP, EP를 찾아야 한다.

<그림 24(b)>에서 IP와 CP, CP와 CP를 지나는 선분을 선택하고, 시계 방향과 반시계 방향으로 연결 선분들과의 각도(θ)를 계산한다. 이러한 계산을 통해 연결 선분들 중에서 각도가 가장 큰 선분이 선택되어 지는데, 선택된 선분 상에 CP 혹은 IP, EP가 존재하는가를 조사한다. 그리고 선택된 선분을 새로운 각도 계산의 기준으로 한다. 그러면 각 세부영역의 가장 바깥쪽에 존재하는 CP, IP, EP를 찾을 수 있다. 단, 하나의 세부영역에 대한 CP, IP, EP의 중복은 피한다.

Step 3에서 $SR_i(P_{i,j})$ 는 SR_i 에 존재하는 점 $P_{i,j}$ 를 의미한다. $EP_{i,j}$ 는 i 번째 SR에서 j 번째 EP를 나타내고, $IP_{i,j}$ 는 i 번째 SR에서 j 번째 IP, $CP_{i,j}$ 는 i 번째 SR에서 j 번째 CP를 의미한다. 그리고 $SR_i(P_{i,j})$ 에서 i 는 세부영역을 의미하고, j 는 세부영역에 존재하는 각 EP, IP, CP를 의미한다. <그림 24c>는 각 SR_i 에서의 $EP_{i,j}$, $IP_{i,j}$, $CP_{i,j}$ 를 나타내고 있다.

Step 4. $EP_{i,j}$ 를 가지는 SR_i 를 분류한다.

가공방향에 따른 공구후퇴 길이는 공구가 어디서부터 출발하느냐에 따라 달라질 수 있다. Zigzag 밀링가공에서 공구경로는 일정간격의 직선선분(scan line)을 통해 생성되기 때문에, 공구경로의 연속성을 보장해야 한다. 이러한 사실은 zigzag 가공방법의 특징이라 할 수 있다(Held, 1991). 따라서 본 연구에서는 공구의 출발점을 가공방향에 따른 EP로 고려하였다.

본 연구에서 제시하는 공구후퇴 길이의 계산은 공구의 출발점인 $EP_{i,j}$ 를 갖는 SR_i 를 분류하여 모든 $SR_i(EP_{i,j})$ 를 기준으로 이루어진다. Step 4의 SR_i 에서 $i=1, \dots, n$ 이며, 이때 i 는 $EP_{i,j}$ 를 가지는 SR을 의미한다.

Step 5. $SR_i(EP_{i,j})$ 중에서 첫번째 $EP_{i,j}$ 를 선택하고, 이를 $SR_i(EP_s)$ 로 결정한다.

Step 5는 공구 출발점인 $SR_i(EP_s)$ 를 결정하는 단계이다. $SR_i(EP_s)$ 는 step 4에서 분류한 $SR_i(EP_{i,j})$ 중에서 첫번째 $EP_{i,j}$ 가 된다. $SR_i(EP_s)$ 에서 i 는 $i=1, \dots, n$ 이며 $EP_{i,j}$ 를 가지는 SR을 의미한다.

Step 6. EP_s 를 가지는 SR_i 에서부터 $EP_{i,j}$ 를 가지는 임의의 SR_j 까지를 공구의 진행 경로로 결정한다.

$$SR_i \Rightarrow SR_j, i, j=1, \dots, n (i \neq j)$$

공구는 처음 출발점에서부터 공구후퇴 없이 단 한번에 절삭할 수 있는 세부영역 SR_j 까지 진행하게 된다.

즉, 공구는 EP_s 를 가지는 SR_i 에서부터 $EP_{i,j}$ 를 가지는 임의의 SR_j 까지 공구후퇴 없이 진행하게 된다. SR_i 와 SR_j 에서 i, j 는 $EP_{i,j}$ 를 가지는 SR을 의미하고, $i \neq j$ 이다.

Step 7. SR_j 결정에 따른 위치관계를 $P_{i,j}$ 공유조건에 따라 판별한다.

Step 7은 공구가 공구후퇴 길이 없이 움직이게 되는 SR_j 에 대한 위치관계를 $P_{i,j}$ 의 공유조건에 따라 판별하는 단계이다. SR_i 에 대한 위치관계는 크게 3가지로 구분된다.

첫번째로, SR_i 와 SR_j 가 서로 연결되어 있는 위치관계이다. 이것은 SR_i 와 SR_j 가 같은 점을 공유하는가의 여부로 판별할 수 있다. <그림 25>에서 SR_i 의 IP와 SR_j 의 IP는 같은 점이기 때문에, SR_i 와 SR_j 는 서로 연결되어 있음을 알 수 있다.

두번째로, SR_i 와 SR_j 가 간접적으로 연결되어 있는 위치관계이다. SR_i 와 SR_j 가 서로 연결되어 있지 않아도, 공구는 공구후퇴 길이 없이 SR_j 까지 진행할 수 있는 경우가 있다(<그림 26>).

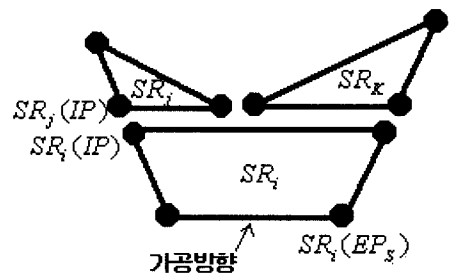


그림 25. SR_i 와 SR_j 가 같은 점을 공유하는 경우.

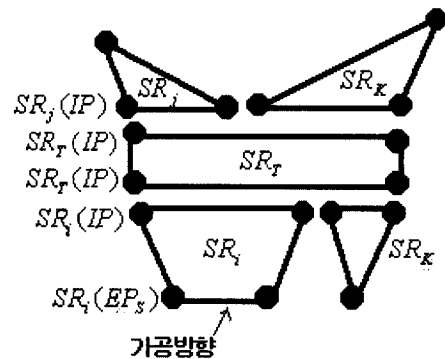


그림 26. EP를 포함하지 않는 SR_j 가 존재하는 경우.

< $P_{i,j}$ 공유조건에 대한 pseudo-code >

IF
 $SR_i(P_{i,j})$ 와 $SR_j(P_{i,j})$ 에서 같은 $P_{i,j}$ 가 존재하면, then k 의 범위를 $k=1, \dots, N(k \neq i, j)$ 로 설정한다. 이때 k 는 세부영역 SR 을 의미한다.

IF
 $k=0$ 이면, then go to Step 11

ELSE

IF
 $SR_k(CP_{k,j}) = SR_k(CP_{k,i})$ 이면, then
 $SR_k(P_{k,j}) = SR_k(EP_{k,j})$ 이고, go to Step 8

ELSE
 go to Step 8

ELSE

IF
 $SR_i(P_{i,j})$, $SR_j(P_{i,j})$ 에서 $SR_T(P_{T,j})$ 와 동일한 $P_{i,j}$ 가 존재하면, then k 의 범위를 $k=1, \dots, N(k \neq i, j, T)$ 로 설정한다.

IF
 $k=0$ 이면, then go to Step 11

ELSE

IF
 $SR_k(CP_{k,j}) = SR_k(CP_{k,i})$ 이면, then
 $SR_k(P_{k,j}) = SR_k(EP_{k,j})$ 이고,
 go to Step 8

ELSE
 go to Step 8

ELSE
 SR_i 에서 i 를 j 로 전환하고, SR_j 에서 j 를 k 로 전환한다. 단, $k \neq i$ 이다.

IF
 $SR_k(CP_{k,j}) = SR_k(CP_{k,i})$ 이면, then
 $SR_k(P_{k,j}) = SR_k(EP_{k,j})$ 이고,
 go to Step 8

ELSE
 go to Step 8

이러한 경우는 SR_i 와 SR_j 사이에 SR_T 가 존재하는 경우인데, 이때 SR_T 는 $EP_{i,j}$ 를 가지지 않는 SR 을 의미한다. SR_T 가 존재하는가에 대한 판별은 SR 와 SR_i 가 각각 SR_T 와 서로 다른 점을 공유하는가로 알 수 있다. 즉, $SR_T(P_{T,j}) = SR_i(P_{i,j})$ 그리고 $SR_T(P_{T,j}) = SR_j(P_{j,i})$, $SR_i(P_{i,j}) \neq SR_j(P_{j,i})$ 를 만족하게 되면, SR_i 와 SR_j 사이에 SR_T 가 존재하게

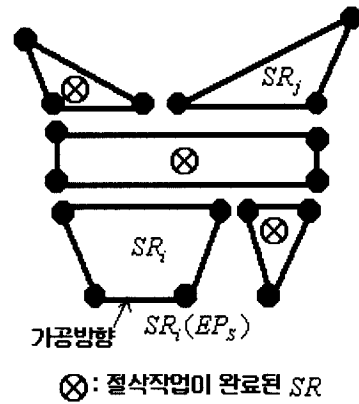


그림 27. SR_i 와 SR_j 가 서로 연결되어 있지 않은 경우.

된다.

세번째로, SR_i 와 SR_j 가 서로 연결되어 있지 않은 위치관계이다(<그림 27>). SR_i 와 SR_j 가 서로 연결되어 있지 않다면, SR_i 와 SR_j 사이에는 공구후퇴가 발생하게 된다. 그러면 SR_i 에서 i 를 j 로 전환하고, SR_j 에서 j 를 k 로 전환한다. SR_i 에서 i 를 j 로 전환하게 되면, 공구출발점인 EP_s 를 가지는 SR 과 공구후퇴 길이 없이 절삭 작업을 진행할 수 있는 SR 은 모두 같은 SR_i 가 된다. 그리고 SR_j 에서 j 를 k 로 전환하게 되면, step 6에서 결정된 SR_i 는 공구후퇴가 발생하여 공구가 이동하게 되는 SR_k 로 바뀌게 된다. 이렇게 하는 이유는 step 8에서 공구후퇴 길이 $Tr_{i,k}$ 를 계산하기 위함이다. 이때 $k=1, \dots, N(k \neq i)$ 이고 세부영역 SR 을 의미한다.

다음으로 공구후퇴가 발생하여 공구가 어떤 세부영역 SR_k 로 이동한다고 생각해 보자. 만약 세부영역 SR_k 가 다른 세부영역 SR_k 와 서로 같은 CP 를 공유한다면, 즉 $SR_k(CP_{k,j}) = SR_k(CP_{k,i})$ 이라면, 공구는 세부영역 SR_k 의 EP 로 이동해야 한다(<그림 28>).

<그림 28>에서 공구가 SR_k 의 EP 로 이동하게 되면 공구후퇴 없이 SR_k 와 SR_k 를 모두 절삭할 수 있다. 하지만 공구가 SR_k 의 CP (혹은 IP)로 이동하게 되면 세부영역 SR_k 와 SR_k

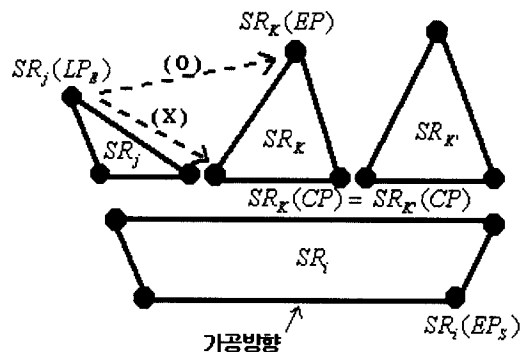


그림 28. SR_k 와 SR_k 가 같은 CP 를 공유하는 경우.

를 절삭하는 데 있어서 공구후퇴가 발생하기 때문에 공구후퇴 길이가 더 길어질 수 있다. 따라서 이러한 경우에 발생하는 공구후퇴 길이는 $SR_j(P_{i,j})$ 에서부터 $SR_k(EP_{k,j})$ 까지의 거리가 된다.

$SR_T(P_{T,j})$ 에서 T 는 $T=1, \dots, N(T \neq i, j)$ 이며 세부영역 SR 을 의미한다. 그리고 SR_k 와 SR_k 는 공구후퇴가 발생하여 공구가 이동하게 되는 SR 을 의미하는데, 이때 SR_k 에서 k 는 $k=1, \dots, N(k \neq i, j, k)$ 이고 세부영역 SR 을 의미한다.

Step 8. 공구후퇴 길이($Tr_{j,k}$)를 계산하고, SR_j 에서 j 를 J 로 전환한다.

$$Tr_{j,k} = \text{Min} \sqrt{\{SR_k(P_{k,j}) - SR_j(LP_E)\}^2}$$

Step 8은 공구후퇴가 발생하는 경우에 최소 길이를 계산하는 단계이다. 공구후퇴 길이 $Tr_{j,k}$ 는 공구가 이동할 수 있는 거리 중에서 가장 짧은 직선거리이다. 위 식에서 LP_E 는 공구 출발점 EP_S 로부터 가공방향으로 가장 멀리 존재하는 $SR_j(P_{i,j})$ 이다. 공구후퇴 길이가 계산되면, SR_j 에서 j 를 J 로 전환하게 되는데, 이때 J 는 step 10에서 사용하게 된다.

Step 9. $Tr_{j,k}$ 를 누적하여 TTr 을 계산한다.

$$TR = Tr_{j,k} + TTr$$

TR 을 TTr 에 대입한다.

Step 9는 공구가 더 이상 공구후퇴를 발생시키지 않게 될 때까지 계산되었던 모든 $Tr_{j,k}$ 를 누적하는 단계이다. Step 9에서 TTr 은 공구 출발점 $SR_i(EP_S)$ 에서부터 발생 가능한 경로의 누적 공구후퇴 길이를 의미한다. 그리고 TR 은 누적 공구후퇴 길이를 계산하기 위한 변수이다.

Step 10. SR_i 와 SR_j 에서 i, j 의 범위를 재 설정하고, $SR_k(P_{k,j})$ 를 $SR_i(EP_S)$ 로 전환하여 다음의 조건을 판별한다.

< $SR_i(EP_S)$ 재 결정에 따른 조건의 pseudo-code >

SR_j 에서 $j=1, \dots, N(j \neq i, J, T, k)$ 이다.
(j 는 세부영역 SR 을 의미.)

IF
 $j=0$ 이면, then go to Step 11
ELSE
go to Step 6

공구후퇴가 발생하게 되면, 공구는 이동하여 SR_k 의 임의의 점 $P_{k,j}$ 에 위치할 것이다. 그러면 SR_k 는 다시 공구 출발점을

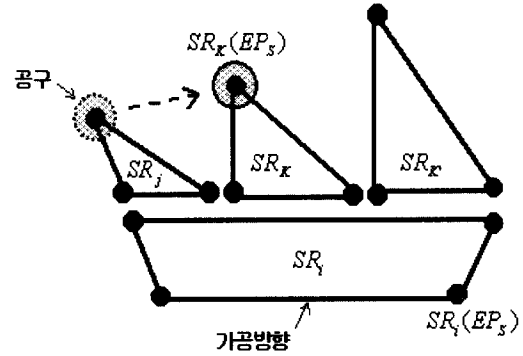


그림 29. 새로운 공구 출발점인 $SR_k(EP_S)$.

가지는 SR_i 가 된다. 이때 공구 출발점은 공구후퇴가 발생하여 공구가 이동된 $SR_k(P_{k,j})$ 가 새로운 $SR_i(EP_S)$ 로 된다(<그림 29>). 더불어, 공구후퇴의 발생과 무관하게 공구가 지나는 모든 SR 은 절삭 작업이 이미 끝났기 때문에 고려하지 않아야 한다. 그리고 새로운 출발점 $SR_i(EP_S)$ 에서부터 공구가 진행할 수 있는 SR_j 가 더 존재하는가를 살펴봐야 한다.

Step 11. TRL_M 선택을 위한 비교조건을 판별하고, SR_j 와 $SR_i(EP_S)$ 를 재 설정한다.

이제, 하나의 공구 출발점 $SR_i(EP_S)$ 에서 공구후퇴 길이 없이 공구가 진행할 수 있는 하나의 SR_j 를 고려하는 경우에 대한 공구후퇴 길이 계산이 완료되었다. 그러면 계산된 공구후퇴 길이가 임의의 가공방향에 대해 최소 공구후퇴 길이인가를 살펴봐야 한다. 즉, SR_j 와 $SR_i(EP_S)$ 가 계속적으로 바뀌면서 계산되는 누적 공구후퇴 길이 중에서 최소 공구후퇴 길이 TRL_M 을 선택하여야 한다. 이러한 TRL_M 은 임의의 가공방향에 대한 공구경로 길이 비교를 위해 계산되어질 최소 공구후퇴 길이이다.

< TRL_M 선택과 $SR_j, SR_i(EP_S)$ 의 재 설정에 대한 pseudo-code >

IF
 $TTr < TRL_M$ 이면, then TTr 을 TRL_M 에 대입한다.

ELSE
기존의 TRL_M 값을 유지한다.

IF
 SR_j 가 더 이상 존재하지 않으면, then 다음의 조건을 수행한다.

IF
 $SR_i(EP_S)$ 가 더 이상 존재하지 않으면, then go to Step 12

ELSE

새로운 $SR_i(EP_S)$ 와 i, j, k, k', T, J 의 범위를 재 설정하고, go to Step 5

- $i, j = 1, \dots, n$ (i, j 는 $EP_{i,j}$ 을 가지는 SR)
- $k, k', T = 1, \dots, N$
(k, k', T 는 세부영역 $SR, k \neq k'$)
- $J = 0$

ELSE

새로운 SR_j 와 j, k, k', T, J 의 범위를 재 설정하고, go to Step 6

- $j = 1, \dots, n$ (j 는 $EP_{i,j}$ 을 가지는 SR)
- $k, k', T = 1, \dots, N$
(k, k', T 는 세부영역 $SR, k \neq k'$)
- $J = 0$

그리고 step 11에서는 새로운 SR_i 혹은 $SR_i(EP_S)$ 를 선택한다. 하나의 공구 출발점 $SR_i(EP_S)$ 에서 공구후퇴 길이 없이 공구가 진행할 수 있는 또 다른 SR_j 가 존재한다면, 이 역시 공구후퇴 길이를 계산해야 할 것이다. 공구 출발점 $SR_i(EP_S)$ 에 대해 더 이상의 SR_j 가 존재하지 않는다면, $SR_i(EP_S)$ 로 새로운 $SR_i(EP_{i,j})$ 를 선택해야 한다. 가공방향에 대해 모든 $SR_i(EP_S)$ 를 고려하게 되면, 공구후퇴 길이 계산과정은 끝나게 된다. Step 11에서 TRL_M 은 모든 $SR_i(EP_{i,j})$ 에서 발생되는 누적 공구후퇴 길이 TTr 값 중에서 가장 작은 값을 의미한다. TRL_M 의 초기 값은 아주 큰 양의 상수 값이다.

Step 12. 최소 공구후퇴 길이 계산을 종료한다.

하나의 가공방향에 대한 최소 공구후퇴 길이 계산을 끝마친다. 제시한 알고리즘을 다각형 형상의 모든 가공방향에 대해 수행하게 되면, 각 가공방향에 대한 최소 공구후퇴 길이를 계산할 수 있다.

본 연구에서 제시하고 있는 최소 공구후퇴 길이 계산 알고리즘의 계략적인 순서도는 <그림 30>과 같다. 제시한 알고리즘의 단계에서 step 7과 step 11에 대한 순서도는 별도로 <그림 31>과 <그림 32>에 나타나 있다.

5. 최적 가공방향 결정

본 연구에서는 공구경로 길이를 최소화하는 가공방향을 결정하기 위해 절삭경로 길이를 최소화하는 방법과 공구후퇴 길이를 최소화하는 알고리즘을 제시하였다. 절삭경로 길이는 제시한 수학적 모델을 기초로 살펴볼 때, 공구가 다음 공구경로 성분으로 진행하기 위해 다각형 형상의 경계가 되는 선분을 따라 움직이는 길이인 step-over 길이에 의해 차이가 발생한다는

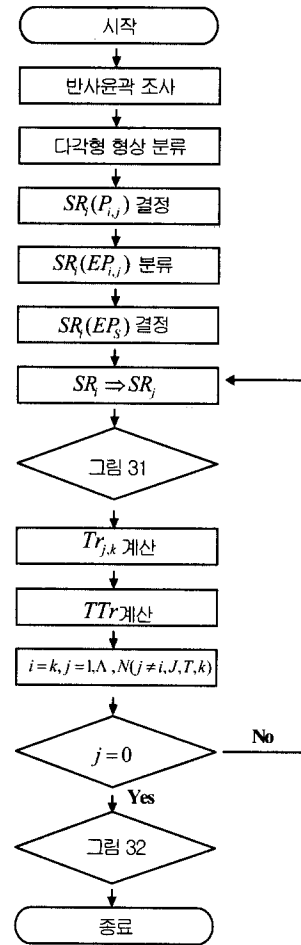


그림 30. 공구후퇴 길이 계산 알고리즘의 순서도.

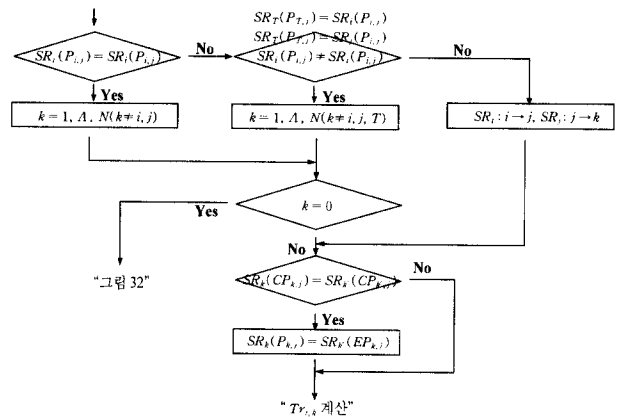


그림 31. $P_{i,j}$ 공유조건 순서도.

것을 알 수 있었다. Step-over 길이를 짧게 하기 위해서는 다각형 형상의 변과 평행하게 가공방향을 결정해야 하며, step-over 길이를 최소화하기 위해서는 가장 긴 변과 평행하게 가공방향을 결정해야 한다. 이러한 사실은 제시한 시뮬레이션 결과를 통해 알 수 있었다.

하지만 step-over 길이를 최소화한다고 해서 공구경로 길이

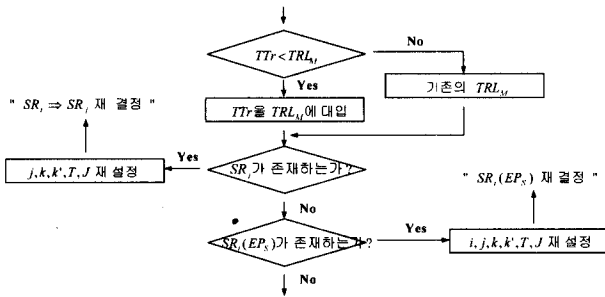


그림 32. TRL_M 선택과 $SR_j, SR_i(EP_S)$ 재설정 조건의 순서도.

까지 최소가 된다는 것은 아니다. 그 이유는 변과 평행한 가공 방향에서 비절삭경로인 공구후퇴 길이가 발생할 수 있기 때문이다. 본 연구에서는 임의의 가공방향에 대해 최소 공구후퇴 길이를 계산하기 위한 알고리즘을 제시하였다. 제시한 알고리즘은 공구 출발점인 EP를 기준으로 공구후퇴 길이를 계산하는 과정이다. 결과적으로 제시한 알고리즘을 통해 임의의 가공방향에 대한 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M 을 알 수 있었다.

본 연구에서 다루고 있는 공구경로 길이의 최소화 문제는 절삭경로 길이에 대한 문제와 공구후퇴 길이에 대한 문제로 구분될 수 있다. 왜냐하면, 절삭경로 길이와 공구후퇴 길이는 서로 영향을 미치지 않기 때문이다. 따라서 공구경로 길이는 절삭경로 길이인 L_{CP}^i 와 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M 의 합에 형태로 표현할 수 있다.

그러면, 이제 공구경로 길이를 기준으로 한 최적 가공방향을 결정해야 한다. 최적 가공방향은 공구경로 길이에 따른 절삭시간(cutting time)을 최소화하는 가공방향이다. 이러한 절삭시간은 본 연구에서 제시한 공구경로 길이를 이송속도(feedrate)로 나누어줌으로써 계산할 수 있다. 이송속도를 고려함에 있어서 주의할 점은 절삭경로에서의 이송속도와 공구후퇴에서의 이송속도가 다르다는 것이다. 즉, 공구후퇴를 위한 이송속도가 절삭경로의 이송속도보다 빠르다. 따라서 절삭경로 길이와 공구후퇴 길이를 각각의 이송속도로 나누어줌으로써 절삭시간을 알 수 있다(Hu et al., 1998; Jung and Ahluwala, 1994; Li et al., 1994).

본 연구에서는 공구경로 길이에 따른 절삭시간을 최소화하는 최적의 가공방향을 결정하기 위해 다음과 같은 수식적 모델을 제시한다.

$$\begin{aligned}
 & \text{“최적 가공방향”} \\
 & = \text{Min} \{ \text{가공방향에 따른 절삭시간(cutting time)} \} \\
 & = \text{Min} \left\{ \frac{\text{가공방향에 따른 공구경로 길이}}{\text{이송속도}(f \text{ mm/min})} \right\} \\
 & = \text{Min} \left\{ \left(\frac{l_{i,j}}{2} + \sum_{i=1(i \neq j)}^n h_{i,j} \cdot N_{i,j} \right) \frac{1}{f_A} + \frac{TRL_M}{f_B} \right\}
 \end{aligned}$$

여기서, f_A 는 절삭경로에 대한 이송속도(mm/min)이며, f_B

는 비절삭경로인 공구후퇴에 대한 이송속도(mm/min)이다. 그리고 $f_A < f_B$ 이다.

6. 실험 및 결과분석

본 연구에서는 <그림 33>과 같은 concave 다각형 형상에서 공구경로 길이인 step-over 길이와 공구후퇴 길이를 시뮬레이션을 통해 살펴보았다.

Step-over 길이는 <그림 33>의 형상에 대해 가공방향을 0~180°까지 변화시켜 계산하였다. 그 결과 제시한 수학적 모델에서처럼 가공방향에 따라 변과 평행한 경우에 있어서 step-over 길이가 짧게 나타났으며, 가장 긴 변과 평행할 때 step-over 길이가 최소로 되었다. 이러한 시뮬레이션의 결과가 <그림 34>에 나타나 있다.

본 연구에서는 step-over 길이를 짧게 하는 가공방향, 즉 다각형 형상에서 변과 평행한 가공방향에 대해 최소 공구후퇴 길이를 계산해 보았다. 이렇게 하는 이유는 두 변이 최소 각을 이루는 구간에서의 가공방향, 즉 변과 평행하지 않는 가공방향은 어느 한쪽 변에 대해서만 작거나 큰 공구후퇴 길이를 가지기 때문이다. 따라서 변과 평행하지 않는 가공방향의 공구경로 길이는 최소 각을 이루는 두 변 중 어느 한쪽 변보다 항상 크다는 것을 알 수 있다. 그러므로 최소 공구후퇴 길이 계산은 step-over 길이를 짧게 하는 구간별 최소점, 즉 다각형 형상의 변과 평행한 가공방향에서만 이루어지면 된다. 이러한 최소

{edge Length : edge7 > edge6 > edge3 > edge1 > edge4 > edge8 > edge5 > edge2 }

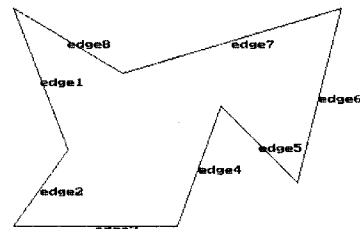


그림 33. Concave 다각형 형상.

Concave 형상의 step-over 길이

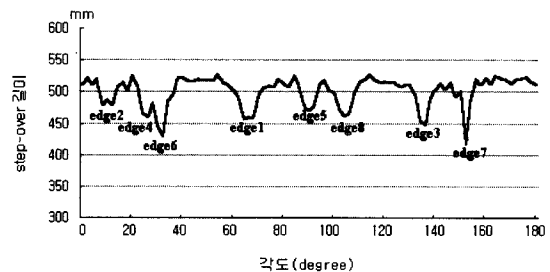


그림 34. Concave 다각형 형상의 step-over 길이 변화.

SR_i(3) → SR_j(2) ⇒ SR_k(1)
TRL_M=38.571429

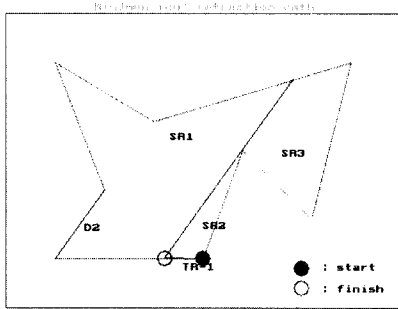


그림 35. D₂에서의 최소 공구후퇴 길이와 경로.

SR_i(1) → SR_j(2) ⇒ SR_k(3)
TRL_M=24.545455

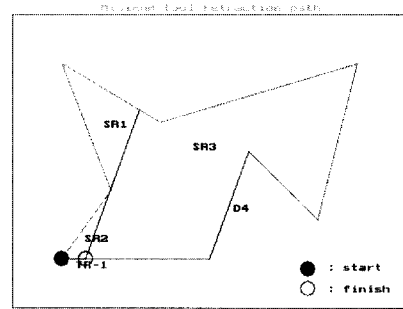


그림 37. D₄에서의 최소 공구후퇴 길이와 경로.

공구후퇴 길이 계산은 제시한 알고리즘을 이용하여 이루어졌다. <그림 33>의 다각형 형상에서 각 변인 *edge*_{*i*}를 가공방향 D_{*i*}로 결정하여 최소 공구후퇴 길이를 계산하였으며, 이때 *i*=1, ..., 8이다. 특히, 가공방향 D₁, D₅는 모든 반사영역에 포함되기 때문에 공구후퇴를 발생하지 않았다. 따라서 나머지 가공방향 D₂, D₃, D₄, D₆, D₇, D₈에 대한 최소 공구후퇴 길이와 그 경로의 시뮬레이션 결과가 각각 <그림 35>에서부터 <그림 40>까지에 나타나 있다.

<그림 35>는 가공방향 D₂로 결정하였을 때, 최소 공구후퇴 길이를 나타낸 시뮬레이션의 결과이다. 공구는 세부영역 SR_{*i*}(3)에서 출발하여 세부영역 SR_{*j*}(2)까지 공구후퇴 길이 없이 절삭가공을 하게 된다. 다음으로 공구는 가공되지 않고 남아 있는 세부영역 SR_{*k*}(1)을 가공하기 위해 이동하게 되는데, 이때 공구후퇴 길이가 발생하게 된다. 여기서 최소 공구후퇴 TR-1은 ●(start) 지점에서 ○(finish) 지점까지가 되고, 그 길이인 TRL_M은 38.57이다. 따라서 최소 공구후퇴 길이를 갖는 경로는 SR_{*i*}(3) → SR_{*j*}(2) ⇒ SR_{*k*}(1)이 된다.

<그림 36>은 가공방향 D₃에 대한 최소 공구후퇴 길이의 결과이다. 공구는 세부영역 SR_{*i*}(1)에서 세부영역 SR_{*j*}(2)까지 공구후퇴 길이 없이 절삭가공을 하게 되고, SR_{*k*}(3)으로 이동

함에 있어서 공구후퇴 길이를 발생시킨다. 그리고 SR_{*k*}(3)을 새로운 공구출발점을 가지는 세부영역으로 고려하여 SR_{*j*}(5)까지 진행하게 되고, SR_{*j*}(5)에서 SR_{*k*}(4)로 이동함에 있어서 또 다시 공구후퇴 길이를 발생시킨다. 결과적으로 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M은 160.84가 된다. 따라서 최소 공구후퇴 길이를 갖는 경로는 SR_{*i*}(1) → SR_{*j*}(2) ⇒ SR_{*k*}(3) 그리고 SR_{*j*}(3) → SR_{*j*}(5) ⇒ SR_{*k*}(4)이다.

<그림 37>은 가공방향 D₄의 최소 공구후퇴 길이의 결과로써, 공구는 SR_{*i*}(1)에서 SR_{*j*}(2)까지 절삭가공을 하게 되고, SR_{*k*}(3)으로 이동함에 있어서 공구후퇴 길이를 발생시킨다. 이때, 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M은 24.55이고 경로는 SR_{*i*}(1) → SR_{*j*}(2) ⇒ SR_{*k*}(3)이다.

<그림 38>은 가공방향 D₆에 대한 최소 공구후퇴 길이의 결과이다. 가공방향 D₆은 D₄와 같은 경로를 가지는데, 이때 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M은 32.50이다.

<그림 39>는 가공방향 D₇에 대한 최소 공구후퇴 길이의 결과이다. 공구는 SR_{*i*}(1)에서 SR_{*j*}(3)까지 공구후퇴 없이 절삭가공을 하게 되고, SR_{*k*}(2)로 진행함에 있어서 공구후퇴 길이를 발생시킨다. 이때, 최소 공구후퇴 길이인 TRL_M은 98.99이고 최소 공구후퇴 길이를 갖는 경로는 SR_{*i*}(1) → SR_{*j*}(3)

SR_i(1) → SR_j(2) ⇒ SR_k(3)
SR_i(3) → SR_j(5) ⇒ SR_k(4)
TRL_M=160.841534

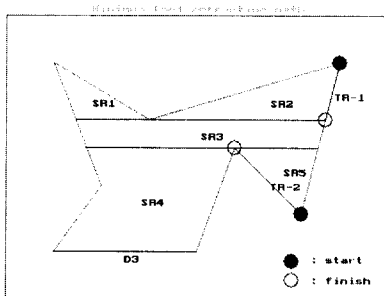


그림 36. D₃에서의 최소 공구후퇴 길이와 경로.

SR_i(1) → SR_j(2) ⇒ SR_k(3)
TRL_M=32.500000

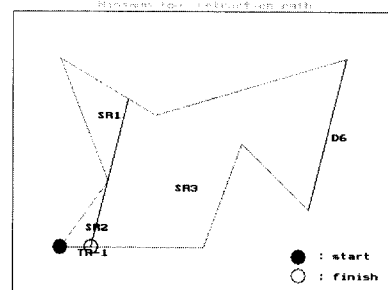


그림 38. D₆에서의 최소 공구후퇴 길이와 경로.

SRi(1) -> SRj(3) ==> SRk(2)
TRLn=98.994949

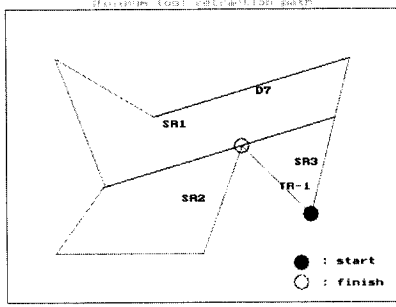


그림 39. D_7 에서의 최소 공구후퇴 길이와 경로.

SRi(1) -> SRj(2) ==> SRk(3)
TRLn=25.097165

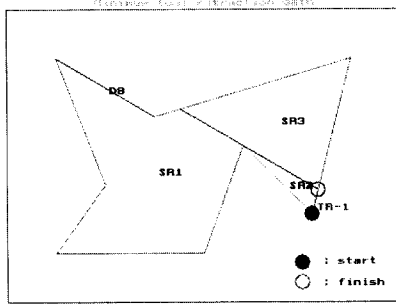


그림 40. D_8 에서의 최소 공구후퇴 길이와 경로.

⇒ $SR_k(2)$ 이다.

<그림 40>은 가공방향 D_8 에 대한 최소 공구후퇴 길이의 결과로써, 이 역시 가공방향 D_4 , D_6 과 같은 공구후퇴 경로를 가진다. 가공방향 D_8 에서 최소 공구후퇴 길이 TRL_M 은 25.10이다.

<표 1>은 <그림 33>과 같은 다각형 형상의 작업물에 대해 step-over 길이와 최소 공구후퇴 길이를 나타낸 것이다. 만약 절삭경로의 이송속도(f_A)가 10mm/min이고, 비 절삭경로인

표 1. 공구경로 길이와 최적 가공방향(*)

가공방향 \ 항목	Step-over 길이	최소 공구후퇴 길이	절삭시간
$edge_1(D_1)$	456	0.00	45.60
$edge_2(D_2)$	479	38.57	49.83
$edge_3(D_3)$	447	160.84	52.74
$edge_4(D_4)$	459	24.54	47.13
$edge_5(D_5)$	470	0.00	47.00
$edge_6(D_6)$	429	32.50	44.53*
$edge_7(D_7)$	416	98.99	46.55
$edge_8(D_8)$	461	25.10	47.36

공구후퇴의 이송속도(f_B)가 20mm/min이라면, 절삭시간을 최소화하는 최적 가공방향은 $edge_6(D_6)$ 이 된다. 결과적으로 본 연구에서 제시한 공구경로 길이를 기초로 하여 이송속도를 고려함으로써 절삭시간을 최소화하는 최적 가공방향을 결정할 수 있다.

7. 결론

본 연구에서는 zigzag 밀링가공에서 공구경로 길이를 최소화하는 가공방향 결정방법을 제시하였다. 공구경로 길이는 절삭 경로 길이와 비 절삭경로 길이로 구분되는데, 이 중에서 절삭 경로 길이에 대한 변화를 살펴보기 위해서 삼각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴 그리고 사각형 형상에 대해 수학적 모델과 step-over 길이에 대한 시뮬레이션 결과를 제시하였다. 결과적으로 절삭경로 길이 변화는 형상의 변화 관련된 step-over 길이에 크게 영향을 받는다는 것을 알 수 있었다. 또한 본 연구에서는 비 절삭경로 길이인 공구후퇴 길이를 계산하는 알고리즘을 제시하였다. 제시된 알고리즘은 공구후퇴가 발생하는 반사운곽을 기준으로 이루어졌으며, 가공방향에 따른 최소 공구후퇴 길이를 계산할 수 있었다.

따라서 본 연구에서는 장애물(islands)을 포함하는 convex 혹은 concave 다각형 형상에 대해 공구경로 길이에 따른 절삭시간을 최소화하는 최적 가공방향 결정방법을 제시하였다. 본 연구에서 제시하는 최적의 가공방향은 step-over 길이와 최소 공구후퇴 길이에 이송속도를 고려하여 절삭시간이 최소가 되는 가공방향이다. 제시한 최적의 가공방향으로 공구경로를 생성함으로써 zigzag 밀링가공에서 절삭시간을 줄일 수 있다. 향후, 절삭경로에서 공구의 움직임에 대한 가속과 감속의 발생을 최소화하는 문제 그리고 비 절삭경로인 공구후퇴에 있어서 길이뿐만 아니라 발생횟수 역시 최소화하는 문제 등을 함께 고려한 연구가 필요하다.

참고문헌

- Bala, M. and Chang, T. C. (1991), Automatic cutter selection and optimal cutter path generation for prismatic parts, *Int. J. Prod. Res.*, **29** (11), 2163-2176.
- Chuang, S. H. and Lin, W. S. (1997), Tool-Path Generation for Pockets with Freeform Curves Using Bezier Convex Hulls, *The International Journal of Advanced manufacturing Technology*, **13**, 109-115.
- Chuang, S. H. and Pan, C. C. (1998), Rough Cut Tool Path Planning for B-spline Surface Using Convex Hull Boxes, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **14**, 85-92.
- Held, M. (1991), *On the Computational Geometry of Pocket Machining*, Springer-Verlag.
- Hu, Y. N., Tse, W. C., Chen, Y. H. and Zhou, Z. D. (1998),

- Tool-Path Planning for Rough Machining of a Cavity by Layer-Shape Analysis, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **14**, 321-329.
- Jeong, J. H., Park, H. J. and Kim, K. S. (1996), Zigzag Tool Path Generation Using Neural Networks, *Proceedings of the '96 Society of CAD/CAM engineers*, 79-84.
- Jung, J. Y. and Ahluwalia, R. S. (1994), Feature-Based Noncutting Tool Path Selection, *Journal of Manufacturing Systems*, **13**(3), 165-176.
- Kim, B. K., Park, J. Y. and Wee, N. S. (1997), Determination of Cutting Orientation in Zigzag Milling Operation: A Geometrical Approach, *Transactions of the Society of CAD/CAM Engineers*, **2**(3), 186-194.
- Lakkaraju, R. K., Raman, S. and Irani, S. A. (1992), An analytical model for optimization of NC tool cutting path, *Int. J. Prod. Res.*, **30** (1), 109-127.
- Lee, K. W. and Kim, T. J. (1994), Generation of tool-path with selection of proper tools for rough cutting process, *Computer-Aided Design*, **26**(11), 822-831.
- Li, H., Dong, Z. and Vickers, G. W. (1994), Optimal toolpath pattern identification for single island, sculptured part rough machining using fuzzy pattern analysis, *Computer-Aided Design*, **26**(11), 787-795.
- Lin, A. C. and Gian, R. (1999), A Multiple-Tool Approach to Rough Machining of Sculptured Surfaces, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **15**, 387-398.
- Marshall, S. and Griffiths, J. G. (1994), A survey of cutter path construction techniques for milling machines, *Int. J. Prod. Res.*, **32**(12), 2861-2877.
- Prabhu, P. V., Gramopadhye, A. K. and Wang, H. P. (1990), A general mathematical model for optimizing NC tool path for face milling of flat convex polygonal surfaces, *Int. J. Prod. Res.*, **28**(1), 101-130.
- Sarma, S. E. (1999), The crossing function and its application to zig-zag tool paths, *Computer-Aided Design*, **31**(14), 881-890.
- Suh, S. H. and Shin, Y. S. (1996), Neural Network Modeling for Tool Path Planning of the Rough Cut in Complex Pocket Milling, *Journal of Manufacturing Systems*, **15**(5), 295-304.
- Tang, K., Chou, S. Y. and Chen, L. L. (1998), An algorithm for reducing tool retractions in zigzag pocket machining, *Computer-Aided Design*, **30**(2), 123-129.
- Veeramani, D. and Gau, Y. S. (1995), Analytical models for optimal NC machining of regular convex polygonal pockets, *Computers and Industrial Engineering*, **29**(1-4), 663-667.
- Veeramani, D. and Gau, Y. S. (1998), Model for tool-path plan optimization in patch-by-patch machining, *Int. J. Prod. Res.*, **36** (6), 1633-1651.
- Wang, H. P., Chang, H. and Wysk, R. V. (1988), An Analytical Approach to Optimize NC Tool Path Planning for Face Milling Flat Convex Polygonal Surfaces, *IIE Transactions*, **20**(3), 325-332.
- Wang, H. P., Chang, H., Wysk, R. V. and Chandawarkar, A. (1987), On the Efficiency of NC Tool Path Planning for Face Milling Operations, *Transactions of the ASME*, **109**(4), 370-376.