복합재료 그물형 공간 트러스의 점탄성적 비선형 해석

Nonlinear Viscoelastic Analysis of Reticulated Spatial Truss Composed of Composite Materials

한 성 천[1)] · 장 석 윤[2)]

Han, Sung Cheon Chang, Suk Yoon

요 약 : 본 연구는 Arc-length method를 이용한 복합재료 공간 구조물의 대변형 거동의 관찰에 관한 것이다. 비선형 평형경로의 각각의 하중단계에서 자동적으로 Arc-length 크기를 변화시켜 하중-변위 관계곡선을 추적할 수 있도록 하였다. 복합재료 공간 트러스의 점탄성 해석은 quasi-elastic 방법을 사용해 탄성해를 구하였다. Micro Mechanical Materials Modeling 방법을 사용하여 탄성계수를 결정하였고 하중조합에 따른 비선형 하중-변위 곡선을 추적하였다. 본 연구의 효과를 검증하기 위하여 그물형 공간 트러스를 다른 방법의 결과들과 비교하였다.

ABSTRACT : The present study is concerned with the arc-length method in the investigation of the large deflection behavior of spatial structures with composite materials. This study should be able to trace the main equilibrium path by automatically varying the arc-length size of individual solution steps with the variation of the curvature of the nonlinear equilibrium path. A quasi-elastic method is used for the solution of viscoelastic analysis of the reticulated spatial structures. Elastic modulus of composite materials is defined by micro mechanical materials modeling method and nonlinear equilibrium path is traced with various load types. To demonstrate the effectiveness of the present strategies, numerical examples of reticulated spatial truss is given and compared with solutions using other methods.

핵 심 용 어 : 비선형 해석, 점탄성적 해석, 복합재료, 그물형 공간 트러스, 유사-탄성법, Micro Mechanical Materials Modeling 방법.

KEYWORDS : Nonliner Analysis, Viscoelastic Analysis, Composite Materials, Reticulated Spatial Truss, Quasi-elastic method, Micro Mechanical Materials Modeling Method.

1) 정회원, 대원과학대학 토목과 조교수, 공학박사
2) 정회원, 서울시립대학교 토목공학과 교수, 공학박사

본 논문에 대한 토의를 2002년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

복합재료에는 합성 고분자 수지가 사용된다. 고분자 재질은 사용온도 내에서 상당한 점탄성적 거동을 보인다. 결과적으로 복합재료 구조물에 고분자 재료들을 사용함으로써 이 재질들의 물성치는 시간에 따라 변화할 수 있으며, 예기치 못한 성능저하 등을 정확히 평가할 필요가 있다. 하지만 지금까지는 추정 가능한 사용조건하에서 복합재료로 구성된 구조물의 성능저하를 체계적으로 분석하려는 시도가 없었다. 본 연구에서는 점탄성 해석을 위한 방법으로 Schapery[1]의 Quasi-elastic 방법을 사용하여 그물모양 공간 구조물의 비선형 해석을 수행하였다. 쉘 모양의 공간 트러스는 여러개의 극한점들을 가지는 다양한 평형경로가 존재하기 때문에 이러한 구조물의 기하학적 비선형 거동을 해석하기는 쉽지 않다.

비선형 해석은 이해하기에 어려운 점이 있고 방대한 전산작업을 요구한다. 그럼에도 불구하고 비선형 해석이 절실히 요구되는 주된 이유는 엄밀한 설계기준을 설계자에게 제공해야 할 필요성 때문이다. 선형 범위내로 제한받던 설계자가 선형 범위밖의 하중-변위 평형경로를 알게 되면 더욱 엄밀한 설계기준을 적용할 수 있을 것이다.

Jagnnathan 등[2]은 비선형 유한요소법을 사용하여 트러스 구조물의 극한하중까지의 거동을 추적하였으며, Powell 과 Simons[3]는 변위증분법을 사용하여 평면트러스의 기하학적 비선형 거동을 포함하는 탄소성 해석을 수행하였으며, Papadrakakis[4]는 벡터 반복법을 사용하여 공간트러스의 Snap-through 거동을 해석하였다. Kwok 등[5]은 신뢰 영역 유사-뉴튼 및 터널링 방법을 개발하여 여러개의 극한점을 갖는 공간 트러스의 비선형 거동을 파악하였으며 Bellini와 Chulya[6]는 Cylindrical arc-length method를 사용하여 비선형 유한요소해석을 수행하였다. 국내에서는 김문영 등[7],[8],[9]이 하중/변위 증분법과 Cylindrical arc-length method를 사용하여 비선형 유한요소 해석을 하였다.

본 논문에서는 쉘 모양을 갖는 공간 트러스의 기하학적 비선형 점탄성 거동을 해석하기 위하여 비선형 평형경로의 곡률변화를 각각의 하중단계에서 하중증분의 부호결정에 적용시켜 여러개의 극한점을 갖는 복합재료 공간 구조물의 하중-변위 관계곡선을 추적하였고 시간의 변화에 따른 재료의 점탄성적 거동에 의한 구조물의 하중-변위 관계를 제시하였다.

2. 비선형 유한요소 해석

2.1 비선형 유한요소 방정식

비례하중을 받는 비선형 정적 평형방정식은 식 (1)과 같다.

$$[K_T]\{\Delta u^{n+1}\} = -\{\Delta P(\lambda^{n+1})\} \qquad (1)$$

여기서

$$[K_T] = \int\int\int [B_L^n]^T [D^n][B_L^n]dV + \int\int\int [B_{NL}^n]^T [\bar{\sigma}^n][B_{NL}^n]dV$$

$$\{\Delta P(\lambda^{n+1})\} = \{R^{n+1}\} - \lambda^{n+1}\{F_0\}$$

$$\{R^{n+1}\} = \int\int\int [B_L^n]^T \{\sigma^n\} dV$$

$[B_L]$, $[B_{NL}]$, $\{\sigma\}$ 와 $[\bar{\sigma}]$는 Bathe[10]에 주어져 있다. 또한 $[D]$, λ 와 $\{F_0\}$는 각각 전체 좌표계에서의 응력-변형율 관계행열, 하중 파라미터 그리고 하중 벡터이다.

유한요소로는 2절점 트러스 요소를 사용하였고 요소의 증분 변위장은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{2} H_n(\xi, \eta, \zeta) \begin{Bmatrix} \Delta u_n \\ \Delta v_n \\ \Delta w_n \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 ξ, η, ζ 는 요소의 국부좌표계이고 $H_n(\xi, \eta, \zeta)$는 형상함수이다.

2.2 반복계산 방법

증분변위의 관계는 식 (3)과 같다.

$$\{\Delta_t u^{n+1}\} = \{\Delta_t u^n\} + \{\Delta u^{n+1}\} \quad (3)$$

여기서 $\{\Delta u^{n+1}\}$은 첫 번째 반복계산 후의 변위의 증분이고 $\{\Delta u_t^{n+1}\}$은 하중단계에서의 변위 증분의 총합이다. 또한 하중증분 파라미터 $\Delta\lambda^{n+1}$을 사용하면 식 (1)은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[K_T]\{\Delta u^{n+1}\} = -\{\Delta P(\lambda^n)\} + \Delta\lambda^{n+1}\{F_0\} \quad (4)$$

여기서

$$\{\Delta P(\lambda^n)\} = \{R^{n+1}\} - \lambda^n\{F_0\}$$

식 (4)에서 증분변위 $\{\Delta u^{n+1}\}$를 구하면 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\{\Delta u^{n+1}\} = \{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} + \Delta\lambda^{n+1}\{u_T\} \quad (5)$$

여기서

$$\{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} = -[K_T]^{-1}\{\Delta P(\lambda^n)\}$$

$$\{u_T\} = [K_T]^{-1}\{F_0\}$$

변위 벡터의 구속방정식을 식 (6)과 같이 생각할 수 있다.

$$\{\Delta_t u\}^T\{\Delta_t u\} + \alpha^2\Delta\lambda^2 = (\Delta l)^2 \quad (6)$$

여기서 α는 Bergan의 Current stiffness parameter와 연관지어 생각할 수 있다. Arc-length method에서 Δl과 α의 결정은 매우 중요한 문제로 인식되고 있다. 먼저 α를 고려하여 보면 상수와 변수를 포함하는 몇가지의 경우가 보고되어 있다. 그 중에 3가지의 대표적인 경우가 아래와 같다.

경우 A : $\alpha^2 = 1$

$$\{\Delta_t u\}^T\{\Delta_t u\} + \Delta\lambda^2 = (\Delta l)^2 \quad (7)$$

이 경우는 Spherical arc-length method로 알려져 있으며 Crisfield[11]와 Ramm[12]에 의해 제안되었다.

경우 B : $\alpha^2 = 0$

$$\{\Delta_t u\}^T\{\Delta_t u\} = (\Delta l)^2 \quad (8)$$

이 경우는 Cylinderical arc-length method로 알려져 있으며 Crisfield[11]에 의해 제안되었다.

경우 C : $\alpha^2 = S_P$

$$\{\Delta_t u\}^T\{\Delta_t u\} + S_P\Delta\lambda^2 = (\Delta l)^2 \quad (9)$$

여기서 S_P 는 Bergan[13],[14]에 의해 제안된 Current stiffness parameter 이고 경우 C의 방법은 Park[15]이 최초로 제안하고 Bellini 와 Chulya[6]가 수정하였으며 Ellipsoidal arc-length method로 알려져 있다.

$\Delta\lambda$는 식 (3), 식 (5)와 식 (7)-(9)로부터 두 개

의 근으로 얻을 수 있으며 $\{\Delta_t u^{n+1}\}^T\{\Delta_t u^n\}$의 값을 양으로 가지게 하는 하나의 $\Delta\lambda$ 이 반복계산을 방지하는 중요한 해가 된다. 만약 두 개의 근이 허근인 경우와 $\{\Delta_t u^{n+1}\}^T\{\Delta_t u^n\}$의 값을 음으로 가지게 하는 경우에는 Δl을 반으로 나누어 동일한 하중단계에서 다시 계산한다.

기존의 Arc-length method 에서는 두 근에 의해 $\{\Delta_t u^{n+1}\}^T\{\Delta_t u^n\}$이 양수가 될 경우에 선형 해에 가까운 근이나 $\{\Delta_t u^{n+1}\}^T\{\Delta_t u^n\}$의 값 중 큰값을 가지게 하는 근을 선택하였다. 엄밀한 해석을 위하여 본 연구에서는 두 가지 경우에 모두 Δl을 반으로 나누어 동일한 하중단계에서 다시 계산한다. 반복계산의 무한한 증가를 방지하기 위하여 반복계산의 최대값을 미리 지정하여야 하고 미리 입력한 반복계산 최대값의 한계를 벗어나면 Δl을 반으로 나누어 하중단계가 다시 시작하도록 하였다.

본 연구에서는 수렴속도가 상대적으로 빠른 Cylindrical arc-length method를 사용하였다.

2.3 하중-변위 관계곡선의 기울기 비와 곡률

하중-변위 관계곡선의 기울기 $G(u)$는 경사 $\frac{d\lambda}{du}$로 정의할 수 있고 $G(u)$의 변화는 곡선의 곡률 즉, $\frac{dG(u)}{du} = \frac{d^2\lambda}{du^2}$ 로 주어진다. 무차원 값을 가지는 기울기 비 GR을 사용하기 위해 m번째 하중단계에서의 기울기 G^m을 초기 기울기 G^0로 나누어 사용한다. 초기 기울기 비 GR^0는 항상 1이 된다.

기울기 비의 정의로부터 하중-변위 관계곡선은 아래와 같이 설명할 수 있다.

(a) 기울기 비가 양의 값이면 구조물은 하중이 재하 되는 상태이고 기울기 비가 음의 값이면 구조물은 하중이 재하 되지 않는 상태이다. 기울기 비가 0 이면 구조물은 극대 혹은 극소점을 갖는다.

(b) 두 점 사이에서 기울기 비의 급작스런 변화는 이 두 점 사이의 평형경로에서 큰 곡률을 가지고 반대로 두 점 사이의 기울기 비의 변화가 없거나 혹은 아주 작으면 평형경로의 두 점은 선형이거나 선형에 가깝다.

2.4 Arc-length 크기의 자동선택

Arc-length method에서 하중의 증분은 Arc-length에 의해서 결정된다. 첫 번째 증분의 Arc-length 는 식 (10)과 같이 결정된다.

$$\Delta l = \lambda_0[\{u_T\}^T\{u_T\}]^{1/2} \qquad (10)$$

여기서 λ_0 는 첫 번째 하중단계에서 지정된 하중 파라미터이다. 첫 번째 하중단계를 제외한 나머지 Arc-length 의 증분은 이전 하중단계의 반복횟수, I_N 을 참고로 하여 식 (11)로 결정된다.

$$\Delta l_{N+1} = \Delta l_N (I_D / I_N)^{1/2} \qquad (11)$$

여기서 I_D는 지정된 반복횟수이다. 주어진 Arc-length 에 대한 첫 번째 하중의 증분은 식 (12)로 주어진다.

$$\Delta\lambda^1 = \pm\Delta l[\{u_T\}^T\{u_T\}]^{-1/2} \qquad (12)$$

$\Delta\lambda^1$의 부호는 강성행열의 행열식에 따라 결정되었지만 Crisfield[11]의 보강된 강상자형 교량의 예제에서 볼 수 있듯이 행열식의 부호가 불규칙적으로 음과 양의 값을 반복하는 경우가 있어 부적절한 방법이다. 본 연구에서는 하중-변위 관계곡선의 기울기 비의 성질을 이용하여 $\Delta\lambda^1$의 부호를 결정하였다.

3. 탄성 해석

3.1 해석모델

그림 1과 같은 그물형 공간 트러스의 기하학적 비선형 해석을 수행하고 참고문헌의 결과들과 비교, 검토한다

3.2 하중재하 방법 및 재료의 성질

그림 1은 21개의 자유도를 가지는 그물형 공간 구조물을 나타낸 것이며 하중은 1번에 수직한방향으로 작용하는 경우와 자유 절점 모두에 하중을 가하는 두가지 경우로 나누어 해석하였다. 각 절점의 좌표는 표 1에 나타나 있다.

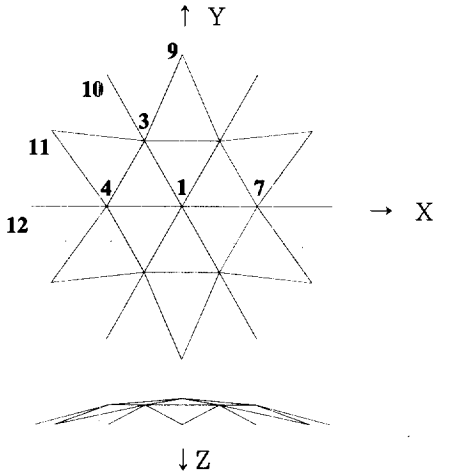

그림 1. 공간 트러스의 X-Y, X-Z 평면도

표 1. 각 절점의 좌표(Cm)

절 점	X	Y	Z
1	0.0	0.0	-6.0
3	-15.0	25.9807	-4.5
4	-30.0	0.0	-4.5
9	0.0	60.0	0.0
10	-30.0	51.9615	0.0
11	-51.9615	30.0	0.0
12	-60.0	0.0	0.0

하중재하 방법은 표 2와 같고 재료의 탄성계수는 $E = 3\times10^4 N/mm^2$, 단면적은 $A = 100\,mm^2$이다.

하중재하(경우1)은 Bellini and Chulya[6], 김문영 등[8),(9)]에서 활발한 연구가 수행되었다. 그림 2-그림 4는 각각 절점 1의 수직변위, 절점 7의 수직, 수평변위를 나타낸 것이다. 본 연구의 결과가 참고문헌과 매우 정확히 일치함을 알 수 있었다. Kwok 등[5]의 신뢰 영역 유사-뉴튼 및 터널링 방법에 의한 극한하중값들과 김문영 등[8),(9)] 그리고 본 연구의 결과를 표 3에 나타내었다. 4가지의 해석방법에서 얻은 극한하중들이 잘 일치함을 알 수 있었다.

표 2. 여러 가지 하중 재하 방법

절 점	하중 재하 (경우1)	하중 재하 (경우2)	하중 재하 (경우3)
1	50 N	50 N	50 N
2	0	25 N	55 N
3	0	25 N	55 N
4	0	25 N	55 N
5	0	25 N	55 N
6	0	25 N	55 N
7	0	25 N	55 N

표 3. 그물형 공간 트러스의 극한하중(N)

극한하중 $10^6 P/EA$	Ref.(5)	Ref.(8)	Ref.(9)	본 연구
3번째	2297.55	2300.02	2299.73	2299.78
4번째	-1906.60	-1905.65	-1905.00	-1907.30
5번째	1887.40	1904.95	1903.37	1906.19
6번째	-2297.65	-2299.90	-2299.22	-2299.80

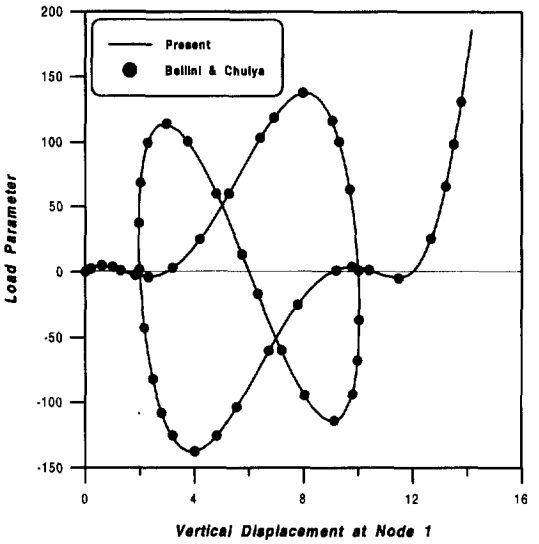

그림 2. 한 개의 집중하중이 작용할 경우
(절점 1 의 수직방향 변위(Cm))

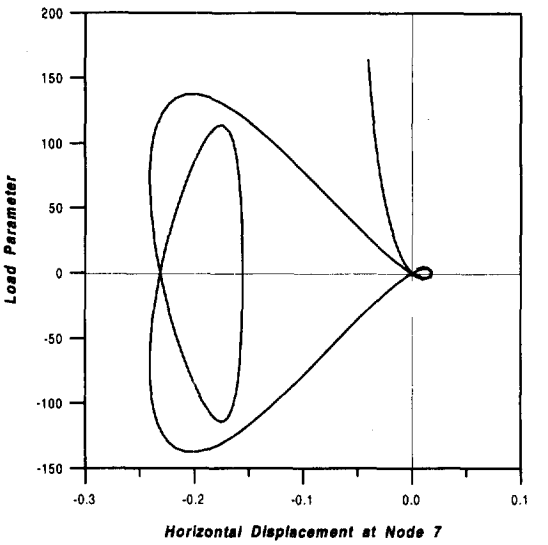

그림 4. 한 개의 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수평방향 변위(Cm))

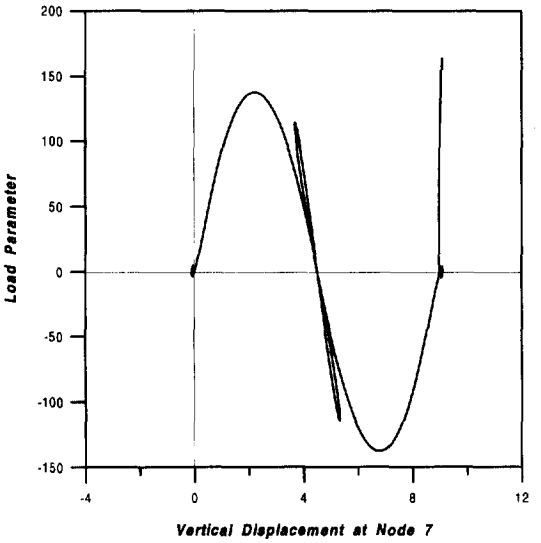

그림 3. 한 개의 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수직방향 변위(Cm))

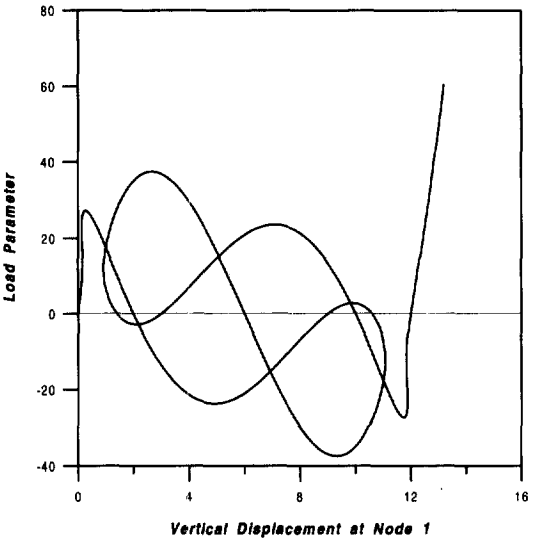

그림 5. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 1 의 수직방향 변위(Cm))

하중재하(경우3)에서 절점 1의 수직처짐과 절점 7의 수직, 수평처짐을 그림 5-그림 7에 나타내었다.

그림 5에서 절점 2-절점 7의 하중으로 인한 하중-변위곡선의 형태가 변하였으나 8개의 극한점을 가지는 것은 변함이 없었고 극한하중의 최대값이 약 70%정도 감소됨을 알 수 있었다.

그림 6은 절점 7의 하중-수직방향 변위 관계를 나타낸다. 절점 2에서부터 절점 7에 가하는 하중을 25 N 에서 55 N 으로 증가하게 되면 그림 3에서 볼 수 있는 매듭모양이 점차 커지게 된다. 그러므로 절점 2-절점 7에 가하는 하중이 절점 1

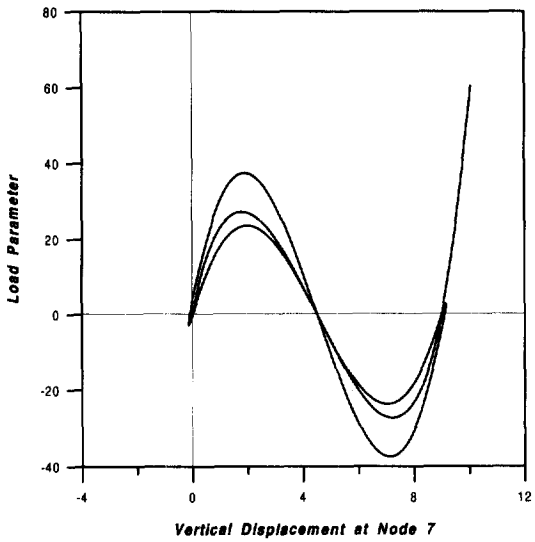

그림 6. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수직방향 변위(Cm))

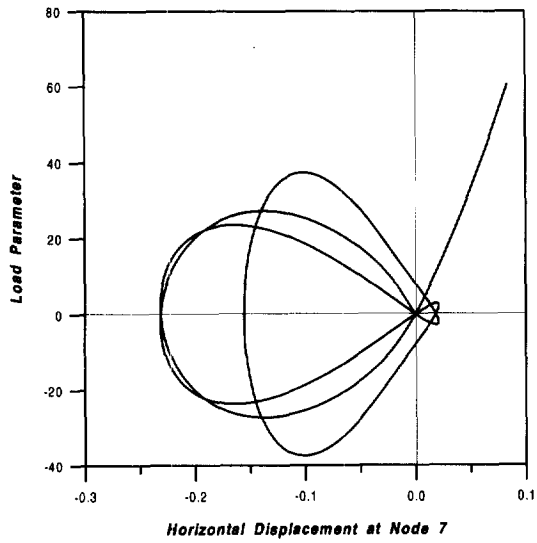

그림 7. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수평방향 변위(Cm))

의 하중보다 커지게 되면 하중-변위 곡선이 비슷한 모양으로 거꾸로 원점부근까지 한번 되돌아 왔다가 다시 진행됨을 알 수 있었다.

그림 7에서 절점 7의 수평방향 변위도 절점 2에서 절점 7의 하중의 증가에 따라 최종적으로 양의 값을 가지게 됨을 알 수 있었다.

4. 점탄성 해석

복합재료 트러스의 점탄성 물성치는 Jones[23]에 주어진 것처럼 미세 재료역학적 모델링 방법을 사용하여 식 (13)과 같이 결정하였다.

$$E = E_f V_f + E_m V_m \tag{13}$$

여기서 E, V 는 탄성계수, 체적 비이며 첨자 f, m 은 화이버, 수지를 나타내며 식 (13)은 화이버 방향의 탄성계수를 표현하는 혼합법(rule of mixture)으로 알려져 있다.

복합재료 트러스의 화이버는 탄성적 거동을 보이는데 반하여 복합재료 트러스의 수지는 점탄성적 거동을 보이며 수지의 Creep Compliance는 식 (14)와 같은 Findley의 power function으로 가정하였다.[16]

$$S(t) = S_0 + a' t^{\gamma} \tag{14}$$

여기서 상수 S_0, a', γ 는 표 4에 주어졌다.

영의 계수형태가 더욱 편리한 이유로 식 (14)를 탄성-점탄성 일치의 원리를 이용하여 변환시키면 식 (14)의 Laplace 변환 탄성계수함수 $E_m(s)$ 는 식 (15)와 같다.

$$E_m(s) = \frac{1}{[a'\Gamma(1+\gamma)s^{-\gamma}/S_0]+1} \cdot \frac{1}{sS_0} \tag{15}$$

표 4. Graphite/Epoxy 복합재료의 물성치

E_f	$2.30 \times 10^4\ N/mm^2$
E_m	$4.60 \times 10^3\ N/mm^2$
S_0	$1/E_m$
a'	$4.22 \times 10^{-4}\ (N/mm^2)^{-1}$
γ	0.2
V_f	0.62
A	$100\,mm^2$

$E_m(s)$의 Laplace 역변환은 식 (16)과 같다.

$$E_m(t) = \frac{1}{S_0} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma_1}{\Gamma(k\gamma+1)} \qquad (16)$$

여기서 $\Gamma_1 = (-1)^k t^{k\gamma}[a'\,\Gamma(1+\gamma)/S_0]^{k\gamma}$ 이다. 식 (16)은 $t > \frac{1}{2}[S_0/a'\Gamma(1+\gamma)]^{1/\gamma}$ 일때 발산하게 되므로 Schapery[1]의 Quasielastic method를 사용하여 t 가 클 경우의 $E_m(t)$를 구하였다. Quasielastic method에 의한 $E_m(t)$와 엄밀 Laplace 역변환의 결과를 비교하여 그림 8에 나타내었다.

점탄성 해석은 Quasielastic method에 의한 시간에 따른 함수인 $E(t)$를 구하여 수행하였다.

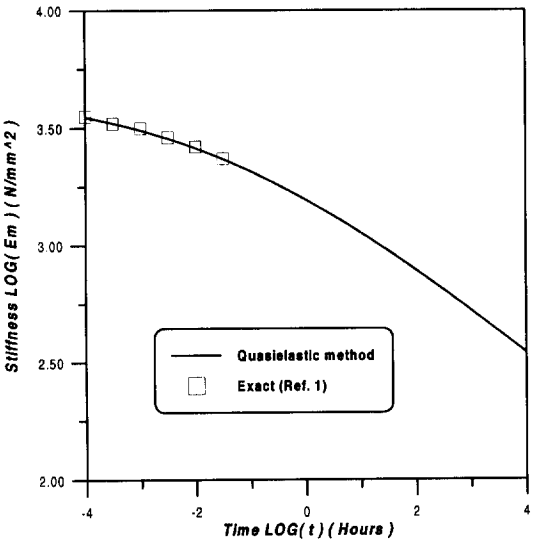

그림 8. 엄밀 Laplace 역변환과 Quasielastic 방법의 비교

5. 결과분석

그림 9-그림 11은 표 1에 나타난 하중재하(경우1)의 결과이고 그림 12-그림 14는 하중재하(경우2), 그림 15-그림 17은 하중재하(경우3)의 결과이다. 탄성계수의 감소는 보통 100시간이 지나면 거의 90%이상이 진행되므로 점탄성 해석시 시간의 선택은 충분한 점탄성 효과를 고려하기 위해 200시간을 선택하였다.

그림 9에서 그림 11까지의 하중-변위 곡선은

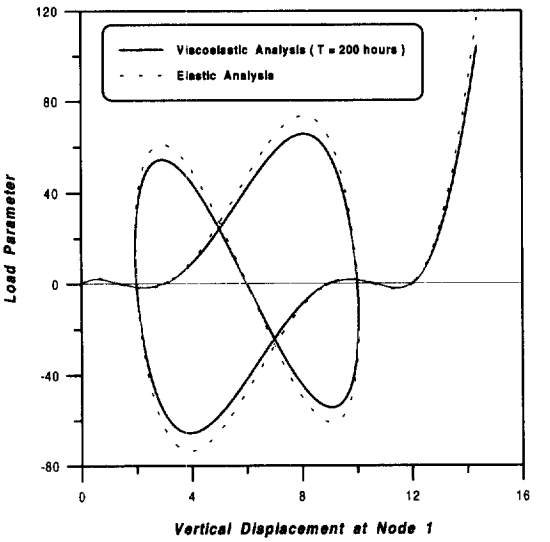

그림 9. 한 개의 집중하중이 작용할 경우
(절점 1 의 수직방향 변위(Cm))

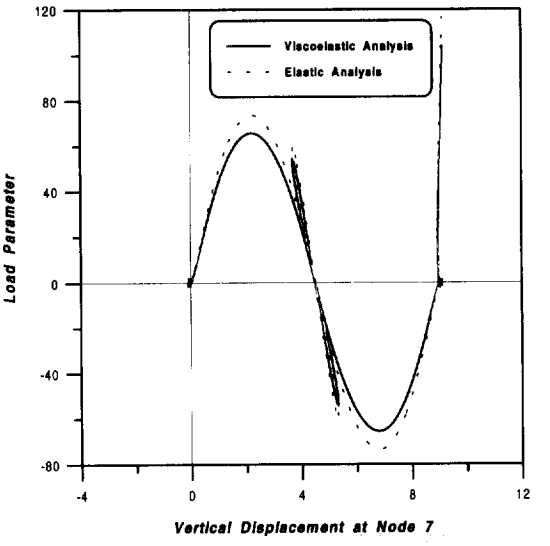

그림 10. 한 개의 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수직방향 변위(Cm))

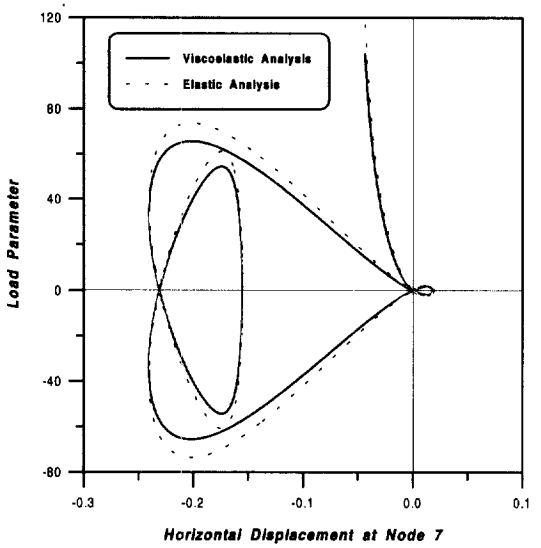

그림 11. 한 개의 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수평방향 변위(Cm))

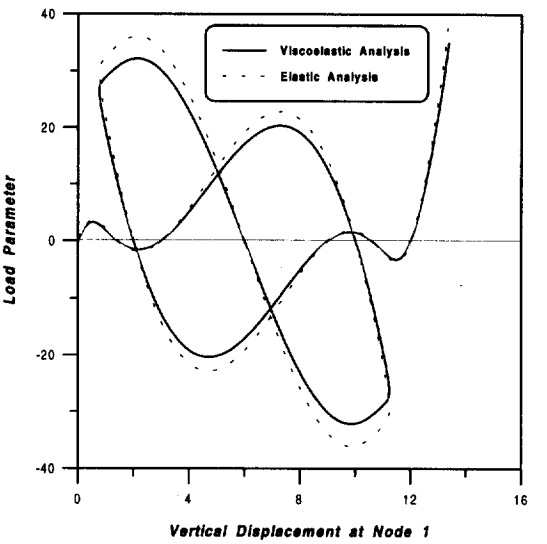

그림 12. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 1 의 수직방향 변위(Cm))

표 5. 복합재료 공간 트러스의 극한하중 파라미터

극한하중 파라미터	본 연구(탄성 해석)	본 연구(점탄성 해석)
3번째	73.6306	65.6104
4번째	-61.0407	-54.3944
5번째	61.0393	54.3906
6번째	-73.6402	-65.6140

등방성의 경우와 복합재료의 경우가 거의 유사한 모양을 가지고 점탄성 해석의 경우에도 극한하중의 변화를 제외하면 하중-변위곡선의 모양은 거의 유사함을 알 수 있었다.

점탄성 해석과 탄성해석의 극한하중 파라미터를 표 5에 나타내었다. 구조물의 점탄성적 거동으로 인한 성능저하가 약 11% 정도 발생함을 알 수 있었다.

그림 12-그림 14에서는 절점 2-절점 7에 절점 1의 하중의 절반을 가 한 경우로, 절점 1의 수직변위와 절점 7의 수직, 수평변위의 모양이 하중재하(경우1)과 하중재하(경우3)의 중간단계의 모양을 가진다.

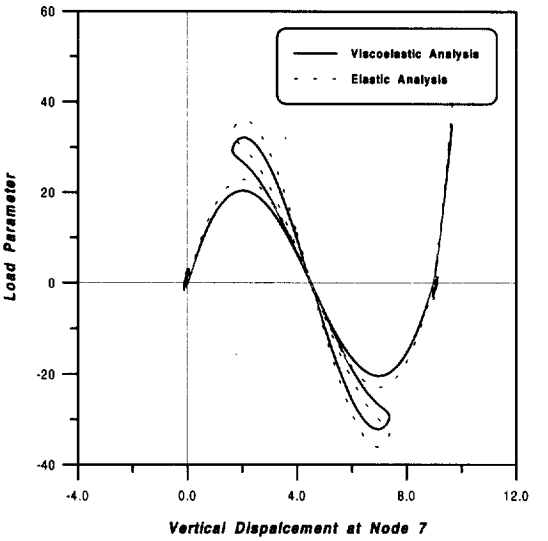

그림 13. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수직방향 변위(Cm))

하중재하(경우3)의 결과는 등방성인 경우와 하중-변위 곡선의 모양은 유사하며 절점 1의 극한하중의 값은 하중재하(경우1)의 결과에 대해 최대값으로 비교하였을 때 약 27%의 값을 갖는다.

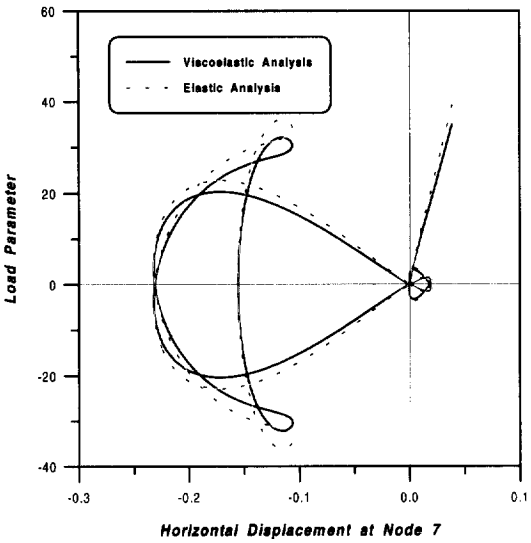

그림 14. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수평방향 변위(Cm))

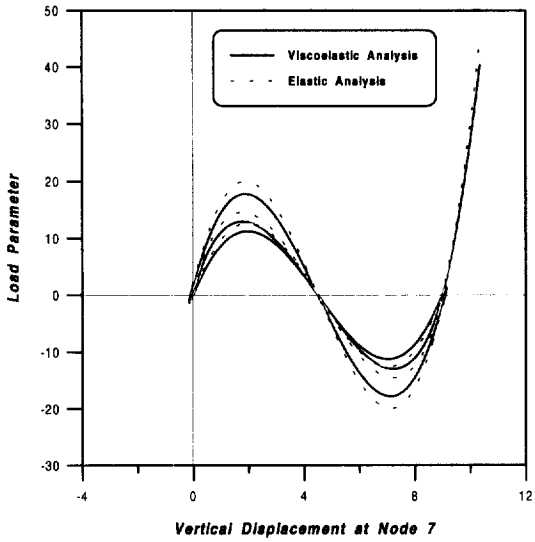

그림 16 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수직방향 변위(Cm))

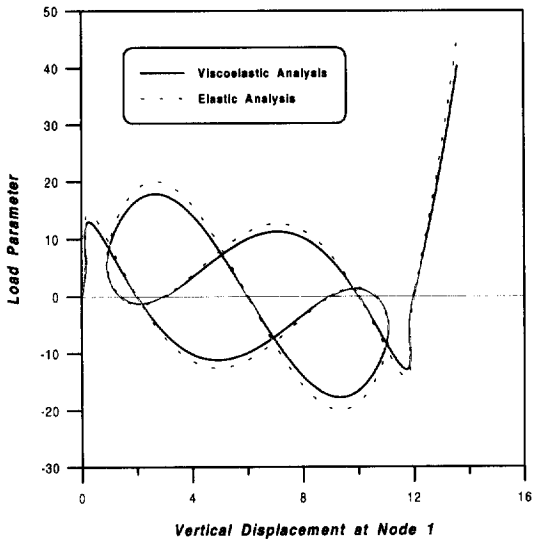

그림 15. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 1 의 수직방향 변위(Cm))

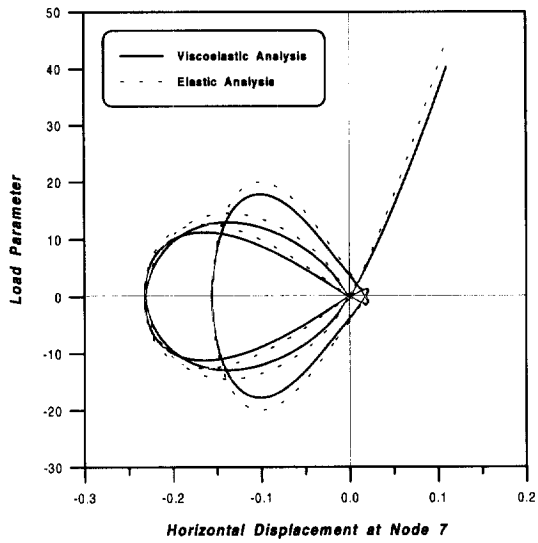

그림 17. 대칭 집중하중이 작용할 경우
(절점 7 의 수평방향 변위(Cm))

6. 결 론

본 연구에서는 복합재료 공간 구조물의 기하학적 비선형 해석을 수행하기 위하여 Arc-length method를 사용하였다. 하중증분의 부호와 Arc-length의 크기는 자동적으로 결정되도록 하였다. 사용 조건하에서 복합재료로 구성된 구조물의 성능저하를 체계적으로 분석하기 위하여 고분자 재질의 점탄성적 거동을 고려한 Quasi-elastic method를 사용하였다.

수지의 점탄성을 고려한 복합재료 공간 구조물의 기하학적 비선형 거동은 하중조합의 형태에 따라 상이한 하중-변위곡선을 보여준다. 대칭 하중의 증가에 따른 하중-변위곡선의 변화경로를 추적할 수 있었다.

하중조합의 효과와 재료의 점탄성적 성질에 따라 극한하중의 크기가 1/4정도로 감소하게 되므로 하중의 상태와 재료의 점탄성적 성질에 따른 정확한 성능 예측이 수행되어야 할 것이다.

점탄성적 거동을 고려하더라도 기하학적 비선형 거동만을 다루었으므로 전체적인 하중-변위곡선의 모양은 탄성해석의 경우와 유사하게 나타났다. 앞으로의 연구과제는 재료적 비선형성도 함께 고려한 좀 더 엄밀한 비선형 해석이 수행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. Schapery, R. A., (1974) "Viscoelastic Behavior and Anlaysis of Composite Materials", in Vol. 2 of Composite Materials, edited by Broutman, L. J. and Krock, R. H., Academic Press, New York, pp. 115-119.
2. Jagannathan, D. S., Espstein, H. I. and Christiano (1975), "Non-linear analysis of reticulated space trusses", J. of Structural Div., ASCE, Vol. 101, No. ST12, pp. 2641-2658.
3. Powell, G. and Simons, J.(1981), "Improved iteration strategy for nonlinear structure", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, pp. 1455-1467.
4. Papadrakakis, M.(1981), "Post-buckling analysis of spatial structures by vector iteration methods", Computer & Structures, Vol. 14, pp. 393-402.
5. Kwok, H. H., Kamat, M. P. and Watson, L. T.(1985), "Location of stable and unstable equilibrium configuration using a model truss region quasi-Newton method and tunneling", Computer & Structures, Vol. 21, pp. 909-916.
6. Bellini, P. X, and Chulya, A.(1987), "An improved automatic incremental algorithm for the efficient solution of nonlinear finite element equation, Computers & Structures, Vol. 26, pp. 99-110.
7. Kim, M. Y. and Chang, S. P.(1990), "Automatic load and displacement incremental algorithm for geometric non-linear finite element analysis of the structure subjected to conservative and non-conservative forces", Journal of KSCE, Vol. 10, pp. 164-174.
8. Kim, M. Y. and Chang, S. P.(1990), "Geometric non-linear finite element analysis of the space truss", Journal of KSSC, Vol. 2, pp. 164-174.
9. Kim, M. Y., Chu, S. B. and Chang, S. P.(1996), "The improved load/displacement incremental method", Journal of KSSC, Vol. 8, pp. 31-42.
10. Bathe, K. J.(1996), Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall.
11. Crisfield, M. A.(1981), "A fast incremental/iterative solution procedure that handles 'snap-through', Computers & Structures, Vol. 13, pp. 55-62.
12. Ramm, E. "Strategies for tracing the non-linear response near limit points" Nonlinear finite element analysis in structural mechanics, edited by Wunderlich, E. Stein and Bathe, K. J., Springer-Verlag, Berlin, 1981.
13. Bergan, P. G. (1980), "Solution algorithm for nonlinear structural problems", Computers & Structures, Vol. 12, pp. 497-509.
14. Bergan, P. G., Horrigmoe, G., Krakeland, B. and Soreide, T. H.(1978), "Solution techniques for non-linear finite element problems", International Journal for

Numerical Methods in Engineering, Vol. 12, pp. 1677-1696.
15. Park, K. C.(1982), "A family of solution algorithms for nonlinear structural analysis based on relaxation equations", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, pp. 1337-1347.
16. Kim, C. K. and Hong, C. S. (1988) "Viscoelastic Sandwich Plates with Crossply Faces", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 1, pp. 150-164.
17. Bathe, K. J. and Dvorikin, E. N.(1983), "On the automatic solution of nonlinear finite element equation", Computers & Structures, Vol. 17, pp. 871-879.
18. Batoz, J. H. and Dhatt, G.(1979), "Incremental displacement algorithms for nonlinear problems", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 14, pp. 1262-1267.
19. Kanuk-Nukulchai, W., Taylor, R. L. and Hughes, T. J. R.(1981), "A large deformation formulation for shell analysis by the finite element method", Computers & Structures, Vol. 13, pp. 19-27.
20. Nam, S. J.(1995), "Nonlinear analysis of space truss structures subjected to arbitrary concentrated load", M. Thesis, The University of Seoul.
21. Crisfield, M. A.(1997), Non-linear finite element analysis for solids and structures, John Wiley & Sons.
22. Kim, D. H. (1995) , Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, E&FN SPON, Chapman & Hall.
23. Jones, R. M.(1975), Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill.
24. Reddy, J. N. (1997), Mechanics of Laminataed Composite Plates, CRC Press.

(접수일자 : 2001년 7월 14일)