

## 우리나라 측지좌표계의 좌표변환

서승남\* · 김상익

한국해양연구원 연안·항만공학연구본부

## Conversion of Korean Geodetic Coordinates

Seung Nam Seo\* and Sang Ik Kim

Coastal and Harbor Engineering Research Laboratory, KORDI  
Ansan P.O. Box 29, Seoul 425-600, Korea

**Abstract :** Geodetic datums define the size and shape of the earth and the origin and orientation of the coordinate systems used to map the earth. A lot of different datums have been developed and each nation uses its own datum as the basis for coordinate systems used to identify positions in geographic information systems. Recently GPS receivers are widely used to find out location and GPS is based on the World Geodetic System 1984(WGS-84) datum. Therefore the diversity of datums in use today requires accurate conversion between coordinates in different datums.

In this study a coordinate conversion program on Windows is developed to transform between Tokyo Bessel(1941), which is the reference datum in Korea, and WGS-84. Several examples of coordinate conversion are presented and computed results are tested and proved to be correct.

**Key words :** 좌표계변환(datum conversion), Tokyo Bessel(1941), WGS-84, 위성좌표측정장치(GPS), 좌표변환프로그램(coordinate conversion program).

## 1. 서론

복잡한 지구의 지표면에 대한 위치표시는 수학적 계산으로 매우 어렵기 때문에 지표면을 회전타원체로 근사시켜 이 가운데 부피와 모양이 실제 지구와 가장 가까운 지구타원체를 사용한다. 관용적으로 각 나라는 각기 다른 지구타원체를 사용하여 왔고 이 때문에 각국의 지도를 비교할 경우 서로 일치하지 않는 경우가 생기며 이를 해소하기 위해 전 세계적으로 사용할 수 있는 하나의 통일된 지구타원체인 국제지구타원체를 정하게 되었다. 그러나 현재 사용하고 있는 모든 측량 결과를 새로 수정하는 데는 막대한 시간과 비용이 들뿐만 아니라 또한 혼란도 따르기 때문에 각국은 잠정적으로 관용적인 기준타원체를 사용하고 있다. 해양연구에서 필요한 수심,

수온, 유속 등 각종 자료는 정확한 측정위치가 요구되며 해양에서 일반적으로 사용하는 GPS 위치측정은 국제지구타원체인 WGS-84를 기준측지계로 사용한다. 반면에 우리나라의 기준타원체는 Bessel 타원체로 동경원점(Tokyo Datum)을 사용하고 있으며 인천에 있는 수준원점 바로 밑 26.6871 m에 위치한 평균해면 즉 지오이드를 Bessel 타원체가 통과하는 것으로 정한다. 따라서 관용적으로 사용하고 있는 우리나라의 국지기준계와 WGS-84 좌표계 사이의 변환이 필요하게 된다. 해상의 위치측정에 GPS가 널리 사용되고 있기 때문에 현재 국립해양조사원에서 간행하는 해도에는 Tokyo Datum에 의한 경위도는 흑색선으로 WGS-84에 의한 경위도는 녹색선으로 병행하여 간행하고 있다.

대부분의 GPS는 WGS-84 기준측지계 이외에 여러 측지계에 대한 좌표변환 프로그램이 내장되어 있다. 그러나 내장된 좌표변환 값에 대한 정확도를 알 수 없기 때문에 좌표변환

\* Corresponding author. E-mail : snseo@kordi.ac.kr

에 대한 검토가 필요하며 특히 정밀한 위치 측정이 필요한 경우에는 반드시 고려되어야 한다. 우리나라의 측지계 변환에 따른 좌표변환에 대한 공개 프로그램 수도 다양하며 미국 NIMA(National Imagery and Mapping Agency)의 Molodensky 좌표변환을 응용하여 필요한 상수를 개선하여 정밀도를 높이는 것이 대부분이다. 여기서는 Molodensky 좌표변환을 개선하는 것이 아니라 직각 좌표계와 공간 좌표계의 좌표 변환식을 유도하고 이를 프로그램화하는 것이 목적이다. 또한 해양연구에 필요한 각종 센서를 통제하여 자료를 생산할 때 기존 프로그램을 응용하는 경우 위치자료는 후에 처리하게 되므로 자료 생산과정이 번거롭고 자료확인이 실시간으로 이루어지지 않는 단점이 있다. 따라서 좌표변환 모듈을 개발하여 이를 각종 센서의 실시간 자료생산에 이용하고자 한다.

본 논문에서는 WGS-84로부터 Bessel 측지계로 상호 변환하는 프로그램을 작성하고 이를 Molodensky 좌표변환 근사식과 비교하였다. 그리고 경위도 좌표로는 도면상에서 거리를 구하기 어렵기 때문에 평면 직교좌표로의 변환이 필요하며 경위도 좌표를 우리나라에서 많이 사용하는 TM과 UTM좌표로 변환하는 프로그램도 작성하여 그 정밀도를 분석하였다.

### 2. 3차원 경위도 좌표변환

지상점 P의 지리좌표인 경도, 위도 및 표고를 Fig. 1에서와 같이 정의한다. 즉 경도  $\lambda$ 는 기준자오선을  $0^\circ$ 로 하고 적도면을 따라 동서로  $180^\circ$ 까지 나타내며 점 P를 통과하는 자오선까지의 각거리이다. 위도  $\phi$ 는 점 P에서의 기준타원체의 법선이 적도면과 이루는 각이며 적도를  $0^\circ$ 로 하고 남, 북극을 각각  $90^\circ S, 90^\circ N$ 으로 나타낸다. 지구는 구에 아주 가까운 타원체이므로 연직선과 법선은 일치하지 않는다. 그러나 이에 의한 위도의 차이는 크지 않지만 이를 보정하기 위한 수학적 계산은 복잡하게 된다.

본 논문에서 고려한 좌표변환은 지구타원체에서의 위치를 고정 직교좌표로 변환한 후 이를 다시 해당 타원체로 변환하는 방법을 사용한다. 우선 대상 기준좌표계의 경위도좌표를 임의의 고정된 직교좌표로 각각 변환할 수 있으며 대상 직교좌표 간에 대한 좌표변환을 계산한다. 여기서는 고정 직교좌표계를 WGS-84의 원점으로 삼고 변환하고자 하는 목표 직교좌표계와 고정 직교좌표계 간의 관계를 이용하여 대상 직교좌표계에서 주어진 위치를 목표 직교좌표계의 위치로 환산한다. 그리고 나서 변환된 직교좌표를 목표 기준좌표계의 경위도좌표로 변환하면 구하고자 하는 좌표변환이 이루어진다. 직교좌표간의 좌표변환은 Table 1에서와 같이 통상 평행변위량 3개, 회전변위량 3개 그리고 축척 변량 1개에 의해 결정되며 평행변위는 두 좌표계의 원점에 대한 변수이고, 회전변위는 좌표축의 회전을 그리고 축척은 두 좌표계간의 축척의 차를 나타내는 축척계수이다.

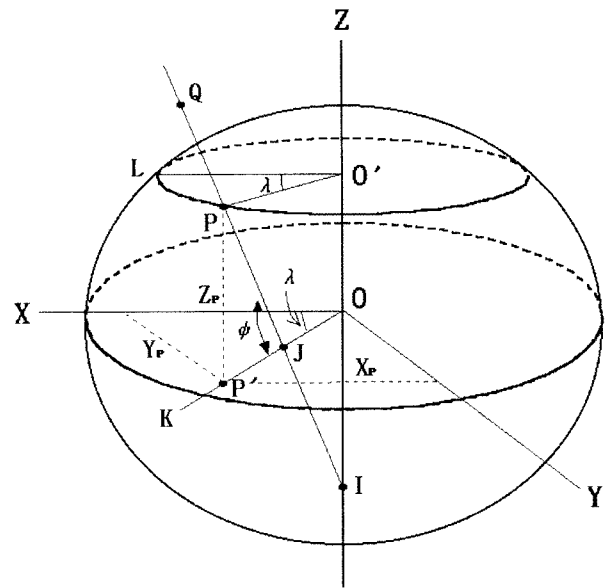


Fig. 1. Definition of reference ellipsoid.

Table 1. Geodetic datum transformation parameters of WGS-84 and Tokyo Bessel(1841).

	WGS-84	Tokyo Bessel(1841)
Semi-major axis(a)	6,378,137.00 m	6,377,397.155 m
Inverse flattening(1/f)	298.25722356	299.15281280
Scale factor(S)	1.0000	1.0000
Translation( $\Delta x$ )	0.0	-128.0
Translation( $\Delta y$ )	0.0	481.0
Translation( $\Delta z$ )	0.0	664.0
Rotation( $\Omega x$ )	0.0000	0.0000
Rotation( $\Omega y$ )	0.0000	0.0000
Rotation( $\Omega z$ )	0.0000	0.0000

(백 1996)

이제 주어진 기준측지계에서 경위도좌표를 직교좌표로 변환하는 과정을 살펴보기로 한다. Fig. 2의 타원체 점 P를 지나 는 자오타원의 종축을 z, 횡축을 r이라 하고 타원의 장반경과 단반경을 각각 a와 b로 표시하면 타원의 방정식은 식(1)이 된다.

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \tag{1}$$

점 P를 지나는 접선의 기울기를 구하기 위해 식(1)을 r에 대해 미분하여 정리하면 식(2)를 얻는다.

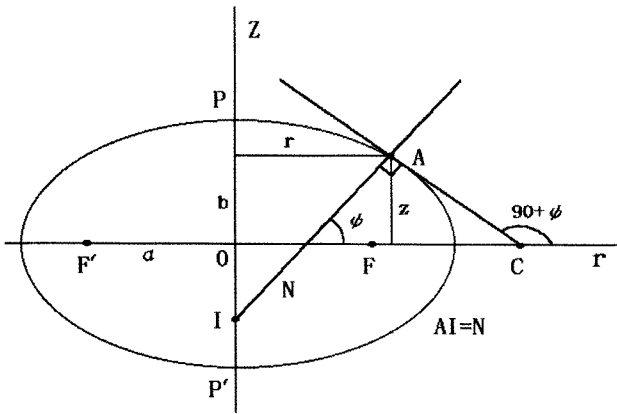


Fig. 2. Definition of meridian ellipse.

$$\frac{dz}{dr} = -\frac{b^2 r}{a^2 z} \quad (2)$$

또한 점 P를 지나는 접선의 기울기는 식(3)으로 표시할 수 있다.

$$\frac{dz}{dr} = \tan(90^\circ + \phi) = -\frac{\cos \phi}{\sin \phi} \quad (3)$$

그러면 식(2)와 (3)으로부터 다음 식(4)가 얻어지며

$$b^4 r^2 \sin^2 \phi - a^4 z^2 \cos^2 \phi = 0 \quad (4)$$

r과 z을 구하기 위해 식(1)과 (4)를 r<sup>2</sup>에 대해 먼저 풀고 장반경과 단반경의 비로 나타내지는 제1 이심률  $e = \sqrt{(a^2 - b^2)/a^2}$  을 사용하여 정리하면 식(5)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{a^4 \cos^2 \phi}{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi} \\ &= \frac{a^2 \cos^2 \phi}{\cos^2 \phi + \frac{b^2}{a^2} \sin^2 \phi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 \cos^2 \phi}{1 + \frac{b^2 - a^2}{a^2} \sin^2 \phi} \quad (5) \\ &= \frac{a^2 \cos^2 \phi}{1 - e^2 \sin^2 \phi} \end{aligned}$$

식(5)와 유사한 방법으로 z<sup>2</sup>에 대해 풀어 정리하면 식(6)이 된다.

$$\begin{aligned} z^2 &= \frac{b^4 \sin^2 \phi}{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi} \quad (6) \\ &= \frac{b^4 \sin^2 \phi}{a^2 (1 - e^2 \sin^2 \phi)} \\ &= \frac{a^2 (1 - e^2)^2 \sin^2 \phi}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)} \end{aligned}$$

Fig. 2에서 점 P를 지나는 자오타원의 법선이 z축과 만나는 선분의 길이는 모유선의 반경 N이 되며 이는 선분 PI의 길이가 된다. 그림의 기하학적 특성으로부터  $r = N \cos \phi$  이 되며 이를 이용하여 식(5)와 (6)에서 r과 z을 구하면 식(7)이 된다.

$$\begin{cases} r = \frac{a \cos \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} = N \cos \phi \\ z = \frac{a(1 - e^2) \sin \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} = N(1 - e^2) \sin \phi \end{cases} \quad (7)$$

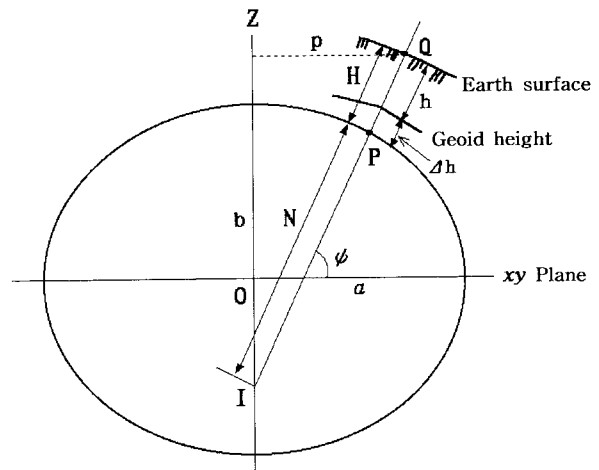


Fig. 3. Latitude and height in a geodetic coordinate system.

이제 경위도좌표( $\lambda, \phi, H$ )를 직교좌표( $x, y, z$ )로 변환하는 식을 구하기로 한다. Fig. 3에서 점  $Q$ 는 지상점이고 점  $P$ 는 기준타원체 상의 점으로 두 점은 동일 법선 상에 위치한다.

$PI$ 는 모유선 반경  $N$ 이므로 점  $P$ 에 대한  $(x, y)$ 좌표는 식 (7)과 Fig. 1의 기하학적 특성으로부터 얻어지며 좌표  $z$ 은 식 (7)으로부터 구한 값을 정리하면 식(8)이 된다.

$$\begin{aligned} x &= N \cos \phi \cos \lambda \\ y &= N \cos \phi \sin \lambda \\ z &= N(1 - e^2) \sin \phi \end{aligned} \quad (8)$$

한편 기준타원체로부터 높이  $H$ 에 있는 점  $Q$ 의 3차원 직교좌표는 식(8)과 유사한 식이 된다. Fig. 3에서와 같이 지표면의 높이는 기준타원체 면으로부터의 지오이드高  $\Delta h$ 와 標高  $h$ 의 합이 되며 점  $P$ 와 점  $Q$ 는 동일직선상에 있으므로 식(9)가 된다. 표고는 측량결과 평균해수면으로부터의 높이로 주어지며, 지오이드高는 국지적인 중력변화에 기초한 전지구적인 모델로부터 계산되며 대부분의 GPS는 기준타원체로부터의 높이가 주어진다. 또한 기준타원체로부터 GPS 안테나까지의 높이와 경위도도 주어지기 때문에 식(9)로부터 직교좌표를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} x &= (N + \Delta h + h) \cos \phi \cos \lambda \\ y &= (N + \Delta h + h) \cos \phi \sin \lambda \\ z &= \{N(1 - e^2) + \Delta h + h\} \sin \phi \end{aligned} \quad (9)$$

다음에는 3차원 직교좌표에서 경위도 좌표를 계산하는 식을 유도하기로 한다. Fig. 1의 기하학적 특성과 식(9)로부터 경도는 식(10)이 된다.

$$\tan \lambda = \frac{y}{x}, \quad \lambda = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) \quad (10)$$

위도를 구하는 방법은 보다 복잡하며 이는 식(9)에서 3차원 직교좌표의 삼각함수로 표시되기 때문이다. 식(9)에서 첫째와 둘째 식을 자승하여 합하면 기준타원체면으로부터의 높이  $H$ 는 식(11)이 된다.

$$H = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \phi} - N \quad (11)$$

식(11)을 식(8)에 대입하여  $z$ 에 대해 풀면 식(12)가 된다.

$$\begin{aligned} z &= \{N(1 - e^2) + H\} \sin \phi \\ &= \left\{ \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \phi} - e^2 N \right\} \sin \phi \\ &= \left\{ \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \phi} - \frac{e^2 a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \right\} \sin \phi \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)는 위도의 함수만으로 표시되었으나 식에 삼각함수가 포함되어 위도에 대한 비선형 방정식이며 이를 풀기 위해 Newton-Raphson 방법을 사용한다.  $\sin \phi = t$ 를 식(12)에 대입하고 위도는  $-90^\circ$ 에서  $90^\circ$  범위를 보이므로  $\cos \phi = \sqrt{1 - t^2}$ 은 항상 양의 값을 가진다. 그러므로 식(12)를  $t$ 에 대한 함수  $f(t)$ 로 나타내면 식(13)이 된다.

$$f(t) = \left\{ \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{1 - t^2}} - \frac{ae^2}{\sqrt{1 - e^2 t^2}} \right\} t - z \quad (13)$$

식(13)을  $t$ 에 대해 미분하여 정리하고

$$f'(t) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{(1 - t^2)^{3/2}} - \frac{ae^2}{(1 - e^2 t^2)^{3/2}} \quad (14)$$

식(13)과 식(14)를 이용하면 Newton-Raphson 방법에 의한 반복계산 식(15)를 얻게 된다.

$$t_2 = t_1 - \frac{f(t_1)}{f'(t_1)} \quad (15)$$

식(15)에서 구한  $t_2$ 와  $t_1$ 의 차가 주어진 허용오차보다 작을 때까지 구해 식(16)으로부터 위도  $\phi$ 를 구한다.

$$\phi = \sin^{-1}(t_2) \quad (16)$$

식(15)의 반복계산을 위해서는 초기값  $t_1$ 이 필요하다. 초기값은 반복횟수에 관련되기 때문에 빠른 수렴을 위해 다음과 같

은 근사치를 사용한다. 위도는 Fig. 2에서  $\angle PFC$ 보다 크고  $\angle PFC$ 보다 작고 타원의 성질로부터 원점 O로부터 초점 F와 다른 초점 F'까지 거리는 같으며 원점에서 초점까지의 거리는  $ea = \sqrt{a^2 - b^2}$  이므로 식(17)의 값을 초기값으로 사용하였다.

$$\begin{cases} t_1 = \sin \phi_1 \\ \phi_1 = 0.5 \left[ \tan^{-1} \left( \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 - ea}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 - ea}} \right) \right] \end{cases} \quad (17)$$

마지막으로 3차원 직교좌표간의 변환을 나타내기로 한다. 앞에서는 경위도 좌표와 3차원 직교좌표 간의 변환을 나타내었으나 기준타원체의 회전축, 원점 그리고 축척계수들이 서로 상이하므로 이에 대한 변환을 고려하여야 한다. 변환 기준점 좌표를  $(x_2, y_2, z_2)$ , 국지 기준점 좌표를  $(x_1, y_1, z_1)$ 로 각각 표기하고 두 좌표계의 원점의 차 즉 평행변위를  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ , 각 좌표축 간의 회전변위를  $(Q_x, Q_y, Q_z)$ , 좌표계 간의 축척의 차를 나타내는 축척계수를  $\Delta S$ 라 하면 변환 좌표와 국지좌표 간의 변환식은 일반적으로 7개의 변수를 포함하는 식(18)과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + (1 + \Delta S) \begin{bmatrix} 1 - \Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 1 - \Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

위에서 유도한 변환식을 이용하여 GPS의 WGS-84 좌표로부터 우리나라 기준좌표계인 Tokyo원점의 Bessel 좌표로 변환하는 과정을 기술하기로 한다. 경위도 좌표인 GPS의 WGS-84 좌표는 식(9)를 사용하여 3차원 직교좌표로 변환하고 WGS-84와 Bessel의 3차원 직교좌표 간의 Table 1에 나타난 7개 변수를 식(18)에 대입하여 Tokyo Bessel의 3차원 직교좌표를 구한다. 이 값을 식(9) ~ (18)에 대입하면 경위도 좌표를 구하게 된다. 본 논문에서는 위에 기술한 방법으로 프로그램을 만들어 계산하였다.

### 3. Molodensky 좌표변환과 결과 비교

2절에서 밝힌 바와 같이 좌표변환을 위해서는 7개의 변수가 필요하나 근사적인 계산에서는 평행변위 3개만을 사용하여 좌표변환 계산을 할 수도 있다. 이러한 방법 가운데 대표적인 것으로 Molodensky 변환식을 들 수 있으며 자세한 내용은 미 국방성의 NIMA TR8350.2 보고서(1977)를 참고하기 바람데 여기서는 그 결과식만을 나타내기로 한다.

경위도 좌표  $(\lambda, \phi, H)$ , 3차원 직교좌표  $(x, y, z)$ , 평행변위

$(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 로 각각 표기하고,  $\Delta$ 를 해당 변수의 편차량으로 첨자  $a$ 를 국지 좌표계를 나타내기 위해 사용하면 변환 좌표는 식(19)가 된다.

$$\begin{cases} \phi = \phi_a + \Delta\phi \\ \lambda = \lambda_a + \Delta\lambda \\ H = H_a + \Delta H \end{cases} \quad (19)$$

식(19)에서 경위도의 단위는 라디안으로, 높이는 미터이다. 그리고 위도의 편차량은 식(20)로 주어지며

$$\Delta\phi = \left\{ -\Delta x \sin \phi \cos \lambda - \Delta y \sin \phi \sin \lambda + \Delta z \cos \phi + \frac{\Delta a R_N e^2 \sin \phi \cos \phi + \Delta f (R_M a / b + R_N b / a) \sin \phi \cos \phi}{R_M + H} \right\} \quad (20)$$

여기서 경위도 좌표는 국지 좌표계의 값이다.  $b$ 는 타원의 단반경이며 편평률과의 관계는 식(21)로 주어진다.

$$b = (1 - f)a \quad (21)$$

$R_N$ 은 모유선의 반경으로 2절의  $N$ 과 같으며 식(22)의 값으로 표시된다.

$$R_N \equiv N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (22)$$

제1 이심률  $e$ 는 식(23)으로 주어지며

$$e^2 = 2f - f^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (23)$$

$R_M$ 은 자오선의 곡률반경으로 식(24)이다.

$$R_M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} \quad (24)$$

한편 경도 편차량은 식(25), 높이 편차량은 식(26)으로 각각 주어진다.

$$\Delta\lambda = \frac{-\Delta x \sin \lambda - \Delta y \cos \lambda}{(R_M + H) \cos \phi} \quad (25)$$

Table 2. Results of coordinate transformation.

Location	Bessel Coordinate	WGS-84 Coordinate	
		3D conversion	Molodensky
KORDI Main Campus	37° 16' 57.03291"	37° 17' 7.17520"	37° 17' 7.17621"
	126° 50' 11.54374"	126° 50' 3.99570"	126° 50' 3.99502"
	20 m	74.09 m	74.077 m
KORDI Jangmok Station	34° 59' 22.63399"	34° 59' 33.83541"	34° 59' 33.83651"
	128° 40' 41.05122"	128° 40' 33.13836"	128° 40' 33.13768"
	20 m	55.9068 m	55.8919 m
Korea Geodetic Reference Station	37° 16' 31.9034"	37° 16' 42.06237"	37° 16' 42.06338"
	127° 3' 5.1451"	127° 2' 57.52752"	127° 2' 57.52683"
	20 m	73.4945 m	73.4814 m
Yongdo Triangulation Station	35° 4' 46.0656"	35° 4' 57.25535"	35° 4' 57.25645"
	129° 3' 16.2455"	129° 3' 8.20618"	129° 3' 8.20548"
	150 m	185.3603 m	185.3453 m

Table 3. Accuracy tests of Molodensky conversion.

Location	Bessel Coordinate	WGS-84 Coordinate	Bessel Coordinate
KORDI Main Campus	37° 16' 57.03291"	37° 17' 7.17621"	37° 16' 57.03493"
	126° 50' 11.54374"	126° 50' 3.99502"	126° 50' 11.54237"
	20 m	74.077 m	19.9739 m
KORDI Jangmok Station	34° 59' 22.63399"	34° 59' 33.83651"	34° 59' 22.63619"
	128° 40' 41.05122"	128° 40' 33.13768"	128° 40' 41.04985"
	20 m	55.8919 m	19.9702 m
Korea Geodetic Reference Station	37° 16' 31.9034"	37° 16' 42.06338"	37° 16' 31.90543"
	127° 3' 5.1451"	127° 2' 57.52683"	127° 3' 5.14372"
	20 m	73.4814 m	19.9737 m
Yongdo Triangulation Station	35° 4' 46.0656"	35° 4' 57.25645"	35° 4' 46.06780"
	129° 3' 16.2455"	129° 3' 8.20548"	129° 3' 16.24410"
	150 m	185.3453 m	149.9701 m

$$\Delta H = \Delta x \cos \phi \cos \lambda + \Delta y \cos \phi \sin \lambda + \Delta z \sin \phi \quad (26)$$

$$-\Delta a \frac{a}{R_N} - \Delta f \frac{b}{a} R_N \sin^2 \phi$$

식(19)의 편차량 계산시에 포함된 평행변위, 장반경 편차, 편평을 편차는 변환좌표계에서 국지좌표계의 관련 변수를 빼 값을 의미한다. 예를 들어 WGS-84좌표를 구하기 위해 Bessel 좌표에 대한 장반경  $a$ 의 편차량 관계식은  $\Delta a = a_{WGS-84} - a_{Bessel}$  이 된다.

WGS-84 좌표계와 Tokyo Bessel 좌표계 간의 변환에

대해 2절의 3차원 좌표변환식과 Molodensky 변환식의 결과를 비교하여 정밀도를 분석하였다. 좌표변환 대상지점은 한국해양연구원 본원 및 장목분소, 국립지리원내에 위치한 한국경위도원점 그리고 우리나라 최초의 1등 삼각점인 부산 영도이다. 이 점들은 Bessel 좌표의 경위도 값이 주어졌으나 타원체로부터의 높이가 주어지지 않아 개략적인 값을 사용하였으며 Table 2에 Bessel 좌표로부터 계산한 WGS-84 좌표를 나타내었다.

Table 2에 나타난 바와 같이 2절의 방법으로 계산한 값과 Molodensky 변환식의 값은 거의 같다. 즉 경위도 값은 초단위 소수점 셋째자리의 값이 틀리며 타원체면으로부터의 높

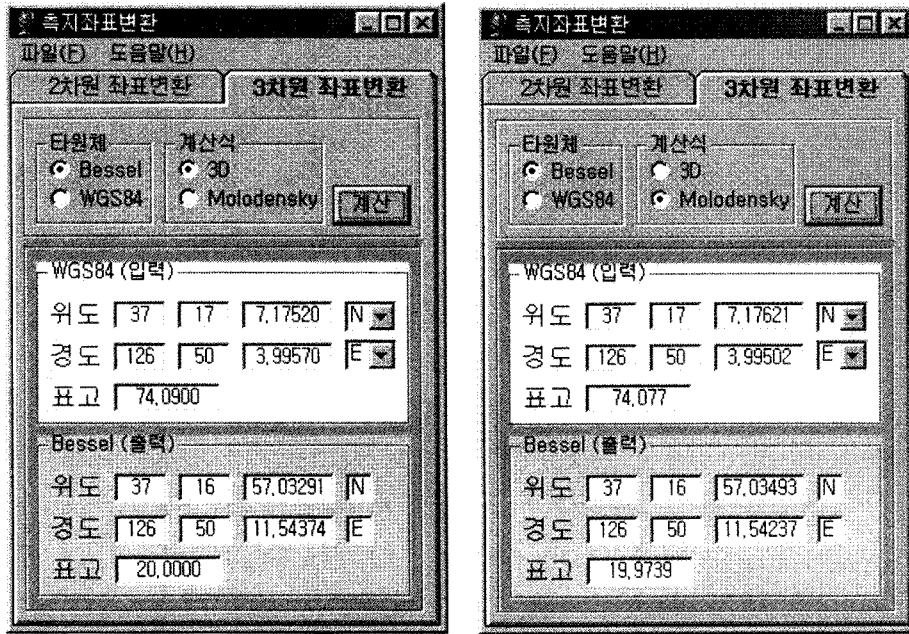


Fig. 4. Coordinate transformation results of a point in KORDI main campus.

Table 4. Summary of TM and UTM coordinates.

	TM	UTM
Scale factor	1.0	0.9996
Applicable zone	$-1^\circ \leq \text{longitude} \leq 1^\circ$	$80^\circ \leq \text{latitude} \leq 80^\circ$ $-3^\circ \leq \text{longitude} \leq 3^\circ$
unit	m	m
Coordinate of origin	X(N) = 0.0 Y(E) = 0.0	Eastings from the central meridian E = 500,000.0 m Northings from the equator N = 0.0 m(Northern Hemi.) N = 10,000,000.0 m(Southern Hemi.)

(유 1995)

이는 1.5 cm의 차이를 보인다.

좌표변환의 방법에 대한 정밀도를 검사하기 위한 또 하나의 척도로 주어진 Bessel 좌표를 WGS-84 좌표로 바꾼 후 이 값을 사용하여 다시 Bessel 좌표로 환산하여 그 값이 처음의 값을 갖는 지를 검토하였다. 이 방법에 따라 계산한 결과 3차원 좌표변환은 역변환 후 원래의 값을 보였으나 Molodensky 변환은 약간의 차이를 보였으며 이를 Table 3에 나타내었다.

정밀도 검토로부터 근사적인 Molodensky 변환은 약간의 차이가 예상되나 그 차이는 수 cm 이내인 것으로 판단된다.

따라서 mm 단위의 정밀 측량 경우에는 Molodensky 변환식은 오차의 한계를 벗어나기 때문에 이를 사용하는 것은 의미가 없음을 알 수 있다. Fig. 4에 한국해양연구원 본원내 측점에 대한 역변환 계산의 본 연구결과 및 Molodensky 변환 결과를 나타내었다.

#### 4. 평면직교 좌표변환 계산

평면직교 좌표는 측량범위가 넓지 않은 일반측량에서 주로 사용되기 때문에 우리나라의 기본도(1/25,000)와

Table 5. Korea TM coordinate origin.

	latitude	longitude
Western origin	38 ° 00' N	125 ° 00' 00"E
Central origin	38 ° 00' N	127 ° 00' 00"E
Eastern origin	38 ° 00' N	129 ° 00' 00"E

1/5,000 및 1/50,000 지형도에는 Tokyo 원점의 Bessel 좌표계에 의한 경위도 좌표 뿐 아니라 2차원 평면 직교좌표인 TM좌표가 함께 표시되어 있다. 평면직교 좌표는 측량구역 내 한점을 택해 좌표원점으로 정하고 그 원점을 지나는 자오선을 X축, 동서방향을 Y축으로 나타내며 측량원점에서는 자오선과 X축 방향이 일치하나 원점에서 멀리 떨어질수록 자오선과 X축 방향의 차이인 자오선수차가 생기게 된다. TM 좌표뿐만 아니라 평면직교 좌표로 널리 사용되는 UTM좌표의 투영법은 기준타원체에 가까운 지구표면을 평면상에 표현하는 것으로 여러 가지 방법 중에 한가지로 횡원통도법의 일종으로 Gauss의 등각(상사) 이중투영법이다. 이에 대한 자세한 내용은 측량학 원론(유 1995) 또는 측량학(백 1996)를 참고하길 바란다.

TM좌표와 UTM좌표는 2차원 평면 직교좌표이므로 거리 계산이 매우 편리하나 비교적 좁은 구역에서 사용한다. 따라서 도엽 상에서 측점의 위치를 표시하거나 측점으로부터 좌표를 구하기가 매우 쉽기 때문에 본 논문에서는 경위도좌표를 평면직교 좌표로 상호 변환에 대해 살펴보기로 한다. 우선 Table 4에 이들 좌표계의 특징을 나타내었다.

UTM좌표에서 원점을 0으로 표시하지 않은 이유는 측량 지역 내의 모든 좌표값이 항상 양의 값을 갖도록 하기 위한 것이다. 이러한 방법이 우리나라의 TM좌표에서도 사용되며 이를 위해 X축에는 500,000 m를 Y축에는 200,000 m를 더한 값을 사용하나, 제주도 지역만은 X축에는 550,000 m를 더한다. 또 하나 주목해야 할 사항으로 도엽좌표의 경위도를 TM좌표로 계산할 때는 경도에서 10.405"를 빼서 계산하여야 하며 반대로 TM좌표로부터 경위도를 계산할 때는 계산된 경도 값에 10.405"를 더하여야 하며 이를 경도보정이라 한다. 경도보정은 우리나라 측량원점 설정시의 오차에 의한 것으로 알려져 있다. Table 5에 우리나라 TM좌표 원점을 나타내었고 UTM좌표의 기준자오선은  $(180^\circ + \lambda)/6$ 에 의해 구하고 올림 값을 사용한다.

경위도 좌표에서 TM좌표, UTM좌표로 상호변환을 구하는 식에 대한 자세한 내용은 위에 언급된 참고문헌을 참고하기 바라며 여기서는 결과식만을 정리하고자 한다. 경위도 좌표를 평면직교 좌표로 변환은 식(27) ~ (30)로 표시되며 남북좌표는 식(27)이 된다.

(27)

$$X(N) = m_0 \left\{ \begin{aligned} & S_0 + N \sin \phi \cos \phi \frac{\Delta \lambda^2}{2} + N \sin \phi \cos^2 \phi (5 - \tan^2 \phi + 9\eta^2 + 4\eta^4) \frac{\Delta \lambda^4}{24} \\ & + N \sin \phi \cos^5 \phi (61 + 58 \tan^2 \phi + \tan^4 \phi + 270\eta^2 - 330 \tan^2 \phi \eta^2) \frac{\Delta \lambda^6}{720} \\ & + N \sin \phi \cos^7 \phi (1385 - 3111 \tan^2 \phi + 543 \tan^4 \phi - \tan^6 \phi) \frac{\Delta \lambda^8}{40320} \end{aligned} \right.$$

여기서  $m_0$ 는 선축척계수로 Table 4에 나타내었고, N은 묘유선 반경으로 식(22),  $\Delta \lambda$ 는 변환좌표의 경도와 기준경도 차,  $\eta^2 = e^2 \cos^2 \phi / (1 - e^2)$ 이다. 그리고 식(27)에서  $S_0$ 은 기준 위도  $\phi_0$ 에서  $\phi_1$ 까지의 자오선 호의 길이로 자오선의 곡률반경을 적분한 값으로 식(28)이 되며 위도  $\phi_0$ 는 Table 4의 기준 위도 값을 사용한다.

$$S_0 = \int_{\phi_0}^{\phi_1} \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} d\phi \tag{28}$$

$$= a(1 - e^2) \left\{ A(\phi_1 - \phi_0) - \frac{B}{2} (\sin 2\phi_1 - \sin 2\phi_0) \right.$$

$$+ \frac{C}{4} (\sin 4\phi_1 - \sin 4\phi_0) - \frac{D}{6} (\sin 6\phi_1 - \sin 6\phi_0)$$

$$+ \frac{E}{8} (\sin 8\phi_1 - \sin 8\phi_0) - \frac{F}{10} (\sin 10\phi_1 - \sin 10\phi_0)$$

$$+ \dots \left. \right\}$$

식(28)의 상수는 다음 식(29)와 같다.

(29)

$$A = 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \frac{11025}{16384} e^8 + \frac{43659}{65536} e^{10} + \dots$$

$$B = \frac{3}{4} e^2 + \frac{15}{16} e^4 + \frac{525}{512} e^6 + \frac{2205}{2048} e^8 + \frac{72765}{65536} e^{10} + \dots$$

$$C = \frac{15}{16} e^4 + \frac{105}{256} e^6 + \frac{2205}{4096} e^8 + \frac{10395}{16384} e^{10} + \dots$$

$$D = \frac{35}{512} e^6 + \frac{315}{2048} e^8 + \frac{31185}{131072} e^{10} + \dots$$

$$E = \frac{315}{16384} e^8 + \frac{3465}{65536} e^{10} + \dots$$

$$F = \frac{639}{131072} e^{10} + \dots$$



한편 동서축 Y는 식(30)이 된다.

$$Y(E) = m_0 \left( \begin{aligned} &N \cos \phi \Delta \lambda + N \cos^3 \phi (1 - \tan^2 \phi + \eta^2) \frac{\Delta \lambda^3}{6} \\ &+ N \cos^5 \phi (5 - 18 \tan^2 \phi + \tan^4 \phi + 14 \eta^2 - 58 \tan^2 \phi \eta^2) \frac{\Delta \lambda^5}{120} \\ &+ N \cos^7 \phi (61 - 479 \tan^2 \phi + 179 \tan^4 \phi - \tan^6 \phi) \frac{\Delta \lambda^7}{5040} \end{aligned} \right) \quad (30)$$

1/100 정도 오차를 보이는 매우 정밀한 식이며 변환식을 계산하기 위한 프로그램을 작성하였다.

평면직교 좌표에서 경위도를 계산하는 과정은 반복적인 계산이 필요하며 위도에 대한 계산이 먼저 이루어져야 한다. 위도에 대한 식(27)의 우변에서 자오선의 호장  $S_0$ 가 가장 크기 때문에 식(31)의 반복계산에 의해 위도를 계산한다.

$$\phi_{i+1} = \phi_i + \frac{X/m_0 - S_i}{a(1 - e^2)A} \quad (31)$$

좌표 변환식인 식(28)과 (30)은 측량의 허용오차인 mm의

여기서 첨자  $i$ 는 반복번호를 나타내며 위도  $\phi_i$ 까지의 자오선 호장은 식(32)가 된다.

Table 6. Conversion results of Earth Centered, Earth Fixed Cartesian coordinates.

Location	Bessel coordinates	TM coordinates	UTM coordinates
KORDI Main Campus	37° 16' 57.03291" N 126° 50' 11.54374" E	X 420387.400536 Y 185249.598755	N 4127994.907083 E 308229.053620
KORDI Jangmok Station	34° 59' 22.63399" N 128° 40' 41.05122" E	X 166027.156939 N 3871554.769140	Y 170347.470639 E 470623.077564
Antarctic Korea Scientific Station	62° 13' 23.0" S 58° 47' 21.0" W	-	N 3100411.761567 E 406994.212535
Korea Geodetic Reference Station	37° 16' 31.9034" N 127° 3' 5.1451" E	X 419600.909781 N 4126806.206932	Y 204304.375495 E 327263.143553
Daegu Triangulation Station	35° 42' 45.426" N 128° 31' 32.841" E	X 246289.825847 Y 156832.269386	N 3951784.919793 E 457110.943842
Yongdo Triangulation Station	35° 4' 46.0656" N 129° 3' 16.2455" E	X 175946.315478 Y 204707.389087	N 3881470.953852 E 504968.962140

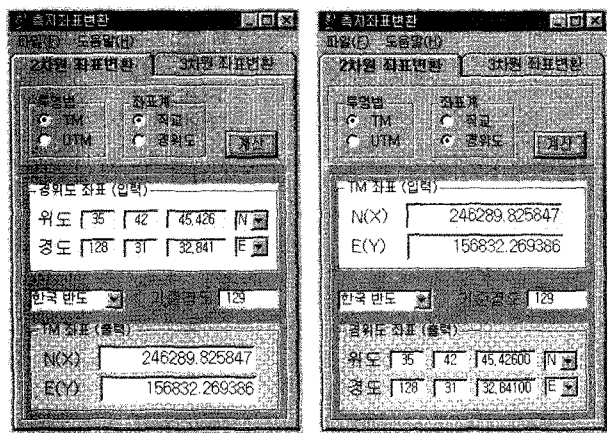


Fig. 5. TM coordinates conversion result of a triangulation station near Daegu City.

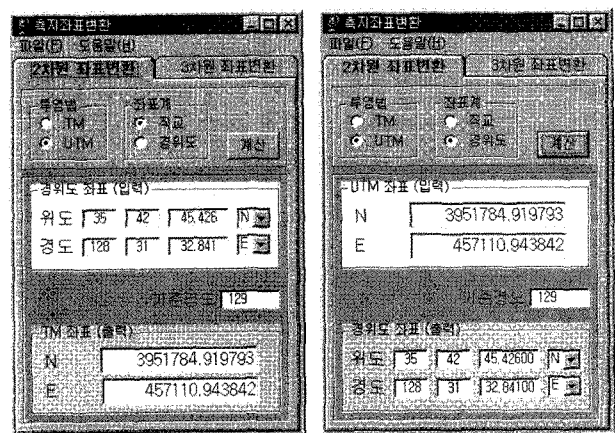


Fig. 6. UTM coordinates conversion result of a triangulation station near Daegu City.

$$S_i = a(1 - e^2) \left\{ A(\phi_i - \phi_0) - \frac{B}{2}(\sin 2\phi_i - \sin 2\phi_0) \right. \\ \left. + \frac{C}{4}(\sin 4\phi_i - \sin 4\phi_0) - \frac{D}{6}(\sin 6\phi_i - \sin 6\phi_0) \right. \\ \left. + \frac{E}{8}(\sin 8\phi_i - \sin 8\phi_0) - \frac{F}{10}(\sin 10\phi_i - \sin 10\phi_0) \right\} \quad (32)$$

식(31)에서 허용오차 이내의 위도를 식(33)에 대입하여 위도를 최종 계산한다.

$$\phi = \phi_i - \frac{(1 + \eta_i^2) \tan \phi_i \left( \frac{Y}{m_0} \right)^2}{2N_i^2} \quad (33) \\ + \frac{(5 + 3 \tan^2 \phi_i + 6\eta_i^2 - 6 \tan^2 \phi_i \eta_i^2 - 3\eta_i^4 - 9 \tan^2 \phi_i \eta_i^4) \tan \phi_i \left( \frac{Y}{m_0} \right)^4}{24N_i^4} \\ - \frac{(61 + 90 \tan^2 \phi_i + 107\eta_i^2 - 162 \tan^2 \phi_i \eta_i^2 + 45 \tan^4 \phi_i - 45 \tan^4 \phi_i \eta_i^2) \tan \phi_i \left( \frac{Y}{m_0} \right)^6}{720N_i^6} \\ + \frac{(1385 + 3633 \tan^2 \phi_i + 4095 \tan^4 \phi_i + 1575 \tan^6 \phi_i) \tan \phi_i \left( \frac{Y}{m_0} \right)^8}{40320N_i^8}$$

여기서 이심률과 관련된  $\eta$ 는 식(34)가 된다.

$$\eta_i^2 = \frac{e^2 \cos^2 \phi_i}{1 - e^2} \quad (34)$$

그리고 경도는 기준위도  $\lambda_0$ 를 포함하는 식(35)로 계산한다.

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{1}{N_i \cos \phi_i} \left( \frac{Y}{m_0} \right) - \frac{1 + 2 \tan^2 \phi_i + \eta_i^2}{6N_i^3 \cos \phi_i} \left( \frac{Y}{m_0} \right)^3 \quad (35) \\ - \frac{5 + 28 \tan^2 \phi_i + 6\eta_i^2 + 8 \tan^2 \phi_i \eta_i^2 + 24 \tan^4 \phi_i}{120N_i^5 \cos \phi_i} \left( \frac{Y}{m_0} \right)^5 \\ - \frac{61 + 662 \tan^2 \phi_i + 1320 \tan^4 \phi_i + 720 \tan^6 \phi_i}{5040N_i^7 \cos \phi_i} \left( \frac{Y}{m_0} \right)^7$$

이 절에 제시한 식을 이용하여 Windows용 평면좌표변환 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램의 Bessel 좌표로부터 TM좌표 또는 UTM 좌표변환에 대한 계산결과를 Table 6에 나타내었다. 결과의 정밀도를 분석하기 위해 백(1996)의 예제14-1인 대구 부근 삼각점에 대한 결과와 비교하였다. 예제의 결과는 음의 좌표 값으로 계산된 것으로 이를 위에 기술한

바와 같이 환산하면 X 246289.828, Y 156832.270이 된다. 그리고 이를 Table 6의 값과 비교하면 mm에서 값의 차이가 있음을 알 수 있다. 한편 계산된 평면좌표를 이용하여 경위도 좌표를 구하는 역변환 결과가 원래의 경위도 좌표를 갖는 지 확인함으로 그 정밀도를 분석하였다. 평면좌표의 TM과 UTM에 대한 역변환의 결과를 Fig. 5와 6에 각각 나타내었고 계산결과 원래의 경위도 좌표와 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서 본 프로그램의 정밀도는 매우 우수한 것으로 분석된다.

## 5. 결론

우리나라의 측량기준 원점인 Tokyo Bessel(1941)과 GPS 기준측지계인 WGS-84 간의 3차원 좌표변환 계산을 위한 식을 유도하였고 이에 대한 계산 프로그램을 개발하였다. 선정된 측점에 대한 계산결과를 제시하였고 그 정밀도를 분석하여 정밀측량에 사용할 수 있음을 나타내었다. 또한 경위도 좌표를 우리나라에서 사용하고 있는 평면좌표인 TM과 국제적으로 통용되고 있는 UTM 좌표간의 상호변환에 대한 식을 이용하여 계산 프로그램을 개발하였고 정밀도 역시 분석하여 매우 정밀함을 입증하였다. 본 연구는 GPS 측량 좌표를 우리나라의 기준좌표로 변환하는 정밀측량에 사용할 수 있으며 해양연구의 각종 위치측량 좌표변환에 이용될 수 있다.

## 사사

본 연구는 한국해양연구원의 1998년 정책지원사업인 "DGPS 운용을 위한 기반구축" 연구의 일환으로 수행된 것임을 밝힙니다. 본 연구에 도움을 준 한국해양연구원의 정병순 님에게 감사를 드리며, 좋은 조언을 해주신 심사자 두분께 감사의 뜻을 포함합니다.

## 참고 문헌

- 백은기. 1996. 측량학. 청문각.
- 유한복. 1995. 측량학 원론( I ). 박영사.
- 한국해양연구소. 1998. DGPS 운용을 위한 기반구축. 한국해양연구소 보고서 BSPE 98716-00-1158-2.
- National Imagery and Mapping Agency. 1977. *Department of Defense World Geodetic System, 1984-Its Definition and Relationships with Local Geodetic System*. NIMA TR 8350.2, 3rd. Bethesda, MD.

Received Mar. 14, 2001

Accepted Jun. 30, 2001