韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 11집, 2001. 1. 415-435.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 11, Jan. 2001. 415-435.

수학 교사의 교육적 지식과 개념에 대한 분석

김 원 경 (한국교원대학교)
김 용 대 (한국교원대학교)

본 연구의 첫 번째 목적은 수학 교사가 가지고 있는 수학의 교수-학습에 대한 개념을 알아보고자 한 것이다. 두 번째 목적은 수학 교사의 수학 단원에 대한 선호도와 그 이유를 알아보고자 한 것이다. 세 번째 목적은 확률 개념과 통계 개념에 대한 교육적 지식을 알아보고자 한 것이다. 본 연구에서 나타난 결과에 의하면 수학 교사의 수학의 본질에 대한 개념은 문제해결적 관점보다 플라톤적 관점이 더 우세한 것으로 나타났다. 그리고 가장 좋아하는 단원으로 도형 부분을 가장 많이 꼽았으며 가장 싫어하는 단원으로 확률과 통계를 가장 많이 꼽았다. 또한 가르치기 가장 쉬운 단원으로 방정식과 부등식 부분을 가장 많이 꼽았으며 가르치기 가장 어려운 단원으로 도형 부분을 가장 많이 꼽은 것으로 나타났다.

I. 연구의 필요성 및 목적

수학은 기본적으로 수학화, 탐구, 추론, 의사소통과 같은 수학적인 과정과 관련된다. 이러한 고도의 기능을 강조하게 되면 기본적 기능을 소홀히 하기 쉽다. 수학 교사교육에서 필요로 하고 있는 것은 교육적 상황에서 명확한 수학의 개념이다. 수학 교사들에게는 기초적인 토픽이 진보적인 토픽보다 훨씬 중요하고 무엇보다도 수학을 하나의 활동으로 경험해야 한다(Wittmann, 2000). 이것은 이론과 실제 사이의 조직적인 관계를 추구하고자 하는 노력에서 수학 교사교육의 중요성을 말하고 있는 것이다.

수학 교사는 학생들이 이해할 수 있도록 수학적 내용과 아이디어를 표현하는 방법, 수학 교육과정, 그리고 수학 학급을 조직하고 관리하는 방법을 알아야 한다. 수학 수업 현장에서는 교사의 교과 내용적 지식과 교과 교육적 지식 모두가 중요하다(Stones, 1979; Elbaz, 1983; Shulm-an, 1987; Bennett, 1987) 수학 수업은 수학 교사의 주된 역할이며 수업에는 여러 가지 요인들이 영향을 준다. 그런데 수학 수업 현장에 관한 연구 결과에 의하면, 수학 교사의 수학적 지식과 수업 현장 사이에 일관성이 부족하고 또한 수학 교사의 수학의 교수-학습에 대한 개념과 수업 현장 사이에도 일관성이 부족하다고 한다(Thompson, 1984; Cooney, 1985; Brown, 1986). 따라서 수학 교사의 수학적 지식과 수학의 교수-학습에 대한 개념을 파악하는 문제는 효과적인 수학 수업을 연구하는데 필요하다.

수학 수업을 어떻게 구성할 것인가의 문제는 교수 방법만의 문제가 아니라 수학 교사의 수학에 대한 이해와 수학적 지식의 문제이다(Dossey, 1992). 수학 수업 현장에서 교사가 인식하는 수업의 목표, 교사의 역할, 학습자들의 역할, 교실 안에서의 적절한 활동, 교수법 등은 모두가 수학의 교수-학

습에 대한 개념의 요소로 본다(Copes, 1979; Lerman, 1983; Thompson, 1984). 또한 Ernest(1988)는 수학 수업에 영향을 주는 중요한 변인으로써 교사의 수학에 대한 지식, 수업의 사회적 상황 그리고 교사의 사고 과정과 반성을 들고 있다.

수학의 교수를 위한 전문성 규준(NCTM, 1991)에서는 바람직한 수학 수업으로써 사고와 추론 및 문제해결을 강조하는 개념 지향적인 수업을 강조하고 있다. 전통적으로 이제까지의 수학 수업은 학습에 대한 행동주의의 개념에 큰 영향을 받았다고 볼 수 있다. 그러나 이 규준은 구성주의적 학습 개념에 기초하고 있다. 이러한 구성주의적 학습 개념은 교사의 역할과 학생의 역할 변화를 통해 수학의 교수-학습 방법의 변화를 요구한다는 시사점을 얻을 수 있다.

Thompson(1984)에 의하면, 수학의 본질을 정적인 측면에서 인식하고 있는 교사는 수학이 정확한 절차와 결과에 의해서 특징지어지고 그 기본 요소는 사칙연산, 대수적 절차, 기하학적 용어와 정리라고 믿고 있다는 것이다. 따라서 수학을 안다는 것을 정해진 절차를 잘 수행하고 기본 개념을 알게 된다는 것과 동일하게 본다는 것이다. 따라서 이것은 수학적 절차의 기계적 훈련만을 강조하는 수업에서 알 수 있다. 둘째, 수학의 본질을 도구적인 측면에서 인식하고 있는 교사는 수학적 개념의 의미와 수학적 절차의 논리를 강조하는 수업에서 알 수 있다. 셋째, 수학의 본질을 문제해결적인 측면에서 인식하고 있는 교사는 학생들로 하여금 수학의 발생적 과정에 참여시키는데 목적을 둔 활동을 강조하는 수업에서 알 수 있다.

이상을 종합해 볼 때, 수학 교사의 수학에 대한 개념, 수학의 교수-학습에 대한 개념, 수학 교사의 내용적 지식과 교육적 지식이 실제 수업에 어떤 영향을 줄 것인가를 알기 위해서 먼저 수학 교사가 어떠한 개념을 갖고 있으며 교사가 어떠한 지식 체계를 갖고 있는가를 깊이 있게 분석하는 것이 더 필요하고 선행되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 먼저 수학 교사가 가지고 있는 수학의 교수-학습에 대한 개념을 알아본다. 그리고 수학 단원에 대한 선호도와 그 이유를 알아보고 확률 개념과 통계 개념에 대한 교육적 지식을 분석하고자 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

첫째, 수학 교사들의 수학의 교수-학습에 대한 개념은 어떠한가?

둘째, 수학 교사들의 수학 단원에 대한 선호도와 그 이유는 무엇인가?

셋째, 수학 교사들의 확률 개념과 함수 개념에 대한 교육적 지식은 어떠한가?

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학의 교수-학습에 대한 개념

1) 행동주의와 구성주의적 관점

Cobb(1990)와 Kamii(1982) 및 Putnam(1990)과 Glasersfeld(1995)에 의하면, 수학의 교수-학습에 대

한 개념을 구성주의적 관점과 행동주의적 관점으로 구분할 수 있는데 이것을 정리하면 다음 표II-1과 같다.

<표 II-1> 행동주의와 구성주의적 관점

	행동주의적 관점	구성주의적 관점
학습	학습은 기능, 개념과 사실을 획득하는 것이다.	학습은 지식을 능동적으로 구성하고 과거의 지식을 재구성하는 것이다.
학습자의 역할	학습자는 정보를 수용하여 기억하고 경청하고 지시에 따르고 과제를 시간에 맞추어 완수한다.	학습자는 활동적인 사색가, 설명가, 해설자, 질문자로써 지식을 능동적으로 구성한다.
개인차	학생들의 성공이나 실패는 그의 능력과 노력에 달려 있다.	학생들의 성공이나 실패는 학습을 위해 필요한 인지적 과정에 몰두하는 정도에 달려 있다.
수업	수업은 지식을 전수하는 것이다.	수업은 학생의 지식 구성을 용이하게 하도록 도와주는 것이다.
학습자의 능력	수학적으로 능력 있는 학생들만이 높은 수준에 도달할 수 있다.	모든 학생들이 높은 수준에 도달할 수 있다.
학습의 결과	수학적 활동(옳은 절차를 사용하여 옳은 답을 얻는 것)의 결과는 단시간에 이루어진다.	수학적 활동(사고하기, 의미 만들기, 문제해결, 여러 가지 답)의 과정은 많은 시간이 필요하다.

또한 Ernest(1989)는 수학 교사의 역할을 지시자로서의 교사, 설명자로서의 교사, 조언자로서의 교사로 구분하고 있다.

지시자로서의 교사 모델의 목적은 올바른 수행을 통한 기능 숙달에 있다. 이 모델은 수학에 대한 도구주의적 관점과 연결되며 학습은 기능 숙달에 의해서 그 결과가 나타나고 학습자의 수동적인 행동을 통해서 성취되는 것으로 본다.

설명자로서의 교사 모델의 목적은 통합된 지식을 통한 개념적 이해에 있다. 이 모델은 수학을 지식의 통합체로 보는 플라톤적 관점과 연결되며 학습을 지식 수용으로 본다.

조언자로서의 교사 모델에서는 수학을 문제해결로 보며 학습을 이해의 능동적인 구성으로 보는데 있다. 이 모델의 목적은 자신 있는 문제설정과 문제해결이다.

이와 같은 수학 교수 모델이 교수-학습에 대한 행동주의적 관점과 구성주의적 관점 모두를 포함하지만, 수학의 교수에서 행동주의의 영향은 구성주의의 영향과는 달리 오늘날까지 이루어지고 있다. 수학의 교수에 대한 행동주의적 관점은 수업 현장에서 지금까지 지속되는 전통을 가지고 있다.

Thorndike는 학습을 자극과 반응 사이를 결합시키는 것으로써 특징지었는데, 이 결합은 그가 '법칙'이라 부르는 어떤 조건 아래서 존재하게 되고 그 법칙은 ㉠ 연습의 법칙(반복은 결합을 강하게 만

든다) ㉡ 효과성의 법칙(결합은 만족 상태가 생길 때 강해진다) ㉢ 준비성의 법칙(흥미나 준비성에 대한 학습자의 내적 상태는 그가 무엇을 고려하는지를 결정하게 될 것이다)을 말하고 있다(Farnham & Diggory, 1990). 연습의 법칙에 의하면, 자극과 반응 사이의 결합은 연습을 통하여 영속성이 있는 지점으로 강화될 수 있다는 것인데, 이 법칙은 학습에 대한 반복 훈련과 실행을 지원한다. 이것의 바탕이 되는 신념은 하나의 과제에서 다른 과제로의 학습의 전이는 그 학습 상황이 비슷한 요소를 포함하고 있을 때 일어난다는 것으로써 학교 수학을 아주 구조적인 순서로 가르쳐야 한다고 제안한다(Cronbach & Suppes, 1969).

Goldin(1990)은 행동주의적 원리에 따른 수학 수업의 효과에 대하여 다음과 같이 말하고 있다. 이 방법의 단점 중의 하나는 검사되어질 수학적 행동이 조작적으로 구체화되어야 하고 그러한 행동을 가능한 직접적으로 가르치는 것이 가장 효과적인 것으로 보이게 된다는 것이다. 그런데 이것은 통찰력 있는 과정보다는 기계적인 과정을 이용하게 된다는 것이다. 그리고 계산 속도와 정확성이 하나의 목표로 당연시되고 표준화된 지필 검사가 수업 과정을 지배하게 된다. 그리고 교사들은 수업 시간에 수학적 탐구, 발견 학습, 혹은 문제해결에 소비할 시간이 없다는데 의견일치를 보이게 된다는 것이다.

Romberg와 Carpenter(1986)에 의하면, 구성주의에 대한 많은 연구가 기초를 두고 있는 기본 가정 중의 하나는 아이들이 환경과의 상호작용을 통해서 그리고 자신의 심적 구성에 대한 재조직을 통해서 지식을 능동적으로 구성한다는 것이다. Cobb와 Yakel 및 Wood(1991)에 의하면, 학생들은 자신의 경험을 능동적으로 재조직함으로써 수학을 학습하게 된다는 생각이 거의 보편적이라고 한다. 그러나 이와 같은 구성주의적 관점이 실제 수학 수업 현장에서는 찾아보기 어렵다고 한다. 그 이유는 아직까지 대부분의 수학 수업 방법은 행동주의적 관점이 우세하게 나타난다(Marshall, 1992).

구성주의는 개별적인 학습 이론으로 볼 수 있다. 비록 대부분의 연구에서 구성주의적 수업이라는 용어를 사용하지만 실제로 이것은 구성주의적 수업 모델이라고 볼 수 없다. 그 이유는 개별적인 학습 이론인 구성주의가 교실 현장에서 어떻게 적용되는지가 불분명하다. 대부분의 수학교육 연구가들은 일대일 상황에서 구성주의적 방법의 힘을 인정하고 있지만, 그들은 또한 교사가 일관성 있게 구성주의적인 상황의 수업을 할 수 없다는 사실을 인정해야 한다고 말한다(Noddings, 1990).

구성주의는 아직까지 '교육 현장에서 상대적으로 새로운 것(Prawat, 1992)'이므로 학습에 대한 구성주의적 관점을 적용 시켰을 때의 효과를 논의한다는 것은 단지 수업 효과를 기술하는 정도에 그칠 뿐이다. 이러한 효과는 전통적인 수업 방법에서의 변화를 갈망하는 것에서 알 수 있다.

수학의 교수를 위한 전문성 규준(NCTM, 1991)에서는 수학 교실이 지향해야 할 환경의 변화를 다음과 같이 제안하고 있다.

- 단순한 개인적 모임으로서의 교실이 아니라 수학적 공동체로서의 교실을 지향
- 정답에 대한 유일한 권위자로서의 교사가 아니라 논리적 · 수학적인 근거를 지향
- 절차를 단순히 암기하는 것이 아이라 수학적 추론을 지향
- 기계적인 답 찾기를 강조하는 것이 아니라 추측, 발견, 문제해결을 지향

- 고립된 개념과 절차들의 조직체로서의 수학 수업이 아니라 수학적 아이디어와 적용을 지향

따라서 수학 교실이 지향해야 할 환경 변화는 지식의 전달과 수용으로서의 교수-학습 방법을 변화시키고자하는데 의도가 있다.

학교 수학을 위한 교육과정과 평가의 규준(NCTM, 1989)에 의하면, 수학 수업은 개념에 기초한 폭넓은 범위의 내용을 포함해야 한다는 것이다. 학생들은 유용한 과제를 해결하기 위해 서로서로 토의하고 탐구하고 적용함으로써 수학을 능동적으로 행한다는 것이다. 그래서 수업의 초점은 학생들의 사고력과 수학적 감각을 기르는데 두어야 한다는 것이다. 수학 교실은 학생들이 교사보다 이야기를 더 많이 할 수 있는 수학적 공동체 사회여야 한다. 토의의 초점은 계산을 수행하기 위한 절차적 단계가 아니라 수학적 개념에 맞추어야 한다. 교사와 교과서는 더 이상 수학적 지식에 대한 유일한 근원이 아니다. 올바른 답을 얻는 것은 더 이상 수업의 유일한 목표가 아니라 여러 가지 목표중의 하나일 뿐이라고 한다.

이러한 규준들에서는 좋은 수학 수업을 다음과 같은 가정에 두어야 한다는 것이다. ㉠ 수학 수업의 목표는 학생들의 수학적 힘을 발달시키는데 있다 ㉡ 학생들이 무엇을 배우는가와 어떻게 배우는가는 근본적으로 서로 연결된다 ㉢ 모든 학생이 수학적으로 사고하는 것을 배울 수 있다 ㉣ 수업은 복잡성 때문에 비법에 의해 축소되어서는 안된다 ㉤ 수업은 통합된 활동이다. 이러한 가정은 규준에 대한 이론적 틀을 형성한다(NCTM, 1989, 1991, 1995).

수학의 교수를 위한 전문성 규준(NCTM, 1991)은 '모든 학생이 추론하고 문제를 푸는 것, 내용의 풍부한 네트워크와 경험을 연결시키는 것, 수학적 아이디어에 대한 의사소통을 하는 것들을 배울 수 있고 배워야 한다'라는 가정을 기초로 하고 있다. 학교 수학을 위한 교육과정과 평가의 규준에서의 목표는 수학적인 능력이 우수한 학생들을 위한 것이 아니라 모든 학생을 위한 목표이다. 이 규준은 과거 학교 교육 현장의 사회적 불공평을 치료하기 위한 것인데, 과거 학교 교육은 높은 수준의 수학 코스를 위한 학생들을 제외하게 되었고 결과적으로 더 많은 교육 기회를 제한하는 결과가 되었기 때문이다(Sowder, 1989).

비록 이러한 규준들의 목표가 모든 아이들을 위한 질 높은 수학교육이지만, 모든 아이들이 수학에 대해서 같은 흥미와 같은 능력을 갖도록 기대되어진 것은 아니다(NCTM, 1991). 그것은 개인간의 성취도와 학습에 차이가 있다는 것을 인정하고 있다.

학생들 사이의 성취도에서의 차이에 대하여 행동주의와 구성주의에서의 설명 사이에 큰 차이가 있다. 수용적 증가로써의 학습에 대한 행동주의적 개념과 인지적 조정으로써의 학습에 대한 구성주의적 개념과 관련하여 Anderson(1989)에 의하면, 수용적 증가 관점에서 학습은 학습자가 자신에게 주어진 정보를 변경하지 않고 수용하고 축적할 때 일어난다는 것이다. 따라서 학습에서의 성공과 실패는 학습자의 능력, 지능, 노력에 달려 있다는 것이다. 이런 관점에서 교사의 역할은 정보와 과제를 제공하는 것이지만 교사가 학생들에게서 학습이 일어났는지를 확신할 수는 없다. 결과적으로, 수업의 강조점은 정보를 전달하는 것이고 학습자가 그 정보를 받아들였는지에 관심을 두게 된다(Prawat,

1992). 이와 같이 정보의 전달 방법에 대한 관심은 개인차를 설명하기 위한 여러 가지 이론들을 이끌어냈는데 Prawat(1992)에 의하면, 이러한 이론들은 유일한 개인차가 아니라 일반적으로 학생들 사이의 차이를 설명하는 경향이 있다고 한다. 한가지 예로써, 학습자를 시각적 학습자, 청각적 학습자, 운동 감각적 학습자로 구분하는 학습 유형 이론을 들 수 있다. 일반적으로 개인차를 설명하는 또 다른 예는 반구적 분화 이론, 즉 어떤 학생들은 좌측 뇌에서 사고하고 또 다른 학생들은 우측 뇌에서 사고한다는 이론이다.

둘째, 학습에 대한 인지적 조정의 관점에서 학습은 학습자가 새로운 정보를 따르고 그것을 현재 자신의 지식과 관련시키고 경험에 의해서 그것을 재조직하고 의미를 부여할 때 일어난다는 것이다. 이러한 관점에서 학습에서의 성공과 실패는 학생이 학습에 필요한 인지 과정에 몰두하는 정도에 달려있다. 따라서 학습자의 실패의 원인은 적절한 인지 과정이 부족한 때문이며, 이 때 교사의 역할은 그러한 학생들에게 필요한 인지 과정을 자극하는 것으로 본다(Anderson, 1989). 따라서, 수업의 초점은 학생들로 하여금 사고하고 감각을 키우는데 두어야 한다고 본다. 구성주의적 학습 개념에 기초한 수업은 정답을 강조하는 것이 아니라 답 뒤에 있는 숨어 있는 추론을 강조하는 것이다.

수학 교사의 수학에 대한 개념과 수학의 교수-학습에 대한 개념 사이의 관계에 대한 연구는 수학 교사의 수학에 대한 개념이 수학의 교수-학습에 대한 여러 가지 방법의 원인이 된다는 가정에 기초를 두고 있다(Philip,1994; Thompson, 1984).

Kuhs와 Ball(1986)은 수학의 교수-학습에 대하여 다음 네 가지 모델을 제시하고 있다.

① 학습자 중심(즉, 수학적 지식에 대한 학습자의 개별적 구성에 초점을 둔 수학의 교수-학습)

② 개념적 이해를 강조한 내용 중심(즉, 수학 수업은 수학적 내용 자체에 의해서 이루어지지만 개념적 이해를 강조하는 수학의 교수-학습)

③ 수행을 강조한 내용 중심(즉, 수학적 규칙과 절차에 대한 학생의 수행과 숙달을 강조하는 수학의 교수-학습)

④ 교실 중심(즉, 효과적인 교실에 대한 지식에 기초한 수학의 교수-학습)

이것을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 학습자 중심의 수학의 교수-학습 모델의 바탕은 수학의 학습에 대한 구성주의적 관점에 기초하고 있다. 이것에 의하면, 학습자는 수학을 배우고 행하는데 있어서 탐구와 문제해결 상황을 통해서 능동적으로 몰두해야 한다는 것이다. 이러한 환경 속에서 수학을 역동적인 탐구 영역으로 인식하는 교사는 수업에 대한 문제해결적 접근이 가능하도록 만들어야 한다는 것이다. 이러한 학습자 중심의 관점은 수학을 행하는(아이디어를 탐구하고 형식화하는 것)데 있어서 학생들의 직접적인 활동에 중점을 두고 있으며, 교사는 학생들의 학습에 대한 조언자이고, 학생들이 탐구할 수 있도록 질문을 하고 상황을 만들고, 학생들이 생각하는데 도전을 하도록 해야 한다는 것이다. 그리고 학생들은 자신의 아이디어가 적절한가에 대한 판단을 내려야 한다. 그리고 학생들의 수학적 지식에 대한 평가는 그들이 구성한 아이디어와 수학에서 그 아이디어의 공통된 의미 사이의 일치성의 측면에서 이루어져

야하고 또한 추측을 타당화 시키고 자신의 결론을 보완하거나 방어할 수 있는 능력을 중심으로 이루어져야 한다는 것이다. 이 모델에서 수학 교사는 수학적 아이디어와 절차를 적용하고 교실에서 자연적으로 일어나는 기회를 인식하기 위하여 수학에 대한 폭넓은 지식을 가져야 함을 강조하고 있다.

둘째, 개념적 이해를 강조한 내용 중심의 수학의 교수-학습 모델은 여러 가지 수학적 개념과 절차나 알고리즘에 의거한 논리 사이의 관계를 학생들이 이해하는데 초점을 두어야 한다는 것이다. 이 모델은 수학의 정적인 구조가 진리와 논리에 의해 함께 유지된다는 수학에 대한 플라톤적 관점에 바탕을 두고 있다. 여기서 수학 교사는 문제의 기초가 되는 수학적 관계에 대한 질문을 하고 학생들을 수학적 추론에 대한 토론의 장으로 이끌어야 한다는 것이다. 또한 수학적 아이디어와 개념 사이의 논리적 관계에 대한 학생들의 이해를 강조해야 한다는 것이다.

셋째, 수행을 강조한 내용 중심의 수학의 교수-학습 모델은 수학에 대한 도구적 관점에 기초하고 있다. Kuhs와 Ball(1986)은 도구적 관점은 다음과 같은 전제를 기초로 하고 있다고 말한다.

㉠ 규칙은 모든 수학적 지식의 기본 요소이고 모든 수학적 행동은 규칙에 지배된다

㉡ 수학 지식은 학습된 규칙을 사용하여 문제에 대한 답을 얻을 수 있다.

㉢ 계산 절차는 자동화되어져야 한다.

㉣ 학생의 오류에 대한 원인을 이해할 수는 없어도 올바른 방법에 의한 수업의 결과는 효과적인 학습에 있다.

㉤ 수학을 안다는 것은 수업 목적에 의해 기술된 숙달된 기능을 설명할 수 있다는 것이다.

도구적 관점을 따른 수업은 개념과 기능의 위계에 의해서 이루어진다. 그것은 사전검사를 통해서 나타난 학생들의 능력을 참고하여 학급 전체와 소집단과 개개인에게 순서적으로 제시하는 것이다. 그리고 수학 교사의 역할은 시범을 보이고, 설명하고, 자료를 제시하는 것이다. 또한, 학생들의 역할은 교수학적 상호작용에 참여하고, 교사와 교과서에 의해서 설명되어진 절차를 이용하여 문제를 해결하는 것이다.

넷째, 교실 중심의 수학의 교수-학습 모델은 효과적인 교수에 대한 과정-결과에 대한 연구에 기초하고 있다. 이 모델은 학교 교육과정에서 다루어질 내용을 정하고 명확하게 조직된 수업이 학생의 학습을 보장한다는 가정을 하고 있다. 즉, 학생들은 명확하게 조직된 수업의 원리를 따를 때 가장 효과적으로 배울 수 있다는 것이다. Shealy(1993)는 이러한 조직화를 수업의 열쇠라고 한다. 이 모델에서 수학 교사의 역할은 모든 수업 활동을 지도하고, 수업 내용을 학생들에게 분명하게 제시하고, 학생들이 개별적으로 실행할 수 있는 기회를 제공하는 것이다. 이 관점에 의하면, 수학 교사는 가르칠 내용을 능숙하게 설명하고, 적절한 과제를 제시하고, 학생들의 활동에 대하여 조언을 하고, 학생들에게 피드백을 제공하고, 교실 환경을 관리하고, 계획된 교실 활동의 흐름을 방해하는 것을 통제할 수 있어야 한다는 것이다. 그리고 학생들의 역할은 교사의 설명에 귀 기울이고 지도 방향에 따르고 질문에 답하고 교사가 제시한 과제를 완수하는 것이라고 한다.

따라서 수학의 교수-학습에 대한 교사의 개념은 한가지 모델에 따른다기 보다는 여러 가지 교수-

학습 모델에서 다양한 상황을 포함하는 것으로 볼 수 있다.

Ernest(1988)는 수학의 교수-학습에 대한 교사의 개념에 중요한 영향을 주는 것으로 ㉠ 교사의 수학적 지식 내용 ㉡ 수업의 사회적 상황 ㉢ 교사의 사고 과정과 반성의 세 가지를 말하고 있다. Thompson(1984)과 Philip(1994)는 교사의 반성 정도가 수학의 교수-학습에 대한 개념과 수학 수업 방법 사이의 상관성에 영향을 준다고 말한다.

Glaserfeld(1987)는 수학의 교수-학습에 대한 개념에 대하여 다음과 같이 말하고 있다. 학생들은 자신의 경험에 대한 개념적 조직에 의해 수학적 지식을 알게 된다. 따라서 수학 교사의 역할은 수학적 사실을 분배만 할 것이 아니라 학생들이 자신의 수학적 경험을 스스로 조직할 수 있도록 안내하는 것이라고 한다. 이를 위해서 수학교사는 학생의 현재 성취 수준이 어느 정도인지에 대한 판단을 하고 목표에 도달하기 위한 적절한 아이디어를 찾아야 한다. 따라서 수학적 활동을 구성하는 것은 잘 형성된 의사소통이라기 보다는 직접 행하는 것 즉, 실험하고, 추상화하고, 일반화하고, 구체화하는 것이라는 것이다.

또한 Cooney(1985)는 교사의 수학에 대한 개념이 그의 수업 방법에 영향을 준다고 말한다. 그리고 Hersh(1986)는 수학에 대하여 도구적 관점이 강한 교사는 수학 내용을 학생들에게 제시할 때 수학적 언어와 개념에 의해서 요구되는 구조적 형태를 취한다고 말한다. 그의 연구에 의하면, 수학을 안다는 것은 수학을 만드는 것이며 수학을 특징짓는 것은 그것의 창조적인 활동이나 발생적인 과정이라고 하였다. 여기서 만드는 것으로서의 수학에 대한 관점을 따르기 위해서 학생들은 문제 상황에서 생기는 여러 가지 활동에 참여하고, 추론과 창의적인 사고를 해야 한다. 그리고 정보를 수집하고 이것을 적응하며 서로 의사 소통하며 아이디어들을 반성과 논쟁을 통하여 검정하는 활동을 해야 한다는 것이다.

교사가 수학 수업의 목표로 인식하는 것, 교사와 학생의 역할, 효과적인 적절한 교실 활동, 수업 방법과 강조하는 점들은 모두가 수학의 교수-학습에 대한 개념이라고 할 수 있다. 교사의 수학에 대한 개념의 차이가 수학의 교수-학습에 대한 개념의 차이와 관련된다(Copes, 1979; Lerman, 1983; Thompson, 1984). 그리고 교사의 수학에 대한 개념의 차이는 무엇이 학생들의 수학적 이해를 구성하는 지와 수업 계획의 목적에 대한 지각에서의 차이와 관련 있다. 또한 교사의 수학의 교수-학습에 대한 개념은 학생들의 수학적 지식에 대한 관점, 수학을 배우는 방법에 대한 관점, 일반적으로 학교의 역할과 목적에 대한 관점을 반영한다. 그리고 수학 교사의 수학의 교수-학습에 대한 개념과 학생들의 수학적 지식에 대한 수학 교사의 개념 사이에는 상관성이 있는 것으로 나타났다(Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988).

다음은 Thompson(1984)에 의하면, 세 명의 수학 교사들의 수학 교수-학습에 대한 개념은 다음과 같이 나타났다.

먼저 J 교사의 수학의 교수-학습에 대한 개념은 수학을 가르치는데 있어서 교사의 역할에 대한 개념과 수학을 학습하는데 있어서 학생들의 역할에 대한 개념으로 특징지을 수 있는데 이것은 다음

과 같다.

㉠ 교사는 질서 있고 예의 바른 교실 분위기를 만들고 유지시켜야 한다.

㉡ 교사의 역할은 내용을 분명하고 논리적이고 정확한 방법으로 제시하는 것이다. 이를 위하여 수학적 규칙과 절차에 바탕을 둔 추론과 논리를 강조해야 하고 개념들 사이의 논리적 관계를 강조해야 한다.

㉢ 모든 수업 활동을 이끌고 통제하는 것은 교사의 책임이다. 교사는 이러한 목표를 위하여 분명한 계획을 세워야 한다.

㉣ 교사는 계획된 수업을 성취할 의무가 있고 그것이 이탈 없이 성취되었는지를 확인해야 한다.

㉤ 학생의 역할은 학습한 내용을 동화하는 것이다. 여기서 동화란 새로운 내용과 이미 학습한 내용 사이의 관계성을 찾는 것이다.

㉥ 학생들은 교사의 설명에 경청하고 질문에 대답함으로써 학습이 이루어진다.

㉦ 학생들은 수학적 절차를 수행하는 방법만을 아는 것에 만족해서는 안된다. 따라서 그 절차 뒤에 숨어있는 수학적 논리를 이해해야 한다.

둘째, K 교사의 수학의 교수-학습에 대한 개념은 다음과 같다.

㉠ 교사는 학생들이 자유롭게 질문하고 그들의 아이디어를 표현하도록 하기 위하여 교실 분위기를 개방적이고 비형식적으로 만들고 유지시켜야 한다.

㉡ 교사는 학생들의 제안과 아이디어에 대하여 수용적이고 그것을 사용해야 한다.

㉢ 교사는 학생들이 추측할 수 있도록 용기를 주고 해를 찾는 방법을 설명해주기 보다는 학생들 스스로가 추론할 수 있도록 도와주는 보조적인 역할을 해야 한다.

㉣ 교사는 내용을 제시할 때 그것이 의미 있도록 하기 위하여 학생들의 직관과 경험에 대하여 수용적이어야 한다.

㉤ 교사는 주의 깊게 선택된 예와 예가 되지 않는 것을 사용하여 학생들의 잠재적 오개념을 파악해야 된다.

셋째, L 교사의 수학의 교수-학습에 대한 개념은 다음과 같다.

㉠ 수학 수업은 교사가 학생들에게 정보를 전달하는 수단이다.

㉡ 학생들은 수학 과제를 수행하기 위하여 교사가 설명하는 절차와 방법을 주의 깊게 지켜보고 그러한 절차에 따라 과제를 수행함으로써 학습한다.

㉢ 문제를 해결하는데 있어서 학생들의 기능은 그들이 다음을 할 수 있는 정도에 의해서 결정된다.

- 문제 유형이나 중심 단어에 초점을 두면서 문제를 풀기 위한 적절한 연산을 파악;
- 문제를 풀기 위한 적절한 방법이나 절차를 회상;
- 방법이나 절차를 올바르게 적용하여 정답을 얻는다.

㉣ 수학 수업의 주요 목표는 표준적 절차나 방법을 사용하여 교육과정에서 구체화된 수학과제를 수행할 수 있는 학생을 길러 내는데 있다.

2. 수학의 교수를 위한 전문성 규준

수학의 교수를 위한 전문성 규준(NCTM, 1991)은 학교 수학을 위한 교육과정과 평가의 규준(NCTM, 1989)에서 권고된 '수업이 교육과정의 변화를 어떻게 지원해야 하는가'에 대한 방향을 제시하는 일련의 규준을 제안한 것이다. 이 규준들은 네 가지 영역(수학 수업, 수학 수업의 평가, 수학 교사의 전문성 개발, 교사의 지원과 수업 개발)에 대한 틀을 제시하고 있다. 이 규준의 한 가지 요소는 '모든 학년 수준에 걸쳐 좋은 수학 수업의 주요 측면'에 초점을 둔 일련의 규준인데 그것은 '어떤 학년 수준의 교사도 수학을 알아야 하고 가르칠 수 있어야 한다'는 것이다.

교수 활동은 네 가지 서로 관련된 영역(과제, 수업, 환경, 분석)으로 나누어진다. 이러한 네 가지 영역은 다음과 같이 교사가 교수 활동에서 고려해야 하는 중요한 의사결정을 나타낸다.

㉠ 목표를 세우고 학생들이 이러한 목표를 달성할 수 있도록 도와주는 수학적 과제를 선택하거나 만드는 것;

㉡ 교사와 학생 모두가 학습되어진 것에 더 분명해지도록 수업을 관리하는 것;

㉢ 수학의 교수-학습을 지원하기 위한 교실 환경을 만드는 것;

㉣ 수업에 대한 결정을 위하여 학생의 학습과 수학적 과제와 환경을 분석한다.

이것은 비록 교수 활동을 네 개의 영역으로 분리하였지만, 그 기본 가정은 실제 교수 활동에서 이러한 영역들은 분리된 것이 아니라 서로 관련되며 종속적인데 있다. 또한 교수 활동은 통합적 활동이라는 가정을 하고 있다.

1) 과제

첫 번째는 '목표를 세우고 학생들이 이러한 목표를 달성하는데 도움을 주기 위한 수학적 과제를 선택하고 만드는 것'에 있다. 대체적으로 수학 교수 활동은 수학적 개념의 구조화와 순서적인 제시에 기초를 두게 된다. 이러한 교수 활동은 처음에는 기능적인 면에 초점을 두고 나중에는 문제해결에 초점을 둔다. 만약 올바른 절차를 사용하여 상대적으로 짧은 시간에 옳은 답을 얻는다면 교수 활동은 성공적이라고 본다.

이 전문성 규준에서는 또한 교수 활동의 목표를 학생들이 추론하고, 어림하고, 추측하고, 의미 만드는 것이라고 제언한다. 과제들은 논리적이고 의미 있는 수학에 기초를 두어야 한다는 것이다. 과제들은 문제 해결과 비정형적인 실생활 문제를 설정하는데 초점을 둔다. 전통적인 교수 활동에서 사용하는 정형적인 문장제 문제와는 달리, 실생활 문제들은 학생들이 수학적 아이디어에 대하여 고심하고 해결하는데 시간이 다소 걸리는 것을 요구한다. 또한 교사가 과제를 선택할 때, 학습 구성을 용이하게 할 수단으로 학생들의 사전 지식과 흥미 그리고 성향을 고려해야 한다고 제언하였다. 대체적으로, 학생들의 사전 지식과 흥미 그리고 성향을 파악하는 것은 학습 자체를 용이하게 할 수단으로 사용된 것이라기 보다는 학생들이 학습을 즐거워할 수 있도록 학습 동기를 불러일으키기 위하여 사용

되었다. 대체적인 수업은 문제해결 이전에 기능적인 면을 고립적으로 발달시키는데 초점을 둔 반면에 이러한 규준에서는 그 기능들이 문제해결의 상황 속에서 발달된다고 권고하고 문제해결이 교육과정에 스며들기를 기대한다고 하였다.

2) 수업

두 번째는 '무엇이 학습되어졌는가에 대하여 교사와 학생 모두가 더 분명하게 알 수 있도록 교실 수업을 관리하는데' 초점을 두는 것이다. 수업은 수학적 의사소통의 수단이며, 아이디어가 표현되고 교환되는 방법이다. 수업은 '문제를 만들고 해결하면서 수학적 아이디어에 대한 감각을 키우는데' 초점을 두어야 한다(NCTM, 1991). 교사의 역할은 교실 수업을 지휘하고 수업을 위한 교실 규준을 만들며 모든 학생들이 수업에 몰두하게 만들어 학생들의 학습을 진척시키기 위한 수업을 하는 것이다. 교실 수업에 대한 전통적인 관념과 비교하여 의사소통의 수단은 다양하고 폭넓다.

수업에서 학생들의 참여는 관습적인 수학적 기호를 사용하여 구두나 글로써 옳은 답을 유도하는데 초점이 주어졌다. 학생들은 추론하고, 추측하고, 조사하고 수학적 아이디어를 탐구해야 한다. 학생들은 문제를 만들어 다양한 도구를 사용하여 해를 제시한다. 학생들은 '수학적 증거에 기초하여 증명하고 수정' 해야 한다. 수업은 전통적으로 지식을 전달하고 알리는 수단에 가치가 주어졌다. 전문성 규준에 의하면, 수업은 지식을 구성하는 수단이 되어야 한다는 것이다.

3) 환경

과제와 수업은 교실 상황 속에서 이루어진다. 학습을 위한 환경으로서 교실 환경은 중요하다. 따라서 교사가 만든 결정의 다른 영역은 '수학의 교수-학습을 지원하기 위한 교실 환경을 창조하는 것'과 관계된다(NCTM, 1991). 중요한 수학적 사고를 지원하는 학습 환경은 다음과 같은 중요한 측면(다른 사람의 아이디어를 존중하는 것, 추론과 의미 만들기에 가치를 두는 것, 학생들이 생각할 수 있는 시간을 주는 것)이 있다. 교사의 역할은 물리적 공간, 자료, 학습을 용이하게 만드는 시간을 구성하는 것이다. 또한, 교사의 역할은 학생들의 사고 방법과 아이디어를 존중하고 가치롭게 여기는 것이다. 교사는 학생들이 서로의 아이디어를 존중하고 흥미를 느낄 수 있도록 가르친다. 학습 환경은 수학적 아이디어에 대한 감각을 키우는 협동체로 만들어져야 한다.

교실 환경은 수학을 학습하고 행하는데 있어서 무엇이 중요한가에 대한 메시지를 제공한다. 전통적으로 이러한 메시지는 올바른 절차를 사용하여 깔끔하고 신속하고 정확한 옳은 답이었다. 전통적으로 교사는 수업의 주요소로 간주되었다. 알 권한은 학생에 아니라 교사나 교과서에 있었다.

4) 분석

마지막으로 네 번째는 교사의 수업 결정을 위하여 학생의 학습과 수학적 과제 그리고 환경을 분석하는 것으로 구성된다(NCTM, 1991). 교사의 역할은 교실 생활과 과제와 수업 그리고 환경을 모니

터하고 이들 각각이 학생들의 학습과 수학에 대한 성향에 어떤 영향을 주는지에 대한 반성을 하는 것이다. 교사의 중요한 역할은 수업이 성공적이었는지를 결정하기 위하여 학생들을 관찰하여 그들의 사고를 평가하는 것이다(Brooks & Brooks, 1993).

대체적으로, 수업의 성공에 대한 관념은 학생들이 상대적으로 짧은 시간 안에 옳은 답을 찾는 능력에 달려 있었다. 이러한 능력은 구두로 답을 제공하거나 옳은 답을 계산할 수 있는 능력이 나타나는 지필 과제를 통하여 알게 되었다. 오류는 학생이 이해가 부족한데 있었다. 그런데 수업 방법에 대한 이 규준의 확대된 관념은 수학 학습에 대한 관찰과 분석을 위한 수단을 확장시킨다. 수업의 성공을 평가하는 것은 과정에 의해서가 아니라 결과에 의해서 결정되었다. 학생의 오류는 이해가 부족한 것으로 보여지는 것이 아니라 현재 이해 수준으로 보는 것이다. 이를테면, 오류는 학생의 사고에 대한 통찰을 제공한다. 이와 같이 교사의 역할을 과제, 수업, 환경, 분석의 네 가지 서로 관련된 영역으로 분류하는 것은 교사들이 항상 중요한 결정을 하는 영역을 나타낸다. 이 규준은 이러한 네 가지 영역에 대하여 방향을 제시하지만 이것이 모델을 제시하는 것은 아니다. 따라서 교사가 이 규준에 대한 자신의 개인적 해석에 기초하여 수업을 개발하는 것이 요망된다(Bosse, 1995).

3. 교육적 지식

Wilson, Shulman, 그리고 Richert(1987)는 교사의 전문적 지식 기반을 다음 일곱 가지 요소로 말하고 있다. 이러한 지식에는 교과 내용적 지식, 일반 교육학 지식, 교육과정 지식, 교육적 내용 지식, 학습자와 학습에 대한 지식, 교육적 상황에 대한 지식, 교육철학 · 교육목표 · 교육대상에 대한 지식을 말하고 있다. 특히, 교과 내용적 지식과 교육적 내용 지식의 영역 사이에는 서로 공통되는 부분이 있지만 교육적 내용 지식을 지식의 분리된 통일체로 보고 있다. Grossman(1990)은 이러한 요소들이 네 개의 일반 영역 즉, 교과 내용적 지식, 일반 교육적 지식, 교육적 내용 지식, 상황에 대한 지식으로 결합될 수 있다고 한다.

Shulman(1986)에 의하면, 교과 교육적 지식의 범주에는 한 교과 영역에서 가장 빈번하게 가르쳐지는 논제, 가장 유용한 형태의 표상, 가장 강력한 유추, 도해, 예, 설명 즉, 그 교과를 다른 사람이 이해할 수 있도록 표현하고 형식화하는 방법을 말한다. 또한 교육적 지식은 특정한 논제의 학습을 쉽게 혹은 어렵게 만드는 이유가 무엇인지에 대하여 이해하는 것을 말한다.

Marks(1990)는 교육적 지식의 개념을 형식화하였다. 이러한 지식은 특수화되고 상황화 된다고 한다. 그는 교육적 내용 지식 상황은 네 가지 주요 영역 즉, 수업 목적을 위한 교과, 교과에 대한 학생들의 이해, 수업을 위한 매개체(즉, 교과서와 수업 자료), 수업 과정에 초점을 두고 있다.

Marks(1990)는 교육적 지식을 교육 목적을 위한 교과 내용적 지식의 채택으로 보고 있다. 이 과정은 변형하고, 표상하고 교과를 심리화 하는데 있다. 그리고 교육적 내용 지식의 세 가지 가능한 근원으로써 교과 내용적 지식에 대한 해석, 일반 교육학 지식의 특성화, 일반 내용 지식과 교과 지식의

종합 혹은 교육적 내용 지식의 확장을 말한다.

물론 교과 교육적 지식의 어떤 측면은 교과 내용적 지식에 그 근원을 두고 있다. 또 다른 측면은 일반 교육학 지식에 근원을 두고 있으며 교사의 질문 전략이나 학생의 학습 과정에 대한 인식을 포함하고 있다. 따라서, 교과 교육적 지식은 일반 교육학 지식과 교과 내용적 지식 또는 교육적 내용 지식에 대한 과거의 구성에 의해 유도되어진다. 따라서 교과 교육적 지식을 일반 교육학 지식과 교과 내용적 지식의 결과로 볼 수 있다.

Ⅲ. 연구 대상 및 결과

A. 연구 대상

본 연구의 대상은 A도 지역에 근무하는 중등학교 수학 교사 30명을 임의로 선정하였다. 그리고 본 연구에서는 설문지를 사용한 분석을 하였다. 본 연구에서 사용한 설문지의 목적은 다음과 같다. 첫째, 수학 교사들의 수학의 교수-학습에 대한 개념을 알아보고자 한 것이었다. 둘째, 수학 단원에 대한 선호도와 그 이유를 알아보고자 한 것이다. 셋째, 함수 개념과 확률 개념에 대한 교육적 지식을 알아보고자 한 것이었다.

B. 연구 결과

1. 수학의 교수-학습에 대한 개념

(1) 수학의 본질

교사의 수학의 본질에 대한 개념을 알아본 결과에 의하면, 「수학의 본질은 논리적으로 서로 관련된 개념과 절차들의 모임이라기 보다는 추측하고 증명하고 반박하는데 있다」 라는 항목을 선택한 교사는 전체 30명 가운데 11명으로 나타났다. 그리고 「수학의 본질은 추측하고 증명하고 반박하는데 있다기 보다는 논리적으로 서로 관련된 개념과 절차들의 모임에 있다」 라는 항목을 선택한 교사는 19명으로 나타났다. 이것으로 볼 때, 수학 교사들의 수학의 본질에 대한 개념은 문제해결적 관점보다 플라톤적 관점이 더 우세한 것으로 나타남을 알 수 있다. 즉, 논리를 더 중요하게 생각하는 것으로 나타났다.

(2) 수학 교수

교사의 수학 교수에 대한 개념을 알아 본 결과에 의하면, 「수학 교수는 개념의 수학적 의미와 수학적 절차의 논리를 강조하는 것보다는 학생 스스로가 수학적 지식을 구성하는 방향으로 이루어져야 한다」 라는 항목을 선택한 교사는 전체 30명 가운데 18명으로 나타났다. 그리고 「수학 교수는 학생 스스로가 수학적 지식을 구성하는 것을 강조하는 것보다는 개념의 수학적 의미와 수학적 절차의 논리를 강조하는 방향으로 이루어져야 한다」 라는 항목을 선택한 교사는 12명으로 나타났다. 이것으로 볼 때, 수학 교사들은 수학 교수에 대하여 구성주의적 관점이 객관주의적 관점보다 더 우세한 것으

로 나타났음을 알 수 있다.

(3) 수학 교사의 역할

수학 교사의 역할에 대한 개념을 알아본 결과에 의하면, 「수학 교사의 역할은 학생들에게 내용을 논리적이고 정확한 방법으로 제시하는 제시자이기보다는 학생들 스스로가 내용을 논리적으로 이해할 수 있도록 안내하는 안내자이다」 라고 응답한 교사는 전체 30명 가운데 27명으로 나타났다. 그리고 「수학 교사의 역할은 학생들 스스로가 내용을 논리적으로 이해할 수 있도록 안내하는 안내자이기보다는 학생들에게 내용을 논리적이고 정확한 방법으로 제시하는 제시자이다」 라고 응답한 교사는 3명으로 나타났다. 이것으로 볼 때 수학 교사의 역할을 안내자로 보는 관점이 더 우세하게 나타났음을 알 수 있다.

(4) 수학 수업의 목표

교사가 수업 수업의 목표에 대하여 어떻게 인식하고 있는지를 알아본 결과에 의하면, 「수학 수업의 목표는 표준적인 절차나 방법을 사용하여 문제를 해결할 수 있는 학생을 기르는데 있다기 보다는 여러 가지 수학적 아이디어와 개념 사이의 논리적 관계를 이해하는 학생을 기르는데 있다」 라고 응답한 교사는 전체 30명 가운데 24명으로 나타났다. 그리고 「수학 수업의 목표는 여러 가지 수학적 아이디어와 개념 사이의 논리적 관계를 이해하는 학생을 기르는데 있다기 보다는 표준적인 절차나 방법을 사용하여 문제를 할 수 있는 학생을 기르는데 있다」 라고 응답한 교사는 6명으로 나타났다.

2. 수학 단원에 대한 선호도

(1) 가장 좋아하는 단원과 그 이유

수학 교사가 가장 좋아하는 단원과 그 이유에 대한 응답 결과를 보면, 가장 좋아하는 단원으로 도형 부분을 가장 많이 꼽고 있으며 그 다음으로는 함수, 방정식, 확률과 통계, 미적분, 수와 연산의 순서로 나타났다. 이 가운데 도형 부분을 가장 좋아하는 이유를 사고를 함으로써 문제를 간단히 해결할 수 있고 실험과 관찰을 통한 수업이 가능해서라고 하였다. 또한 직관적이며 논리적 사고를 연습할 수 있고 문제해결의 경이로움을 가장 잘 느낄 수 있기 때문이라고 하였다.

두 번째로 함수 부분을 가장 좋아하는 이유로써 실생활과 관련되는 부분을 수업시간에 끌어들이기가 쉽기 때문에, 수식을 그래프로 그래프를 수식으로 나타낼 수 있는 점이 상당히 흥미롭기 때문에, 체계적인 문제가 많기 때문이라고 하였다.

세 번째로 방정식 부분을 가장 좋아하는 이유로써 학생들에게 설명하기 용이하고 함수와 더불어 수식이라 개념 이해가 쉽고, 정의 등 의미전달이 쉽고 실용적이며 문제를 풀고 난 후 학생들에게 계산 후의 만족감을 가르칠 수 있기 때문이라고 하였다.

네 번째로 확률과 통계 부분을 가장 좋아하는 이유로써 다소 말이 많아서, 실생활과 가장 관련 깊게 수업을 할 수 있기 때문이라고 하였다.

(2) 가장 싫어하는 단원과 그 이유

가장 싫어하는 단원과 그 이유에 대한 응답 결과를 보면, 가장 싫어하는 단원으로 확률과 통계를

가장 많이 꼽고 있으며 그 다음으로는 도형의 증명, 삼각함수, 근사값, 함수, 공간도형의 순으로 나타났다.

먼저 확률과 통계를 가장 싫어하는 이유로써 가르치는데 잔손이 많이 들어가기 때문에, 생각하기에 따라 틀리는 경우가 있어서, 숫자 계산 과정이 많아서, 정리가 복잡하고 의미파악이 어려워서, 조금 깊이 들어가면 혼란스러워서, 학생들이 생각보다 잘 이해하지 못해서, 경우의 수를 생각하기가 어렵고 고등학교에서 배울 때의 두려움이 남아 있어서, 사고의 폭이 제한적이고 추상적이어서, 너무 복잡해서라고 응답하였다. 두 번째로 도형의 증명 부분을 가장 싫어하는 이유로써 도형의 성질에서 증명과정을 이해시키기 어려워서, 같은 내용이 한 학기 동안 나오는 것이 지루해서, 설명하기가 어려워서, 어렵다고 느끼기 때문이라고 하였다.

(3) 가르치기 가장 쉬운 단원과 그 이유

가르치기 가장 쉬운 단원과 그 이유에 대한 응답 결과를 보면, 가르치기 가장 쉬운 단원을 방정식과 부등식을 꼽고 있으며 그 다음으로는 확률, 수와 식, 도형, 함수, 집합, 극한의 순으로 나타났다.

첫 번째로 방정식과 부등식 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 산술적인 식으로 해결할 수 있어서 산술적인 식으로 해결할 수 있어서, 단원 내용이 평이하고 계산적인 내용이 많기 때문에, 계산 과정 위주이므로 설명은 그다지 필요 없기 때문에, 해석적인 부분이 아니라 수식의 변형이기 때문에, 학생들이 단순 계산으로 생각하기 때문에, 반복 연습이기 때문에, 문제 해결 목표가 명확하기 때문이라고 하였다.

두 번째로 확률 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 실생활에서 일어나는 예를 쉽게 찾을 수 있어서, 학생들과 대화하면서 수업하기가 용이해서, 학생들이 문제 해결을 위한 동기유발이 쉬워서, 학생들의 동기 유발이 쉽고 교재가 많기 때문이라고 하였다.

세 번째로 수와 식 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 대수적 문제 풀이로 설명하기에 간단하기 때문에, 학생들이 쉽게 이해하기 때문에, 형식(계산 과정)이 있으므로 학생들이 이해하기 쉬우므로, 학생들이 이해를 잘하고 쉬워하기 때문이라고 하였다.

네 번째로 도형 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 여러 가지 도입을 할 수 있어서, 여러 가지 모형들을 통해 시각적으로 지도할 수 있어서, 체계적으로 되어 있기 때문이라고 하였다.

다섯 번째로 함수 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 학생들이 흥미 있어 하기 때문에, 다른 단원과의 연계성과 관련성이 많기 때문이라고 하였다.

여섯 번째로 집합 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 쉬우니까, 중학교에서 언급된 부분으로 학생들이 쉽게 받아들이기 때문이라고 하였다.

마지막으로 극한 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 직관적으로 해결 가능하기 때문이라고 하였다.

(4) 가르치기 가장 어려운 단원과 그 이유

가르치기 가장 어려운 단원과 그 이유에 대한 응답 결과를 보면, 가르치기 가장 어려운 단원을 도형 부분을 꼽고 있으며 그 다음으로는 확률과 통계, 공간도형, 집합, 함수, 수 체계, 삼각함수, 극한의

순으로 나타났다.

첫 번째로 도형 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 학생들이 가장 어려워하는 단원이므로, 증명 과정이 어려워서, 증명 부분은 학생들에게 이해시키고 평가하기가 무척 곤란해서, 학생들이 직관적으로 아이디어를 찾는 것에 어려움을 느끼기 때문에, 학생들이 어려워하고 관심이 적기 때문이라고 하였다.

두 번째로 확률과 통계 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 체계적이지 않아서, 혼란스럽고 복잡해서, 학생들이 이해하기가 어렵기 때문에, 추상적 사고를 전달하는 데 한계를 느끼기 때문이라고 하였다.

세 번째로 공간도형 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 판서하면서 효과적으로 설명하기 어려워서, 공간상의 모든 것을 평면에서 표현해야 하며 사고하여야 하기 때문에, 도구의 미개발 때문이라고 하였다.

네 번째로 집합 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 학생들의 이해가 늦고 어려워하므로, 교과서는 쉬우나 응용문제는 이해시키기가 어렵기 때문이라고 하였다.

다섯 번째로 함수 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 학생들이 어려워하기 때문에, 의미 전달이 어렵기 때문이라고 하였다.

여섯 번째로 수 체계 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 설명하기 힘들고 학생들도 잘 이해하지 못하기 때문이라고 하였다.

일곱 번째로 삼각함수 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 내용이 너무 추상적이기 때문이라고 하였다.

마지막으로 극한 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 무한대와 무한소에 대한 개념을 이해시키기 어렵기 때문이라고 하였다.

3. 함수 개념과 확률 개념의 도입 방법

(1) 함수 개념의 도입 방법

함수 개념에 대한 도입 방법을 알아본 결과 다음과 같이 나타났다.

- 함수 개념을 도입할 때는 자동판매기를 예로 제시한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 표를 이용하여 함수인 것과 아닌 것을 질문한 뒤 왜 함수가 되는지 그리고 왜 함수가 되지 않는지를 질문하여 함수 개념을 이해시킨다. 그리고 실생활에서 함수를 이용하는 예를 들어준다.
- 함수 개념을 도입할 때는 대응관계(짝짓기, 사다리....)를 사용한다.
- 함수 개념을 도입 할 때는 집단과 집단의 관계와 예시를 사용한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 실생활에서 함수의 예가 되는 것을 많이 들어준다. 그리고 초등학교 때 배운 것을 상기시킨다.
- 함수 개념을 도입할 때는 집합의 대응 관계 중에서 함수가 되는 것과 되지 않는 것을 비교한다.

예를 들어 이차함수의 그래프를 좌표평면에 그리거나 원의 그래프를 좌표 평면에 그려서 도입한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 일대일대응 관계로 나타나는 실생활과 관련되는 소재를 선택하여 사용한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 여러 가지 관계를 예로 들어 그들 사이의 규칙이나 의미를 찾아본다.
- 함수 개념을 도입할 때는 남녀가 미팅을 할 때 좋아하는 사람의 이름을 적어 내어 서로를 연결시켜 본다. 그래서 대응관계를 설명한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 대응과 관계의 예를 통해 개념을 정립시킨다. 그리고 보다 많은 시간은 함수의 의미를 인식시키는데 사용한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 우리 주위에 있는 대응 관계의 예를 직접 들어준다.
- 함수 개념을 도입할 때는 일정하게 변화하는 두 가지를 찾아서 설명한다. 예를 들어 물 1톤을 사용하면 1000원이 들고 물 2톤을 사용하면 2000원이 든다.
- 함수 개념을 도입할 때는 실생활에서 관련되는 예를 찾아서 소개한다. 그리고 우리 생활에서 함수를 떠나서는 생각할 수 없다고 말해준다.
- 함수를 도입할 때는 사다리 타기(일대일대응) 방법을 사용한다.
- 함수를 도입할 때는 여러 가지 대응 가운데서 정의에 따라 구별한다.
- 함수를 도입할 때는 이성관계를 예로 든다.
- 함수 개념을 도입할 때는 생활 속에서 함수와 관련된 것을 알려준다.
- 함수 개념을 도입할 때는 편지와 우체통을 예로 사용한다.
- 함수 개념을 도입할 때는 대응으로써 사랑의 화살표를 이용한다.

(2) 확률 개념의 도입 방법

확률 개념에 대한 도입 방법을 알아본 결과 다음과 같이 나타났다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 주택복권을 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 귀납적 방법을 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 동전던지기를 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 생활 속에서의 확률을 수학적 확률로 표기한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 통계적 확률을 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 주사위 놀이나 복권의 예를 든다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 일상 생활 속의 확률 개념으로 풀어서 설명한다. 예를 들어, 일기 예보에 나오는 비가 올 확률, 야구의 타율 등
- 확률 개념을 도입 할 때는 교통사고 사망률, 인구 증가율을 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 생활 주변에서 확률이 일어나는 것들로부터 자연스럽게 유도한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 주택복권이나 게임을 할 때 당첨될 가능성 등을 예를 들면서 설명한다.

- 확률 개념을 도입 할 때는 아들일까? 딸일까? 누가이길까? 의 방법을 사용한다.
- 확률 개념을 도입할 때는 복권이나 도박과 관련된 내용들을 가지고 우리가 이길 확률 또는 돈을 딸 수 있는 확률을 간단한 예로 제시한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 주사위나 동전 등 주위에 있는 실물을 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 실생활에서 확률의 의미를 가진 예들을 통해 지도한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 실 예를 많이 들어 동기유발 시키고 확률 개념의 이해를 통해 활용 문제를 풀 수 있도록 한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 여러 가지 경우의 당첨될 확률에 대해서 이야기한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 실생활에서 확률과 관련되는 문제를 찾아오는 숙제를 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 확률과 통계 단원은 학생들이 어려워하는 단원이기 때문에 보다 실생활에서 접할 수 있는 '예' 혹은 '사건'을 이용한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 경우의 수를 많이 다룬다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 중학교 과정에서의 도수 분포에서 상대도수 개념으로 도입한다.
- 확률 개념을 도입 할 때는 내일 LG와 롯데가 프로야구 경기를 한다. 어느 팀이 이기겠는가? 그와 같은 결과가 나올 것이라고 생각한 이유는? 와 같은 질문을 통하여 확률이 무엇인지를 자연스럽게 지도한다.

Ⅳ. 결 론

본 연구의 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학 교사들의 수학의 교수-학습에 대한 개념 중에서 수학의 본질에 대한 개념은 문제해결적 관점보다 플라톤적 관점이 더 우세한 것으로 나타남을 알 수 있다. 즉, 논리를 더 중요하게 생각하는 것으로 나타났다. 둘째, 수학 교수에 대하여 구성주의적 관점이 객관주의적 관점보다 더 우세한 것으로 나타났다. 셋째, 수학 교사의 역할을 안내자로 보는 관점이 더 우세하게 나타났다. 넷째, 수학 수업의 목표는 표준적인 절차나 방법을 사용하여 문제를 해결할 수 있는 학생을 기르는데 있다기보다는 여러 가지 수학적 아이디어와 개념 사이의 논리적 관계를 이해하는 학생을 기르는데 있다는 관점이 우세하게 나타났다.

둘째, 수학 단원에 대한 선호도와 그 이유는 다음과 같다. 먼저 가장 좋아하는 단원으로 도형 부분을 가장 많이 꼽고 있으며 그 다음으로는 함수, 방정식, 확률과 통계, 미적분, 수와 연산의 순서로 나타났다. 이 가운데 도형 부분을 가장 좋아하는 이유를 사고를 함으로써 문제를 간단히 해결할 수 있고 실험과 관찰을 통한 수업이 가능해서라고 하였다. 또한 직관적이며 논리적 사고를 연습할 수 있고 문제해결의 경이로움을 가장 잘 느낄 수 있기 때문이라고 하였다. 다음으로) 가장 싫어하는 단원으로 확률과 통계를 가장 많이 꼽고 있으며 그 다음으로는 도형의 증명, 삼각함수, 근사값, 함수의

순으로 나타났다. 이 가운데 확률과 통계를 가장 싫어하는 이유로써 가르치는데 잔손이 많이 들어가기 때문에, 생각하기에 따라 틀리는 경우가 있어서, 숫자 계산 과정이 많기 때문이라고 하였다. 그리고 가르치기 가장 쉬운 단원을 방정식과 부등식을 꼽고 있으며 그 다음으로는 확률, 수와 식, 도형, 함수, 집합, 극한의 순으로 나타났다. 이 가운데 방정식과 부등식 부분이 가르치기 가장 쉬운 이유로써 산술적인 식으로 해결할 수 있어서, 단원 내용이 평이하고 계산적인 내용이 많기 때문에, 설명이 그다지 필요 없기 때문에, 수식의 변형이기 때문에, 반복 연습이기 때문이라고 하였다. 마지막으로 가르치기 가장 어려운 단원을 도형 부분을 꼽고 있으며 그 다음으로는 확률과 통계, 공간도형, 집합, 함수, 수 체계, 삼각함수, 극한의 순으로 나타났다. 도형 부분이 가르치기 가장 어려운 이유로써 학생들이 가장 어려워하는 단원이므로, 증명 과정이 어려워서, 증명 부분은 학생들에게 이해시키고 평가하기가 무척 곤란하기 때문이라고 하였다.

셋째, 함수 개념과 확률 개념에 대한 교육적 지식은 다음과 같다. 먼저 함수 개념의 도입 방법으로는 자동판매기, 표를 이용하여 함수인 것과 아닌 것을 질문한 뒤 왜 함수가 되는지 그리고 왜 함수가 되지 않는지를 질문, 실생활에서 함수를 이용하는 예, 대응관계(짝짓기, 사다리 타기), 일대일대응관계로 나타나는 실생활과 관련되는 소재를 선택, 편지와 우체통 등을 예로 사용한다고 하였다. 다음으로 확률 개념을 도입 방법으로는 복권을 이용, 동전던지기를 이용, 생활 속에서의 확률을 수학적 확률로 표기, 주사위 놀이, 일기 예보에 나오는 비가 올 확률, 야구의 타율, 교통사고 사망률, 인구 증가율, 실생활에서 접할 수 있는 '예' 혹은 '사건'을 이용, 도수 분포에서 상대도수 개념으로 도입한다고 하였다.

참 고 문 헌

Ball, D. L. & McDiarmid, G. W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In W. R. Houston(Ed.), *Handbook of research of teacher education(pp. 437-449). New York: Macmillan.*

Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Peterson, P. L. & Carey, D. A.(1988). Teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, **19(5)**, pp.385-401.

Clandinin, D. J. & Connelly, F. M. (1987). Teachers' personal knowledge: What counts as 'personal' in studies of the person. *Journal of Curriculum Studies*, **19(6)**, pp.487-500.

Clark, C. M. & Peterson, P. L.(1987). Teachers' thought process. In M. C. Wittr-ock(Ed.) *Handbook of Research on Teaching(pp. 251-314). New York: Macmillan.*

Cobb, P.; Wood, T. & Yackel, E. (1990). Classroom as learning environments for teachers and researcher. In R. Davis; C. Maher, & N. Noddings,(Eds.), Constructivist views on the teaching and learning of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph* pp.125-146, *Reston, VA:NCTM.*

Cooney, T. J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education* **16**, pp.324-336.

Cooney, T. J. (1994). Research and teacher education: In search of common ground, *Journal for Research in Mathematics Education* **25(6)**, pp.608-636.

Davis, B. (1997). Listening for difference: An evolving conception of mathematics teaching, *Journal for Research in Mathematics Education*, **28(3)**, pp.355-376.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: *A model. Journal of Education for Teaching* **15(1)**, pp.13-33.

Fennema, E., & Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning(pp. 147-164). New York: Macmillan.*

Grouws, D. A. (1993). Critical issues in problem solving instruction in mathematics. In D. Zhang, T. Sawada, & J. P. Becker,(Eds.), *Proceedings of the China-Japan-U.S. seminar on mathematical education.*

Helms, J. M. (1989). *Preservice secondary mathematics teachers' beliefs about mathematics and the teaching of mathematics: Two case studies*, Doctoral Dissertation. University of Georgia.

Howald, C. L. (1998). *Secondary teachers' knowledge of functions: Subject matter knowledge, pedagogical content knowledge, and classroom practice*, Doctoral Dissertation, University of Iowa.

Linehart, G. & Greeno, J. G. (1986). The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*, **78(2)**, pp.75-95.

Meier, S. (1989). *Teachers' conceptions of mathematical problem-solving and student in relation to their classroom instruction*, Doctoral Dissertation. University of Missouri-Columbia.

NCTM (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: The Council. 구광조, 오병승, 류희찬(역)(1992). <u>수학교육과정과 평가의 새로운 방향</u>, 서울: 경문사.

NCTM (1991). Professional standards for teaching mathematics. *Reston, VA: The Council.*

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a begining elementary school teac- her's mathematics beliefs and teaching practice, *Journal for Research in Mathematics Education*, **28(5)**, pp.550-576.

Schoenfeld, A. H. (1988). Explorations of students' mathematical beliefs and be- havior. *Journal* *for Research in Mathematics Education*, **20(4)**, pp.338-355.

Thompson, A. G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, **15**, pp.105-127.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions : A synthesis of the research. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning(pp. 127-146). New York: Macmillan.*

Wittmann, E. C. (2000). Developing mathematics education in a systemic process. In H. Fujita, Y. Hashimoto & T. Ikeda(Eds.), *ICME-9 Abstracts of plenary lectures and regular lectures* pp.10-13, *Tokyo, Japan.*