韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 11집, 2001. 1. 321-338.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 11, Jan. 2001. 321-338.

대학 수학교육 연구[1)]

-필요성, 방법 그리고 과제-

정 치 봉 · 정 완 수 (순천향대학교)

수학의 역사에 비하여 수학교육에 관한 연구는 비교적 짧다. 1960년대에 미국과 소련의 우주과학 경쟁이 시작되고 수학교육이 관심을 갖게 되었다. 이 후 전문 학회와 논문지가 출현하기 시작하면서 학문적으로 연구되고 발전하기 시작하였다. 한편 대학 수준의 수학교육에 관한 전문적인 연구는 뒤늦게 1990년대에 시작하였다. 한편 한국의 대학 수학교육은 현재 크게 변화하고 동요하고 있다. 대중화된 대학 교육, 수학 수강생 감소, 대학 수학교육의 개선, 7차 및 중등 교육과정 문제 대학으로 전이, 정보기술의 발전 및 활용 등으로 복잡하게 전개되고 있다. 수학교육 연구의 목적, 문제, 방법, 타당성 기준, 결과의 가치, 교육 개선 응용 등의 학문적 성격이 수학 연구와 크게 다르다. 대학 수학교육에서 새롭게 나타나고 부각되는 문제를 효과적으로 접근하기 위한 연구 방향을 제시한다. 그리고 뇌 과학과 인지 과학 연구에 바탕을 둔 실제 학습 모형에 응용할 수 있는 대학 수학 학습 이론을 소개한다.

Ⅰ. 서 론: 한국 대학 수학교육의 상황과 과제

세계적으로 약 30여년 동안 수학교육 연구는 이론, 실험 그리고 수학 학습 과정을 보다 명확하게 이해하려고 시도해왔다. 이러한 분명한 이해를 바탕으로 수학을 잘 가르칠 수 있는 전략과 모델들을 개발하여 왔다. 초창기의 초등 중등 학교 수학교육 연구에서 10여년 전부터 대학 수학교육 연구도 활발히 전개되고 있다. 미국, 유럽 등 선진국의 대학에서 많은 학생들이 다양한 그리고 높은 수준의 대학 수학 강의를 수강하는 학생들의 수가 크게 증가하면서 발생하는 새로운 도전적인 교육 문제들이 형성되면서 이러한 대학 수학교육 연구의 필요성과 관심이 나타나게 되었다[Artique1999, Schoenfeld2000].

대학 수학교육은 수학교육으로 볼 때 미래의 1) 학부모 2) 초등 중등 수학 교사 3) 수학자 4) 과학 공학 의학 경영학 등 전문가 5) 사회 정치 지도자 등은 거의 마지막으로 수학을 배우고 졸업한다. 졸업 후 수학의 필요성 유용성 등과 같은 가치에 대하여 상당히 깊은 인상을 갖게 된다. 수학은 직업적 실용 학문과 달리 교육적 차원에 뿌리를 두고 여론의 지지 또는 지원을 받는 학문임을 고려 할 때 대학 수학교육에 대한 인상은 매우 중요하다.

실제적으로 대학 수학교육의 질적인 하락은 초등 중등 학교 수학교육의 질적 하락으로 이어지고 이는 사회적 경제적 쇠퇴뿐만 아니라 대학 교육에 어려운 문제를 부메랑처럼 돌려주는 악순환이 일

1) 이 연구는 1999학년도 순천향대학교 기초과학연구소 지원에 의한 결과임.

어난다. 대학 수학교육의 잘못됨은 수학자를 교육하는 대학원 교육과 전문가에게도 영향을 미치는 악순환이 발생한다. 현 시점에서 볼 때 한국은 이미 악순환의 여러 단면들이 관측되고 있기까지 하다. 수학교육뿐만 아니라 교육 시스템의 많은 부정적인 최근의 양상들은 이러한 악순환 사슬로 여겨지며 이러한 거대 사슬이 대학 수학교육을 더욱 어렵게 만들어가고 있는 상황이다.

한국에서도 대학 수학교육에 대한 관심이 수학계에서 높게 일어나고 있다. 수학자, 대학 교육 행정가 그리고 대학 수준의 수학교육을 필요로 하는 공학 교수, 경영학 교수까지 대한수학회에서 주관한 좌담회에서 현재의 상황과 위기 등을 비교적 사실적으로 토로하였다. 1999년 12월 좌담회는 미적분학 교육, 2000년 2월은 수학 전공 교육 과정, 그리고 2000년 9월은 한국 수학교육을 주제로 하였다.

한국의 대학 수학교육의 문제가 현 시점에서 뜨거운 문제로 왜 출현하게 되었는가? 대학 수학교육에 대하여 대체적으로 다음과 같은 공통된 상황 인식을 갖고 있다고 보여진다.

-수학 교과 폐강 및 급격한 수강 인원 감소
-미적분학 등 서비스형 기초 수학교육 과정의 교육 및 운영 문제
-학부제 등 대학의 구조 조정 및 전공자 수의 감소
-수학 전공의 사회적 교육적 기대 감소 및 정체성 상실
-교육과 연구의 균형
-중등 수학교육의 문제점들이 대학 교육 및 대학 수학교육으로 확산
-대학 입시 제도 등의 문제로 수학을 포기한 학생들의 입학
-수학 전공자가 아닌 학생들의 적합한 프로그램 개발
-대학 교육의 대중화로 발생한 수학교육의 관점 변화
-사회와 학생의 요구와 기대를 반영한 교육과정 개발
-학생의 수학에 대한 태도, 수학 소양 및 수준에 관한 특성 이해
-수학 전공 학과의 인적, 재정 및 자원 개발
-수학교육 과정 운영의 자율성 및 유연성
-프로젝트, 협동 연구 등 개인 학습 형식을 탈피한 다양한 교육
-수학과 다른 학문과의 연계 및 교류
-문제 해결, 모델링, 컴퓨터 활용 교과 프로그램 개발
-선택이 가능한 다양한 수학 전공 트랙 교육 과정
-교육보다 학생 유치와 같은 갈등 문제로 인한 비효율 요소
-현대 사회에서 필요한 시민의 수학적 소양 내용 개발
-대학 수준의 수학 교수-학습 방법의 혁신 노력
-연구 대학 및 교육 중심 대학 사이의 시스템으로서 연계성에 대한 인식 부족
-초중등 수학교육의 입시 틀에 얽매인 획일적 교육 상황의 문제
-대학 수학과와 사범대 수학교육과 양립의 문제

-높은 수준의 수학 교사 교육
-수학교사 임용 제도에서 수학전공자의 진입 장벽 문제
-직업, 진학, 경력(career) 개발 프로그램 다양화
-수학자로서 그리고 수학교육자로서의 자기 개발
-post-secondary, post-graduate, 평생 교육 ,영재 교육의 중심으로서 교육적 위상과 기능 확립

이러한 과제를 나열식으로 다루어서는 해결할 수 없다. 이들 현안 문제들은 해당 학과가 처한 상황을 객관적으로 평가하여 우선 해결해야할 중요한 문제부터 전략적으로 계획적으로 다루어야 성공할 수 있다. 목표가 복잡하고 중복되어 있는 해결 방식은 실패한다. 연관성이 높은 과제들로 개념적인 그룹으로 묶어 커다란 4-5개의 범주로 분류한다. 각 범주에 속한 과제들이 세부적인 연계를 갖고 일관성을 유지할 수 있도록 문제 해결 전략을 찾고 실천하여야 한다.
대학 제도와 수학 전공 공통된 관심 영역
수학전공과 타 전공 상호 교류 및 연계 영역
수학 전공 교육 과정 운영, 교수 개발, 시설 및 자원 확보 영역
교육 과정, 교수법 , 교육 자료 개발 및 혁신 문제
기타 학생-교수 교육적 개발 활동 및 컨설팅

콜럼비아대 수학자 H. Bass는 수학, 수학자, 수학 전문직이 전환기에 놓여 있고 수학이 갖고 있는 전통적인 아카데미즘에서 벗어나 다양한 형식으로 다양한 방면으로 그리고 다양한 사회로 영역을 넓혀야 수학이 건강할 수 있는 조건이라고 말하고 있다. 전통적인 핵심 수학에서 응용으로, 자연 및 사회 과학의 학문 분야들과 연계 활동으로, 대학에서 산업 및 연구소들로, 개인 주도 연구 활동에서 공동 및 학제간 활동으로, 학문 또는 사회 문화적 경계를 넘는 기술적 의사 소통 수준에서 번역 수준의 의사 소통으로의 전환을 수학 및 수학자에게 제안하고 있다[Bass1997]. 대학의 정체성 변화와 같은 의미 맥락에서 위와 같은 수학에 대한 새로운 관심 문제들이 현재 한국 대학 수학교육에 표출되고 있다고 보여 진다.

이러한 교육적 문제들을 자율성과 전문성을 가지고 다룰 수 있기 위하여 대학 수학 전공 학과 또는 교수단 운영 시스템의 기능과 구조의 변화가 있어야 할 것이다. 그리고 연구와 교육이 균형을 이룰 수 있는 노력을 모든 수학 교수들이 하여야 한다. 예로서 대학 신입생들의 수학 수준을 테스트하여 여러 수준의 다양한 수학 강좌를 계획하여도 최종적으로 수업에 관련된 시간표 구성 강의실 배치, 교육 과정 변경, 학점 인정 등등 이를 실천하기 위한 대학의 실질적인 지원이 있어야한다. 한국의 대학에서 몇 개의 대학이 대학 수준의 기초 수학교육의 중요성을 이해하고 대학교육의 최우선 과제로 인식하고 재정 및 시설 지원을 해줄 수 있겠는가? 대학의 수학 전공 교수들은 이 한가지 목적을 이루기 위해서도 무척 힘든 설득과 노력을 해야한다.

수학교육 개선을 위한 대학 수학 교수들의 좌담회에서 우수한 수학 소양을 갖춘 학생 유치 또는

확보가 점점 어려워 가는 실상을 제기하고 있다. 심지어 수학 올림피아드에서 좋은 성적을 거둔 학생조차도 수학과에 진학하지 않는다는 것이다. 편견을 버리고 보편적 시각에서 이 문제를 보자. 이 학생의 영어 사용 능력이 미국 대학에서 수학할 수 있는 수준이라면 수학을 전공으로 택하려 한다면 더 좋은 장학 조건을 주고 더 인정해주는 미국 대학에서 수학을 전공하려 할 것이다. 단순히 직업적 전망이 좋은 다른 전공을 가버린다는 아쉬움을 갖는 그런 차원만의 문제가 아니다.

우수 학생 유치문제를 미국 대학과 같이 세계적 관점에서 보자. 왜 한국의 우수 학생에만 오로지 관심을 갖는가? 한국을 포함해서 세계적으로 우수한 학생을 데려와 좋은 수학자가 되도록 교육할 수 있는 대학 교육 과정으로 부적합하지 않나 반성해보아야 한다. 한국의 대학입학 수학능력 시험에 매달려 우수 학생 유치라는 프리미엄만을 챙기려는 이러한 한국 대학 및 수학과의 시각은 너무도 한국의 교육 환경에 함몰되어 있다는 생각이다.

대학 수준에서 우수한 수학전공 프로그램의 기준은 크게 바뀌어야 한다. 우수한 수학과를 추구한다면 우선 대학 수학과의 자율성이 확보되고 한국 학생만을 교육하는 환경에서 벗어나 세계의 우수한 수학적 자질을 갖춘 학생을 받아 교육 할 수 있는 기준을 충족시킬 수 있어야한다. 이 때 비로소 수학 올림피아드에 좋은 성적을 거둔 학생도 자신의 재능을 순수히 발전시키는데 관심을 가질 수 있고 수학자로서의 길을 가기 위하여 한국의 수학과에 입학하려 할 것이다. 이 문제는 대학원 수학교육에는 더욱더 요구되는 기준이다. 왜 수학 연구소 지정까지 받은 수학 대학원이 정원 미달이 되는가?

수학적 증명으로 끝내버릴 수 있는 문제와 달리 대학 수학교육의 문제는 대학에서 수학을 연구하고 교육하는 수학자 모두가 관여되어 있는 문제이며 어떤 실천적 노력을 하여야 상태의 국면 전환을 이룰 수 있는 복잡한 시스템(complex system)이다. 한국의 대학 수학교육이 교육적으로 우리 수학자들이 마음속으로 그리고 있는 어떤 이상적 상태로 회귀할 수 있는 임계 상황에서 이미 벗어났을 수 있다.

오늘날 한국에서 대학원 연구를 포함하는 경쟁력 있는 대학 수학 전공 프로그램을 운영할 수 있는 대학이 몇 개가 생존 할 수 있는가?

예를 들어 미국에서 연구가 활발한 대학원 프로그램을 갖고 있는 수학과의 개수가 50개라면 미국 전체 대학교 3000-4000개에 대한 비율은 1/50에서 1/80이다. 이들 대학원에 재학 중인 학생은 미국 대학 졸업생뿐만 아니다. 한국의 상황에 이 비율을 적용하면 140여 개의 대학에서 1/50은 겨우 3-5개의 대학만이 대학원 프로그램을 유지하면서 대학 수학 전공을 운영할 수 있는 적정한 수이다. 이 수치는 한국의 사회 및 경제가 더욱 발전하여 선진화된다면 그 발전 모형이 미국을 닮아 간다면 피할 수 없는 한국 대학 시스템이 갖는 임계값일 수 있다.

다른 방법으로 생각해보자. 매년 약 60만명이 전문 대학을 포함한 대학 진학자 수이고 약 30만명이 순수 4년제 대학 진학자 수이다. 한국의 학력 중심의 왜곡된 의식은 법대 의대 경영대 공대 등의 인기 학문 영역에 우수학생들이 몰린다. 창조적 수학 연구가 가능한 인구 비율을 5%라고 가정한다

면 한국에서 충당할 수 있는 수는 약 3만명 정도가 가능한 수이다. 이 3만명 중에서 법대 의대 한의대 경영대 공대 등의 인기 학문 영역에 빼앗기는 수를 제외하고 몇 명이 수학 전공을 택하겠는가? 지금과 같이 이들 인기 학문 영역의 증원은 늘어간다는 추세를 반영한다면 많아야 1/100인 300명 일 것이다. 그리고 이들이 학부 수학 졸업 후 국내 수학 대학원으로 진학하여 전문 수학자의 길을 택하는 수는 몇 명이나 될 것인가?

대학 수학의 위기는 체육 분야와 너무도 닮았다. 엘리트 체육 정책으로 올림픽에서 메달 획득이나 축구에서 올림픽 16강 진출 등을 추진하고 노력해왔다. 올림픽 메달의 의미 있는 질적 향상과 다양성이 있었는가? 한국 축구의 목표가 얼마만큼 성과에 접근하고있는가? 한국의 체육 또는 축구의 사회적 기초 토양은 점점 어려운 상황이다. 이러한 체육계의 사례는 한국 사회가 갖고 있는 대부분의 시스템에 공통된 점이라고 인식된다. 왜냐하면 한국의 교육 시스템이 개인의 성공만을 목표로 하는 사교육이 만연되고 초중등 교육이 해외로 이탈하고 교실 수업이 붕괴되고 있는 결과는 항상 양극단만이 대립하는 사회 시스템에 그대로 옮겨가고 반영될 것이기 때문이다. 대학 수학 시스템이 체육계와 닮았지만 많은 엘리트 대학 수학 교수는 아니라는 인식이다.

수학과 같은 기초 학문은 인터넷을 포함한 정보 기술의 발달, 급속한 세계화, 실용 지식으로의 편중, 한국과 같은 지역성 등등을 극복하고 국제적 수준을 갖춘 교육 및 연구 단위로 생존하기는 쉽지 않다. 그럼에도 수학적 재능을 가진 학생을 발굴하고 교육시키는데 한국의 교육 상황을 극복하는 대학 수학교육과정으로 개선하고 실천해야 하는 시점에 있다. 경우에 따라서 수학교수라면 누구나 논의하기를 터부시하는 국가적 수준의 수학전공 학과들의 구조조정, 지원 등 제도적 개선도 심각하게 논의하고 실천하여야 할 시점이 계속 미루어지고 있고 상황은 점점 악화되고 있는지 모른다.

이러한 대학 수학교육 혁신에 관한 주제는 차원 면에서 그리고 사회, 교육계, 그리고 소속 대학과 같은 거대 규모의 조직을 움직여 지원을 유도해야하는 거대 과제이다. 한국의 대학 수학교육과 프로그램이 생존하고 발전하기 위하여 벤치마킹 사례 보고서가 있다. 미국 대학 수학과가 지난 10여년을 어떻게 극복하고 21세기 수학 학문을 새롭게 하기 위하여 어떤 비전을 가지고 계획과 프로그램을 실천하고 있는지는 미국수학회 AMS Task Force 과제의 연구 보고서 "Towards Excellence" 에 잘 소개되어 있다.[AMS1999]

II. 대학 수학교육 연구

[대학 수학교육 연구의 시작과 필요성]

수학교육에 대한 연구는 세계적으로 1960년대에 전문학술지가 만들어지고 연구되기 시작하였다. 최근 20년 사이에는 수학교육에 대한 이론 및 응용 연구도 활발하게 이루어져왔다. 대학 수학교육 연구가 본격적으로 증가한 시점은 1990년대로 볼 수 있다. 1994년 Research in Collegiate Mathematics Education이 출현하였다. 이 시점은 대학 진학하는 학생들이 급격히 팽창했던 때이다.

대학 수학교육에 대한 연구는 대체로 대학 교육의 대중화와 대학에서 수학교육을 받는 수요자의 증가와 함께 수학교육의 문제들이 발생하면서 자연스럽게 연구가 활성화되어졌다고 보여진다 [Schoenfeld 2000].

현재는 대학 진학률이 거의 포화 상태에 도달하고 있고 한편으로는 2년제 전문 대학이 4년제 대학으로 변환되면서 내부적인 구조 조정이 진행되는 단계에 있다. 뿐만 아니라 고등학교 졸업 후 교육 (post-secondary) 교육 구조가 매우 빠른 속도로 변화하고 있다. 과거에 없었던 인터넷 원격 교육과 평생 교육 제도에 의하여 다양한 수학교육 방식과 고등 교육 시장이 생겨나고 있다. 이러한 새로운 상황 변화는 post-secondary 교육에서 수학교육의 새로운 도전 영역이기도 하다.

이러한 대학 교육의 세계적인 추세 속에 한국도 비슷한 상황에 처하게 되었고 특히 대학 교육의 대중화는 약 80% 이상이 대학을 진학하는 비율에서 알 수 있다. 수학교육의 관점에서 보면 한국의 상황은 미국과 다르고 그 외 다른 나라와도 다른 독특한 사회 문화적 특징을 가지고 있다. 미국과 한국을 비교한다면 현 시점에서 가장 차별되는 큰 특징은 듀크 대학의 예이다. 신입생중 약80-85%의 학생들이 1학년 때에 수학 강좌를 수강한다는 점이다. 그리고 다른 전공 학생들도 개인이 필요한 수학 강좌를 수강하여 이러한 수학과에서 개설한 수학 강좌 등록 수가 다른 학과보다도 많아 대학에서 수학과의 위상을 중요하게 생각하고 지원해준다는 점이다.[Smith1998]

한국의 대학에서 수학과의 대학 교육 시스템 전체에서 차지하는 교육적 비중과 중요성을 고려해 정책적으로 지원해준다는 대학이 있다는 소문을 들어본 적이 없다. 국공립 대학과 사립 대학 모두 대학의 행정 재정 등등 경영상의 무수히 많은 어려운 제도적 문제와 장벽들이 대학의 기초 교육으로서 수학교육의 의미 있는 측면을 가로막고 희생시키고 있다. 이러한 점은 한국에서 수학자로서 연구를 희생하면서 수학 교수로서 대학 수학교육에 관심을 가지고 좋은 연구와 교육적 실천을 해야겠다는 최소한의 환경도 되지 못한다. 이러한 측면을 고려할 때 대학 수학교육 연구에 대한 관심과 활성화는 이러한 문제를 체계적으로 극복할 수 있는 한가지 방법이 될 수 있고 좌담회로 끝나는 이벤트보다 수학전공을 운영하는 대학 모두에게 폭넓은 설득 기반을 구축할 수 있다.

한국에서 대학 수학교육에 대한 연구는 이제 수학 전공 교육으로 입지가 좁아졌다. 많은 대학에서 이미 과학 분야에서 조차 필수로 수강해야되는 수학교과목이 사라졌다. 공학 분야는 오히려 조금은 남아 있는데 그것도 곧 사라질 위기에 처한 열악한 조건에 놓여 있다. 대한 수학회의 좌담회 중에서 대학 수준의 수학교육 연구의 필요성을 제기되었지만 미적분학, 확률, 선형대수, 복소함수, 미분방정식, 이산수학 등 수학 기초 교과에 대한 연구는 현재의 대학 수학교육의 입지 상황으로 볼 때 수학 전공자를 위한 교육 연구로 제한될 수밖에 없다. 교육적 수요, 대상 또는 교육 현장이 없는 교육에 대한 연구를 왜하는가? 교육 현장이 감소하는데 그런 대상을 두고 연구 할 필요가 있는가?

반면에 대학 수학교육에 대한 연구 결과가 필요하면 미국 등 선진국의 연구 결과를 수용하면 되지 한국에서 대학 수학교육 연구를 할 필요가 있겠는가? 라는 회의가 있다. 초중등 학교 수학교육 연구도 미국 등 다른 나라의 수학교육 연구에 학문의 종속성이 심하다. 초중등 학교 수학은 수 백만

명을 교육하고 국가교육의 중요한 교과임에도 한국 수학교육 분야가 학문적으로 자생력을 갖추어 활발히 연구 활동이 이루어지고 있다고 보기 어렵다. 교육적 수요, 대상 또는 교육 현장이 수백만에 이르는 수학교육에 대한 연구가 왜 부족한가? 한국의 수학교육 연구는 무용론과 종속론과 같은 회의를 가지고 있다.

서론에서 대학 수학교육의 현재의 문제 상황과 과제를 볼 때 연구의 필요성은 당연한 것처럼 보인다. 그러나 실제로 대학 수학교육에 대한 연구뿐만 아니라 초중등 학교 수학교육 연구 또한 발전을 이루지 못하고 있는 것이 한국의 상황이다. 아마 서양과 다른 스승을 절대적으로 존경하는 동양의 교육 문화 전통에서 스승이 스스로 서비스를 잘하기 위한 교육 연구를 한다는 것이 과거에는 쉽게 이해될 수 없는 상황이었을 것이라는 추측이 가능하다. 여전히 지금도 교수 교사 교육자들이 교육 서비스를 개선하려는 토론이나 좌담회에서 이러한 한국의 오랜 역사적 전통으로서 스승의 권위를 내세우는 주장이 적지 않은 실정이다. 이러한 측면은 수학교육 연구 결과에 대한 수학 교수 또는 교사들의 권위적 왜곡 또는 아전인수 식의 해석으로 교단에 진정으로 도움이 되는 결과도 무용지물 또는 논쟁 대상으로 전락하게 될 수 있다.

[수학교육 연구의 목적과 방법]

대학 수학교육은 누가 연구해야하는가? 대학에서 수학을 연구하고 가르치는 수학자는 실제 대학교육 현장에서 경험함으로 가장 적합한 요건을 갖추고 있다. 수학자로서 대학 수학교육 연구와 교육과정 개발에 공헌한 학자들로서, G. Polya, E. Dubinsky, J. Ferrini-Mundy, S. Monk 그리고 A. Schoenfeld 등이 있다.

H.Bass는 Notices of AMS 기고문에서 수학교육의 역할은 현재 근본적인 변화를 반영하여하여야 한다고 말하고 있다. 고급 수준의 수학이 학생들을 소외시키거나 선별하는 기준으로 사용되어서는 안된다고 주장한다. 많은 학생들이 수학에 실패하거나 수학 공부를 떠나게 된다면 이는 학생의 실패가 아니라 교육 제도의 실패라고 외치고 있다. 수학자는 수학교육자로서 역할을 다시 생각해야할 시점이라고 말하고 있다[Bass1997].

한국에서 대학 수학교육 연구의 필요성이 절실한 측면과 회의적 측면이 심각하게 교차하고 실제 교육 현장의 상황은 양극단에 놓여 있다. 그렇다고 하더라도 수학교육에 대한 연구를 한다면 무엇을 어떻게 왜 어떤 목적으로 하는지 버클리대학교의 수학교육 연구자인 A. H. Schoenfeld는 Notices Of The AMS 기고문에 수학교육 연구에 대한 목적과 방법을 개략적으로 기술하였다. 본 논문에서 생략된 내용과 예는 Schoenfeld의 기고문에 자세히 기술되어 있으므로 참고 할 수 있다[Schoenfeld 2000].

1. 연구 목적

* 순수 연구- 수학하는 사고(thinking), 수학 가르치기(teaching) , 수학 학습(learning)의 본질을 이해하는 연구

* 응용 연구-수학 학습을 효과적으로 지도(instruction)하고 이를 개선하기 위하여 순수 연구에서 이해한 결과를 응용하고 활용하는 연구

순수와 응용 연구의 차이와 관계는 순수 수학과 응용 수학 사이의 밀접함 상호 작용 그리고 어떤 조화로운 균형과 역할을 생각하여야 한다. 수학자는 간혹 수학교육 연구를 교실 수업에 가장 효과적으로 작용하는 처방이 무엇이냐는 식의 결과를 요구한다. 교육에 대한 이러한 유형의 특효약과 같은 처방전은 가능하지 않다. 공학이나 응용과학 연구자들이 수학과 관련된 문제에 수학자들에게 많은 수학 이론의 방대한 지식 더미에서 그 문제에 꼭 맞는 적절한 특효약과 같은 해답이나 증명을 즉각적으로 요구하는 것이 부적절한 이유와 유사하다. 수학교육 연구도 교육과정 개발이나 구현된 교육과정이 잘 운영되는지를 입증하는 시급한 응용 연구만이 우선적인 과제는 아니다. 순수 연구는 응용 연구의 새로운 지평을 열어 줄 뿐 아니라 응용 연구의 가치를 더해주고, 명확하게 하여 주며, 힘을 확대하여 줄 수 있다.

2, 수학교육 연구 문제의 유형

* 이론적인 전망(perspectives) 제시-수학하는 사고(thinking), 수학 가르치기(teaching) , 수학 학습(learning)의 본질을 이해하는 이론적인 구조와 전망을 제시할 수 있는 문제
* 수학을 하면서 발생하고 발전하는 인식 과정의 여러 상태와 측면(aspects of cognition)을 기술-수학을 어떻게 생각하고 인식하면서 학습하는지에 대한 메카니즘을 기술하고 설명할 수 있는 문제. 수학 개념의 이해, 오해 또는 오류 발생 메카니즘을 설명하는 문제
* 사례 증명(existence proof)-문제 해결, 귀납법, 증명법, 수학적 표현, 수 인식과 계산 능력, 공간 지각 등 수학교육 목표 또는 규준 도달에 성공한 사례 제시 또는 입증, 다양한 유형의 교수 방법의 타당성을 입증할 수 있는 문제
* 다양한 유형의 교육 방법의 긍정적 또는 부정적인 결과를 기술할 수 있는 문제

수학교육 연구에서 문제들은 실제 수학 수업 또는 학습 현장에서 발생된다. 예로서 새로운 미적분학 교육과정 또는 7차 학교 수학교육과정이 제시되고 이들 교육 과정이 수업에(class instructions) 잘 작용하는가를 확인하는 증거를 구하게 된다. 이전 교육과정과 새 교육과정에 대한 비교 연구를 하게되고 비교 집단에 대한 동일한 테스트를 개발하여 의미 있는 개선이 있었는지를 통계적인 검정을 하게된다. 이러한 연구의 진지함에도 불구하고 수학자 또는 수학 교사들은 어떤 한 측면이 강조된 결과를 확대하여 복잡한 소문이 퍼지게된다. 수학교육 연구 결과를 이해하고 수용하는 연구자나 관련 수학교육자들의 태도에도 신중함 또는 긍정적 회의감 같은 분위기가 필요할 수 있다. 최근의 한국의 7차 학교 수학교육 과정은 몇 개의 논쟁점들로 인하여 교육과정의 전체적 균형, 일관성, 미래, 가치 지향 등 많은 것을 잃을 수 있는 우려가 든다. 그 동안 수십년 동안 잘못해오고 있다는 교과서 문제도 여전히 해결하지 못하면서 무엇이 이루어질 수 있는가? 좋은 수학교육 연구는 교육 현장에 응용되고 실천되어야 한다. 한국에서 좋은 수학교육 연구 결과를 바탕으로 수학교육 현장에 구

현되지 못하는 문제가 좋은 연구이다.

3.수학교육 연구에서 이론과 모형의 성격

수학교육 연구에 나타날 수 있는 이론은 수학분야의 이론과 성격을 달리한다. 수학 이론으로 group theory, number theory , probability theory, computation theory 등에서 매우 공리적이고 모든 용어와 정의 등 상당히 자세히 모든 것들이 분명하게 제시되고 구성되는 성격을 갖는다. 이러한 과학적 성격이 생물학, 의학 경제학 등의 학문 영역에서 볼 수 있는 이론들은 종합적이고 요즈음의 용어로 하면 복잡계에 관하여 이해하려는 이론들이다. 생물학의 예로 진화론에서 수학 이론과의 구별되는 많은 차이점이 있음을 알 수 있다.

수학교육학의 이론은 모델로 연결되어진다. 예로서 교육과 인지 심리학의 이론 체계인 theory of mind 는 model of problem solving 과 연결될 수 있다. 이론과 모델은 상호 연관을 맺고 개선되고 재해석되면서 변화 또는 진화해 간다고 본다.

수학교육 연구의 이론과 모델의 예:

* theory of mind , theory of teaching-in-context , theory of learning,...
* models of teaching, models of learning, models of problem solving, models of mathematical modeling , models of mathematical computing , models of action-in-context, ...

4. 수학교육 연구 방법들

* 계량적 연구 방법-실험과 통계적 자료 수집을 통한 연구(experimental studies)
* 교육의 질적 대상에 대한 연구

수학교육 연구 방법은 범위가 넓고 다양하여 유형을 소개할 수 없다. 양적 연구 방법에 관한 좋은 참고 서적이 있다.[Lecompte, Millroy, Priessle 1992]

수학 연구와 달리 수학교육 연구 방법은 매우 세심한 주의가 요구되고 관찰된 자료 또는 사실을 해석할 때 조심하여야 한다. 해석상의 오류를 범할 수 있는 연구과정에서 발생할 수 있는 human error는 마중에 밝혀지거나 숨겨진 채로 연구가 진행될 수 있기 때문이다. 수학교육의 질 향상 문제에 대한 연구가 중요한 부분인데 농생물학에서 했던 전통적인 통계적 방법은 많은 문제점 또는 함정이 있으므로 세심한 주의와 해석이 요구된다.

5. 수학교육 연구에서 제시된 이론, 모델 및 결과를 판단할 기준

수학교육 연구의 결과와 방법들이 매우 범위가 넓기 때문에 연구의 신뢰 가치를 판단할 수 있는 기준을 다음과 같이 제시하고 있다.

-설명력(descriptive power)

-설득력(explanatory power)

-연구 및 결과의 적용 및 응용 범위(Scope)
-예측력(predictive power)
-엄밀성 및 전문성(Rigor and Specificity)
-재현성(Replicability)
-증거의 다양한 자료, 출처, 원인들 (Multiple sources of evidence)
-왜곡, 오류 가능성(Falsifiability)

수학교육 연구에 있어서도 과학적 엄밀성과 기본적인 설명력을 높이기 위하여 용어의 의미를 명확하게 정의하고 사용하여 표현의 정확성이 받쳐주어야 한다. 한국의 수학교육 연구에 많은 용어의 혼란이 일본 등 아시아권의 용어와 미국 등 서구에서 사용되는 용어의 유입이 섞여 사용되는 혼란이 있다. 이러한 용어의 혼란은 교육 현장에도 있다. 서구의 교육 문화와 전통이 다르고 동양에서도 한국 중국 일본이 상당히 다른 교육 문화를 형성해온 역사적인 측면이 있다. 이러한 교육 문화의 전통을 고려한 교육학에 관련된 용어와 이론 등을 제대로 이해할 수 있는 순수 기초 연구가 매우 필요하다.

수학교육 연구에 관한 전반적인 경향을 제시하거나 연구 결과를 명확하게 소개한다는 것은 쉽지 않은 일이다. 수학교육 연구는 매우 다양한 접근 방식을 갖으며 수학과 달리 일반화가 어렵다.

수학교육 연구의 다양성은 수학교육에 관한 문제 또는 현상의 복잡성(complexity)에서 온다. 또한 연구의 다양성은 수학 가르치고 학습하는 과정이 사회 문화적 환경에 의존한다는 사실로부터 유래한다. 이러한 사회 문화 환경 요인은 수학교육 연구 결과의 타당성 판정을 쉽지 않게 만든다. 마지막으로 학생들의 수학 학습 장애 및 교수법의 역기능을 잘 이해할 수 있더라도 잘 가르치고 역기능을 적절하게 해소할 수 있는 비용이 적게드는 방법을 거의 줄 수 없기 때문이기도 하다. 수학교육 연구의 다양성은 교육적, 문화적 사회적 경제적 다양한 차원을 고려하여야하는 복잡성과 연결되어 있다.

한편으로는 인터넷과 웹 등의 새로운 정보 통신 기술의 발전으로 수학교육의 새로운 측면과 현상들이 다양하게 나타나고 교육 현장에 영향을 주며 변화해 가고 있다. 대학 수학교육의 과거 전통을 이해하고 미래를 대비하고 그리고 현재 문제를 해결하고 개선하는 많은 이론, 모델, 실천 사례 연구들이 우선은 활성화되어 건강한 토양 육성이 필요한 시점이다.

Ⅲ. 대학 수학 학습 이론

[대학 수학 학습 개선 개요]

대학의 수학 교과의 내용과 교육 방법은 대학 교육이 바라는 결과에 잘 조정되고 맞추어 지고 있지 못하다. 미적분과 같이 한 교과 또는 수학 전공 교육과정을 개발하고 교육을 혁신하여 최선의 교육을 실천하려고 대학의 수학자들은 노력하고 있다.

미국에서는 미국과학재단(NSF)의 지원과 여러 공공 및 대학 교육 기금의 지원을 받아 CRM(Calculus Reform Movement)을 약 10여년 동안 다양하게 진행해오고 있다. 이러한 교육 혁신

운동은 학생이 학습의 중심에(student-centered learning) 있도록 초점을 맞추고 새로운 수학 지식이 효과적인 학습 프로그램에 포함되도록 교과과정을 개발하여 오고 있다.

하지만 CRM으로 개발된 수학교육 과정이 컴퓨터를 사용하는 기술을 도입하기 위하여 많은 비용과 시간을 들여야 하는 단점을 가지고 있다. 컴퓨터, 인터넷 웹 및 계산기와 같은 최근의 기술은 이러한 교육 과정을 다시 생각해보는 기회를 갖게 해주었다. 그리고 새로운 기술을 활용한 교과 과정과 이를 운영할 적절한 수업 및 실습 환경을 만들어 주고 교육의 중심이 도구 조작에서 사고 조작으로 전환할 필요가 생겼다. 지금까지의 수학교육 개혁 운동은 과거의 반성과 냉정한 평가를 바탕으로 새로운 정보 기술 출현으로 인한 새로운 전환기를 맞았으며 더욱 탄력을 받으며 진행될 것으로 전망된다.

10년전 NSF로부터 CR(Calculus Reform) 지원을 받은 새로운 여러 형태의 접근 방법에 따라 개발되고 구현된 미국의 다양한 새 Calculus 교육 과정을 보아왔다. 여기서 본 논문에서 의도적으로 Calculus 명칭을 미적분학으로 지칭하지 않는다. CRM 이후 현재의 Calculus는 한국에서 전통적으로 인식하고 있는 미적분학보다 더 범위가 넓기 때문이다. 컴퓨터를 활용하는 접근법은 Calculus를 실험과학의 실험 교과처럼 다룬 결과 실세계 문제, 손-조작(hands-on) 활동, 발견 학습, 글쓰기, 팀워크, 지능적인 도구 사용 그리고 학생에 대한 높은 기대 등을 강조하였다.

과거 10년 동안의 CRM에 의한 개발은 효과적인 수업 지도 전략 선택에 있어서 이론적인 지원 또는 도움 없이 거의 신중한 경험적 연구에 의존하였다. 지난 10년 동안 상당히 중요한 그리고 의미있는 대학 수학교육에 관한 중요한 이론적 기초는 인식 심리 및 신경생물 분야의 연구 결과에서 왔다. 이러한 분야의 연구는 교육 현장에서의 경험적 관찰과 일치하는 인지 이론을 증명하여 주고 있다. 또한 학습을 일으키는(유발하는) 배우는 그리고 가르치는 실제 지식을 착각이나 오해로부터 판별해주고 있다.

대학 교육은 크게 3가지 범주의 교양(liberal), 직업(vocational), 전문직-예비(pre-professional) ,학문(academic) 교육을 제공한다고 볼 수 있다. 전문 대학원 제도가 생기면 전문직-예비 교육 유형이 늘어날 것이다. 평생 교육 제도는 교양 및 직업 교육 부분을 크게 확대한다고 볼 수 있다. 기초 수학교과 교육은 단정지어 유형을 결정짓기 어렵고 대학 교육의 특성 및 목표에 따라 다양한 양상을 갖게 된다. 수학 물리학, 문학 등의 전공 교과 교육은 과거에는 대학의 학문적 아카데미즘이 살아있었을 때에는 대학 교수 또는 교사라는 전문직 예비 교육의 성격을 가졌지만 극소수만이 관련 대학원에 진학하는 지금은 의미가 점점 모호해 지고 있다.

대학 수학교육 개선의 요구가 일고, CRM이 진행되고 대한수학회가 대학수학교육 문제점들을 좌담회를 갖는 등 과거에 있었던 대학 수학교육 방식의 문제점을 꼽는다면 엄밀한 수학 연구에 적합한 소수의 재능 있는 학생을 선발하고 그 외의 학생들은 교육에서 소외되거나 탈락하더라도 관심 밖에 두었다는 잘못이다. 대학의 거의 모든 수학 교과 수업에서 학생들을 도제 학습 방식으로 가르쳤다. 이러한 수업 방식은 잘 가르치면 학생의 학습은 저절로 이루어진다는 신화 같은 명제를 믿었다. 학

습이 이루어지지 않았다면 그것은 학생의 실패 또는 잘못으로 여겨졌다. 학생을 예비 학자로 다루는 이러한 inquiry-based 접근법은 수학 학습의 수준 및 질을 증가시킨다고 폭넓게 인식되지만, 대학 교육이 대중화한 시점부터 많은 학생들은 이러한 수업은 자신의 능력을 넘어선다고 생각한다. 전통적인 수학 수업에서 상위 20% 미만의 학생들만 수업을 따라오는 경향을 공공연하게 인정하여 왔다. 이러한 수치는 한국의 수능 문항 분석이나 고등 학교 현장에서 수학을 포기하는 학생의 비율이 약 70-75% 정도인 수치에 접근하는 유사성이 있다. 학생은 가르치는 수학 교수의 기대치를 맞추어 따라가야만 하고 뒤로 쳐지거나 수강을 포기하는 것 등은 교육 방식의 실패라는 각성보다 기준 유지로 보였다. 설상가상으로 전공 교육과정은 유연성이 거의 없는 확고한 단일 트랙을 따를 수밖에 없었다.

대학 진학률은 점점 높아가고 있다. 그리고 새로 출현하는 정보 기술을 이해하고 , 지능적으로 사용하고 활용하는 데에 수학적 소양이 필요하다. 현시점에서 학생들이 수학을 폭넓게 이해하는 것이 점점 더 중요해지고 있다. 폭넓은 이해에 대한 요구는 한편으로 교과과정을 설계하는 학과나 직접 담당하는 교수에게는 도전적인 과제로 다가온다.

폭넓은 수학교육은 경영을 위한..., 생명과학을 위한... 공학을 위한..., 등등의 다른 학문들과 연계되는 수학 교과 프로그램 개발 등으로 나타난다. 시대적으로 이러한 방향으로 진행되어 갈 것이다. 한편 변화의 초기 상태에 있는 한국에서 우려되는 사례도 나타난다. 서울대학교에서 의예과 1학년 수학에 대한 요구 사항을 보면 담당 교수의 교육을 위하여 새로 교과과정 만들고 교육 자료 수집하고 컴퓨터 활용 실습 자료까지 만들면서 연구를 희생하고 고생하여 가르칠 필요가 왜 있겠는가? 의대 교수들은 대학 교양 수학교육을 자신들이 가르치는 교과보다 열등한 것으로 보는 잘못된 인식이 깔려 있어 보인다. 아직 전세계적으로 대학 교수의 보상(수) 구조는 연구 성과에 의하여 크게 차이가 날뿐 교육적 성과 또는 요인은 거의 반영되지 못하고 있다. 그리고 새로운 교육 방법은 교수만이 주관하는 것이 아니라 많은 인적 물적 시설 지원을 받는 협동 작업이다. TA 뿐만 아니라 전산 시스템 관리자 웹 교육 스태프 등도 교육을 지원하는 시대이다.

[구성주의자의 수학 학습 이론]

대학 수학교육에 관련된 지난 20년 동안 어떤 중요한 학습 이론 연구가 있었는지 대학 수학교육에 초점을 맞추어 살펴볼 필요가 있다. 현재 폭넓게 확산된 학습이론에는 피아제(G. Piaget)의 연구에 기초한 구성주의자(constructivist)의 접근 방법이 있다.

피아제의 학습 이론에서 학습은 생물학적인 또는 신경 생물학적 의미에서 적응 과정 또는 적응에 의한 선택으로 본다. 따라서 학습은 지식을 단순히 전달하는 지도(instruction)가 아니다. 적응 과정은 동화와 조정을 기본으로 한다. 즉 뇌와 중추 신경은 학습으로 신경에 연결이 이루어지고 (의미, 연결)네트워크(또는 스키마, schema)를 구성해 간다. 동화(assimilation)란 이미 형성된 스키마가 적응하여 새로운 상황을 다루는 것을 말한다. 조정(accommodation)이란 스키마에 중요한 불균형(불안정)

이 발생하면 이미 형성된 지식을 재조직하는 적응을 말한다.

학습되어질 수 있는 것은 1)학습자의 초기 개념들에 의하여 2)학습자에 제시된 상황에 의하여 3)학습자에게 주어진 행위 수단 또는 도구에 의하여 강하게 제한된다. 따라서 학습자는 이미 알고있는 것에 기초한 새 지식을 형성되는 것이지 전달될 수 있는 물품이 아니라고 본다. 이것은 교사의 지배적인 역할을 특징으로 하는 수업 전략의 한계를 설명해 줄 수 있다.

[피아제의 학습 이론 측면에서 한국 대학 수학 연구 과제]

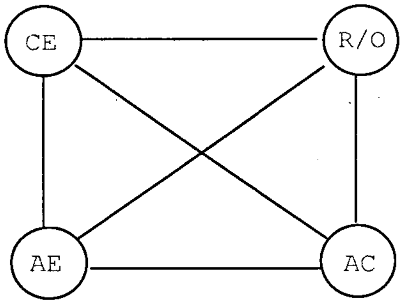
한국의 고교의 대학 입시 위주의 주입식 교육과 관련하여 피아제의 학습 이론은 대학 수학교육에 중요한 논쟁 문제를 던져준다. 주입식 교육을 받은 학생에게 이미 형성된 지식이 대학 수준의 교육의 관점에서 오히려 교정되어야 할 즉 조정이 심각하게 일어나야 할 지식일 때 우리는 어떻게 교육해야 하는 것이냐?라는 물음이다. 피아제의 관점은 학생 스스로 학습하도록 하는 자연스런 과정처럼 보인다. 그러나 주입식 교육은 학생들이 학습하는 태도에서 극히 교사에 의존하는 수동적이고 기계와 같은 방식으로 고정되게 한다. 교사가 제시하는 정답이 없으면 정서적 불안정, 강박감 등에 시달린다. 대부분의 미국 등 서구에서는 한국처럼 심각한 주입식 교육의 폐해에 대한 논쟁은 없는 상태에서 많은 대학 수학교육 개혁이 진행되고 있다. 한국에서 대학 수학교육 또는 대학 교육에서 변화와 혁신이 이루어지고 사회에 결과가 반영되려면 고등학교 때의 주입식 교육의 문제를 꼭 밝히지 않으면 어떤 대학 교육 혁신도 증거 입증이 흔들리게된다. 주입식 교육으로 아주 강화된 지식은 동화와 조정의 유연성이 부족하여 오히려 새로운 지식 형성에 방해될 수 있을 것이 예측된다. 이러한 측면은 고등학교 교육 문화가 우리와 상당히 다른 외국과 비교 연구를 통하여 철저히 검증되어야 한다. 우려가 사실로 판명될 수 있는 정황 증거는 국내에서 찾을 수 있다. 서울과 같이 사교육에 의하여 주입식 교육의 강도가 심했던 학생과 그렇지 않은 집단과의 비교 연구이다.

신경 생물학의 인간의 메모리(기억)에 관한 연구에서 장기 기억은 뇌의 정서 영역과 수많은 연결들로 접속된다고 본다. 한편 짧은 시간 동안 지속되는 "working(순간)" 메모리는 상대적으로 약한 신경 연결의 형태를 갖고 있다고 본다. 순간 메모리는 약 7 개 정도의 기억 용량을 갖는다고 보고되고 있다. 이러한 생화학적 연결은 사용할수록 강화되나 사용하지 않으면 약해진다. 순간 메모리는 정서와 관련이 없다. 장기 기억의 형성은 정서에 관여한다. 필요한 지식이 장기적으로 기억되기를 기대하면 정서적 연결을 자극해야한다. 주입식 교육을 받은 학생이 문제 유형이 생소하면 쉽게 포기하거나 인내심을 상실하는 것 등은 대학 수준의 수학을 학습하는데 장애 요소로 작용할 것이다.

한편 뇌의 정서 영역과 이성적 사고 영역 사이에는 강한 연결들이 있다. 정서적 흐름은 학습자가 의사 결정 과정을 의식하기도 전에 합리적인 의사 결정 방향을 정해준다고 알려져 있다. 주입식 교육은 시간이 걸리는 추상적인 수학교육에 어떤 식으로든 가장 어려운 장애물이 아닐까?

[Kolb 사이클-대학 수학 학습 개선을 위한 학습 모형]

인지 연구의 결과로 얻은 Kolb 학습 사이클이 있다. Kolb 학습 사이클은 4 가지 학습 단계를 가지고 있다. [Kolb 1984, Smith 1997]



CE (Concrete Experience)
RO (Reflection/Observation)
AC (Abstract conceptualization)
AE (Ative Experimentation)

학습자는 Kolb 도표의 학습 단계를 이동하는 여러 유형의 의미 있는 학습 경험을 하게된다. AE는 새로운 문제 상황에서 AC 단계에서 형성된 개념이 의미하는 시험하는 학습 단계이다. AE 단계의 학습 결과에 따라 새로운 학습을 시작하거나 현재 단계의 학습을 다시 할 수 있다.

이상적인 학습 환경은 학습자를 한 학습 단계에 고정시켜 놓기보다는 적절한 단계를 이동하면서 학습하도록 설계하는 것이다. 이상적 학습자는 드물고 대개는 개인이 선호하는 학습 활동이나 스타일을 가지고 있다. 그리고 개인차가 있을 수 있다. 학습 경험이 다양한 학습자들로 구성되고 협동적인 그리고 상호 작용하는 그룹에서 잘 이루어지는 이유이다.

action-reflection(AE-RO) 대각선 축과 concrete-abstract(CE-AC) 대각선 축은 Kolb 사이클 도표를 4개의 영역으로 분할한다. Kolb 도표에서 Piaget의 유아 및 청년기의 인지 발달 단계를 설명하는 중요한 수학 학습 유형을 포함하고 있다.

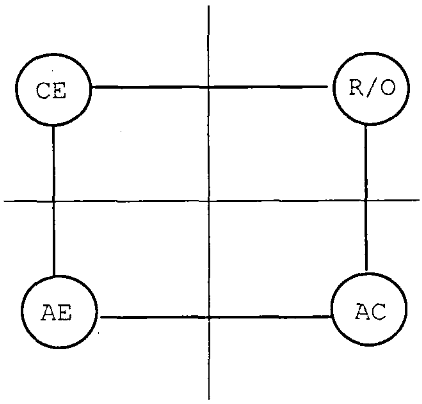
1) AC 학습 후 AE 학습을 하는 유형을 Converger (AC-AE)
2) CE 학습 후 RO 학습을 하는 유형을 Diverger (CE-RO)
3) AC 학습 후 RO 학습을 하는 유형을 Assimilator (AC-RO)
4) CE 학습 후 AE 학습을 하는 유형을 Accommodator (CE-AE)

Calculus 수업의 학생들은 Kolb의 여러 단계를 거치는 학습을 하지만 대부분의 수학자는 Assimilator (AC-RO) 학습 유형에 대체로 국한된다.

Kolb 학습 사이클의 각 학습 단계의 간단한 특징은 다음과 같다. 구체적 경험 학습인 CE는 뇌의 지각 피질에 입력하는 단계이다. 따라서 듣고, 보고 만지고 신체를 움직이며 구체적 감각 경험을 갖는 단계이다. RO는 주로 오른쪽 뇌가 담당하는 기능들과 관련된 의미와 관계 등을 생성하는 내적인 정신 작용을 하는 단계이다. RO 학습 단계는 이해하기 위하여 필요한 의미와 관계 조각들이 생성되는 단계이다. RO(Reflection/Observation)를 문자 그대로 번역하면 상당히 혼돈이 생길 수 있는 부분이다. 정확한 이해는 뇌의 기억 및 연상 작용 메카니즘을 이해하여 실제 학습에 적용하는 주의가 요

구된다. 오른쪽 뇌의 작용은 좌측 뇌에 비하여 느리게 작용한다. RO 단계 학습에서 학생들의 학습 반응이 느리게 진행되는 이유이기도 하다. 추상적 개념화 AC 단계는 왼쪽 뇌의 활동으로 경험, 기억 심상 등의 해석(번역)을 발전시키는 단계이다. 실험 될 행동 계획 또는 해설 등이 형성된다. 이들 계획과 해설은 기억과 심상들을 논리적 형식 속에 짜 넣으며 언어를 사용하게 한다. AE는 외부로 표출하는 행동 또는 움직임 작용을 하는 뇌의 사용을 이끌어 내는 단계이다.

Kolb 도표에서 중심을 원점으로 하여 수직 수평 축으로 나누면 4개의 영역으로 분할된다. CE와 AE 학습 단계를 포함하는 영역은 활동(Action, Activity) 영역으로, 경험적이면 구체적이며 실험적이며 손을 도구로 사용하는 학습의 특성을 갖는다. 반면에 RO와 AC를 포함하는 영역은 정신 심리의 내면적 사고 활동 영역으로 정서, 태도 반성에 관련되며, 정적이며 추상적이며 언어적이다. 이해에 기초한 깊이 있는 학습은 뇌 전체를 사용한다. 따라서 효과적인 학습은 Kolb 학습 사이클의 모든 국면을 자극함으로써 이루어진다.



Kolb 사이클 도표에서 컴퓨터 또는 계산기가 CE 와 AE 단계에서 학습을 쉽게 이루어지도록 함으로 유용하다. 그러나 정신 심리 학습 단계들인 RO와 AC에서는 적절하지 못하다. 이 부분도 컴퓨터 기술이 발달함으로 상당한 발전이 계속 진행되고 있어서 단정적으로 말할 수 있는 상황은 아니다. 문제의 핵심은 학습의 활동적 측면인 왼쪽의 CE와 AE가 강화된 영향이 긍정적으로 미친다는 점이다. RO와 AC 학습에 직접 컴퓨터를 조작하고 활용하지 않지만 간접적인 효과가 미치는 범위에 있다. 한편 적적할 수준의 사전 지식으로서 신경 네트워크에 필요한 최소한의 연결(connections)이 없는 상태에서 활동이 중심이 된 CE와 AE 학습은 매우 해롭게 작용한다. 컴퓨터와 같은 손 조작을 사용하여야 하는 잘 설계된 학습도 Kolb의 전체 사이클이 적절하게 포함되어야 한다.

[Kolb 사이클 적용 학습 사례]

이제 구체적으로 새 교과과정을 개발할 때 Kolb 사이클을 어떻게 적용할 수 있는지 사례를 구성

해보자. Calculus의 고급한 주제로 미분방정식(ODE) 교과 과정을 설계해보자. ODE를 다루는 전통적인 교육과정은 필요한 많은 수학적 개념 도구들로 인하여 적어도 2학기 분량의 Calculus 학습을 필요로 한다. ODE에서 1) 미분방정식 문제를 제시 2) 중요한 양의 시간적 변화를 수학적으로 표현하고 3) 기울기 필드(slope field)를 그래픽으로 생성하고 4) 기울기 필드에 맞는 함수 그래프를 그 위에 그리게 된다. 미분 방정식의 초기값 문제의 해가 존재하고 유일하다는 증명은 잠시 미루고 직관적으로 명확한 아이디어를 학생에게 전달하고 이해하는 이러한 학습을 구성한다.

ODE에서 다룰 수 있는 학습 내용인 인구 성장 문제를 다루어 보자. 이 문제에 흥미를 갖는 학생은 아이디어를 갖고 학습에 참여한다. 학생은 전체 인구수에 대한 증가한 인구수의 비로 성장률에 대한 예측을 먼저 한다. 성장률을 기울기로 하는 필드를 그리고 해의 그래프를 추적하여 그린다. 인구가 연속적으로 변한다는 모형을 시도하였고 미분 개념에 도달하고 그리고 해로서 인구 성장이 지수 함수 형식을 갖는 학습 경험을 한다.

이러한 ODE의 한 주제에 대한 학습 과정은 기본적인 수학 , 즉 수를 다루고 , 기호를 사용하고 그리고 그래프를 그리는 것들을 포함한다. Kolb 사이클의 관점에서 데이터를 점으로 찍기(data plots)는 CE 단계이고 , 찍힌 점의 패턴을 관찰하는 일은 RO 단계이며, 인구 모델을 미분 방정식으로 표현하고 기호 계산 방법에 의하여 해를 구하는 일은 AC 단계이며, 과거 몇십년 또는 100여년의 실제 인구 데이터를 가져와 실제 현상을 분석하고 테스트하는 AE 단계로 구성된 학습이 된다. ODE의 인구 모델은 컴퓨터가 활용되고 수학적 모델링 및 문제 해결 학습, 개념 학습 등등이 Kolb의 모든 단계를 거치는 학습 예가 된다. 여기서 중요한 것은 Kolb 사이클이 대학 수준의 효과적인 학습모형에 자연스럽다는 점이다. 학습 도식을 고안하여 인위적으로 수학 학습 스타일 맞추려 하는 것이 아니다. 인간의 뇌가 순간 메모리로 7개 정도의 덩어리만을 활용하는 것처럼 수학 학습은 학습 주제를 이해하고 모델링하고 문제 해결를 체계적으로 잘 해나가는 4개의 학습 차원을 가진 Kolb의 4-노드 사이클이다.

Ⅳ. 결 론

대학 수학교육이 수요자 측면이나 공급자 측면 모두에게 커다란 변화가 진행되고 있다. 이러한 변화 과정에서 발생하는 대학 수학교육의 수많은 문제는 결국 유용한 그리고 효과적인 교육을 받았다는 평가를 할 수 있도록 수학 수업을 개선할 수 있으면 해결이 진전될 수 있다. 우선 많은 수학자와 수학교육 연구자들은 대학 수학교육이 근본적인 변화를 하여야한다고 외치고 있다. 이를 위한 대학 수학교육 연구는 다양한 문제에 다양한 접근 방법을 가질 수 있다. 이러한 연구의 일정한 가치와 수준을 줄 수 있는 전반적인 방향과 논점들을 Schoenfeld의 관점에서 소개하였다. 통계적 방법을 사용하는 양적 연구, 실험 연구, 학습 이론, 수업의 질 향상을 위한 전략 연구의 중요성, 타당성 기준, 연구에 대한 이해, 방향을 제시하였다.

고등학교까지 입시 교육으로 주입식 교육을 받는 따라서 학생의 중심이되는 스스로 학습 능력이 결여되어 있다고 보이는 한국 대학생의 문제를 제기하였다. 본 논문에서는 피아제의 학습 이론 측면에서 대학 수학교육에 나타나는 학습 장애의 가능성을 확인할 수 있는 아직 연구되지 않은 과제를 제시하였다.

대학 수학교육에 유용한 뇌-신경 생물과 인지 심리 분야의 연구 결과를 기존의 Piaget 학습 심리 이론과 현대의 구성주의자의 학습 이론의 관점에서 본 학습 모형 Kolb 사이클을 소개하였다. Kolb 사이클에 적용될 수 있는 사례로 ODE로 인구 성장 학습이 어떻게 구성되어지는지를 보였다. Kolb 사이클은 수학 학습에서 학습자가 학습을 강화할 수 있는 4가지 유형의 학습을 모두 포함하면서 구조가 간단함으로 많은 수학 수업 단위를 개발하는데 효과적으로 사용될 수 있다고 기대된다.

참 고 문 헌

김도한 외 7인(2000). 학부전공 교육과정 좌담회, 대한수학회 소식, **69**, pp.23-34.

김도한 (2000). 서울대 의예과 미적분학 강의 내용, 대한수학회 소식, **69**, pp.36-38.

김영국 (2000). 대학 미적분학 교육의 국제적인 경향, 대한수학회 소식, **73**, pp.10-14.

계승혁 외 7인 (2000). 미적분학 교육에 관한 좌담회, 대한수학회 소식, **69**, pp.20-35.

계승혁 외 8인 (2000). 한국수학교육의 현황과 대책, 대한수학회 소식, **69**, pp.20-35.

박용문 (1999). 한국 수학의 위기, 대한수학회 소식, **66**, pp.2-6.

송용진 외 5인 (2000). 수학영재교육에 관한 좌담회, 대한수학회 소식, **72**, pp.44-50

AMS Task Force on Excellence (1999). *Towards Excellence:Leading Mathematics Department in the 21 Century*, http://www.ams.org/towardsexcellence/.

MAA (2000). *Quantitative Reasoning for Colledge Graduates: A Comlement to the Standards* http://www.maa.org/past/ql/ql_toc.html

M. Artigue (1996). Learning and teaching elementary analysis, *8th International Congress on Mathematics Education Selected Lectures (C. Alsina et al., eds.)*, S.A.E.M. Thales, Sevilla, pp.15-30.

M. Artigue (1999). The teaching and learning of mathematics at the university level: Crucial questions for contemporary research in education, *Notices Amer.Math. Soc.* **46**, pp.1377-1385.

D. P. Ausubel (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*, Holt-Reinhardt-Winston, New York.

H. Bass (1997). Mathematicians as Educators, *Notices Amer.Math. Soc.* **44**, pp.18-21.

G. Brousseau (1997), *The Theory of Didactic Situations,* Kluwer, Dordrecht.

E. Dubinski and G. Harel (eds.) (1992). The Concept of Function: Some Aspects of Epistemology and Pedagogy, *MAA Notes*, **25**, Math. Assoc. of America, Washington, DC .

D. A. Kolb, I. M. Rubin, and J.M. McIntyre, eds (1984). *Organizational Psychology: Readings on Human Behavior in Organizations, 4th ed*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

M. Lecompte, W. Millroy, and J. Priessle (1992). *Handbook of Qualitative Research in Education,* Academic Press, New York.

G. Leinhardt (1998). On the messiness of overlapping goals in real settings, *Issues in Education* **4**, pp.125-132.

A. H. Schoenfeld (1985), *Mathematical Problem Solving,* Academic Press, Orlando, FL.

A. H. Schoenfeld (ed.) (1997). Student Assessment in Calculus, *MAA Notes,* **43**, Math. Assoc. of America, Washington, DC.

A. H. Schoenfeld (1998). On theory and models: The case of teaching-in-context, *Proceedings of the XX Annual Meeting of the International Group for Psychology and Mathematics Education* (Sarah B. Berenson, ed.), Psychology and Mathematics Education, Raleigh, NC.

A. H. Schoenfeld (1998). Toward a theory of teaching-in-context, *Issues in Education* **4**, pp.1-94.

A. H. Schoenfeld (2000). Purposes and Methods of Research in Mathematics Education, *Notices Amer.Math. Soc.* **47**, pp.641-649.

D. A. Smith (1998). Renewal in Collegiate Mathematics Education, *Doc.Math.J.DMV. , ICM,* **3,** pp.777-786.

D. Tall (1996). *Functions and calculus, International Hand-book of Mathematics Education (A. J. Bishop et al.,eds.)*, Kluwer, Dordrecht, pp.289-325.