韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 11집, 2001. 1. 307-319.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 11, Jan. 2001. 307-319.

대학수학에서 Mathematica를 이용한 π의 계산

김 병 무 (충주대학교)

대학수학에서, 멱급수의 전개를 배우는 단원에서 관심을 끄는 수 π에 대하여 고찰함으로써, π값의 계산 과정에 있어서의 발달을 이해하고, Mathematica를 이용하여 수학자들이 만든 공식을 통해 π값을 구체적으로 계산하여 보며, 또한 수학에 흥미를 느끼도록 하여 학생들 스스로가 π값을 계산해 볼 수 있는 기회를 갖도록 유도한다.

I. 서 론

1. 원주율 π의 유래

원주율의 기호로서 π를 처음으로 사용한 사람은 영국의 William Johns(1675-1749)인데, 그는 1706년에 출판된 "Synopis Palamariorum Matheseos" 라는 책 속에서 원주율 π라는 기호를 사용하였다. 또한 Oughtred(1574-1660)도 1647년에 π를 사용하였는 데 원주율로서가 아니라 단순히 원주의 길이로 그것을 사용하였다. 처음으로 원주율을 하나의 문자로 나타낸 사람은 I. Chr. Strum 이다. 그는 1689년에 출판된 책속에서 원주율을 e로 사용하였는데, 그 이전에는 Ouhgtred 와 마찬가지로 원주와 지름의 길이의 비로 그것을 표시하였다. 어쨌든 대 수학자 Euler가 원주율 π를 빈번히 사용한 후 그것은 급속히 세계적으로 보급되었는 데, 현재 π는 원주율을 나타내는 기호로 부동의 위치를 차지하고 있다. Euler는 1748년에 출판한 "Introduction to Analysis Infinitorum" 에서 원주율을 π로 나타냈다. 그 어원은 그리스어의 '주위'를 뜻하는 단어의 머리문자에서 유래되었다.(한명수,1994)

2. 관심을 끄는 수 π

원주율 π의 근사값이 3.14라는 것은 학교를 다닌 사람이면 누구나 기억하는 사실이다. 수학사에서 원주율 π의 계산만큼 많은 수학자들을 고생시킨 것도 없었을 것이다. 기원전부터 몇 천년동안 수 없을 정도로 많은 수학자가 또한 그것도 거의 모든 수학자가 한번은 손을 댄다는 것을 생각해도 π의 계산이 얼마나 큰 일이었던가를 알 수 있다. 지금은 컴퓨터의 발명·발달에 의해서 그것이 많은 발전을 이루었지만, 컴퓨터가 출현하기 전까지는 많은 사람들이 땀과 눈물을 흘렸다. 그들이 흘린 땀을 이제 Mathematica의 도움으로 닦아드리면서, 구체적인 π값의 계산을 초·중·고 시절 경험하지 못한 학생들도 그것을 통해 도움을 받을 기회를 갖도록 하였다. π의 역사는 인류의 역사를 비춰주는

작지만 기묘한 거울에 비유할 수 있다. 그것은 수학에 관심이 없거나 흥미를 잃은 학생들을 자극하여 수학에 흥미를 갖게 할 수 있다. 흥미 및 동기유발을 위한 수업자료와 평가(김병무,1997)에서 각 단원에 관련된 내용을 보조도구를 이용하거나 컴퓨터의 도움으로 전개하여 해결하면 많은 도움을 받는다고 학생들은 생각하고 있다. 수학에 관심을 끄는 수의 하나인 π에 대해 언제 어떻게 접근하였는지를 Mathematica를 이용한 계산을 통해 알아보고, 수학자들이 π를 계산하기 위해 얼마나 많은 노력을 하였는가를 느끼며, π 값의 계산과정에 대한 발달을 이해하여 흥미를 가질 기회를 갖게 한다. 여기서는 π의 역사에 대한 설명과 공식유도 과정을 생략하고, 멱급수의 전개(고석구외16, 2000)를 배우는 단원에서 π의 계산에 대한 역사적 발달과정에 따라 Mathematica를 이용하여 접근하는데 중점을 둔다. π의 계산에 일생을 바친 수학자도 있었다. 그런데 원주율이라는 것은 원둘레의 길이를 지름의 길이로 나눈 값에 지나지 않는다. 선분인 지름의 길이를 재는 것은 아주 쉽지만 곡선인 원둘레의 길이를 어떻게 재면 되는가는 고생의 씨앗이 된다.

II. 본 론

1. 정다각형을 이용한 π의 근사값

정다각형을 원에 내접시키고 변의 수를 크게 함으로써 원주를 계산하는 방법이 옛날부터 원주율의 계산에 사용되었다. 현재 알려진 범위에서, 처음에 엄밀한 계산에 의하여 원주율을 구한 사람은 고대 그리스의 대 과학자 Archimedes(BC.287-BC.212)인데, 그는 소수점 이하 둘째 자리인 3.14까지 정확하게 계산하였다. 원의 지름의 길이가 1이면 원둘레의 길이가 그대로 원주율의 값이 된다.

즉 $2\pi r = 2\pi \cdot (1/2) = \pi$이다. 아르키메데스는 정6, 12, 24, 48 각형의 둘레의 길이를 계산하고, 끝으로 원에 내접하는 정96각형의 둘레의 길이를 계산하여 원주율은 $3\frac{10}{71}$ 보다 크다는 것을 발견했다. 다시 이어 원에 외접하는 정96각형의 둘레의 길이를 계산하여 원주율은 $3\frac{1}{7}$ 보다 작다는 것이 알려졌다. 이것을 부등식으로 나타내면, $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ 이 된다. 또한 그것을 소수로 나타내면, $3.140845\cdots < \pi < 3.142857\cdots$ 이다. 그러나 아르키메데스의 이 계산 결과로는 소수 제 2자리까지밖에 올바르게 계산하지 못했기 때문에 원주율은 3.14가 되었다.(박영훈,1995) 지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정n각형의 둘레의 길이 PiInscribed(n)=n $\sin(\frac{\pi}{n})$, 또 원에 외접하는 정n각형의 둘레의 길이

PiCircumscribed(n)=n $\tan(\frac{\pi}{n})$ 이다.

이 방법을 Mathematica를 이용하여 계산해 보자.

In[1]:=PiInscribed[n_]:=n Sin[$\frac{\pi}{n}$]

PiCircumscribed[n_]:=n Tan[$\frac{\pi}{n}$]

ErrorArch[n_]:=Abs[π-(PiInscribed[n]+PiCircumscribed[n])/2]

우선, 외접 정5각형의 둘레의 길이를 소수 제5째 자리까지 알아보면,

In[2]:=N[PiCircumscribed[5], 6]

Out[2]=3.63271

아르키메데스의 방법을 정 32, 32^2 , 32^3 , 32^4 , 32^5 각형에 적용해 π값을 계산해보자.

In[3]:=sizes= $32^{\mathrm{Range}[5]}$;

In[4]:=TableForm[Transpose[{sizes,N[PiInscribed[sizes],10],N[PiCircumscribed[sizes],10],
ErrorArch[sizes]}],TableHeadings->{None,{Sides,Inscribed,Circumscribed,Error}}]

Out[4]//TableForm=

Sides	Inscribed	Circumscribed	Error
32	3.136548491	3.151724907	0.00254405
1024	3.141587725	3.14160251	$2.46418*10^{-6}$
32768	3.141592649	3.141592663	$2.4064*10^{-9}$
1048576	3.141592654	3.141592654	$2.35012*10^{-12}$
33554432	3.141592654	3.141592654	$2.66454*10^{-15}$

정1048576각형부터 π=3.141592654 임을 알 수 있다.

네델란드의 수학자 Ludolf(1539-1610)는 평생 π값의 계산에 전념하여 정4611686018427387904(2^{62})각형의 둘레의 길이까지 계산해 소수점이하 35자리까지 정확한 값을 구했다. Mathematica를 이용하여 그 값을 알아보자.

In[5]:=a=2^{62} ;

N[PiInscribed[a],36]

N[PiCircumscribed[a],36]

Out[5]=3.14159265358979323846264338327950288

Out[6]=3.14159265358979323846264338327950288

이번에는 1654년 Christian Huyghens(1629-1695)가 만든 공식을 이용하여 정32, 1024각형에 대해 π값을 계산해보자.

```
In[7]:=HuyghensIn[n_]:=1/3 (PiInscribed[n]-PiInscribed[n/2])
    Huyghensout[n_]:=1/3 (4 PiCircumscribed[n]-PiCircumscribed[n/2])
    ErrorHuyghens[n_]:=Abs[π-(HuyghensIn[n]+Huyghensout[n])/2]
In[8]:=sizes=32^Range[2.5];
In[9]:=TableForm[Transpose[{sizes,N[HuyghensIn[sizes],10],N[Huyghensout[sizes],10],
    ErrorHuyghens[sizes]}],TableHeadings->{None,{Sides,Inscribed,Circumscribed,
    ErrorHuyghens}}]
Out[9]//TableForm
```

Sides	Inscribed	Circumscribed	ErrorHuyghens
32	3.141582937	3.141433917	0.0000842267
1024	3.141592564	3.141592653	$7.88596*10^{-11}$

Romberg 의 적분법(Richardson extrapolation)을 이용하여 π값을 계산해보자.(Blachman외1, 1999)

```
In[10]:= RombergArray[data_] :=(power = 1;NestList[
        (Power *=4 ; (power Rest[#] - Drop[#, -1]) / (power - 1))&, date, Length[data] - 1])
In[11]:= TableFrom[
      N[RombergArray[PiInscribed[{6, 12, 24, 48, 96}]], 12], Tablespacing->{1, 1}]
     TableFrom[
      N[RombergArray[PiCircumscribed[{6, 12, 24, 48, 96}]], 12], Tablespacing->{1, 1}]
Out[12]//TableFrom-
```

3.	3.10582854123	3.13262861328	3.13935020305	3.14103195089
3.14110472164	3.14156197063	3.14159073297	3.14159253351	
3.1415924539	3.14159265046	3.14159265354		
3.14159265358	3.14159265359			
3.14159265359				

Out[13]//TableFrom-

3.46410161514	3.21539030917	3.1596599421	3.14608621513	3.14271459965
3.13248654052	3.14108315307	3.14156163948	3.14156163948	3.14159072782
3.14165626058	3.14159353857	3.14159266704		
3.14159254298	3.14159265321			
3.14159265364				

2. π를 등식으로 표현

어떻게든 등식으로 π 값을 나타낼 수 없는가?

이것을 처음으로 실현한 사람이 프랑스의 수학자 F. Viete(1540-1603)이다.

그는 무한곱 형식으로 π를 다음과 같이 표현하는 것에 성공하여 아르키메데스식 사고의 정점에 도달하였다. 그가 나타낸 공식은 다음과 같다.

$$\pi = 2/\sqrt{½}\sqrt{(½+½\sqrt{½})}\sqrt{\{½+½\sqrt{(½+½\sqrt{½})}\}}\cdots\cdots$$

이를 Mathematica를 이용하여 계산하여 보자.

In[14]:= v[0] =$\sqrt{½}$

In[15]:= v[n_] :=$\sqrt{(½+½v[n-1])}$

In[16]:= v[1]

Out[16]= $\sqrt{(½+1/2\sqrt{2})}$

In[17]:= v[2]

Out[17]= $\sqrt{\{½+½\sqrt{(½+1/2\sqrt{2})}\}}$

In[18]:= viete[n_] :=2/$\Pi_{k=0}^{n}$ v[k]

In[19]:= viete[1] // N

Out[19]=3.06147

n=1부터 n=20까지 π의 값을 소수 제14째 자리까지 계산하여 함께 나타내어 보고 실제 π의 값을 소수이하 14자리까지 나타낸 것과 비교하여 보자.

In[20]:= Table[{n, N[viete[n], 15]}, {n, 20}]

Out[20]= {{1, 3.06146745892072}, {2, 3.12144515225805}, {3, 3.13654849054594},
{4, 3.14033115695475}, {5, 3.14127725093277}, {6, 3.1415138011443},
{7, 3.14157294036709}, {8, 3.14158772527716}, {9, 3.1415914215112},
{10, 3.14159234557012}, {11, 3.14159257658487}, {12, 3.14159263433856},
{13, 3.14159264877699}, {14, 3.14159265238659}, {15, 3.14159265328899},
{16, 3.14159265351459}, {17, 3.14159265357099}, {18, 3.14159265358509},
{19, 3.14159265358862}, {20, 3.14159265358895}}

In[21]:= Table[{n, N[π, n]}, {n, 15}]

Out[21]= {{1, 3.}, {2, 3.1}, {3, 3.14}, {4, 3.142}, {5, 3.1416}, {6, 3.14159}, {7, 3.141593},

{8, 3.1415927}, {9, 3.14159265}, {10, 3.141592654}, {11, 3.1415926536},
{12, 3.14159265359}, {13, 3.14159265359}, {14, 3.1415926535898},
{15, 3.14159265358979}}

17세기가 절반이 지나서 π의 계산은 겨우 아르키메데스로부터 탈피하기 시작하였다.
그 첫째 기수는 당시 영국을 대표하는 수학자의 한 사람이었던 J.Wallis(1616-1703)이다.
현재 'Wallis의 공식' 이라고 불리는 π를 구하는 아름다운 공식, 이 식은 유리수만의 무한곱으로 표현된 사상 최초의 것이 되었다.

$$\pi = 2 \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 12 \cdots\cdots}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 13 \cdots\cdots}$$

이를 Mathematica를 이용하여 π의 값을 n=50에서 n=1000까지 50간격으로 소수 제14째 자리까지 계산하여 보자.

In[22]:= wallis[n_] := $2 \prod_{m=1}^{n} \frac{(2m)\ (2m)}{(2m-1)\ (2m+1)}$

In[23]:= Table[{n, N[wallis[n], 15]}, {n, 50, 1000, 50}]
Out[23]= {{50, 3.12607890021541}, {100, 3.13378749062816}, {150, 3.13637840270598},
{200, 3.13767790095094}, {250, 3.13845889767162}, {300, 3.13898010388213},
{350, 3.13935265968227}, {400, 3.13963222219294}, {450, 3.13984974544656},
{500, 3.1400238186006}, {550, 3.14016627803122}, {600, 3.14028501894035},
{650, 3.14038550957226}, {700, 3.1404716572103}, {750, 3.14054632806367},
{800, 3.14061167234895}, {850, 3.1406693347213}, {900, 3.14072059461075},
{950, 3.14076646227076}, {1000, 3.14080774603039}}
I.Newton(1642-1727)이 arcsin χ를 이용하여 π를 계산한 공식은

$$\arcsin \chi = \chi + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \chi^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{1}{5} \chi^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{1}{7} \chi^7 + \cdots \text{에서}$$

$\chi = \frac{1}{2}$ 이라 놓으면,

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2^5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2^7} + \cdots$$

이라는 전개식을 얻을수 있다.

Mathematica를 이용하여 n=1에서 n=10까지 π를 소수 제 14자리까지 계산하여 보자.

또 n=1000일때, π의 값을 알아보자.

$$\text{In[24]:= newton[n\_] := } 6 \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{n} \left(\frac{\prod_{k=1}^{m} (2k-1)}{\prod_{k=1}^{m} (2k)} \frac{1}{2m+1} \frac{1}{2^{2m+1}} \right) \right\}$$

In[25]:= Table[{n, N[newton[n], 15]}, {n, 1, 10}]
Out[25]= {{1, {3.125}}, {2, {3.1390625}}, {3, {3.141155133392857}}, {4, {3.14151117234003}},
{5, {3.141576715774 87}}, {6, {3.14158942531912}}, {7, {3.14159198235838}},
{8, {3.141592511115786}}, {9, {3.14159262287062}}, {10, {3.14159264687556}}}
In[26]:= N[newton[1000], 15]
Out[26]= {3.14159265358979}

3. 연분수로 계산

연분수에 의한 π의 계산은 많은 사람이 도전한 것은 아니고 전개식쪽이 많이 사용된 것 같다.
연분수의 연구는 카타르디라는 수학자가 시작했다.
브렁커(1620-1684)의 연분수는 원래 다음과 같았다.

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{49}{2 + \cfrac{81}{2 + \cdots}}}}}$$

$$[a,b,c,d\cdots] = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d}\cdots}}$$

로 표현되는 연분수라 하자.
연분수식을 다르게 하여 Mathematica로 π 값을 계산하여 보자.

In[27]:= $D = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cfrac{81}{2+\cfrac{121}{2+\cfrac{169}{2}}}}}}}$

In[28]:=N[4* $\frac{1}{D}$, 10]

Out[28]= 3.017071817

In[29]:= $C = 1 + \cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cfrac{81}{2+\cfrac{121}{2+\cfrac{169}{2+\cfrac{225}{2}}}}}}}}$

In[30]:=N[4* $\frac{1}{C}$, 10]

Out[30]=3.252365935

In[31]:= $A = 1 + \cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cfrac{81}{2+\cfrac{121}{2+\cfrac{169}{2+}}}}}}}$

$$\frac{225\quad 289}{2+\qquad 2}$$

In[32]:=N[4* $\frac{1}{A}$, 10]

Out[32]=3.041839619

$$\text{In[33]:= brunk} = 1 + \cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cfrac{81}{2+\cfrac{121}{2+\cfrac{169}{2+\cfrac{225}{2+\cfrac{289}{2+\cfrac{361}{2}}}}}}}}}}$$

$$\text{In[34]:= bpi} = 4 * \frac{1}{\text{brunk}};$$

In[35]:= N[bpi, 10]

Out[35]= 3.232315809

1767년 π가 무리수임을 증명했던 스위스의 수학자 Johann Heinrich Lambert(1728-1777)에 의해 발표된 연분수로 표현된 π를 구하는 식은 π = [3,7,15,1,292,1,1,1,2,…]인데, Mathematica를 이용하여 이를 계산하여 보자.

$$\text{In[36]:= lambert} = 3 + \cfrac{1}{7+\cfrac{1}{15+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{292+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}}}$$

In[37]:=N[lambert,10]
Out[37]=3.141592654

4. arctan x 를 이용한 공식

원에 내접·외접하는 정n각형의 둘레의 길이 계산에 의하여 π의 근사값을 구하는 것은 소수 제 35자리까지 구해졌다. 참으로 긴 세월이 걸렸는데, 무한급수의 발전에 의하여 단기간 사이에 π의 자리수는 급속히 늘어났다. π의 전개 공식은 많은 수학자가 여러 가지 전개공식을 발견하여 스스로 π의 근사값의 자리수를 조금이라도 늘리려고 고심하였다. 그들의 전개공식을 알아보자.

독일의 Leibniz(1647-1716)의 공식은 멱급수로 π의 값을 계산하는데 중요한 역할을 한다.

$$\frac{4}{\pi} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$$

Mathematica로 계산해 보자.

In [38]= leibniz[n_] := 4 * $\sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k + 1}$

In [39]= N[leibniz[20], 15]
Out[39]= 3.18918478227759

In [40]=Table[{n, N[leibniz[n], 15]}, {n, 0, 1000, 50}]
Out[40]={{0, 4.}, {50, 3.16119861298705}, {100, 3.}, {150, 3.}
{200, 3.14656774718296}, {250, 3.1455767015256}, {300, 3.14491490355885},
{350, 3.14444165065765}, {400, 3.14408641529876}, {450, 3.14380994576476},
{500, 3.14358865958579}, {550, 3.143407534128}, {600, 3.14325654594897},
{650, 3.14312875099394}, {700, 3.14301918638758}, {750, 3.14292421092234},
{800, 3.14284109255403}, {850, 3.14276774131575}, {900, 3.14270253116143},
{950, 3.14264417800996}, {1000, 3.14259165433954}

Euler(1707-1782)는 1755년에 J. Gregory 급수보다도 빨리 수렴하는 arctan x의 무한급수를 발견하였다.

π= arctan 1 + arctan 2 + arctan 3

Mathematica로 계산해 보자.
In[41]:=N[ArcTan[1] + ArcTan[2] + ArcTan[3], 15]
Out[41]=3.14159265358979

모든 수학에 정통하였던 '최후의 만능 수학자' 라고 불리는 독일의 Gauss(1777-1855)도 한 때 π의 연구에 몰두하여 $\frac{\pi}{4} = 12 \arctan \frac{1}{18} + 8 \arctan \frac{1}{57} - 5 \arctan \frac{1}{239}$ 을 얻었다.

π의 값을 Mathematica를 이용하여 계산하여 보자.

In [42]= N[48 Arctan[$\frac{1}{18}$] + 32 Arctan[$\frac{1}{57}$] - 20 Arctan[$\frac{1}{239}$], 16]

Out[42]=3.141592653589793

참고로 π의 공식을 몇 개 더 소개하면 다음과 같다.(한명수, 1993) Vega(1754-1802)가 1789년에 발표한 것은

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - 2 \arctan \frac{1}{408} + \arctan \frac{1}{1393}$$ 이고,

다음은 Euler-Vega의 공식

$$\frac{\pi}{4} = 5 \arctan \frac{1}{7} + 2 \arctan \frac{3}{79}$$ 이다.

크라우젠이 발표한 공식은

$$\frac{\pi}{4} = 2 \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{1}{7}$$ 이고,

Rutherford(1798-1871)가 발표한 공식은

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{70} + \arctan \frac{1}{99}$$ 이다.

또한 유명한 Gauss(1777-1855)가 발표한 공식은

$$\frac{\pi}{4} = 3 \arctan \frac{1}{4} + \arctan \frac{1}{20} + \arctan \frac{1}{1985}$$ 이고,

1844년 번개같은 계산가 Z.Dase(1804-1861)가 발표한 공식은

$\frac{\pi}{4}$ = arctan $\frac{1}{2}$ + arctan $\frac{1}{5}$ + arctan $\frac{1}{8}$ 이고, 이를 이용하여 π를 소수 200째 자리까지 정확히 계산했는 데, Mathematica를 이용하여 알아보자.

In[43]:=N[4 ArcTan[$\frac{1}{2}$] + 4 ArcTan[$\frac{1}{5}$] + 4 ArcTan[$\frac{1}{8}$], 201]

Out[43]=3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986628
0348253421170679821480865132823066470938446095505822317253594081284811174502841027019385
52110555964462294895493038196

W. Shanks(1812-1882)가 Machin의 공식을 사용하여 필산으로는 최고기록인 소수점이하 707자리 (528자리 이하는 틀렸다)를 일생을 바쳐 완성한 공식은

π = 24 arctan $\frac{1}{8}$ + 8 arctan $\frac{1}{57}$ + 4 arctan $\frac{1}{239}$ 이다.

1946년 영국의 R. F. Fergason 이 Shanks가 계산한 707자리를 528자리부터 오차가 있음을 발견한 후 1947년 1월 710자리까지 정확한 값을 계산했다.(박봉구외5, 1999) Mathematica로 확인하여 보자.

In [43]:= N[24 Arctan[$\frac{1}{8}$] + 8 Arctan[$\frac{1}{57}$] + Arctan[$\frac{1}{239}$], 708]

Out[43]=3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620
899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111
745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378
678316527120190914564856692346034861045432664821339360726024914127372458700660
631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138414695
194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956
735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522473719070
217986094370277053921717629317675238467481846766940513200056812714526356082778
577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968925892354
201996

Ⅲ. 결 론

지필로 하면 수 십년은 걸릴 계산을 컴퓨터를 사용하면 단시간에 할 수 있다. 그 계산 결과는 잘못된 추측을 논박하고 새로운 것을 제시한다. 이런 관점에서 보면, 천체 망원경이 천문학자에게 도움을 주고 전자현미경이 생물학자에게 도움을 주는 것처럼, 컴퓨터는 수학적 현상의 우주를 더 잘 볼 수 있도록 도와준다.

앞으로 π의 성질에 대한 폭넓은 자료를 수집하여 이해하기 쉽게 학생들에게 제시하려고 한다. 이를 통해학생들의 학습과정에 변화를 유도하고 흥미를 이끌어 내는 많은 교재 연구와 개발이 이루어졌으면 한다. 우리는 internet을 통해 π에 대한 정보를 많이 얻을 수 있다(www.joyofpi.com, www.ccsf.caltech.edu/~roy/upi/pi.htm 등)(David Blatner, 1997). 또한 슈퍼컴퓨터를 통해 원주율 π의 값은 소수점 이하 10억 자리를 넘게 구할 수 있다. 지금도 π의 계산 경쟁은 종말을 고하지 않고 계속되고 있다. 다시 말하면, 그것은 끝이 없다.

컴퓨터를 이용한 계산이 편리하고 시간도 절약되지만, 수학적인 능력의 개발에는 공식을 유도해내고 지필 계산을 하는 쪽이 바람직하다. 학생들이 스스로 확인하기 위해서 어떤 수를 직접 계산한다고 상상해 보자. 최선의 선택은 그 수를 만든 계산과정, 즉, 공식에 나타난 모든 상황을 알려고 하는 것이다.

참 고 문 헌

고석구외 16 (2000). 미적분학과 해석기하, 서울: 경문사.

김병무 (1997). 흥미 및 동기유발을 위한 대학수학 수업자료와 평가, 한국수학 교육학회지 시리즈 A <수학교육> 36(2).

박봉구 외5 (1999), 재미있는 수학의 세계, 교우사.

Sherman K. Stein 지음, 황우형 · 조향갑 옮김 (2000), 생활속의 수학, 교우사.

오노메이치 지음, 한명수 옮김 (1994), PC로 도전하는 원주율, 전파과학사.

페트로베크만 지음, 박영훈 옮김 (1995), π의 역사, 실천문학사.

호리마요시카즈지음, 한명수 옮김 (1993), 원주율 π의 불가사의, 전파과학사.

David Blatner(1997), *The joy of π*, Allan Lane The Penguin Press.

Nancy Blachman & Colin P. Williams (1999), *Mathematica A Practical Approach and Edition*, Prentice Hall PTR.