韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 11집, 2001. 1. 291-296.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 11, Jan. 2001. 291-296.

외국의 사례에 비춰 본 우리 나라의 제 7차 수학과 교육과정[1]

신 현 용 (한국교원대학교)
한 인 기 (경상대학교)
최 은 주 · 이 경 언 · 유 미 애 (한국교원대학교 대학원)

근래에 7차 교육과정에 관한 비판적 논의가 활발하다. 이러한 논의는 향후의 교육과정 개발에 많은 시사점을 제공하게 될 것이다. 본 논문에서는 러시아, 미국, 싱가포르, 영국의 사례를 통하여 우리의 수학과 교육과정 내용의 일부를 분석적으로 고찰한다.

I

제 7차 교육과정이 2001년부터 시행되게 된다. 이전의 어느 교육과정보다 어려움이 큰 것 같다. 비판적인 시각에서 제 7차 교육과정을 바라보고, 표출된 문제점들을 짚어 보아 이후의 교육과정을 대비할 필요가 절실하다.

본 연구에서는 제 7차 수학과 교육과정의 내용 중에서 7단계에서의 집합, 역시 7단계에서의 진법, 그리고 8단계에서의 무한소수와 관련하여 외국의 사례를 분석하고, 이를 바탕으로 몇 가지 측면에서 우리의 교육과정을 논의하고자 한다. 이 외에도 8-나 단계부터 도입되는 엄밀한 "증명", 그리고 10-가 단계에서 논의되는 수리 논리와 관련된 개념 등 초등학교와 고등학교에 걸쳐 여러 내용들에 대해서는 물론, 수행 평가에 대해서도 심층적인 논의가 있어야 하지만 다음 기회로 미루기로 한다. 특히, 본 연구에서는 러시아, 미국, 싱가포르, 그리고 영국의 사례를 집중적으로 고찰하였으며, 참고한 구체적인 교과서는 참고문헌에 제시하였다.

II

중학생이 되어 처음 접하게 되는 7-가 단계는 학생들에게 특별한 의미가 있다. 전에는 수학 교과의 명칭을 초등학교에서는 "산수"라 하고, 중학교부터는 "수학"이라고 하였다. 과목의 이름 자체만으로도 이제 갓 상급 학교에 진학한 학생들에게 부담을 주었을 것이다. 이것 때문만은 아니지만 지금은 모두 "수학"이라고 하여 과목의 명칭만큼은 생소하지 않을 것이다. 하지만, 학생들은 "중학생"이 되었다는 심리적 또는 정서적 큰 변화를 체험하는 단계이기 때문에, 7-가 단계의 교육과정은 더욱

1) 이 논문은 2000년 교육부 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

세심한 연구가 요구된다고 할 수 있다.

구 소련의 스푸트니크 발사에 의하여 촉발된 미국의 새 수학 운동은 1970년대 우리 나라 제 3차 교육과정에 많은 영향을 끼쳤고, 이때 집합의 개념이 수학 교육과정에 정식으로 도입되었다. 수학의 엄밀성을 강조한 새 수학의 기본 취지를 감안하면 집합론의 도입은 이해할 수도 있겠지만, 수학의 역사적 발달 과정이나 집합론의 발생 동기, 그리고 집합론의 학문으로써의 기본적 성격을 감안할 때, 중학교 과정에서의 집합 개념 도입은 무리였다고 여겨진다.

집합론의 도입으로 기존의 수학이 보다 엄밀하게 체계화된 것은 사실이다. 그러나, 집합론을 도입하기 이전에도 수학은 얼마든지 체계적으로 발전하여 왔다. 또, 집합론의 가장 중요한 의의는 무한성에 대한 논리적 접근이다. 즉, 무한에 대한 논의가 없으면 집합론은 특별한 의미를 갖지 못한다는 것이다. 예를 들어, 유리수 전체의 집합과 무리수 전체의 집합의 차이를 논하는 정도의 필요가 있을 때 집합론의 도입이 요구되는 것이다. 그렇게 볼 때, 제 7차 교육 과정에서, 특히 7-가 단계에서 집합의 개념을 도입한 것은 쉽게 납득하기 어렵다. 게다가, 7-가 단계에서 도입된 집합에 관련된 개념 없이도 이후의 내용을 전개하는 데에 아무런 어려움이 없다.

“집합”이라는 말은 어떤 뜻으로든지 학생들이 사용하여 왔다. 중학생이 되면서 바로 접하게 되는 새로운 의미로서의 “집합”의 개념은 학생들에게는 이상하고 자연스럽지 않으며 너무 억지같이 느껴진다. 이는 학생들이 수학에 대하여 부정적인 인식을 형성하는 데에 크게 기여하고 있다. 또, 집합을 도입하면서 필연적으로 야기되는 여러 개념과 용어의 제시는 학생들에게 커다란 부담이 된다는 것을 유념해야 한다. 이렇게 볼 때, 집합론 단원은 “고 비용 저 효율”의 전형적인 예라 할 수 있다.

수학의 엄밀성을 중시하는 러시아에서도 일반 학생들을 위한 교육과정에 집합이라는 단원이 특별히 설정된 것은 없으며, 수학을 심화학습으로 배우는 학생들에게만 9학년(러시아 학제에 의한)에서 '집합론의 기초'가 다루어지고 있을 뿐이다(빌렌낀 N. Ya., 수르빌로 G.S., 시모노프 A.S. & 꾸드랴프쩨프 A.I.(1996)의 대수 9 교과서의 제 1단원에 제시됨).

우리 나라 수학 교육과정에 집합을 도입하게 하는 원인을 제공한 미국의 초 · 중등학교 과정에서 집합을 취급하는 예를 찾기가 쉽지 않은 것도 아이러니가 아닐 수 없다. 한편, 싱가포르에서는 집합 개념이 명제, 필요(충분) 조건 등과 밀접하게 관련되어 도입되는데, 그 시기는 우리의 경우보다는 늦은 10 학년(싱가포르 학제에 의한)이다. 한편, 본 연구진이 소장하고 있는 영국의 교과서에는 집합이 언급되어 있지 않다.

III

진법의 도입 여부나 도입 방법에 관련해서 다양한 논의가 있어 왔다. 여기에서 먼저 용어에 대해서 논의하기로 한다. 제 6차 교육과정에서 “이진수”와 “오진수”라는 용어를 사용하지 않도록 하였다. 그러나, 전체 8종의 교과서 중에서 7종에서는 “이진법의 수”와 “오진법의 수”라는 용어가 “이진수”와

"오진수"라는 용어 대신에 사용되었다. 이는 "이진수"와 "오진수"라는 용어를 사용하지 않도록 한 기본 취지가 망각된 채 용어만 더 길어지는 결과만 가져왔다.

사실, 진법이란 수를 표현하는 다양한 방법일 뿐이다. 그러나, "이진수" 또는 "오진수"라고 하니까 새로운 종류의 수로 오해하는 결과를 낳는다. 마치 무게를 나타내는 "1g"과 길이를 나타내는 "1cm"처럼 함께 더하거나 곱할 수 없는 뭔가 완전히 다른 수라고 하는 오해를 초래한다. 이러한 현상은 학생들뿐만 아니라 교사들에게도 나타난다. 몇 해 전에 한 교사로부터 다음과 같이 질문하는 편지를 받은 적이 있는데, 여러 교수와 교사에게 다음과 같은 질문을 하였으나, 일관된 답을 얻지 못 했다.

다음 계산은 가능한가 ?

$$10101_{(2)} + 12341_{(5)}$$

이 질문에 대하여 여러 교수와 교사들이 일관된 답을 못한다는 것으로부터 진법에 대한 오해가 상당히 폭넓게 퍼져 있음을 알 수 있다. 이러한 오해에 대한 다른 이유도 있겠지만, "이진수"나 "오진수"라는 용어가 가장 큰 이유다.

진법에 관련된 이와 같은 오해를 불식시키기 위해서 제 6차 교육과정에서는 "이진수"와 "오진수"라는 용어를 사용하지 않도록 하였던 것이다. 이는 새로운 용어의 도입 없이 주어진 수를 "이진법으로 나타내어라" 또는 "오진법으로 나타내어라"고 하라는 것이었다. 그러나, 교과서의 집필 과정에서 "이진수(이진법의 수)" 또는 "오진수(오진법의 수)"라는 새로운 용어가 도입된 것이다.

정확한 용어의 선택은 어디에서나 중요하지만, 특히 수학에서 부주의한 용어의 사용은 심각한 오류를 유발시킬 수 있다. 이진수(이진법의 수), 오진수(오진법의 수)라는 용어가 대표적인 경우인 것이다.

제 3차 교육과정이후 지금까지 계속 다뤄지고 있는 내용에 대하여 지나친 주장일지는 모르나, 우리는 진법의 도입 자체를 재고해야 된다고 생각한다. 요즈음의 우리 생활에 필수품이 된 컴퓨터를 잘 이해하기 위해서, 진법 특히, 이진법의 도입이 필요하다고 주장할 수 있을 것이다. 컴퓨터 내부에서의 모든 연산은 이진법 체계로 이루어지기 때문이다. 그러나, 우리는 다음 세 가지 사실을 주목하여야 한다. 첫째, 컴퓨터가 이진법으로 표현된 두 수를 더하거나 곱하는 방법을 제대로 이해하기 위해서는 이진법의 연산 법칙 이상을 이해하여야 한다. 즉, AND, OR, XOR 등의 연산자(operator)들에 의한 구현을 이해하여야 한다(Booth, 1971). 사실, 이진법에서의 연산 법칙은 십진법에서의 그것과 크게 다르지 않다. 그러나, 이진법으로 표현된 두 수의 합과 곱은 이진법의 특성으로 인하여 기계적이고 효율적으로 할 수 있다. 이 점을 이해하지 못하면 이진법의 이해가 컴퓨터의 이해에 큰 도움이 되지 않는다. 이는 마치 무한 집합에 관한 논의 없이는 집합론이 큰 의미를 갖지 않는 것과 비슷하다.

둘째, 십진법으로 표현된 수를 이진법으로 표현하는 방법의 원리를 7단계의 학생들이 이해하기는 쉽지 않다는 것이다. 결국, 단순한 방법만을 암기시키는 것 이상의 의미가 없다. 이는 여러 가지 면에서 부정적인 결과를 초래한다.

마지막으로, 이진법에 대한 현행 교육과정 수준의 이해는 그 이후의 교육과정에는 물론 실생활에

도 큰 도움이 되지 않는다는 것이다.

러시아, 영국은 물론 싱가포르의 교육과정에서는 진법은 나와있지 않으며, 본 연구에서 참고한 미국의 교과서에도 초·중등 과정 어디에도 진법은 언급되어있지 않다.

Ⅳ

수학사적으로 보아도 무한의 개념의 형성에는 많은 우여곡절이 있었다. 무한 농도(cardinality)에 관한 연구로부터 곧 바로 연속체 가설(continuum hypothesis)이 제기되었고, 이 문제를 해결하는 과정에서 수학의 새로운 면이 발견되었다. 이는 다시 수학 자체에 대한 이해에 큰 충격을 초래하였고, 수리 철학 전반에 적지 않은 변화를 가져오게 하였다. 또, 무한 수열의 수렴 발산 개념과 더 나아가 함수의 평등 수렴 개념의 정립까지는 아벨, 오일러, 코오시 등 당대 최고의 수학자들에게조차 큰 어려움이었다.

그런데, 우리의 8-가 교육과정에서는 학생들에게 무한의 핵심적인 내용을 무조건 받아들이도록 요구하고 있다. 주지하다시피 유한 소수와 무한 소수의 구별은 교사들에게까지도 많은 혼란을 초래하고 있다. 무한 소수 0.9999…가 1 이라는 설명이 대표적인 예가 된다. 수렴의 개념 정립 없이는 이 주장은 자연스럽게 받아들여 질 수 없다. 또, 학생들에게는 0.9999…라는 수 자체가 수 같지도 아니한데 이 수에 10을 곱하면 9.9999…가 된다는 식의 설명도 유한적 사고를 무한에 적용하는 매우 위험한 접근이다. 본 연구의 책임 연구자 또한, 자신의 제 6차 교육과정에 따른 수학 교과서에서 이러한 설명을 제시하였고, 그 결과 비판도 여러 차례 받았다. 잘 알려진 다음의 논증도 비슷한 접근이라고 할 수 있다:

$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}$ 의 값을 계산하기 위하여 $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}$ 를 s 라고 하면, $s=1+\frac{1}{s}$ 가 되어 $s=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 임을 알 수 있다.

그러나, 위의 두 경우는 다행히 관련된 수열이 수렴하므로 옳은 답을 얻게 된다. 하지만, 위와 같은 방법을 적용하여 일부 "어리석은" 학생이 다음과 같이 논증하였다면, 수렴성에 관한 언급 없이 어떻게 논박할 수 있을까?

$1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+\cdots = 1-\{1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+\cdots\}$이므로,

$1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+\cdots$ 를 s라고 하면 $s = 1-s$가 성립하여 $s = \frac{1}{2}$ 이다.

마찬가지로,

$1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \cdots = 1 - 2(1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \cdots)$이므로

$1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \cdots$를 s라고 하면, $s = 1-2s$가 성립하여 $s = \frac{1}{3}$ 이다.

이와 같은 예를 통하여 알 수 있듯이, 무한소수처럼 무한성이 내재된 개념을 중학교 과정에서 도입하는 우리의 교육과정은 필히 재고되어야 한다.

러시아에서는 무한 소수라는 용어가 6학년(러시아 학제에 의한)에 도입된 책이 있다(물론, 도입되지 않은 책들도 있다). 이 때 6학년에서는 계산이나 측정에서 무한 소수가 왜 발생하는가에 대해 중점을 두고 지도하도록 되어 있다. 그러나, 우리처럼 무한 소수를 분수로 고치는 것은 9학년에서 등차 수열과 등비 수열을 배우는 과정에서 하도록 되어 있다. 이러한 접근은 충분히 합리적이라고 할 수 있다.

우리가 참고한 미국 교과서(Eicholz 외, 1995)의 경우는 다음과 같다. 먼저 Grade 8에서 유리수를 "a/b (a, b 는 정수, b 는 0이 아님)의 꼴로 나타낼 수 있는 수"로 도입한다. 이어서 유리수를 소수로 표현하면 유한소수(terminating decimal) 또는 순환소수(repeating decimal)의 형태로 된다는 사실을 언급하고, 주어진 분수(유리수)를 소수로 고쳐보고 순환소수를 찾아보는 연습을 하게 하였다. 그러나 교과서의 종류가 다양한 미국에는 우리와 비슷하게 전개하는 경우도 있다(Gardella et al., 1992).

싱가포르에서는 무리수는 유리수와는 달리 두 정수의 비로 표현되지 않는 수로서 설명한다. 이 이상 깊이 언급하지 않으며, 특히 $0.999\cdots = 1$과 같은 언급은 없다.

영국에서도 싱가포르에서의 경우와 비슷하다. 즉, 분수를 소수로 고치는 과정에서 유한 소수(분모의 소인수가 2나 5뿐이면)와 순환하는 소수(그 외의 경우)가 있음을 예를 들어 설명하고 있다. 비순환 무한소수는 다루지 않고 있다. 무리수를 비순환 무한소수로 정의하지 않고, 단순히 유리수가 아닌 수로 정의하여 다루고 있다. 전체적으로 엄밀한 정의를 하여 분류를 하기보다는 간단한 예를 통해 수를 분류하고 있다.

참 고 문 헌

신현용 · 한인기 (1999). 러시아 초등(1-4) 수학교육의 개별적 접근. 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집> 9, 서울: 한국수학교육학회.

Booth, T. (1971). *Digital Networks and Computer Systems.* New York: John Wiley and Sons, INC.

Gardella, F.; Fraze, P.; Meldon, J.; Weigarden, M. & Campbell, C. (1992). *Mathematical Connections: Grade* 7, Houghton Mifflin Company.

Eicholz, R.; O'Daffer, P.; Charles, R.; Young, S. & Barnett, C. (1995). *Mathematics: Grade* 8, Addison-Wesley Publishing Company.

Holderness, J. (Ed.) (1995). *Mathematics, Levels 3 - 10*. Great Britain: Causeway Press.

Lee, P.Y. (Ed.) (1995). *MATHEMATICS* **1, 2, 3, 4**(3rd Edition). Shing Lee Publishers PTE LTD.

<러시아어 참고 문헌>

러시아 연방 교육부 (1994). *일반 학교의 수학과 교육과정*. 모스크바: 교육 출판사.

마까릐체프 Yu. N.; 민쥬크 N.G.; 네슈꼬프 K.I. & 수보로보이 S.B. (1992). *대수* **9**, 모스크바: 교육 출판사.

벨렌낀 N. Ya.; 수르빌로 G.S.; 시모노프 A.S. & 꾸드랴프쩨프 A.I. (1996). *대수* **9**, 모스크바: 교육 출판사.

벨렌낀 N. Ya.; 체스노꼬프 A.S.; 슈바르츠부르드 S.I. & 죠호프 V.I. (1990-1994). *수학* **5**, 모스크바: 교육 출판사.

쉐브린 L.N.; 게인 A.G., 꼬르야꼬프 I.O. & 볼꼬프 M.V. (1992-1994). *수학* **5**. 모스크바: 교육 출판사.

알리모프 Sh. A.; 깔야긴 Yu.M.; 씨도로프 Yu. V. & 샤부닌 M.I. (1992). *대수 9*. 모스크바: 교육 출판사.

누르끄 E.R. & 뗄그마 A.E.(1988-1994). *수학* **5**, 모스크바: 교육 출판사.

니꼴스까야 I.L. (1991). *수학 심화 선택: 7-9학년을 위한 교과서*. 모스크바: 교육 출판사.