

## 논문

## 적용 격자계를 이용한 초음속 난류유동장의 측면제트분사에 대한 수치적연구

김 종 륵<sup>\*1</sup>, 김 의 태<sup>\*2</sup>, 김 재 수<sup>\*3</sup>

### Numerical Study of slot injection into turbulent supersonic flow on adaptive meshes

J.R. Kim, I.T. Kim, J.S. Kim

Two-dimensional steady flowfields generated by slot injection into supersonic flow are numerically simulated by the integration of Navier-stokes equation with two-equation  $k-\epsilon$  turbulence model. High-order upwind scheme is used on unstructured adaptive meshes. The numerical results are compared with experimental data in terms of surface static pressure distributions, the length of the upstream separation region, and the height of the Mach surface for steady flowfields with a Mach number of 3.71 and a unit Reynolds number of  $5.83 \times 10^6/m$ .

**Key Words:** HLLE 기법, 측면제트분사(slot injection), 적용격자계(adaptive meshes),  $k - \epsilon$  난류모델 ( $k - \epsilon$  turbulence model)

## 1. 서 론

초음속유동장에서 측면제트분사 유동은 로켓의 역학적 제어, 추진기관내의 연소효율 증대 및 노즐분사유동제어 등의 방법으로 사용되어지고 있다. 공력면(aerodynamic surface)을 이용한 로켓의 역학적 제어는 공력 특성에 따른 복잡한 시간지연 현상이 발생하고, 충분한 동압이 작용하는 비행영역에서 유효하므로, 고공대기 유동영역에서는 효율의 저하로 로켓 및 탑재물 제어에 적용하기 곤란하다. 또한, 로켓의 방향제어방법으로는 직접 노즐의 방향을 제어하는 직접노즐제어방법과 노즐내부의 측면분사를 이용한 내부측면제트 분사제어방법이 있다. 큰 제어력을 필요로 하는 대형로켓은 직접노즐제어방법을 사용하나, 중형

로켓은 저렴하고, 설계 및 제작이 간단한 내부측면제트분사제어방법을 사용한다.

측면제트분사는 제트가 분사되어지는 반대방향으로 반작용이 발생하는 원리에 의해 자세제어를 하는 방법으로 즉각적인 응답특성과 외부조건변화에 무관하게 제어응답특성을 보이고, 고속의 경우에는 제트 주위의 유동특성에 의해 부가적인 고압영역이 발생하여 제어력이 증폭되는 장점이 있다. 따라서, 측면제트분사는 공력면에 의한 제어와 직접노즐제어에 의한 방법과 함께 독자적인 특성과 적용영역을 가짐으로서 중대형 로켓의 방향제어 및 고공대기에서 탑재물제어 등에 적용하기 위해 연구되어지고 있다.

초음속유동장에서 측면제트분사의 유동현상에 대해서 Fig. 1에 개략도가 나타나있다. 측면제트 분사는 자유흐름에 대해서 일종의 장애물 역할을 하게 된다. 측면제트 분사의 경우, 제트와 자유흐름의 상호작용에 의해서 여러 가지 복잡한 유동현상이 나타난다. 평판의 표면에서 슬롯을 통하여

\* 2001년 6월 13일 접수

<sup>\*1</sup> 학생회원, 조선대학교 대학원 항공우주공학과

<sup>\*2</sup> 정회원, 조선대학교 항공조선공학부

<sup>\*3</sup> 정회원, 조선대학교 항공조선공학부

연락처자, E-mail:jskim@mail.chosun.ac.kr

유동장에 수직하게 제트가 분사될 때 제트에 의해서 슬롯 앞면에 유도 궁형 충격파가 발생된다. 또한, 궁형 충격파에 의해서 주흐름의 유동이 박리되고, 박리영역에 의해서 강한 충격파가 발생하며, 주 흐름의 박리영역에서 고압이 발생한다. 슬롯의 후류에서 주흐름에 의해서 제트류는 재부착하게 되고, 저압의 강한 와류가 형성되며, 재압축 영역에 대한 재압축충격파가 발생한다. 이러한 두 영역의 유동특성에 의해 제트분사는 분사운동량에 추가로 부가적인 제어력을 발생시킨다.

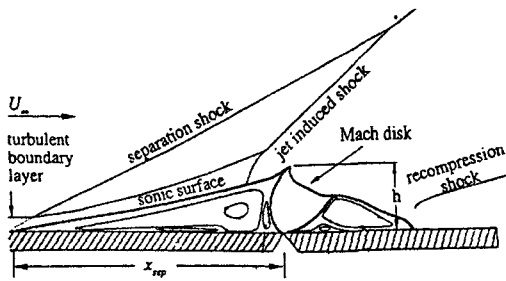


Fig. 1 Slot injection geometry

1960년대부터 2차원 평판에서의 제트흐름과 주흐름의 상호 작용에 관하여 해석 연구가 수행되기 시작하여, 1970년대에는 초음속 유동장에서의 경계층에 미치는 영향이 비점성하에서 이론적으로 수행되어졌다[1]. 수치적 해석의 연구들을 보면 1989년 Thompson[2]이 Spaid등[3]의 실험치에 대해서 적용격자계를 이용한 연구를 수행하였다. 최근에는 초음속영역에서의 수치적연구[4-6]와 극음속영역에서 3차원에 대한 연구[7]가 수행되어지고 있다.

1992년 Rizzetta[4]는  $k-\epsilon$  난류 모델을 적용, Aso 등[8]의 실험을 수치적으로 해석하여 저제트하에서 비교적 실험값과 일치하는 결과를 보여주었지만, 제트의 압력이 증가 할수록 표면에서 압력분포와 압력극대점에서 실험치와 많은 차이를 나타내었다. 1999년 오범석 학위논문[5]에서 참고문헌[4]과 참고문헌[8]의 실험치와 비교적 일치하는 결과를 나타냈다. 그러나, 전반적으로 아직도 실험치와는 상당한 차이를 보이고 있다. 또한, 압력에 의한 제어력 증폭에 대한 검증이 이루어지지 않았다.

따라서, 본 연구에서는 측면제트분사의 경우에서 나타나는 제트주위의 영역에 대한 유동 현상을 파악하기 위해, 대수적인  $k-\epsilon$  난류 모델에 2차 정

밀도의 풍상차분 고해상도 기법인 HLLC 기법[9][10]과 비정렬 사각격자체인 적용격자법을 적용하여 수치해석을 수행하였으며, 참고문헌[8]의 실험치와 참고문헌[4]의 수치해석결과와 비교 검토하여, 슬롯의 분사 특성에 따른 압력분포 및 모멘트 특성을 분석하였다.

## 2. 지배방정식 및 수치계산

### 2.1 지배방정식

무차원화된 2차원 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} + \bar{S} \quad (1)$$

무차원 기준값은 앞에서 슬롯 중심까지의 길이, 자유유동속도, 자유유동밀도 등이며,  $t, \xi$  와  $\eta$  는 시간과 일반 좌표축이다. (1)식에서  $\bar{Q}$  는 일반 좌표로 변환된 무차원 보존 유량함수 벡터  $Q/J (= (\rho, \rho u, \rho v, \rho e)^T / J)$  이다.

$\bar{E}, \bar{F}$  및  $\bar{E}_v, \bar{F}_v$  는 변환행렬과 유량 벡터에 의해 표현된 일반좌표 유량벡터고, 비점성 유량 벡터  $Q, E, F$  및 점성항  $E_v, F_v$  는 참고문헌 [11,12]와 같으며,  $\bar{S} (= S/J)$  는 난류모델식에서 사용되는 항이다.

### 2.2 난류 모델

난류모델  $k-\epsilon$  방정식은 Jones-Launder의 모델식에 Sarkar의 보정항을 추가[13,14]하여 사용한다. 난류운동에너지  $k$  와 난류운동에너지 소멸을  $\epsilon$  은 특성속도와 길이에 의해 무차원화시켜 Navier-Stokes식과 같이 보존형태로 일반좌표에 대해 쓸 수 있다. 이 때 Navier-Stokes식의 각 유량벡터들에 대응하는 난류 모델식의 벡터는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \epsilon \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho u \epsilon \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \epsilon \end{bmatrix}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \end{bmatrix}, F_v = \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial y} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_k \\ S_\epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P} - \rho(1+\Gamma)\epsilon + L_k \\ C_1 \bar{P} \frac{\epsilon}{k} + C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} + L_\epsilon \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{P} = & \mu_t \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} \\ & - \frac{2}{3} \rho k \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \dots (2) \end{aligned}$$

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}, \quad \mu_\epsilon = \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}, \quad \mu_k = \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$$

(2)식에서  $\sigma_\epsilon, \sigma_k, C_1, C_2$  등은 표준  $k-\epsilon$  모델의 상수이고,  $\Gamma$  는 Sarkar의 압축성 보정항[14]으로 난류 마하수  $M_T = \sqrt{k}/a_{sonic}$  와 계수  $\alpha$  에 의해  $\Gamma = \alpha M_T^2$  로 표현된다. Sarker에 의해 제시된 압축성 보정계수는  $\alpha=1.0$  을 사용하였다 [14].  $L_k$  와  $L_\epsilon$  은 벽면 영향 보정항이다. 자유유동의 무차원난류강도는 0.005를 사용하였다[13].

### 2.3 수치 기법

사각형 비정렬격자계를 기본 격자계로 하여 계산 수렴의 일정단계에서 밀도와 속도 그라디언트를 합한 매개변수를 이용하여 적응격자 배치의 우선순위를 정하여 사전에 주어진 적응격자수 만큼의 적응격자를 만든다. 이때, 벽면에 접한 격자계는 최우선으로 적응격자가 생성되도록한다. 공간에 대한 이산화는 충격파와 같은 불연속면에 높은 해상도 결과를 얻을 수 있는 2차 정밀도의 풍상차분 고해상도 기법인 HLLE 기법[9][10]을 사용하였다. 시간에 대한 이산화는 이차 정밀도를 갖는 2단계 기법으로 참고문헌[15]의 기법을 사용하였다.

1단계 계산은 중간 계산치를  $\Delta t/2$ 에서

$$1 \bar{U}_i = U_i^n - \Delta t ( f^*_{i+1/2} - f^*_{i-1/2} ) / 2 \Delta x \text{ 로 부터 구한다.}$$

여기에서  $f^*$ 는 1차 정밀도의 풍상 차분 유량이다. 2단계 계산은

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \Delta t ( \bar{f}^{(2)}_{i+1/2} - \bar{f}^{(2)}_{i-1/2} ) / \Delta x \text{ 로부터 구한다. 여기서 } \bar{f}^{(2)}$$

은 2차정밀도의 풍상 차분법에 의해  $\bar{U}$ 와  $U_i^n$  으로부터 구한 유량이다.

## 3. 결과 및 검토

### 3.1 초기조건 및 경계조건

수치계산은 참고문헌[8]의 실험조건과 같이 마하 수 3.71, 단위레이놀즈수  $5.83 \times 10^6/m$ , 슬롯 폭이  $w=1.0mm$  와  $w=0.5mm$  일 때, 자유유동과 분사유동의 전압력비  $P_{0j}/P_{0\infty}$ 의 변화에 대해서 계산할수행하였다.

Tab 1. Slot Width and Total Pressure ratio

slot width	$P_{0j}/P_{0\infty}$				
1.0 mm	0.49	0.44	0.31	0.18	0.085
0.5 mm	0.51	0.44	0.31	0.18	0.083

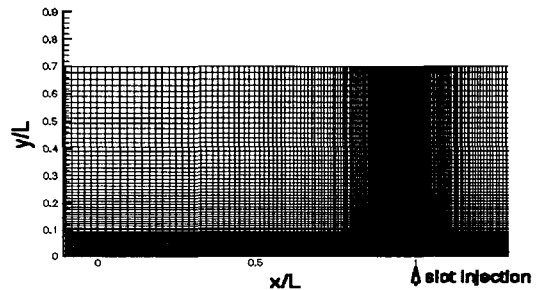


Fig. 2 Computational grid(20000)

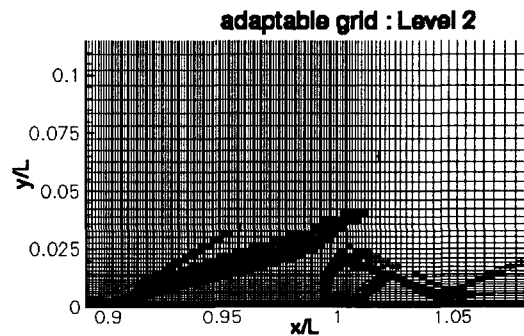


Fig. 3 Adaptive meshes

기본격자는 Fig. 2와 같으며 슬롯은 앞전에서  $L=0.33m$ 인  $x/L=1.0$ 에 중심을 위치, 앞전에서 슬롯중심까지 14400개의 격자를 사용하고, 슬롯의 상류 박리영역에 7200개의 격자를 밀집하였다. 최소격자의 크기는 비교적 큰값인  $x/L=0.001, y/L=0.001$ 를 기본격자에 적용하여, 2단계 적응격자는 최소간격  $x/L=2.5 \times 10^{-4}, y/L=2.5 \times 10^{-4}$ 을 사용하였다.

Fig. 3은 최종 수렴상태에서 격자계 구성이다. 격자가 슬롯 주위, 상류의 박리영역에 발생하는 충격파, 음속면(sonic surface), 후류의 재압축 충격파 주위로 밀집되어 나타난다. 따라서 적용격자만의 분포에 의해서도 유동의 개략적인 형태를 파악할 수 있었다.

### 3.2 수치계산 결과에 의한 유동특성

슬롯폭=1.0mm에서 전압력비  $P_{0j}/P_{0\infty}=0.31$  일때의 잔여치와 등마하선수 유선등을 Fig. 4,5,6,7에 나타내었다.

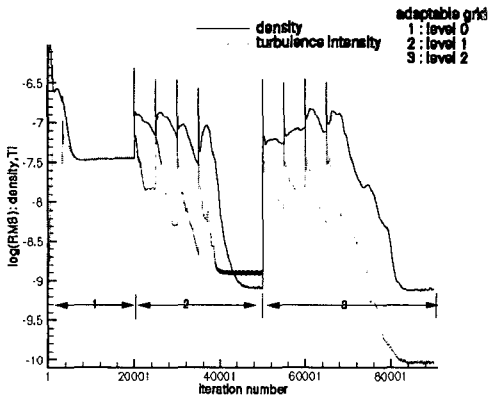


Fig. 4 Convergence history

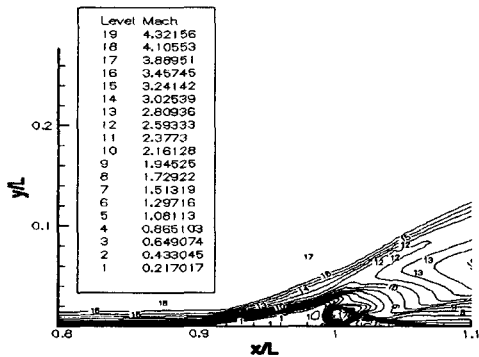


Fig. 5 Mach number contour  
( $P_{0j}/P_{0\infty}=0.31$ ,  $w=1.0$  mm)

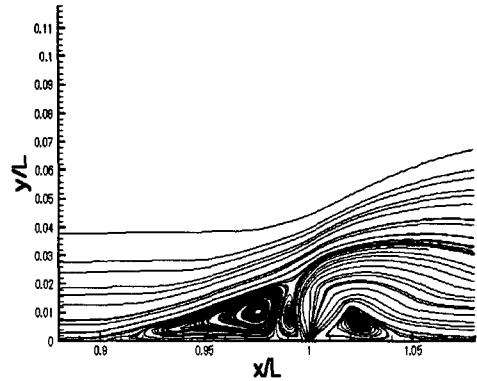


Fig. 6 Stream lines ( $P_{0j}/P_{0\infty}=0.31$ ,  $w=1.0$  mm)

Fig. 4에는 수치계산에서 밀도에 대한 잔여치의 변화를 보여주며 적용격자를 사용함으로써 수렴성이 향상되는 것을 볼 수 있었다. 그리고 난류에 대한 잔여치에서도, 적용격자를 사용함으로써 수렴성이 향상되어지는 것을 볼 수 있었다.

등마하선수와 유선을 보여주는 Fig. 5,6로부터, 개략적인 측면제트 유동특성을 볼 수 있었다. Fig. 6에서 시계방향의 박리유동에 의해 고압영역이 발생하고, 제트유동과 박리유동사이에 반시계방향의 유동의 흡입영역이 발생한다. 흡입영역의 유동이 제트류에 의해서 주유동방향으로 흐르며, 후류영역에서 제트류가 주유동영향에 의해서 재부착하여 시계방향의 순환유동영역이 나타난다.

$P_{0j}/P_{0\infty}=0.31$  일 때, 참고문헌[8]의 실험값과 참고문헌[4]의 수치해석 결과를 본 연구의 격자계에 따른 계산결과와 함께 Fig. 7에 비교하였다. 기본격자에서는 압력 분포와 박리영역의 길이, 압력극대점에서 실험값과 많은 차이를 보이나, 적용격자의 단계를 올림으로써 실험치에 근접해 가는 것을 볼 수 있었다. 2단계의 적용격자를 사용하여 나타낸 결과는 비교적 실험치와 근사한 결과를 보여주고 있다. 물론, 기본격자계에서 벽면부분을 포함하여 충분한 격자계를 분포시키면 기본격자계에 의한 결과도 실험치와 근사한 결과를 보여 줄 것이다. 참고문헌[4]의 결과와 비교하여, 압력 분포는 실험치와 더 유사한 형태를 보여주며, 특히 압력극대점에서는 실험값과 더욱 근접함을 볼 수 있었다. 그림에서 상류부분의 압력은 평판유동임으로 자유유동의 압력값과 거의 같아야하나, 실험치 결과가 자유흐름의 압력보다 높게 나타난

것은 실험에서 평판의 앞전에 어느 정도의 무딘 형상(bluntness)의 한 오차가 포함된 것으로 보인다.

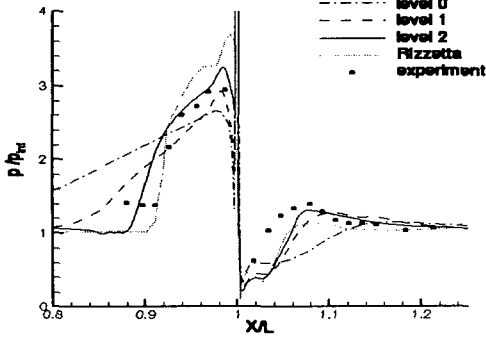


Fig. 7 Surface static pressure distributions ( $P_{0j}/P_{0\infty}=0.31$ ,  $w=1.0$  mm)

### 3.3 슬롯폭과 전압력비에 대한 결과

Fig. 8는 벽면에서 전압력비와 슬롯폭에 대해 10가지 경우의 실험치와 참고문헌[4]의 결과를 압력분포에 대해 비교하였다. 전체적으로 실험치에 근접한 압력 분포 결과를 나타내고 있다.

슬롯폭  $w=1.0\text{mm}$ 에서의 각각의 전압력비에 대해서 살펴보면,  $P_{0j}/P_{0\infty} = 0.31$  기준으로 실험치와 본 연구의 결과가 거의 일치함을 볼 수 있고, 고압영역의 경우 본 계산결과가 실험치보다 높게 나타났으나, 참고문헌[4]의 결과보다는 실험치에 근접한 결과를 보여주고 있다. 또한 저압의 경우 참고문헌[3]과 비교하여, 본 계산결과는 후류의 압력분포에 대해 더욱 근접한 결과를 얻을 수 있었다. 고압의 경우 슬롯의 후류에서는 실험치와 비교하여 순환영역이 실험치의 결과 보다 수치계산 결과가 크게 나타났다. 압력 극대점은 고압영역일수록 실험치와 본 연구의 결과가 더 근접함을 알 수 있었다.

슬롯폭  $w=0.5\text{mm}$ 에서 전압력비에 따른 결과를 보면, 전체적으로 압력극대점에 대해서는 실험치와 일치하는 형태를 보이고 있다. 그러나 전체적인 압력 분포에서는 실험치보다 수치해석결과가 작게 예측되었다. 이것은 슬롯폭이 작을 경우 실험치의 유량과 수치해석의 유량의 미세한 차이에 의해서 발생되어지는 것으로 추측되어진다.

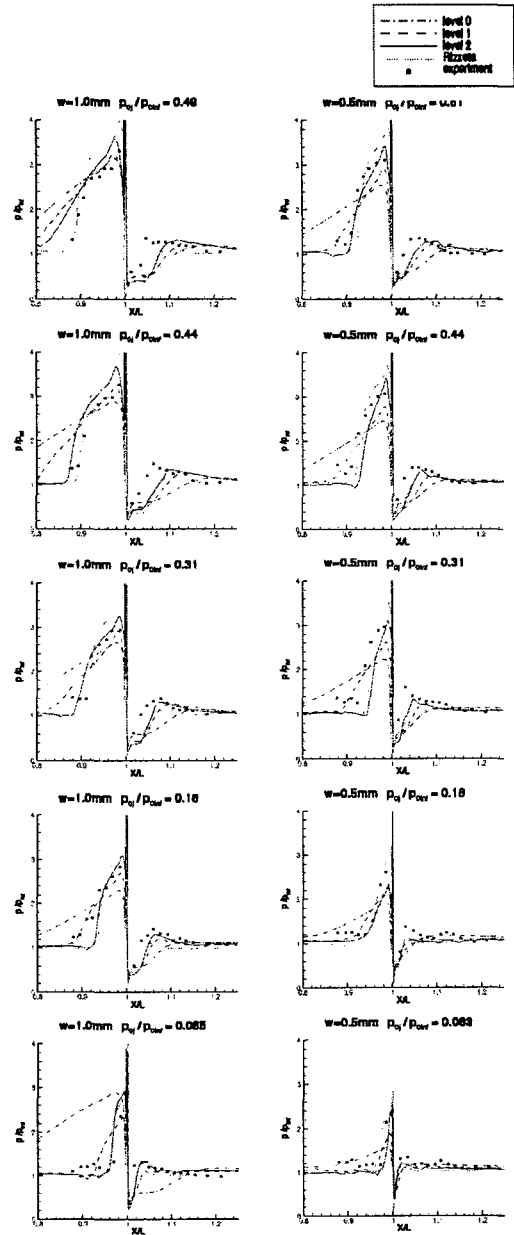


Fig.8 Surface static pressure distributions

Fig. 9의 박리길이의 경우, 측정방법에 있어서 박리에 의한 충격파가 경계층을 투과하는 지점을 간주하여 박리지점을 예측하였다.  $w=1.0\text{mm}$ 일 때 박리의 길이는 고압에서 약간의 차이를 보이고 있지만, 실험치와 일치하는 결과를 나타냈고, 슬롯폭  $w=0.5\text{mm}$ 의 경우는 박리길이가 압력분포형태와 같이 작게 나타났다.

Fig.10의 마하면 높이의 경우는 실험치와 많은 차이를 보이고 있으며,  $w=1.0\text{mm}$ 보다  $w=0.5\text{mm}$ 에서 실험치와 일치하는 결과를 나타내었다. 데이터를 획득하는 방법으로 쉘리렌사진의 판독과 수치해석에서 등마하수선도에 의한 판독과는 차이가 있어서 데이터의 신뢰성에는 다소 문제가 있는 것으로 생각되어진다.

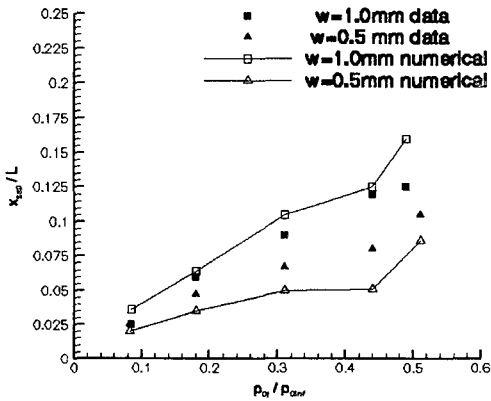


Fig. 9 Separation length as slot total pressure ratio

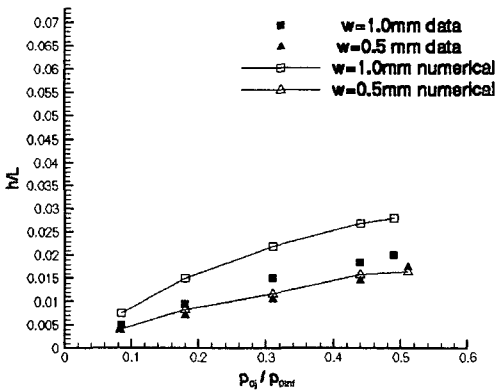


Fig. 10 Height of mach surface as slot total pressure ratio

### 3.4 전압력비에 따른 $C_y$ 와 $C_m$

슬롯주위의 압력계수 적분값과 앞전을 기준으로 한 슬롯주위의 모멘트는 슬롯 부분을 제외한 상류영역(0.88~0.9985)와 하류영역(1.0015~1.20)의 범위를 정하여 계산하였다.

슬롯 영역을 제외한 압력계수의 적분값  $C_y$ 와 앞전을 기준으로 모멘트  $C_m$ 를 Fig. 11,12에 비교하였다.  $w=1.0\text{mm}$ 에서 실험치와 일치하는 형태를 나타내며, 그림으로부터 전압력비와  $C_y$ 와  $C_m$ 이 선형적관계가 있음을 볼 수 있다.  $w=0.5\text{mm}$ 에서는 실험치보다 작은 값을 주는데, 이것은 박리 길이나 압력분포에서 수치결과가 실험치보다 작았던 것으로부터 나타난 결과이다. Fig. 11,12에서 실험치의 슬롯폭  $w=1.0\text{mm}$ 과  $0.5\text{mm}$ 에서의  $C_y$ 와  $C_m$ 이 비슷한 결과를 나타내는 것은 상류와 후류의 고압과 저압영역의 상호관계에 의한 결과로 나타난 결과이다.

슬롯폭  $w=1.0\text{mm}$ 에서 전압력비 0.49에서  $C_y$ 와  $C_m$ 이 떨어지는 것은 후류의 저압의 영향이 커짐으로서 나타난 결과이다.

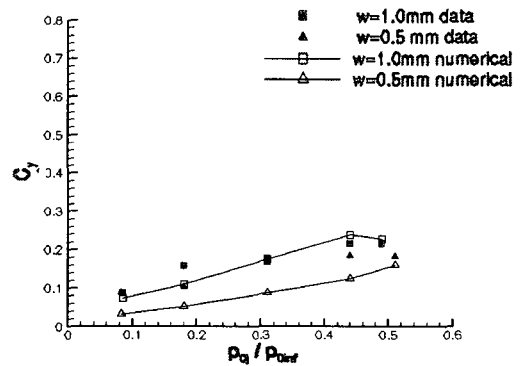


Fig. 11 Integral pressure coefficient

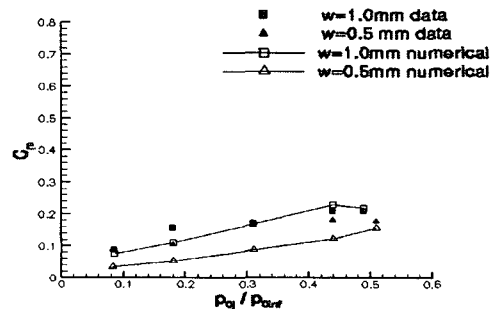


Fig. 12 Moment coefficient

#### 4. 결론

초음속 유동장에서 측면제트분사에 대해서 고해상도 풍상차분법인 HLLC기법과 비정렬 적응격자계와  $k-\epsilon$  난류모델을 이용하여 수치계산을 수행하였다. 적응격자를 이용함으로써 수렴정밀도가 향상되는 것을 볼 수 있었고, 기존의 연구에 비교하여 압력분포나 박리길이에서 좀더 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 특히, 압력극대점에 대해서는 전반적으로 실험치에 근접한 결과를 얻을 수 있었다. 슬롯 주위의 전압력비에 따른  $C_y$ 와 앞전에 대한  $C_m$ 에 대하여 선형적인 관계를 나타내었고, 전압력비가 증가 할수록  $C_y$ 와  $C_m$ 가 증가하는 선형적관계를 볼 수 있었다.

#### 참고문헌

- [1] Werle, M. J., "A Numerical Study of Supersonic Boundary Layer Separation by Slot Injection," Report No. AFL 1977
- [2] Thompson, D. S., "Numerical Solution of Two-dimensional Jet in a Supersonic Crossflow Using an Upwind Relaxation Scheme", AIAA Paper 89-1869, June 1989.
- [3] Spaid, F. W. & Zukoski, E. E. ' A study of the Interaction of Gaseous Jets from Transverse Slots with Supersonic External Flows", AIAA J. VOL. 6, NO. 2, Feb. 1968.
- [4] Donald P. Rizzetta " Numerical Simulation of Slot Injection into a Turbulent Supersonic Stream" AIAA Journal Vol.30, No. 10, October 1992.
- [5] Clarence F. Chenault and Philip S. Beran "K-  $\epsilon$  and Reynolds Stress Turbulence Model Comparisons for Two-Dimensional Injection Flows" AIAA Journal Vol. 36, No. 8, August 1998
- [6] 오범석 "로켓 동체 주위의 초음속유동과 측면 제트 분사에 관한 수치적연구", 박사학위 논문. 과학기술원, 1999
- [7] Julius Brandies and Jacob Gill "Experimental Investigation of Side-Jet Steering for Supersonic and Hypersonic Missiles", AIAA J. VOL.33, NO. 3, May. 1996.
- [8] Aso, S., Okuyama, s., Kawai., and Ando, Y., "Experimental Study on mixing phenomena in Supersonic Flows with Slot Injection," AIAA Paper 91-0016, Jan. 1991.
- [9] B. Einfeldt, "On Godunov-Type Methods for Gas Dynamics", SIAM J. Anal. Vol. 25, No. 2, pp 294-318, 1988
- [10] 고성모, "비정렬적응사변형격자의 고해상도 기법을 사용한 비정상 충격과 연구", 박사학위논문, 한국과학기술원, 1997
- [11] Hoffmann, K. C. and Chiang S. T., "Computational Fluid Dynamics for Engineers", Engineering Education System USA, 1993.
- [12] 김재수., "초음속 불안전 팽창 난류 제트 유동에 관한 수치적 연구", 한국전산유체 공학회지 제4권 제2호(통권 제7호),pp. 57-66, Sep. 1999
- [13] Jones, W. P. and Launder, B. E., " The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, no.2 1972, pp. 301-314.
- [14] Sarkar, S., Erlebacher, G., Hussaini, M. Y., and Kreiss, H. O., "The analysis and Modeling of Dilatational Terms in Compressible Turbulence," NASA CR 181959, Dec. 1989.
- [15] Charles Hirsch, "Numerical Computation of Internal and External Flows", John Wiley & Sons, pp 501, 1989