

논문

3단형 과학로켓 탑재부 극초음속 공력특성 연구

이 장 연*

Numerical Study on Hypersonic Characteristics of the KSR-III Payload

J. Y. Lee

Hypersonic analysis on the KSR-III payload configuration has been performed using an axisymmetric Navier-Stokes code. A numerical code based on the Harten and Yee's upwind TVD scheme with simplified curve fits in the chemically reacting equilibrium air was developed. The carbuncle phenomenon on detached shock in front of the payload is controlled by using pressure gradients to tune the dissipation. Chemically reacting equilibrium computations for the reentry flight conditions of Mach No. 10.2, 8, 4.9 are presented and compared with the results of calorically perfect gas.

Key Words: 극초음속유동(Hypersonic Flow), 3단형 과학로켓 탑재부(KSR-III Payload), 화학적평형 유동(Chemically Equilibrium Flow), 축대칭(Axisymmetric)

1. 서 론

3단형 과학로켓 탑재부는 이온질량측정기, 고공 대기 측정용 분광기, 오존 측정기, 전자측정기등을 탑재하며 2단에서 분리되어 고체추진제 kick motor를 이용 발사된다. 약 450-700km 상공에 이르면 하강하여 대기권에 재돌입한 후 지상에 낙하한다. 과학 탑재부는 대기측정 및 추적을 위한 전자장비를 장치하고 있기 때문에 대기권 재돌입시 공력가열로부터 전자장비 보존을 위하여 탑재부 표면의 정확한 극초음속 유동해석이 중요하다. 재돌입시의 비행조건은 고도79km에서 마하수 10.2이며, 53km에서는 마하수 8. 그리고 고도 20.6km에서 마하수 4.9의 속도로 낙하한다. 낙하시의 과학 탑재부 형상은 길이 약 3.5 m, 직경 1m 길이 약 3.5 m, 직경 1m 의 절두 원통형이며 앞

부분에 과학측정 탑재기기 및 Telemetry, 자세제어를 위한 추력기 그리고 끝부분에 고체 kick motor가 장착되어 추진된다[1].

과학탑재부에 대한 극초음속 유동해석은 먼저 마하수 5이상에서 충격파를 정확히 해석할 수 있는 고해상기법이 필요하며, 또한 충격파에 의한 급격한 온도상승에 따라서 완전기체가 아닌 공기분자 해리등에 대한 화학적 비평형 및 평형 반응 효과의 고려등 매우 복잡한 해석이 필요하다.

본 논문에서는 탑재부 형상을 고려하여 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 사용하였고, 수치해석기법은 충격파 예측이 정확한 Harten 과 Yee[2]의 2차 upwind TVD 기법을 적용하였다. 그리고 고압 및 고온에 의한 공기의 화학반응 효과는 Tannehill과 Srinivasan[3]이 개발한 화학적 평형상태의 curve fit 식을 적용하여 축대칭 화학평형 Navier-Stokes 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램의 검증은 입력조건 마하수 5, 온도 3,573 K의 10도 ramp 형상에 대하여 CFL3DE[4]

*2001년 4월 4일 접수

*정회원, 한국항공우주연구원 공력성능연구그룹

의 결과와 비교 분석을 하였다. 또한 Roe의 Approximate Riemann Solver를 사용시 무딘 물체 (blunt body)의 이탈충격파에 나타나는 carbuncle 현상을 제어하기 위하여 Yee[2]가 제의한 상수를 사용한 엔트로피 보정(entropy correction) 함수와 Imlay, Peery[6] 및 Lin[7]이 제시한 압력 구배를 이용한 보정함수의 영향을 비교하였다.

탑재부 공력해석은 대기권 재돌입시 비행조건에 대하여 화학적 평형기체 및 열량적 완전기체의 해석 결과를 비교하고 탑재부에 발생하는 극초음속 공력가열 현상을 분석하였다.

2. 지배방정식

이차원 및 축대칭 유동을 지배하는 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반좌표계로 좌표변환하고 무차원화하여 보존형 벡터꼴로 나타내면 아래와 같다.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \alpha \hat{H} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} + \alpha \hat{H}_v \right) \quad (1)$$

여기서 $\alpha \neq 0$ 는 축대칭이며, 보존벡터는

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{bmatrix}$$

$$\hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ U(\rho e_t + p) - \xi \dot{p} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ V(\rho e_t + p) - \eta \dot{p} \end{bmatrix}$$

그리고 점성항 \hat{E}_v , \hat{F}_v 및 축대칭 유동항

\hat{H} , \hat{H}_v 등 방정식 각항의 세부 전개는 참고문헌 [8]에 있다.

일반적으로 사용되는 열량적완전기체의 가정은 극초음속에서는 고속유동에 관련된 고온현상 때문에 적용이 어렵다. 즉 고온현상의 결과로서 공기분자가 분리되고 또 이온화된다. 예를 들면, 1기압상태 2,500 K에서 산소분자가 분리를 시작하고 4,000 K에 이르면 완전히 분리되고 질소분자가 분리를 시작한다. 9,000 K에서는 대부분의 질소분자가 분리되고 산소원자와 질소원자가 이온화되기 시작한다.[9]

고온상태의 공기에서는 N_2, O_2 뿐만아니라

O, N, NO, NO^+, e^- 가 있으며, 화학반응이 일어난후 화학적 평형상태에 도달한다. 화학적 평형상태에서 공기는 압력과 온도의 함수로써 각각의 species 고정량이 존재하며, 평형 열역학 성질은 통계 열역학의 결과로써 구해진다. 화학평형상태 공기의 열역학적 물성치는 다음의 관계식을 사용하여 얻어진다.

$$\begin{aligned} p &= p(e, \rho) & \gamma &= \gamma(e, \rho) \\ a &= a(e, \rho) & h &= h(e, \rho) \\ T &= T(e, \rho) & T &= T(p, \rho) \end{aligned} \quad (3)$$

1960년대 전에는 화학적 평형상태의 물성치를 결정할 때 주로 표나 도표를 사용하였으나, 컴퓨터의 등장으로 프로그램을 사용함으로써 평형상태의 계산이 가능케 되었다.

NASA RGAS 프로그램[10]은 압력과 밀도, 압력과 엔트로피의 함수로써 엔탈피, 온도를 계산하기 위하여 표를 찾아 cubic 보정법을 사용한다. RGAS 프로그램의 표를 찾는 방식을 개선한 Tannehill 과 Srinivasan[3]의 curve fit 식은 더욱 효율적이고 간편하게 화학평형 계산을 할 수 있게 하였다.

이 curve fit 식은 내부에너지와 밀도의 함수로써 압력, 온도, 음속, 점성계수, 열전달계수를 계산한다. 적용 범위는 온도 25,000 K 까지이며, 각 계산점에서 밀도와 내부 에너지를 구하고 curve

fit 식을 이용하여 압력과 온도를 다음의 상태방정식에서 구한다.

$$p = \rho e (\gamma - 1) \quad (4)$$

비열비 γ 는 밀도와 내부에너지 함수로서,

$$\gamma = \frac{a_1 + a_2 Y + a_3 Z + a_4 YZ + a_5 Y^2 + a_6 Z^2 + a_7 Y^2 Z + a_8 Z^3 + a_9 + a_{10} Y + a_{11} Z + a_{12} YZ}{1 + \exp[(a_{13} + a_{14} Y)(Z + a_{15} Y + a_{16})]} \quad (5)$$

이며, $Y = \log(\rho/1.292)$, $Z = \log(e/78408.4)$ 이다.

온도 T 는 밀도와 압력의 함수로써 다음 관계식에서 계산된다.

$$\log\left(\frac{T}{151.78}\right) = b_1 + b_2 Y + b_3 Z + b_4 YZ + b_5 Y^2 + b_6 Z^2 + b_7 Y^2 Z + b_8 YZ^2 + \frac{b_9 + b_{10} Y + b_{11} Z + b_{12} YZ + b_{13} Z^2}{1 + \exp[(b_{14} Y + b_{15})(Z + b_{16})]} \quad (6)$$

윗식에서 Y 와 Z 는 각각

$$Y = \log(\rho/1.225), Z = \log(p/1.01314 \times 10^5) \text{이다.}$$

또한 Navier-Stokes 계산을 위하여 필요한 화학적 평형상태 공기의 점성계수와 열전달 계수는 Peng과 Pindroh[11]의 자료에서 구할 수 있으며, 컴퓨터 계산에 편리하도록 Srinivasan과 Tannehill[12]에 의해 밀도와 온도의 함수로써 개발된 curve fit 식을 사용하여 구해진다.

$$\mu = \mu(\rho, T), \quad k = k(\rho, T) \quad (7)$$

3. 수치해석기법 및 격자 형성

3.1 수치해석 기법

수치해석 기법은 극초음속 충격과 해석 능력이 우수하다고 알려진 Harten과 Yee의 TVD 기법을 사용하였으며, 2차원 explicit Euler code를 축대칭 full Navier-Stokes TVD code로 확장하여, 극초음속 화학 평형유동해석이 가능하도록 개량하였다. Harten과 Yee의 2차 upwind TVD 기법의 j 방향의 수치함수 $\bar{E}_{j+\frac{1}{2},k}$ 는 다음식과 같

으며, 여기서 $\frac{\partial \bar{E}}{\partial Q}$ 의 특성 속도인 $a_{j+\frac{1}{2}}$ 와 특

성 변수의 jump 인 $\alpha_{j+\frac{1}{2}}$ 는 Roe의 평균 상태에서 구해진다.

$$\begin{aligned} \bar{E}_{j+\frac{1}{2},k} &= \frac{1}{2} \left[\bar{E}_{j,k} + \bar{E}_{j+1,k} + \frac{R_{j+\frac{1}{2}} \Phi_{j+\frac{1}{2}}}{J_{j+\frac{1}{2}}} \right] \\ \phi_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \psi(a_{j+\frac{1}{2}})(g_j + g_{j+1}) \\ &\quad - \psi(a_{j+\frac{1}{2}} + \gamma_{j+\frac{1}{2}}) \alpha_{j+\frac{1}{2}} \\ \gamma_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \psi(a_{j+\frac{1}{2}}) \begin{pmatrix} (g_j + g_{j+1}) & \alpha_{j+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ \alpha_{j+\frac{1}{2}} & \alpha_{j+\frac{1}{2}} = 0 \\ 0 & \alpha_{j+\frac{1}{2}} = 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Harten의 팽창충격파(expansion shock) 형성을 방지하기 위한 엔트로피 보정함수는

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} |z| & |z| \geq \epsilon \\ (z^2 + \epsilon^2)/2\epsilon & |z| < \epsilon \end{pmatrix} \quad (9)$$

여기서 $\epsilon \geq 0$ 이며, Yee는 최대 특성에 비례하는 다음식에서 $\epsilon_0 = 0.125$ 를 사용하였다.

$$\epsilon = \epsilon_0 (|U| + c) \quad (10)$$

그러나, Roe의 Approximate Riemann solver에 근거한 수치기법의 일반적인 결점으로써 Peery와 Imlay[6]에 의해 무딘 물체 해석시 발견된 carbuncle 현상은 Harten의 엔트로피 보정함수에서 ϵ_0 를 증가시켜 해결할 수 있지만 수치점성이 증대되는 결과를 초래하므로, Lin[7]은 ϵ_0 를 각 계산점에서 압력구배에 비례하는 보다 효과적인 방법을 제시하였다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{u \pm c} &= (|U| + c)(k_1 + k_2 K_P) \\ \epsilon_u &= (|U| + c)(k_3 K_P) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 압력구배 K_P 는 아래와 같으며,

$$\begin{aligned} K_P &= \frac{1}{2} \left(\frac{|P_{j+1,k} - 2P_{j,k} + P_{j-1,k}|}{|P_{j+1,k} + 2P_{j,k} + P_{j-1,k}|} \right. \\ &\quad \left. + \frac{|P_{j,k+1} - 2P_{j,k} + P_{j,k-1}|}{|P_{j,k+1} + 2P_{j,k} + P_{j,k-1}|} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

절두형인 탑재부 계산시 Lin[7]이 제의한 $k_1 = 0.25$, $k_2 = 5$, $k_3 = 15$ 를 사용하였다.

또한 화학적 평형유동 계산시 Approximate Riemann solver 적용은 아래의 Vinokur와 Liu

[13]의 식을 사용하였다. Roe의 평균 상태에서 사용되는 음속 \bar{c} 는

$$\bar{c}^2 = \bar{\chi} + \bar{x} \bar{h} \quad (13)$$

이며, 열량적 완전기체(calorically perfect gas)는 $\bar{\chi}=0$ 와 $\bar{x}=\gamma-1$ 이지만 열적 완전기체(thermally perfect gas)에선

$$\frac{1}{\bar{x}} = \frac{D\Delta\rho + \Delta p \Delta e}{(\Delta p)^2 + \bar{c}^4 (\Delta\rho)^2}$$

$$\frac{\bar{\chi}}{\bar{x}} = \frac{D\Delta p - \bar{c}^4 \Delta\rho \Delta e}{(\Delta p)^2 + \bar{c}^4 (\Delta\rho)^2}$$

$$D = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\chi_L}{x_L} + \frac{\chi_R}{x_R} \right) \Delta p \right. \quad (14)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{x_L} + \frac{1}{x_R} \right) \bar{c}^4 \Delta\rho \right]$$

이고, 엔탈피 \bar{h} 는 아래 식에서 구해진다.

$$\bar{h} = \bar{H} - 0.5(\bar{u}^2 + \bar{v}^2) \quad (15)$$

시간의 적분은 Strang type fractional step 기법을 사용하였다.

3.2 격자 형성

격자는 elliptical grid 형성 프로그램인 GRAPE2D[14]를 사용하였으며, 탑재부 형상 주위에 C-형 142X64 개의 격자를 분포시켰다. Fig. 1과 2에 절두형 탑재부 형상과 주위에 분포된 격자를 나타내었다.

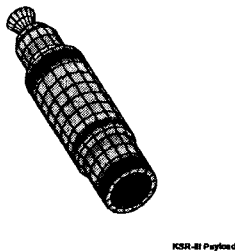


Fig. 1 KSR-III Payload

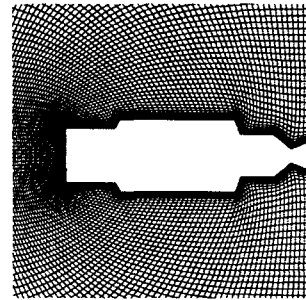


Fig. 2 C-type (142 x 64) grid

4. 결과 및 분석

4.1 프로그램 검증

극초음속 화학평형 계산에 대한 검증은 10도 ramp 형상을 이용하였다. 이 형상은 CFL3DE[4]와 GASP 프로그램[5] 검증시 사용된 형상이다. 입력조건은 마하수 5, 압력 1기압, 온도 3,573 K, 밀도 0.0883 kg/m3이고, 표면 온도는 300K와 단열벽면조건을 사용하였다. H-형 121x61 격자를 사용하여 비점성 화학적 평형상태의 유동을 계산하였다.

Fig. 3은 ramp의 격자 모양과 밀도 contours이다. 10도의 ramp에서 압축되어 충격파를 형성하고 팽창 corner에서 팽창 fan을 형성한다. 뒷면에서는 반사 경계조건을 사용하였으며, shock이 반사되는 것을 볼 수 있다. Fig. 4에 표면의 온도분포를 화학적평형(TVD-EQ) 계산 결과와 충격파 팽창이론(Shock Expansion Theory)을 이용한 Exact-EQ[4], CFL3DE[4] 및 열량적 완전기체와 결과와 비교하였다.

계산 결과는 CFL3DE의 결과와 일치함을 볼 수 있다. 충격파 형성후 열량적 완전기체의 계산이 5130K로써 화학적 평형기체의 결과인 4150K보다 크게 나타나는 이유는 충격파 앞 유동의 운동에너지가 충격파 뒤에서 병진 및 회전 분자에너지로 바뀌어서 온도가 높아지지만, 열적 완전기체나 화학적 반응기체는 운동에너지가 모든 에너지 모드 즉, 회전, 병진, 진동, 전자 모드 및 화학 반응 결과인 영점에너지로 바뀌기 때문이다.[9]

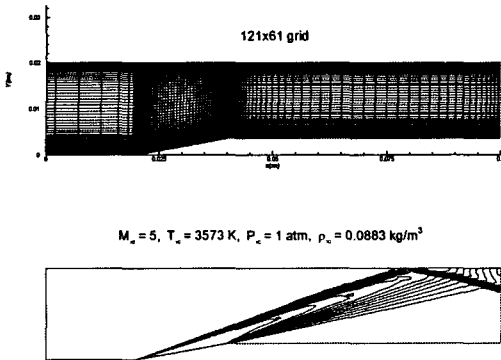


Fig. 3 H-type grid(121x61) and density contours

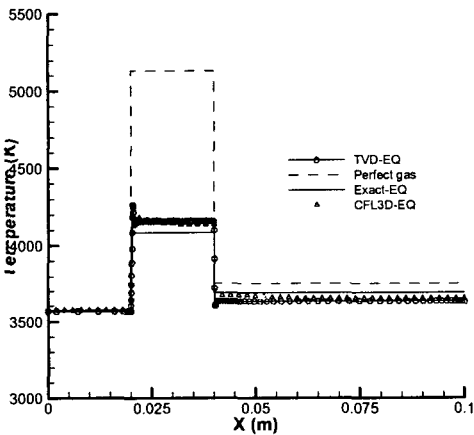


Fig. 4 Surface temperature distribution

4.2 탐재부 재돌입시 수치해석

3단형 과학로켓은 최대 고도 450-700 km에 도달한 후 하강하며, 따라서 공기가 극히 희박하여 Navier-Stokes 방정식의 적용이 어려운 희박가스 (Rarefied gas) 영역을 지난다. 일반적으로 고도 79km에서 평균 자유분자운동 거리 λ 가 대략 0.003 m, 53km에서는 0.0002 m 이다. 이때 탐재부의 직경이 1m 일 때 Knudsen수 $K_n = \lambda/L$ 는 $K_n = 0.003$ 이 된다. Knudsen수를 기준으로 0.03 이하는 Navier-Stokes 방정식 적용가능 영역이고 $0.03 < K_n < 1.0$ 에서는 slip 효과를 고려하여야 하며, 1.0 이상은 자유분자운동 해석이 필요하다.[9]

탐재부 비행 궤적중 고도 120 km 이상의 영역은 $K_n = 1.0$ 을 넘어서며 희박류 자유분자운동 해석을 해야 한다. 그러나 K_n 이 0.03 이하가 되는 고도 90 km 이하의 비행 궤도는 Navier-Stokes 방정식 적용영역 내에 있다고 볼 수 있다.

본 논문에서는 재돌입시 낙하조건을 고도 79km에서 마하수 10.2, 고도 53km에서 마하수 8, 고도 20.6km에서 마하수 4.9를 선택하였다. 각 비행조건에서의 대기조건은 고도 79 km에서 대기 온도는 200.2K, 압력은 $1.203 N/m^2$, 밀도는 $2.093 \times 10^{-5} kg/m^3$ 이며, 속도는 2661.2 m/s, unit Reynolds 수는 4.188×10^3 이다. 고도 53km에서 대기 온도 267.4 K, 압력 $50.70 N/m^2$, 밀도 $7.518 \times 10^{-4} kg/m^3$ 이며 속도는 2686.8 m/s, unit Reynolds 수는 1.197×10^5 이다. 그리고 고도 20.6km에서 대기 온도 217.2 K, 압력 $5.034 \times 10^3 N/m^2$, 밀도 $8.704 \times 10^{-2} kg/m^3$ 이며 낙하속도는 1431 m/s, unit Reynolds 수는 8.109×10^6 이다.

경계조건은 표면에 단열벽면조건과 non-slip 조건을 사용하였다. 수치해석 결과 탐재부 전면의 이탈충격파에 carbuncle 현상이 발생하였다. Fig.5-(a)는 Yee[2]의 (10)식을 사용한 결과이며, Lin[7]이 제시한 압력구배에 비례한 (11) 식을 사용한 결과 Fig.5-(b)와 같이 이탈충격파의 불안정성이 해소되었다. 따라서 본논문에서는 Lin[7]의 보정함수를 사용하여 계산하였다.

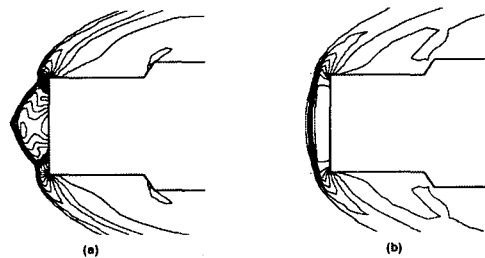


Fig. 5 Carbuncle phenomenon : density contours
(a) Yee's formula (b) Lin's formula

Fig. 6에 마하수 10.2의 비행조건에서 열량적 완전기체와 화학적 평형기체의 결과를 비교하였다. 대기온도 200 K인 경우 열량적 완전기체는 탑재부 전면에 4,200 K의 고온이 발생되지만 (수직충격과 관계식은 $T_2/T_1=20.4$ 로써 대략 4,080 K), 화학적 반응을 고려한 계산은 2,400 K로써 큰 차이가 있음을 볼 수 있다. 두 계산의 수렴성을 비교할 때 밀도의 L2 Norm 값은 화학적 평형기체의 계산이 열량적 완전기체에 비해 수렴성이 낮은 결과를 보였다. 이는 Yee[2]의 화학적 평형기체의 계산 결과에서도 언급된 바 있으며, 탑재부 형상의 후반부 kick motor 위에 발생하는 광범위한 유동박리 또한 낮은 수렴성의 원인으로 볼 수 있다.

Fig. 7에 마하수 4.9, 8, 10.2의 재돌입 조건에서 탑재부 앞면에 발생하는 이탈충격파와 유동의 온도 contour를 표시하였다. 탑재부 앞면의 표면온도는 마하수 4.9인 경우 1,150 K이고, 마하수 8은 2,700 K, 마하수 10.2는 2,400 K이다. 마하수 10.2에 비해 마하수 8의 표면온도가 더 높은 이유는 마하수 8의 경우 고도 53km 로써 마하수 10.2에 비하여 대기온도가 상승하였기 때문으로 볼 수 있다.

Fig. 8과 Fig. 9에 열량적 완전기체와 화학적 평형기체의 표면온도 및 압력 분포 계산 결과를 비교하였다. 탑재부 앞면에 발생했던 이탈충격파는 탑재부 후면으로 진행하면서 경계층 및 충격파를 형성하고 후반부의 kick motor 부분에서는 급격한 팽창으로 유동박리현상을 보이는 복잡한 유동현상을 보여준다.

열량적 완전기체는 3600 - 4300 K의 표면온도 분포를 나타냈으나, 화학적 평형기체는 900 - 2700 K의 분포를 보여준다. 두 계산의 차이는 Fig. 4의 10도 ramp 계산시 설명한 바와 같이 화학적 반응기체는 운동에너지가 모든 에너지 모드 및 화학반응 결과인 영점에너지로 바뀐 반면 열량적 완전기체는 충격파 앞 유동의 운동에너지가 충격파 뒤에서 병진 및 회전 분자 에너지로 바뀌어서 결과적으로 온도가 더 높게 계산되었기 때문이다. 그리고 kick motor 부분에 발생하는 유동박리에서 화학적 평형기체가 열량적 완전기체에

비해 더 큰 범위로 계산된 점은 유동박리시 밀도 감소에 따라 결과적으로 경계층이 더 커졌기 때문으로 추정된다.

Fig. 10에 마하수 10.2 비행시 속도 벡터를 표시하였다. 탑재부 앞면의 이탈충격파와 과학탑재부와 전자탑재부 연결부에 형성되는 충격파와 경계층 간섭에 의한 유동박리 및 kick motor 부분에 발생하는 유동박리 현상을 볼 수 있다.

5. 결 론

3단형 과학로켓의 대기권 재돌입시 탑재부 형상에 발생하는 극초음속 공력특성을 해석하기 위하여 축대칭 Navier-Stokes 화학평형 code를 개발하였다. 수치해석 기법은 Roe의 FDS 방법과 2차 upwind TVD 기법을 적용하였으며, 절두형상 수치해석시 발생하는 carbuncle 현상의 제어는 압력 구배에 비례한 보정함수를 사용하였다. 탑재부 대기권 재돌입 궤도중 마하수 10.2, 8, 4.9의 비행조건에 대하여 화학적 평형기체를 이용한 공력가열해석을 수행하였으며, 고도 53 km의 마하수 8 조건에서 최대 2,700 K의 고온이 탑재부 앞부분에 형성됨을 보였다.

참고문헌

- [1] 3단형 과학로켓 개발사업 연구보고서, 2000.
- [2] Yee, H.C., "A Class of High-Resolution Explicit and Implicit Shock capturing Methods," NASA TM 101088, 1989.
- [3] Srinivasan, S. and Tannehill, J. and Weilmuenster, K., "Simplified Curve Fits for the Thermodynamic Properties of Equilibrium Air," NASA RP-1181, 1987
- [4] Thomas, J.L., Taylor, S. L., and Anderson, W. K., "Navier-Stokes Computations of Vortical Flows Over Low Aspect Ratio Wings," AIAA 87-0207, 1987.
- [5] Walters, R.W, Slack, D.C. and Cinnella, P. et al., "A User Guide to GASP,"VPISU, Nov. 1990.

- [6] Peery, K.M. and Imlay, S.T., "Blunt-Body Flow Simulations," AIAA 88-2904, 1988.
- [7] Lin, H.-C., "Dissipation Addition to Flux-Difference Splitting," AIAA 91-1544-CP, 1991.
- [8] Lee, J.Y., "A Numerical Study of the Starting Process in a Hypersonic Shock Tunnel", Ph. D Dissertation, University of Maryland, 1993.
- [9] Anderson, Jr., J.D., "Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics," McGraw-Hill Book Co., 1999.
- [10] Bailey, H.E., "Programs for Computing Equilibrium Thermodynamic Properties of Gases," NASA TN D-3921, 1967.
- [11] Peng, T.C. and Pindroh, A.L., "An Improved Calculation of Gas Properties at High Temperatures: Air," The Boeing Co. Report D2-11722, 1962.
- [12] Srinivasan, S. and Tannehill, J., "Simplified Curve Fits for the Transport Properties of Equilibrium Air," NASA CR-178411, 1987.
- [13] Vinokur, M. and Liu, Y., "Equilibrium Gas Computations. II. An Analysis of umerical Formulations of Conservation Laws," AIAA 88-0127, 1988.
- [14] Sorenson, R.L., " A Computer Program to Generate Two-Dimensional Grids about Airfoils and Other Shapes by the Use of Poisson's Equation," NASA TM-81198, 1980.

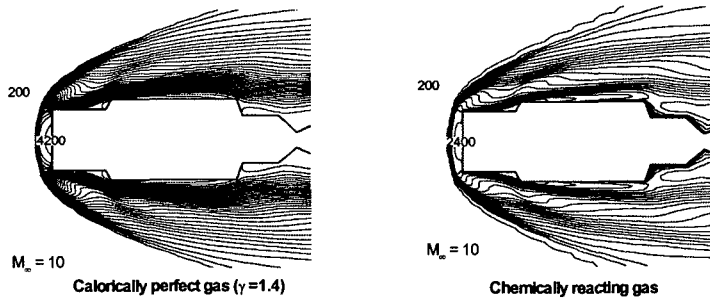


Fig. 6 Comparison of temperature contours between calorically perfect gas and chemically reacting equilibrium gas. $M_\infty = 10$.

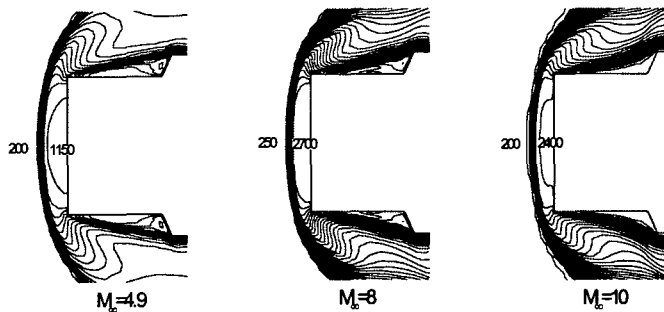


Fig. 7 Temperature contours at $M_\infty = 4.9, 8$ and 10

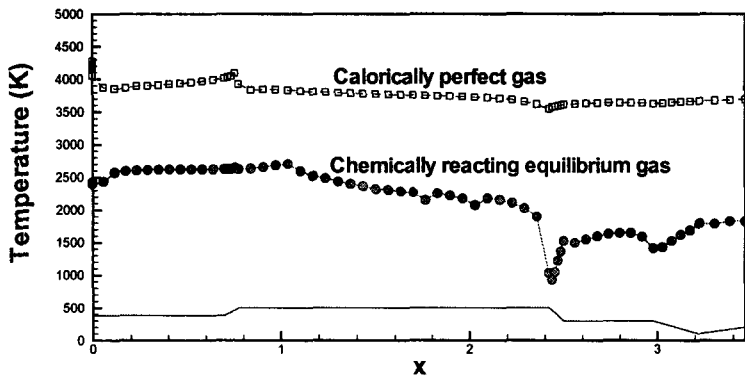


Fig. 8 Comparison of surface temperature distribution between calorically perfect gas and chemically reacting equilibrium gas. $M_\infty = 10$.

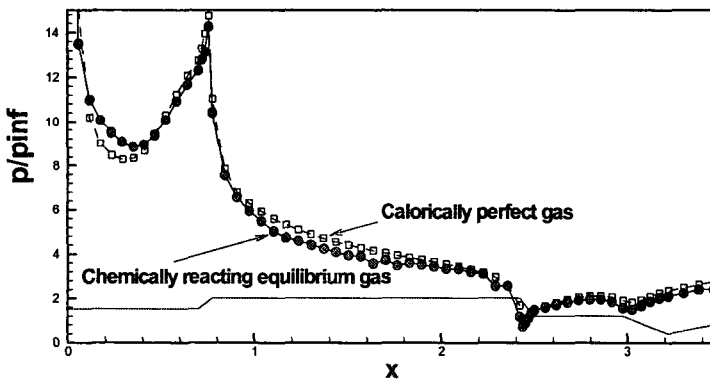


Fig. 9 Comparison of surface pressure distribution between calorically perfect gas and chemically reacting equilibrium gas. $M_\infty = 10$.

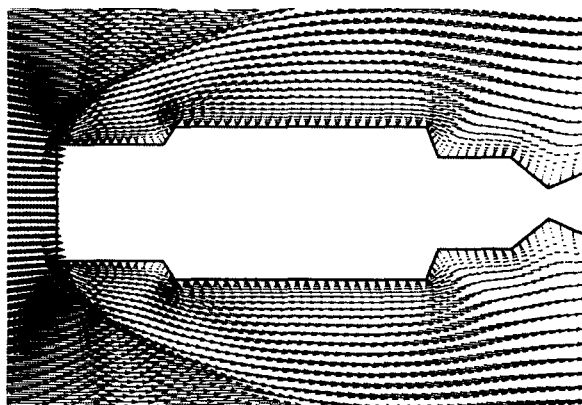


Fig. 10 Velocity vector plot at $M_\infty = 10$.