

논문

가스와 입자가 혼합된 2상 유동에 관한 수치해석적 연구

정 훈*¹, 최 종 욱*², 박 찬 국*³

Numerical Simulation of Two-Phase Flow for Gas-Solid Particles

H. Jung, J. W. Choi, C. G Park

The phenomena of two-phase suspension flows appear widely in nature and industrial processes. Hence, it is of great importance to understand the mechanism of the gas-solid two-phase flows. In the present study, the numerical simulation has been approached by utilizing the Eulerian-Lagrangian methodology for describing the characteristics of the fluid and particulate phases in a vertical pipe and a 90°square-sectioned bend. The continuous phase(gas phase) is described by the Eulerian formulation and a κ - ϵ turbulence model is employed to find mean and turbulent properties of the gas phase. The particle properties(velocity and trajectory) are then described by a Lagrangian approach and computed using the mean velocity and turbulent fluctuating velocity of the gas phase. The predictions are compared with measurements by laser-Doppler velocimeter for the validation. As a result, the calculated results show good agreements.

Key Words: 오일러리안-라그랑지안 기법(Eulerian-Lagrangian methodology), 가스-고체입자(Gas-solid particles), 2상유동(Two-phase flow), 입자-벽 충돌(Particle-wall collisions), 입자간 충돌(Interparticle collisions)

1. 서 론

많은 산업분야에서 고체 입자 혹은 액적이 부상된 2상 난류 유동을 많이 볼 수 있다. 그 예로 공기 오염에 따른 먼지 입자의 유동과 침강, 연소과정을 촉진시키기 위한 유동 상(fluidized bed), 미분탄 연소기, 디젤 엔진의 분사, 석탄분말의 공기 이송장치, 전열 면의 열 전달을 촉진시키기 위해 가스 유동에 고체 분말을 첨가시킨 공랭식 원자로에서의 열 전달 과정, 먼지를 포함한 기체로 운전되는 터보기계, 로켓 추진 노즐에서의 유동 등이 있다. 이러한 시

스템은 입자의 불규칙적인 공간분포 및 가스와 입자의 복잡한 유동현상에 의해 특성 지어지고 있다.

2상 유동에서 입자가 난류 유동에 의해 부상되면 유체와 입자, 입자와 입자, 입자와 벽 사이에 복잡한 상호 작용이 일어난다. 이 작용을 명확히 제시하기 어렵기 때문에, 대부분의 연구는 주로 단상 유동에 대해서만 수행되어져 왔으며, 2상 유동에 대해서는 수치 해석적 연구보다는 실험적 연구에 많이 의존하고 있다[1-3]. 이러한 이유로, 가스와 입자가 혼합된 2상 난류 유동에 대한 정확한 수치 해석적 이해가 필요하게 되었다.

1979년에 Lee와 Durst는 LDA(Laser Doppler Anemometer)를 사용하여 단일 크기의 구형 유리를 포함하고 있는 수직 관에 공기를 불어넣어, 입자와 공기에 대한 각각의 시간평균 속도성분을

* 2001년 8월 27일 접수

¹ 학생회원, 전남대학교 대학원 기계공학과² 정회원, 순천대학교 기계자동차공학부³ 정회원, 전남대학교 자동차 공학부

구하였다[3]. 그리고, 1984년에 Tsuji 등은 직경 3cm의 수직 관에서 각각 200 μ m, 500 μ m, 1mm, 3mm의 단일 크기를 갖는 구형입자에 대한 실험적 연구를 수행하였다[1].

2상 난류 유동에 관한 수치해석 연구는 크게 두 가지 방법으로 나눌 수 있다. 그 하나는 입자 유동을 연속체라 가정한 Eulerian-Eulerian 방법이고 또 하나는 입자유동을 Lagrangian으로 해석하는 Eulerian-Lagrangian 방법이다. 1982년에 Crowe는 Eulerian-Eulerian 해석법을 2 유체 모델(two fluid model)로, Eulerian-Lagrangian 해석법을 궤도 모델(trjectory model)이라 명명하였다[4]. 보통 2유체 모델에서는 불연속적인 입자유동을 연속체 유동으로 간주하여 연속방정식, 운동량 방정식을 세워 해석하며, 이러한 입자유동의 방정식들은 유체 유동의 방정식과 비슷한 형태를 갖추고 있다. 이와 같은 연구는 1990년에 Drew, 1993년에 Hwang과 Shen 등에 의하여 수행되었다[6,7]. 그러나, 2유체 모델은 수치해석의 불안정성과 많은 저장 용량을 필요로 하고, 가스와 입자의 운동량을 계산할 때 매우 작은 시간 간격(time step)이 요구되어진다.

반면에 궤도 모델은 연속 상(continuous phase)은 Eulerian 관점에서, 그리고 분산 상(dispersed phase)은 Lagrangian 관점에서 유동을 기술하는 것으로 2상 유동의 경우에 기체를 연속 상으로, 입자를 분산 상으로 해석한다. 궤도 모델은 입자를 추적하여 해석하는 방법으로 대표적인 예의 하나가 PSI Cell (particle source in cell)방법이다. 이 방법은 Crowe et al.이 사용하였으며[4,5], 입자 유동을 유체 유동의 질량, 운동량, 에너지의 원천 항으로 간주하여 해석하는 방법이다. 궤도 모델의 장점은 입자와 입자 충돌, 입자와 벽면 충돌과 같은 물리적인 영향을 쉽게 고려할 수 있다. 궤도 모델은 유체의 난류 요소에 대한 입자의 영향뿐만 아니라, 입자의 항력과 분산에 대한 난류 확산의 영향을 어떻게 기술하는가에 따라 달라진다. 궤도 모델을 이용한 2상 유동에 관한 논문은 1997년에 Fan et al.[8], 1998년에 Senior와 Grace[9], 1999년에 Naik와 Brayden[10] 등이 있다. 그러나, 앞의 첫 번째, 두 번째 논문에서는 단순히 수직 관에서의 2상 유동만을 고려하였기 때문에 입자간 상호 충돌이나 입자와 벽면간의 충

돌을 검토하는데 부족한 점이 있었다. 그리고 세 번째 논문에서는 입자와 가스의 상호 작용을 고려하지 않은 One-way coupling 방법으로 해석하여, 입자와 가스의 상호 작용을 충분히 설명하지 못하였다.

본 연구에서는 입자와 입자 사이의 충돌, 입자와 벽면간의 충돌을 고려하기 위하여 수직 관의 경우 외에 90° 곡 관에 대한 2상 유동해석을 수행하였다. 그리고 이에 대한 수치해석의 타당성을 검증하기 위하여 입자와 가스의 속도분포 및 난류강도에 대하여, 수직 관에서는 Tsuji 등에 의해 수행된 LDA 실험결과[1]와 90° 곡 관에서는 Kliafas와 Holt가 실험한 결과[2]와 비교하였다.

한편, 유동 계산 수법으로 Gosman, Spalding이 개발했던 Tank and Tube법에 일반 곡선의 좌표 변환기법을 도입한 GTT법을 사용하였으며, 이 GTT프로그램에 고체입자의 거동해석이 가능하도록 Code를 수정하였다. 가스와 입자가 혼합된 수직 관에 대하여 연속 상(가스 상)은 Eulerian 관점에서, 입자의 요소 (궤적과 속도)는 Lagrangian 관점에서 접근하였으며, Two-way coupling 기법을 적용하였다. 그리고, 난류 확산 모델은 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다.

2. 수치해석

2.1 가스상의 지배 방정식

가스 상에서의 수치해석은 식(1)과 같이 시간 평균 Navier-Stokes 방정식에 기초를 두었으며, 난류확산은 $k-\epsilon$ 모델을 이용하였다. 분산상인 입자의 거동은 PSI-CELL method에 기초를 두고, 가스상의 소스 항으로 처리하였다.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{v}\phi) - \Gamma_{\phi}\text{grad}\phi = S_{\phi} \quad (1)$$

여기서, ρ 는 밀도, ϕ 는 각각의 보존 식에 대한 종속변수, Γ_{ϕ} 는 유효확산계수, S_{ϕ} 는 소스 항이며, 자세한 사항은 Table 1에 표시하였다.

Table. 1 Source term expressions of gas and dispersed phase for the different variables(ϕ) and constants of turbulence model

Φ	Γ_Φ	S_Φ
1	0	$(S_d)_m$
u	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \text{div } \vec{v}) - \frac{2}{3} \frac{\partial (pk)}{\partial x} + (S_d)_u$
v	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{eff} \text{div } \vec{v}) - \frac{2}{3} \frac{\partial (pk)}{\partial y} + (S_d)_v$
w	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_{eff} \text{div } \vec{v}) - \frac{2}{3} \frac{\partial (pk)}{\partial z} + (S_d)_w$
k	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}$	$G - \rho \epsilon$
ϵ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{k} (C_1 G - C_2 \rho \epsilon) + C_3 \rho \epsilon \text{div } \vec{v}$
$\Phi = \mu_{eff} \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} (\text{div } \vec{v})^2 \right]$ $G = \phi - \frac{2}{3} \rho k \text{div } \vec{v}, \quad \left(\frac{\mu}{\sigma_h} \right)_{eff} = \left(\frac{\mu}{\sigma_h} \right)_{lum} + \left(\frac{\mu}{\sigma_h} \right)_{turb}$ $\mu_{eff} = \mu_{lum} + \mu_{turb} \quad \mu_{turb} = C_\mu \frac{\rho k^2}{\epsilon}$		
$c_1 = 1.44 \quad c_2 = 1.92 \quad c_3 = -0.373$ $\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\epsilon = 0.71 \quad c_\nu = 0.09$		

2.2 고체 입자의 지배 방정식

2.2.1 운동량 방정식

고체 입자는 구형이며, 단일 직경을 가지고 있다고 가정하였으며, 운동방정식에 의해 입자의 가속도는 입자의 항력계수 C_D 를 사용하여 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{a}_d = \frac{3}{8} \frac{\rho_g}{\rho_d} \frac{|\vec{v} + \vec{v}' - \vec{v}_d|}{r_d} C_D + \vec{g} \quad (2)$$

여기서, \vec{a}_d 는 입자의 가속도, ρ_g 는 가스의 밀도, ρ_d 는 입자의 밀도, \vec{v} 는 가스의 속도, \vec{v}' 는 변동속도, \vec{v}_d 는 입자속도, r_d 는 입자의 반경, C_D 는 항력계수, \vec{g} 는 중력가속도이다.

입자의 Re_d 는 $Re_d = \rho_g |\vec{v} - \vec{v}_d| d_p / \mu_g$ 로 정의할 수 있는데, Re_d 가 아주 작은 경우(<0.2)에 는 스토크스(Stokes)의 관계식이 성립하며, 이때의

항력 계수는 $C_D = 24/Re_d$ 로 나타낼 수 있다. 그러나, 실제 입자의 Re_d 는 상당히 크므로, 위에서 언급한 항력 계수는 맞지 않는다. 본 연구에서는 Clift et al.[12]등이 제시한 항력계수를 사용하여 식 (3)과 같이 나타내었다.

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & Re_p < 1000 \\ 0.424 & Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (3)$$

유체의 속도 변동성분 \vec{v}' 의 상계시간 t_{turb} 는 식 (4)와 같으며, $k-\epsilon$ 모델용으로 변경한 것이다.

$$t_{turb} = \min \left(\frac{k}{\epsilon}, C_{PS} \frac{k^{\frac{2}{3}}}{\epsilon} \frac{1}{|\vec{v} + \vec{v}' - \vec{v}_d|} \right) \quad (4)$$

여기서, C_{PS} 는 실험 값으로 0.16423이다.

2.2.2 고체 입자에 대한 벽면의 경계조건

입자의 벽면 충돌후의 거동은 입자의 운동방향과 속도를 결정하는데 중요한 변수로 작용하고 있다. 본 연구에서 입자의 충돌 거동은 Grant와 Tabakoff의 실험식을 채택하였다.

벽면에 충돌하기 직전의 입자의 속도는 접선 방향의 속도(V_t)와 법선 방향의 속도(V_n)성분으로 나누어지며, 각각 식(5)와 식(6)으로 나타낼 수 있다.

$$V_t = U_p \cos \theta + V_p \sin \theta \quad (5)$$

$$V_n = -U_p \sin \theta + V_p \cos \theta \quad (6)$$

충돌 후 입자의 거동은 입자가 충돌한 경사각과 법선 및 접선 방향의 속도 성분에 대하여 다음과 같이 나타내었다.

$$V_{2,t} / V_{1,t} = 1.0 - 2.12 \theta_i + 3.0775 \theta_i^2 - 1.1 \theta_i^3$$

$$V_{2,n} / V_{1,n} = 1.0 - 0.415 \theta_i + 0.4994 \theta_i^2 - 0.292 \theta_i^3 \quad (7)$$

윗 식(7)에서 θ_i 는 입자의 충돌각이다.

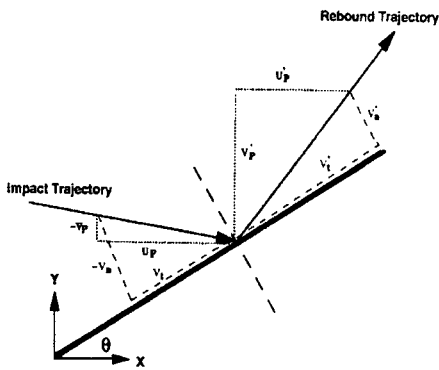


Fig. 1. Particle boundary conditions at wall

결국, 계(systems)에서 입자의 반사속도는 Fig. 1에서 도시된 것과 같이 각각 식(8)과 식(9)로 쓸 수 있다.

$$U'_p = V'_t \cos \theta - V'_n \sin \theta \quad (8)$$

$$V'_p = V'_t \sin \theta + V'_n \cos \theta \quad (9)$$

3. 유동해석에 대한 결과 및 고찰

3.1 수직 관에서의 2상 유동

본 연구에서는 수직관내에 입자와 가스가 혼합된 2상 유동에 대한 수치해석을 수행하였다. 그리고 그 결과를 LDV에 의한 측정결과[1]와 비교하였다. 계산조건은 Fig. 2에 나타난 바와 같이 수직 관의 직경은 30.5mm이고, 가스의 Re수와 평균속도는 각각 3.8×10^4 , 18.9m/s이다. 여기서, 가스와 입자의 유동은 중력의 반대방향으로 작용하며, 구형 Polystyrene 입자의 직경과 밀도는 각각 $200 \mu\text{m}$, 1020kg/m^3 이다. 그리고, 수직 관 입구에서 유입되는 평균입자 속도는 16.2m/s로 일정하게 주었다.

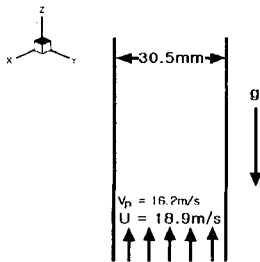


Fig. 2 Calculated conditions in a vertical pipe

Fig. 3과 Fig. 4는 가스의 질량 유량에 대한 입자의 질량유량비가 1.0과 2.1일 때, 입구로부터의 거리가 충분히 떨어져(직경의 약 100배), 완전히 발달된 영역에서의 가스와 입자에 대한 평균 속도분포를 각각 나타내고 있다. 여기서 R은 수직관의 반경이고, r은 관의 중심으로부터 반경방향 거리이며, U_c 는 관 중심에서의 가스속도이다. 또한 β 는 가스 질량유량에 대한 입자 질량유량의 비이다. 관의 중심에서 입자의 평균속도는 가스속도의 약 90% 정도임을 알 수 있다. $r/R \leq 0.8$ 인 경우 입자속도는 가스속도보다 작게 나타나지만, 벽면 근처에서는 입자의 속도가 가스의 속도보다 크게 나타났다. 유체는 입자와 다른 경계조건으로 인해 입자의 속도보다 관 중심부에서는 빠른 속도를 갖고 벽 부근에서는 낮은 속도를 갖게 되는데 벽면에서 입자 속도가 가스 속도에 비하여 상대적으로 점성력의 영향을 더 작게 받기 때문이다.

수직 관 단면에서의 속도 분포를 보면 입자속도의 분포가 가스속도 분포보다 상대적으로 더 완만하였다. 이것은 입자유동은 벽면에 대하여 미끄러짐으로 인해 속도를 갖게 되고, 가스유동은 벽면에서 미끄럼 조건이 적용되지 않기 때문이다. 또한 질량 유량비가 2.1인 경우가 질량 유량비가 1.0인 경우보다 가스의 평균 속도 분포가 완만하였으며, 이것은 일반적으로 질량 유량비가 증가할수록 입자와 가스의 상호작용이 커져 유체의 속도가 관 중심부에서 편평해지는 것을 잘 나타내고 있다. 가스의 Reynolds수가 2.3×10^4 일 때, 질량 유량 비 $\beta = 0, 1.3, 1.9$ 에 대하여 가스의 평균속도 및 난류강도 값을 각각 Fig. 5와 Fig. 6에 나타내었다. 여기서 $\beta = 0$ 은 입자가 존재하지 않는 경우이다.

Fig. 5에서 가스속도는 질량 유량비가 커짐에 따라 관 중심부에서는 더욱 편평해진다. 이러한 영향은 단위 체적 당 유체에 포함되는 입자수가 많아짐에 따른 질량 유량 비의 증가로 인하여 입자와 가스상 사이의 상대 속도 강화에 의한 영향이 커지기 때문이다. Fig. 6에서 가스의 난류강도는 중심에서 벽면으로 갈수록 증가되었다. 그리고 질량유량비가 증가할수록 수직 관의 입자와 가스의 혼합유동에 의해 난류 강도는 작아졌으며, $\beta = 0$ 인 경우는 $\beta = 1.3, 1.9$ 에 비하여 난류강도 값

이 많은 차이를 보였다. 이것은 입자가 난류강도를 작게 하는데 영향을 주기 때문이다.

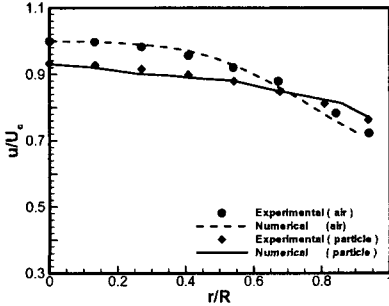


Fig. 3 Mean streamwise velocity profiles in a vertical pipe at loading ratio $\beta=1.0$

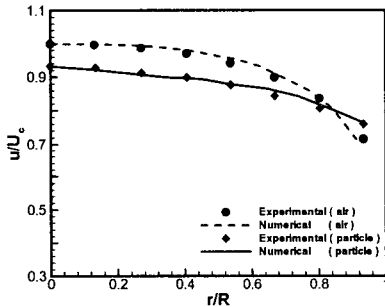


Fig. 4 Mean streamwise velocity profiles in a vertical pipe at loading ratio $\beta=2.1$

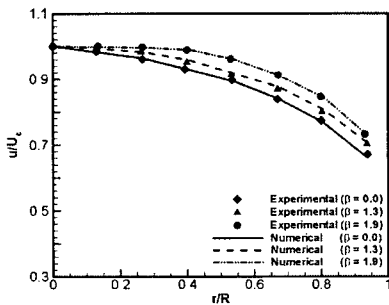


Fig. 5 Effect of loading ratios on the mean velocity profiles for gas in a vertical pipe

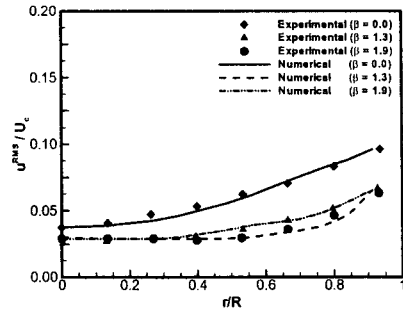


Fig. 6 Effect of loading ratios on the turbulence intensity profiles for gas in a vertical pipe

3.2 90° 곡 관에서의 2상 유동

90° 곡 관에서의 2상 유동에 관한 수치해석을 수행하여, Kliafas and Holt의 실험결과[11]와 비교하였다.

수치해석에 사용된 형상은 Fig. 7과 같으며, 관의 폭은 100mm이고, 곡률 반경은 176mm이다. 입구에서 가스의 평균속도는 33m/s이며, Re 는 2.25×10^5 이다. 입구의 난류 강도는 초기 가스속도의 1%로 주었으며, 계산에 사용된 입자의 직경은 $50\mu m$, 밀도는 $\rho_p=2,990kg/m^3$ 이고, 가스의 밀도는 $\rho_s=1.2kg/m^3$ 이다. 계산 시 입자와 가스의 질량 유량 비는 1.5×10^{-4} 로 하였다.

Figs. 8~10은 90° 곡 관에서 수치해석 결과와 실험결과를 곡 관의 각도에 따라 비교하여 나타낸 것이다. 각각의 그림에서 y 는 바깥쪽 표면에서부터 안쪽 표면으로의 거리를 나타내고 있으며, U_b 는 가스의 주 속도를 나타내고 있다. 그리고, U 와 U_p 는 각각 입자와 가스의 속도를 나타내고 있다.

Figs. 8~10에서 볼 수 있듯이 가스의 속도는 바깥쪽 표면에서 안쪽으로 갈수록 속도가 커짐을 볼 수 있지만, 입자의 속도는 벽면을 제외한 전 영역에 걸쳐 전반적으로 일정한 것을 볼 수 있다. 이것은 곡 관 형상 때문에 가스의 압력 분포가 변화하여 가스 속도는 영향을 받지만, 입자는 곡 관의 형상에 대해 영향을 거의 받지 않기 때문이다. 그리고, 입자와 가스의 속도는 실험 값과 잘 일치함을 보이고 있다. Fig. 11은 90° 곡 관에서

의 난류 강도를 나타낸 것이다. 안쪽 벽면으로 갈수록 난류 강도가 커지는 것을 볼 수 있다. 또한, 상대적으로 각도가 큰 30°에서는 곡 관의 형상으로 인하여 0°와 15°에 비하여 좌우 대칭적이지 못하고, 안쪽으로 갈수록 난류 강도가 상대적으로 큰 값을 보이고 있다.

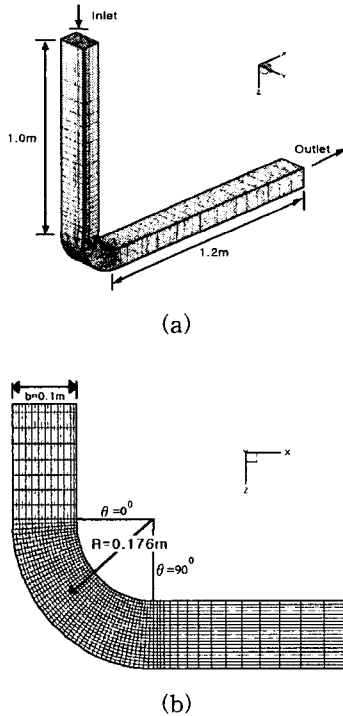


Fig. 7 Computational domain and dimensions of a 90°square-sectioned bend. (21×21×100)

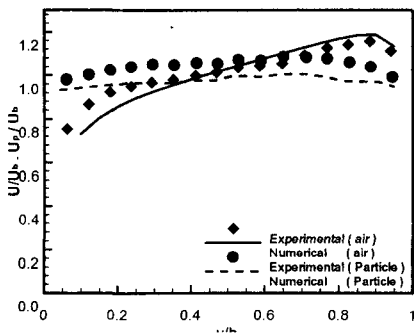


Fig. 8 Mean streamwise velocity profiles at $\theta=0^\circ$ in a 90°bend

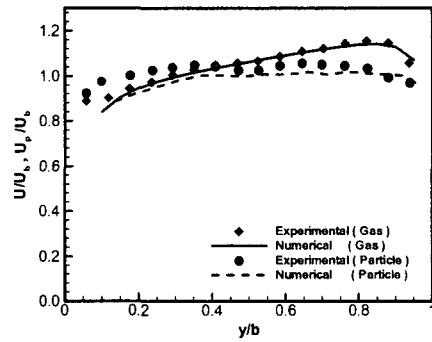


Fig. 9 Mean streamwise velocity profiles at $\theta=15^\circ$ in a 90°bend

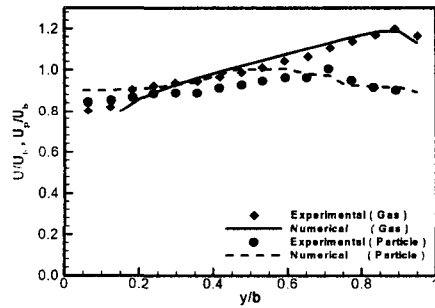


Fig. 10 Mean streamwise velocity profiles at $\theta=30^\circ$ in a 90°bend

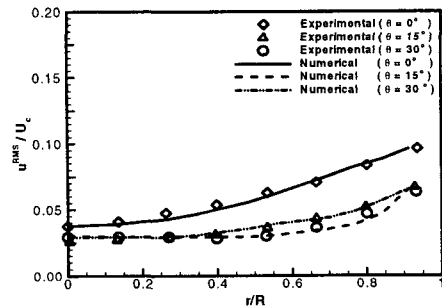


Fig. 11 Streamwise turbulence intensity profiles at $\theta=0^\circ, 15^\circ$ and 30° in a 90°bend

4. 결론

본 연구에서는 2상 난류유동에 대한 유동현상을 파악하기 위하여 Eulerian-Lagrangian 해석법을 이용하였다. 이 방법은 Eulerian-Eulerian 해석법 보다 실제 현상에 가깝게 모사 할 수 있는 방법으로 실험결과와도 잘 일치하였다. 또한 일반적인 유동문제에 입자에 대한 Lagrangian 방법을 추가하여 입자의 움직임, 즉 유체와 입자, 입자와 입자, 입자와 벽 사이에서 발생하는 물리적인 현상 등을 모사 할 수 있는 다양한 수치 해석적 방법을 적용하였다.

수직 관과 90° 곡 관에서 입자와 가스가 포함된 2상 유동에 대한 수치해석으로 통해 나온 결과를 실험 값과 비교하여 수치해석 모델의 정확성을 얻을 수 있었다. 향후 수평 관 및 형상이 복잡한 곡 관에서 입자와 가스 유동에 대한 수치해석을 수행하고, 더 나아가 수치해석 방법을 확장한다면, 2상 유동의 열 전달이나 유동특성을 파악하는데 많은 도움이 되리라 생각된다.

후 기

본 연구는 2000년 BK 21 지역대학육성사업단(수송 기계 분야) 지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

- [1] Tsuji, Y., and Morikawa, Y. and Shiomi H., "LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe," J. Fluid Mech., vol.139, pp. 417-434, 1984
- [2] Kliafas, Y. and M. Holt, "LDV Measurements of a turbulent air-solid two-phase flow in a 90° bend," Experiments in Fluids, vol.5, pp. 73, 1987
- [3] Lee, S. L., and Durst, F., "On the motion of particles in turbulent dust flows," Int. J. Multiphase flow, vol 8, pp. 125, 1979
- [4] Crowe, C. T., "Review-numerical models for dilute gas-particle flows," ASME. J. Fluids Eng., vol.104, pp. 297-303, 1982
- [5] Crowe, C. T., and Sharma, M. P. and Stock, D. E., "The particle-source -in-cell model for gas-droplet flows," Trans. ASME J. Fluids Eng., vol 99, pp. 325-332, 1977
- [6] Drew, A. D., "The plane poiseuille flow of a particle-flow mixture," J. Fluids Eng., vol 112, pp. 362, 1990
- [7] Hwang, G. J. and Shen, H. H., "Fluctuation energy equations for turbulent fluid-solid flows," Int. J. Multiphase flow, vol.19, pp. 887, 1993
- [8] Fan, J., Zhang, X, Cheng, L., and Cen, K., "Numerical simulation and experimental study of two-phase flow in a vertical pipe," Aerosol Science and Technology, vol.27, pp. 281-292, 1997
- [9] Senior, R. C., and Grace, J. R., "Integrated particle collision and turbulent diffusion model for dilute gas-solid suspensions," Powder Tech., vol.96, pp. 48-78, 1998
- [10] Naik, S. and Bryden, I. G., "Prediction of turbulent gas-solids flow in curved ducts using the eulerian-lagrangian method," Int. J. Numer. Meth. Fluids vol.31, pp. 579-600, 1999
- [11] Huber, N., and Sommerfeld, M., "Characterization of the cross-sectional particle concentration of distribution in pneumatic conveying systems," Power technol, vol. 79, pp. 191-210, 1994
- [12] Grant, G., and Ioannides, E., "Erosion Prediction in Turbomachinery Resulting from Environmental Solid Particles," J. Aircraft, vol 12, pp. 471, 1977