

# 열차자동운전에 있어서 미지의 주행저항을 고려한 강인한 속도제어

論文

50D - 3 - 2

## The Robust Speed Control on Automatic Train Operation Considering Unknown Running Resistance

邊允燮\* · 王鍾培\*\* · 朴愷濬\*\*\*

(Yeun-Sub Byun · Jong-Bae Wang · Hyun-June Park)

**Abstract** – An automatic train operation(ATO) system executes the operation of constant speed travelling and fixed point parking by using microprocessors instead of driver's manual operation. This paper describes the mathematical model for the train considering unknown disturbances which consist of start resistance, travelling resistance, slope resistance, curve resistance, and so on. The speed controller of ATO system is designed by considering the disturbances. The simulation is executed to verify the speed control and fixed point parking performance and to compare its performance with that of a PID-type ATO control system under disturbances. Simulation results show that the control performance of gain scheduled control scheme for ATO system is better than that of the conventional PID controller.

**Key Words** : ATO, gain scheduled control, PID, disturbance

### 1. 서 론

전동차의 ATO시스템은 열차운행 중에 있어서 승차감조절, 목표속도추종, 역내의 정밀정차 등을 목적으로 전동차의 자동운전 및 무인운전을 수행하기 위한 열차내의 주요한 시스템이다. 현재 ATO를 위한 다양한 방법들이 발표되고 있다. 고전적인 제어기법인 PI제어부터 인공지능 및 퍼지제어기법을 응용한 다양한 기법[1],[2],[3]들이 제시되고 있다. 이렇게 제시되고 있는 대부분의 기법들에서 순시적으로 발생하는 주행저항을 고려하지 않고 속도에 대한 2차함수로 근사화시킨 주행 저항식을 사용하고 있다. 하지만 열차진행에 영향을 주는 요소는 출발저항, 주행저항, 구배저항, 곡선저항 이외에 기후나 온도 조건에 따른 레일의 마찰저항 변화, 승객이나 화물량의 증감에 따른 열차무게의 변동 등 다양한 형태의 외란이 열차운행 중에 발생하여 실제 열차저항과 일반화시킨 열차저항과는 순시적으로 상당한 오차가 있을 수 있다. 이런 연유로 순시적인 주행저항을 고려하지 않은 일반적인 제어기애에서는 임의의 주행저항에 대해 정밀한 제어기능을 수행하기가 힘들다. 특히 역내 정밀정차 수행시 정밀한 속도제어가 요구되고 있다. 따라서, 본 논문에서는 임의의 주행저항을 고려한 열차모델을 구성하고 순시적으로 발생하는 외란에 적극적으로 대처할 수 있도록 비선형 제어기법 중 이득계획제어기법을 응용하여 속도 추종제어기를 구성하고 기존에 폭넓게 사용되어온 PI제어기법과 그 제어성능을 비교 평가하였다.

### 2. 본 론

#### 2.1 추진시스템

전동차의 추진시스템은 시스템구성에 따라 다를 수 있지만 전기적인 힘을 물리적인 힘으로 변환하는 전동기, 그 구동전력을 조절하고 변환시키는 인버터, 컨버터, 이를 제어하는 제어장치로 구성된다. 제어기는 요구되는 구동견인력이나 제동력을 ATO시스템으로부터 받아 고성능의 제어를 실현한다. 제어기는 전동기를 구동시키기 위해 ATO시스템에서 받은 신호에 근거하여 인버터를 동작시킨다. 추진시스템은 ATO시스템의 지령에 근거하여 요구견인력과 제동력을 발생시키는 페루프 구동시스템으로 구성된다. 또한 추진시스템은 열차의 성능과 승차감을 고려한 가감속도 및 저크한계를 갖는다.

#### 2.2 열차의 동적모델

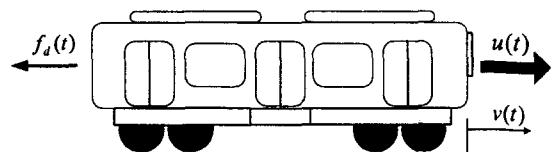


그림 1 열차모델

Fig. 1 The model of the train system

열차의 관성을 무시하고 저항력이 속도에 비례하여 열차의 움직임을 방해한다고 가정하면, Newton의 법칙에 근거하여 단순히 질량과 제동자 시스템으로 그림 1과 같이 볼 수 있다. 이에 대한 운동 방정식은 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$M \ddot{v}(t) + f_d(t)v(t) = u(t) \quad (1)$$

\* 正會員 : 韓國鐵道技術研究院 主任研究員

\*\* 正會員 : 韓國鐵道技術研究院 先任研究員 · 工博

\*\*\* 正會員 : 韓國鐵道技術研究院 責任研究員

接受日字 : 2000年 3月 31日

最終完了 : 2001年 2月 26日

여기서  $M$ 은 열차의 질량[kg],  $f_d(t)$ 는 열차의 진행을 방해하는 저항[Nsec/m],  $u(t)$ 는 열차 내에서 발생하는 견인력[N] 또는 제동력,  $i(t)$ 는 열차의 가속도[m/sec<sup>2</sup>],  $v(t)$ 는 열차의 속도[m/sec]이다.

### 2.2.1 열차의 저항력

일반적으로 열차의 저항력을 식(2)와 같은 2차함수로 표현하여 적용하고 있다.

$$a + bv(t) + cv(t)^2 \quad (2)$$

하지만 식(2)에 의해서는 비선형적이고 순시적으로 발생하는 저항을 고려할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 저항을 순시적으로 발생하는 외란으로 가정하고 식(1)로부터 식(3)의 외란추정자를 구하고 순시적으로 외란을 추정한다.

$$\hat{f}_d(t) = [u(t) - M_o i(t)]/v(t) \quad (3)$$

여기서,  $M_o$  : 설계시 고려되는 열차의 공칭 무게

### 2.3 ATO 알고리즘 구성

제어기 구성은 그림 2와 같이 크게 속도profile생성기, 추종제어기, 외란 추정기로 구성된다.

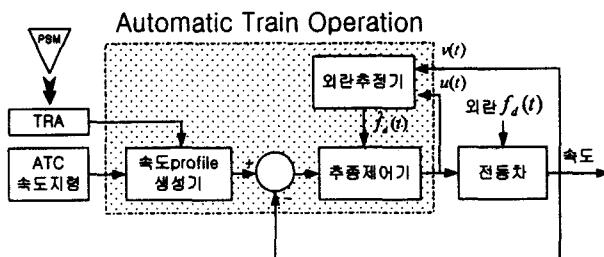


Fig. 2 Block diagram of train control

속도profile생성기는 열차의 성능한계 가속도와 승차감을 위한 저크한계를 고려하여 속도 profile을 생성한다. 추종제어기는 앞서 속도profile생성기에서 발생한 속도 profile에 추종하도록 열차의 제어입력인 견인력과 제동력 지령을 발생한다.

#### 2.3.1 속도profile생성기

##### 2.3.1.1 추종속도 생성 알고리즘

열차는 운전중에 ATC(automatic train control)를 통해 트랙회로로부터 속도지령을 받는다. 이때의 속도지령은 계단형태의 목표속도 값이다. 선로 구간 구간에서 이산형태의 속도지령이 주어짐으로 현재 열차의 속도에서 목표속도 까지를 연결하는 선형적인 속도지령을 생성할 필요가 있다. 이때, 고려될 사항은 그림 3에서 볼 수 있는 것처럼 열차의 가속도성능한계  $a_L$ 과 저크한계  $J_a$ 를 만족하며 초기속도  $v_0$ 에서 목표속도

$v_f$ 로 가는 최적의 속도profile을 생성하는 것이다. 우선 기본적인 것은 그림 3의 제일하단 저크profile을 2번 적분하여 제일상단의 속도profile을 얻는다. 그러기 위해서 현재속도에서 목표속도까지 가는데 필요한 저크profile을 구해야 한다. 이를 위해서는  $t_0 \sim t_3$  각각의 시작을 정확히 알고 있어야 한다.  $t_0$ 는 목표속도지령을 받은 시각이다.  $t_1$ 은 다음과 같이 구한다. 주어진 저크한계를 1번 적분하여 가속도를 얻을 수 있다.

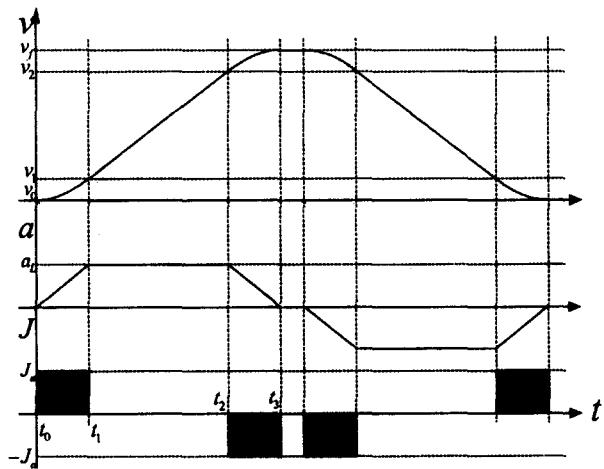


그림 3 속도 profile

Fig. 3 Velocity profile

$$a_L = \int_{t_0}^{t_1} J_a dt = [J_a t]_{t_0}^{t_1} = J_a t_{01} \quad (4)$$

식(4)에서  $t_{01} = a_L/J_a$ 이다. 여기에서  $t_{01} = t_{23}$ 로 한다.  $t_{12}$ 시간은 다음과 같이 구한다.

$a_L = \Delta v / \Delta t = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1) = (v_2 - v_1) / t_{12}$  이 식에서  $v_1$ 만 알면  $t_{12}$ 를 구할 수 있다.

$$v_1 = \int_{t_0}^{t_1} J_a t dt = \left[ \frac{1}{2} J_a t^2 \right]_{t_0}^{t_1} = \frac{1}{2} J_a t_{01}^2 \quad (5)$$

$$v_2 = v_f - v_1 \quad (6)$$

따라서  $t_{12} = \frac{v_2 - v_1}{a_L}$ 로 구해진다.

결국  $t_0$  = 목표속도 수령시각

$$t_1 = t_0 + t_{01}$$

$$t_2 = t_0 + t_{01} + t_{12}$$

$$t_3 = t_0 + t_{01} + t_{12} + t_{23}$$

으로 결정된다. 이 시간정보로 열차의 가속한계 및 저크한계를 만족하며 현재속도에서 목표속도로 가기 위한 그림 3의 하단 저크profile을 구할 수 있고 이를 두 번 적분함으로써 상단의 속도profile을 구할 수 있다.

### 2.3.1.2 정밀정차 알고리즘

전동차는 역내 정밀정차를 수행하기 위해서 운행 중 차상 장치인 TRA(Trigger Receiver Assembly)를 통해 PSM(Precision Stop Marker)를 검출 받는다. 전동차는 역으로 진입하면서 PSM 1, 2, 3, 4등 4개의 PSM을 접하게 된다. 이들의 위치는 역에 정차하는 위치로부터 그림 4와 같이 위치하고 있어 ATO는 이를 정보를 이용하여 정밀정차를 수행하게 된다. 정차시 열차는 정차지점의 ±30cm 이내에 위치하여야 한다.

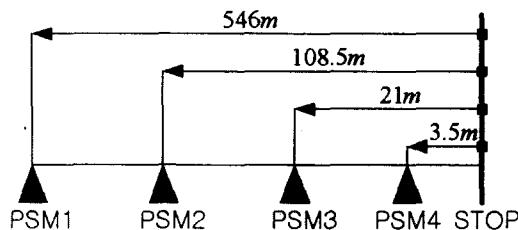


그림 4 PSM 위치

Fig. 4 Location of Precision stop marker

정밀정차를 수행하기 위해 생성하는 속도 profile은 그림 5에서 설명하고 있다. 정차시 속도 profile이 따라야 하는 제약 조건으로는 감속한계  $d_L$  : -3.5km/h/s(상용제동) 이하로 줄어들면 안되며, 저크한계  $J_a$ : 0.8m/sec<sup>3</sup>이하 또한 지켜야 한다. 본 논문에서는 그림 5와 같은 속도생성 profile 알고리즘을 적용하였다. 이에 필요한 수식을 정리하면 다음과 같다. 여기서  $S_f$ 는 PSM2로부터 정차위치까지의 거리 108.5m이다.  $v_f$ 는 PSM2를 만난 시점  $t_0$ 에서 열차의 속도이다. 정밀정차를 위한 속도 profile 생성은 PSM2로부터 시행하는 것으로 하였다. PSM1에서 PSM2까지는 속도추종 알고리즘이 수행되는데 이는 PSM2에서 열차가 규정된 속도영역 이내에 있어야 열차의 제약조건을 만족하며 정밀정차를 수행할 수 있기 때문이다.

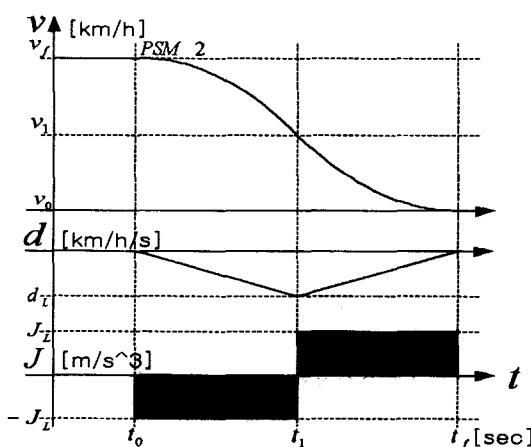


그림 5 정밀정차 속도 profile

Fig. 5 Velocity profile for Precision stop

$$d_L = J_L t_1 \quad (7)$$

$$v_1 = \int d_L dt = J_L t_1^2 / 2 \quad (8)$$

$$S_f = v_1 t_f / 2 \quad (9)$$

$$t_1 = t_f / 2 \quad (10)$$

$$v_1 = v_f / 2 \quad (11)$$

여기서 구해야 할 것은 PSM2를 접한 시점  $t_0$ 에서  $-J_L$ 을 유지해야하는 시간  $t_1$ 과 감속한계  $d_L$ 을 넘지 않게 하는  $J_L$ 의 크기를 구해야 한다. 우선 식(9)에서  $t_f = 2S_f/v_f$ 이고 식(10)에 의해 식(12)과 같이 구해진다.

$$t_1 = S_f / v_f \quad (12)$$

또한 식(8)로부터 식(13)을 구할 수 있다.

$$J_L = 2v_1 / t_1^2 = v_f / t_1^2 \quad (13)$$

식(12)과 식(13)을 이용하여 식(14)을 만족하는  $v_f$  값을 선정한다.

$$d_L = J_L t_1 = 3.5 \text{ km/h/s} \quad (14)$$

위 식(12)~식(14)를 만족하는 값  $v_f \approx 36.974 \text{ km/h}$ 이다. PSM2에서 전동차의 속도가 구해진 속도값 36.9km/sec내에만 들어오면 전동차를 저크한계와 감속도 한계 내에서 정밀정차가 가능하다. 따라서 열차가 PSM1을 만나면 PSM2에서 열차의 속도가  $v_f$ 이내에 들도록 속도추종 알고리즘을 적용하고 PSM2를 만나면 정밀정차 알고리즘을 수행한다. PSM2를 만난 시점  $t_0$ 에서의  $t_1$ 까지  $-J_L$ 값을 두 번 적분하여 상단의 속도 profile을 얻고  $t_1$ 부터  $t_f$ 까지는  $J_L$ 를 두 번 적분하여 속도 profile을 얻는다.

### 2.3.2 추종제어기

제어기를 구성하기 위해서 앞서 주어진 열차의 동력학 방정식(1)을 상태공간 모델식(15)로 표현할 수 있다.

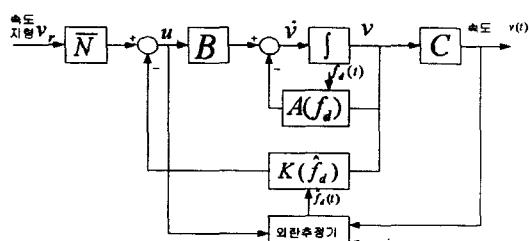


그림 6 GS-극배치 제어기

Fig. 6 GS-Pole placement control

$$\begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_d(t)/M & 1/M \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

제어기는 이득계획제어(gain scheduling control)기법을 응용하여 그림 6과 같이 설계하였다. 시스템의 출력에 영향을 주는 외란  $f_d(t)$ 를 이득계획변수로 설정하였다. 이 외란은 직접적으로 측정할 수 없는 변수임으로 식(1)로부터 외란의

추정자를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{f}_d(t) = [u(t) - M_0 \dot{v}(t)] / v(t)$$

추정에 사용되는 각 변수는 시스템 출력으로 항상 측정되고 있는 상태변수로 속도  $v(t)$ , 가속도  $\dot{v}(t)$ , 시스템에 가해지는 입력  $u(t)$  등이다. 여기서  $M_0$ 은 제어기 설계시 사용되는 열차의 공칭 무게이고  $\bar{N}$ 는 정상상태 오차를 제거하기 위한 행렬이다. 제어계인  $K(\hat{f}_d(t))$ 는 다양한 선형제어 기법을 이용하여 구할 수 있다. 본 논문에서는 극배치(pole placement)기법을 적용하여 설계하였다. 우선 폐루프 시스템의 특성방정식을 다음 식(16)과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} A(s) &= \text{det}[sI - (A(\hat{f}_d) + BK(\hat{f}_d))] \\ &= s + (\hat{f}_d/M_0 - K(\hat{f}_d)/M_0) \end{aligned} \quad (16)$$

그리고 원하는 극배치에 의해 구해진 특성방정식은 다음식 (17)과 같다

$$A^*(s) = s + p \quad (17)$$

$\hat{f}_d/M_0 - K/M_0 = p$ 식을 만족하는 제어계인은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K(\hat{f}_d) = \hat{f}_d - pM_0 \quad (18)$$

결국 제어입력은  $u(t) = v, \bar{N} - v(t)K(\hat{f}_d)$ 이다.

### 2.3.3 시뮬레이션

본 논문에서 적용한 열차 시스템 사양은 표 1과 같다.

표 1 열차시스템 사양

Table 1 Train system specification

항목	사양
차량편성	8량 Tc-M1-M2-T1-T2-M1-M2-Tc
편성차량최대중량	공차:272[ton], 만차:432[ton]
최고운행속도	80[km/h]
가속도	3.0[km/h/s](정지→35[km/h])이상
감속한계	3.5[km/h/s]이상 (상용제동)
저크한계	0.8[m/s <sup>3</sup> ]이하

표 1의 설계사양은 외란이나 선로의 경사 및 곡선부가 없는 평坦선로에서 열차가 만족해야 할 시스템 설계사양으로 외란이 가해지는 조건이나 구배 및 곡선부에서는 만족하지 못 할 수 있다. 시뮬레이션은 고전제어 기법인 PI제어기법과 현대제어기법인 이득계획제어에 의한 극배치기법(GS-PP)을 제시하고 적용하였다. PI제어기에서 적용한 PI 계인은 P:300000, I:2000으로 설정하였고, 극배치 기법에서 극의 위치는 -2로 하였다. 외란  $f_d(t)$ 은  $2 \times 10^4 \sin(2\pi t)$ [Nsec/m] ( $\pm 55.5[\text{kN}] : 10[\text{km/h}]$ )를 적용하였다. 열차는 40[km/h]까지 최대 400[kN]의 토크를 갖는 것으로 하였다. 시뮬레이션시 열차의 무게는 만차432[ton]을 적용하였다. PSM1을 접했을 경우 추종해야 할 속도  $v_f=30\text{km/h}$ 로 설정하였다.

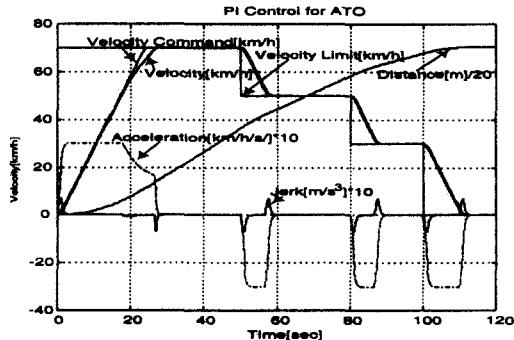


그림 7 PI제어에 의한 속도제어성능  
Fig. 7 Speed control performance of PI

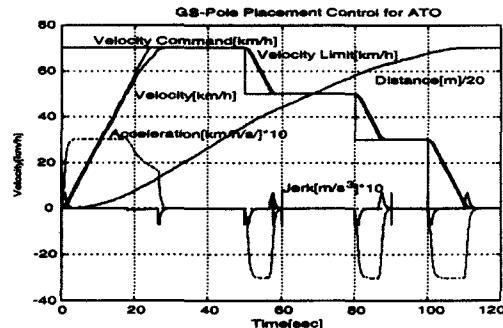


그림 8 GS-PP기법에 의한 속도제어 성능  
Fig. 8 Speed control performance of GS-PP

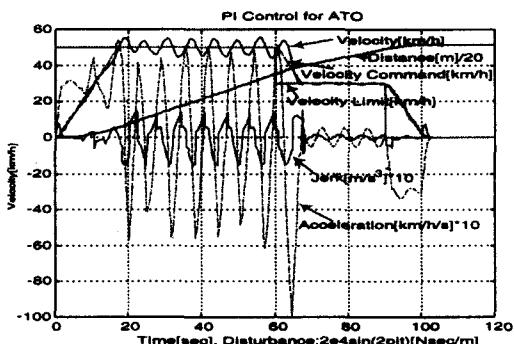


그림 9 외란적용시 PI제어성능  
Fig. 9 PI control performance of disturbance

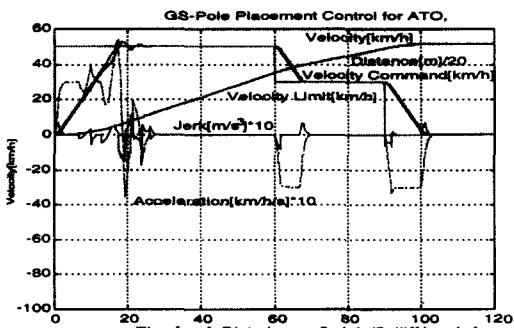


그림 10 외란적용시 GS-PP 제어성능  
Fig. 10 GS-PP control performance of disturbance

그림 7과 8은 외란이나 구배 및 곡선이 없는 상태에서 속도지령에 따른 PI제어와 GS-PP제어의 출력특성곡선으로 둘은 정상조건에서의 설계사양인 가속도, 감속한계, 저크한계를 만족하고 있다. 그림 9와 10은 외란이 가해진 상태에서의 제어특성곡선으로 PI제어에서는 속도가 심하게 출렁이고 있다. 반면 GS-PP제어에서는 외란에 적용하여 초기과도시 약간의 출렁임 외에는 속도를 잘 추종하고 있다. 저크변화상태 또한 상당히 감소됨을 볼 수 있다.

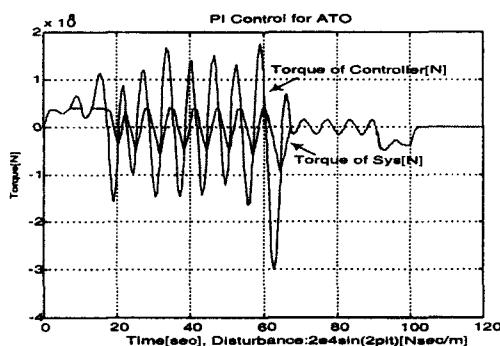


그림 11 외란적용시 PI제어 요구토크  
Fig. 11 PI control torque of disturbance

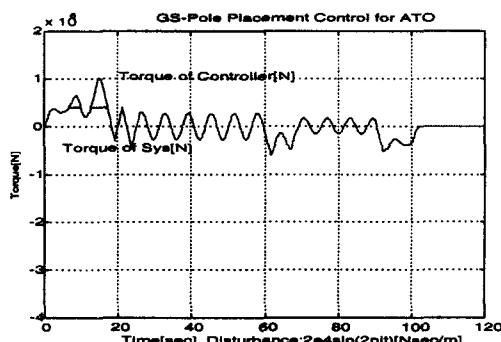


그림 12 외란적용시 GS-PP 제어 요구토크  
Fig. 12 GS-PP control Torque of disturbance

그림 11과 12는 제어기가 요구하는 토크곡선과 시스템출력 토크곡선으로 PI제어에서는 외란에 따라 그 오차가 상당히 존재하고 있고 GS-PP기법에서는 초기과도상태에서 약간 존재 후 오차를 볼 수 없다.

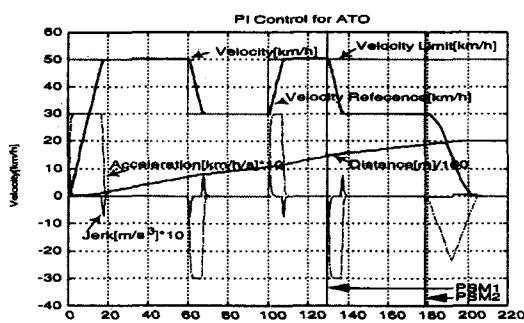


그림 13 PI 속도제어 및 정밀정차  
Fig. 13 PI Speed control and precision stop

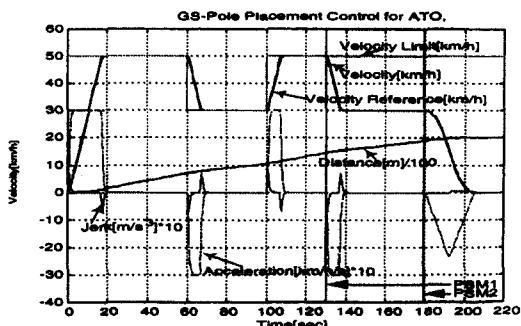


그림 14 GS-PP 속도제어 및 정밀정차  
Fig. 14 GS-PP speed control and precision stop

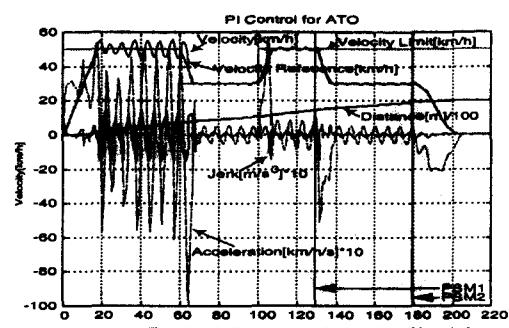


그림 15 외란적용시 PI제어 속도제어 및 정밀정차  
Fig. 15 PI speed control and precision stop of disturbance

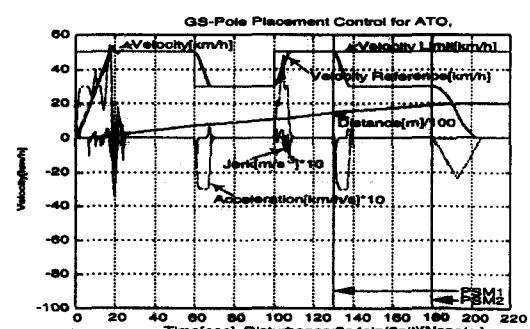


그림 16 외란적용시 GS-PP 속도제어 및 정밀정차  
Fig. 16 GS-PP speed control and precision stop of disturbance

그림 13과 14는 외란이 적용되지 않은 상태에서 속도추종 및 정밀정차를 수행한 것으로 주행거리는 2km이다. 이때 수행결과 PI제어에 의해서는 2000.0089m이고 GS-PP에 의해서는 2000.0163m로 나타났다. 그림 15와 16은 외란이 적용된 상태에서 속도추종 및 정밀 정차 수행결과이다. 그림 15에서 보듯이 PI제어는 외란에 대해 속도의 출렁임, 저크, 가감속도 등의 심한 변동을 보여주고 있으며 정차거리는 2003.11m로 정차지점 허용오차  $\pm 30\text{cm}$ 를 크게 벗어나 있다. 그림 18은 동일한 외란 조건에서 이득계획제어 극배치기법을 적용한 결과로 초기 가속구간에서만 속도와 가감속도의 출렁임이 보이고 이후에는 안정적임을 볼 수 있으며 정차거리는 1999.98로 정밀정차시 외란에 큰 영향을 받지 않았다. 동일한 조건에서

요구되는 제어입력의 RMS값에서 볼 수 있듯이 PI제어보다 GS-PP에서 보다 적은 제어입력을 요구했다. 그 결과는 표 2와 같다.

**표 2 제어성능 비교**  
Table 2 Comparison of control performance

제어 조건	정차거리(목표거리:2000m)	
	PI	GS-PP
외란 비적용	2000.0089	2000.0163
외란 적용	2003.1126	1999.9869
제어 조건	제어입력의 RMS	
	PI	GS-PP
외란 비적용	1.5340e+5	1.5246e+5
외란 적용	2.3420e+5	2.0869e+5

### 3. 결 론

본 논문에서는 열차의 성능한계와 승차감을 고려한 제한조건 하에서 열차가 목표하는 속도에 도달하기 위한 속도 profile 설계기법과 역내에 정차지점에 정밀 정차하는데 필요

한 속도 profile을 설계하는 기법을 제시하였다. 또한 미지의 주행저항을 고려하여 열차가 속도 profile을 추종하도록 하는 속도 추종제어기를 설계하였다. 시뮬레이션 결과에서 볼 수 있듯이 동일한 조건의 주행저항에 대해서 고전제어기법인 PI 제어보다 제시한 극배치 이득제어기가 목표속도추종 및 에너지 효율측면에서 우수한 성능을 보였다. 주행저항에 대한 속도추종능력의 우수성은 역내 정밀정차 및 배차시각 축소, 역간 이동시 소요시간산정 오차감소 등 열차 운행에 유리한 면을 제공할 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] 한국철도기술연구원, "자동열차운전장치 연구개발", 종합제어장치 연구개발보고서, 1998, 12
- [2] Shiu-Jer Huang 외, "Fuzzy Control of Automatic Train Operation System" International Journal of Modelling and Simulation, Vol 17, No2, 1997
- [3] An ANSALDO Affiliated Company, "PRODUCT DEVELOPMENT ENGINEERING INTERNAL TECHNICAL REPORT OTIS Automatic Train Operation INSTALLATION AND TESTING" 10/01/1998.
- [4] W.J.Rugh, "Analytical framework for gain scheduling," IEEE control systems Vol.11, No.1, pp. 79-84, 1991
- [5] Addison-Wesley "Control Tutorials for Matlab"  
<http://www.engin.umich.edu>

### 저 자 소 개



변 윤 석 (邊 尤 譲)

1967년 8월 17일 생. 1994년 2월 대전산업 대 전자공학과 졸업. 1996년 2월 충북대 대학원 졸업(석사). 1996년 ~ 현재 한국철도기술연구원 주임연구원  
Tel : 031-461-8531, Fax : 031-461-8561

E-mail : ysbun@krri.re.kr



박 현 준 (朴 懷 濬)

1957년 6월 24일 생. 1981년 홍익대 전기공학과 졸업. 1983년 동대학원 전기공학과 졸업(석사) 1986년 ~ 1991년 삼성전기(주) 정밀기기연구실, 1992년 ~ 1996년 현대중공업(주) 중앙연구소 책임연구원 1997년 ~ 현재 한국철도기술연구원 차량전기팀장



왕 종 배 (王 鍾 培)

1963년 6월 18일 생. 1986년 2월 광운대 졸업. 1994년 8월 광운대 대학원 졸업(박사) 1996년 ~ 현재 한국철도기술연구원 안전시스템 연구팀장