

포화도에 따른 다공질 매체 거동의 이론적 정식화

Theoretical Formulation of Porous Medium Behavior Depending on Degree of Saturation

박대호* · 정소찬** · 김원철***

Park, Tae Hyo · Jung, So Chan · Kim, Won Cheul

Abstract

The behavior of porous medium is modeled by linear thermoporoeastic behavior, linear poroviscoelastic behavior, poroplastic behavior, and poroviscoplastic behavior, etc. The behavior has, in general, a complicated aspect which makes a mechanical description of the problem with time. Constitutive modeling for deformation behavior of porous medium with coupling effects is needed since there is interaction between the constituents in pores with a relative velocity to each other. In this work, it is explained 3-dimensional behavior depending on degree of saturation for porous medium composed of homogeneous, isotropic materials. It is obtained the governing equations based on continuum porous mechanics. In addition, it is developed constitutive model which can be understood of behavior for porous medium which can be understood, analysed behavior of porous medium. It can be accomplished exact analysis and prediction of behavior in porous medium. The behavior for porous medium is analysed exactly, and the prediction of deformation behavior is accomplished. Consequently, it will be basis to analyze 3-dimensional behavior in municipal solid waste landfill, and the practical using of porous medium ground which are composed of nonhomogeneous, anisotropic materials can be done widely.

Keywords : Porous medium, Effective stress, Momentum balance, Mass balance

요 지

다공질 매체의 거동은 선형 열역학적 다공 탄성 거동, 선형 다공 점성-탄성 거동, 다공소성 거동, 그리고 다공 점성-소성 거동 등으로 모형화가 된다. 또한 시간에 따라 그 거동 양상이 복잡한 형태를 띤다. 다공질 매체는 간극 속의 구성물들이 서로 상대속도를 가지며 상호 작용을 하기 때문에 coupling 효과를 고려한 다공질 매체의 변형 거동에 대한 구성모델의 개발이 필수적이다. 본 논문에서는 균질하고 등방성을 가진 재료들로 이루어진 다공질 매체의 3차원적인 거동을 포화도에 따라 완전 포화시와 부분 포화시로 나누어 연속체 다공 역학의 뼈대 위에 지배방정식들을 구한다. 또한 다공질 매체의 거동을 이해하고 해석할 수 있는 구성모델을 개발할 수 있는 토대를 마련한다. 본 연구가 확장될 경우 다공질 매체의 정확한 거동 해석과 변형량 예측이 이루어질 수 있을 것이다. 특히 도시 고형화 폐기물 매립지반의 3차원적인 거동을 해석할 수 있는 기초가 마련되어 비균질하고 이방성을 가진 재료들로 이루어진 다공질 매체 지반의 활용이 활발하게 이루어 질 것으로 기대된다.

주요어 : 다공질 매체, 유효응력, 모멘트 균형, 질량 균형

* 정회원 · 한양대학교 공과대학 토목공학과 조교수

** 한양대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

*** 정회원 · 한양대학교 공과대학 토목공학과 강사

1. 서론

암반, 흙, 콘크리트 등은 다공질 매체로서 다른 고체 재료에 비해 상대적으로 많은 간극들을 가지고 있으며 이 간극 속에는 기체와 액체, 즉 유체로 부분적 또는 완전하게 포화되어 있다. 다공질 매체의 구성은 간극 속의 유체들과 뼈대로 이루어져 있으며 이들은 제각기 서로 다른 재료 특성들 때문에 외부 작용에 의해 구성물들은 서로 상대속도를 가지면서 상호 작용을 한다. 다공질 매체는 외부 작용에 의한 유체의 이동 또는 유출과 함께 뼈대의 구조적 변형 거동으로 이루어진다(Lewis and Schrefler, 1998). 다공질 매체의 거동을 해석하는 것은 오래 전부터 유전지역의 석유채굴에 의한 지반 거동이나 도시지역의 지하수 유출에 의한 지반의 침하 및 함몰 문제로 연구되어 왔다. 하지만 현재까지의 지반 거동 해석이나 지반의 침하 및 함몰 문제에 대한 연구는 1차원적이라는 한계를 가지고 있다. 흙의 변형 거동을 3차원적인 다공질 매체의 변형 거동으로 다루어야 보다 완전한 거동 해석을 할 수 있다.

유체로 포화되어 있고 뼈대의 구조적 변형 거동이 발생하는 다공질 매체의 변형 거동을 살펴보기 위해 고전적인 연속체 역학, 토질역학, 그리고 다공질 매체 역학이론이 도입된다. Biot(1941, 1956a)는 Terzaghi가 1차원적으로 다루었던 토양 압밀 이론을 발전시켜 다공질 매체의 3차원적인 거동 해석의 토대를 마련했다. 또한 Goodman and Cowin (1972)은 연속체 역학 이론을 과립구조를 가진 재료(granular material)에 적용시켰으며, Bowen (1980, 1982)은 혼합체 이론(theory of mixture)을 사용하여 다공질 매체의 압축성을 연구하였다. 뿐만 아니라 Narasimhan and Witherspoon(1978)은 많은 실험을 통해 다공질 매체가 변형될 때 동시에 발생하는 간극속의 물과 공기의 흐름을 충분히 고려한 모델을 개발하였다. 한편 Schrefler and Zhan (1993), Schrefler et al.(1990)은 토질역학 이론의 개념으로 다공질 매체 내부의 질량 보존에 대한 법칙을 정식화하고 그에 대한 상호 작용을 연구하였으며, Coussy(1995)는 Biot의 3차원적인 거동 해석에 열역학(thermodynamics)을 접목시켜 보다 구체적으로 다공질 매체의 거동을 연구하였다. 그리고 Alonso et al.(1987)은 부분적으로 포화된 토양의 역학적인 거동에 대한 많은 자료들에 대해 포괄적으로 조사하고 검토하였고, de Boer(1996)는 다공질 매체 이론에 대

하여 역사적으로 광범위하게 고찰하였다.

본 연구에서는 다공질 매체 중에서도 특히 흙에 대한 거동을 중점적으로 다룬다. 또한, 흙이 물로 완전히 포화되었을 때와 부분적으로 포화되었을 때의 두 가지 경우로 나누어 운동학적인 정식화를 유도해서 구성모델을 만든다. 흙의 거동에 대한 정확한 예측을 위해서 전응력(total stress)에 대한 개념보다는 유효응력(effective stress)에 대한 개념으로 정식화해야 한다. 그리고 구성모델은 흙입자와 간극 속의 물과 공기간의 상호 작용을 고려해야 한다. 흙입자들(solid components of the skeleton) 사이에 작용하는 힘들은 간극수압의 영향을 많이 받을 것이고 흙입자들의 변형도 유발할 것이다.

2. 이론적 배경

2.1 표 기

논문에서 아래첨자 i, j, k 와 l 은 Einstein summation 약속을 따른다. 반면에 아래첨자에 사용된 a 는 간극 속의 공기(air)를 나타내며, ω 는 간극 속의 물(water)을 나타낸다. 하지만 아래첨자에 i 와 j 가 있어서 a 와 w 를 쓸 수 없을 때는 a 와 w 를 위첨자로 표기한다. 아래첨자에 사용된 c 는 모세관(capillary)을 나타내며, f 는 다공질 매체의 유체(fluid) 부분을 나타낸다. 또한 아래 첨자에 사용된 s 는 다공질 매체의 입자(solid components) 부분을 나타내며, v 는 다공질 매체의 간극(void) 부분을 나타낸다. 아래첨자에 사용된 쉼표(,)는 편미분을 나타내며, 글자 위에 사용된 dot($\dot{\quad}$)는 상미분을 나타낸다. 마지막으로 아래첨자에 사용된 \circ 는 초기 상태를 표시하며, 부호의 첨두에 사용된 d 는 증분을 나타낸다.

2.2 기본 가정

다공질 매체는 물과 공기로 이루어진 유체와 다공질 매체 뼈대가 서로 상호작용을 하는 두 가지 연속체의 혼합물이라고 가정한다. 그리고 간극 속에는 물과 공기만이 존재한다고 가정한다. 또한 다공질 매체는 균질하고 등방성을 가진 재료들로 이루어져 있다고 가정한다. 다공질 매체 뼈대에 구조적인 변형이 일어날 때는 열역학적 평형방정식이 성립해야한다. 한편 간극 속의 공기부분의 총압력은 균일

하고 일정하며, 대기압과 같다고 가정한다. 마지막으로 다공질 매체에는 선형적인 변형 거동(deformation behavior)이 일어난다고 가정한다.

2.3 유효응력의 개념

Terzaghi(1936)는 흙에서의 유효응력에 대한 개념을 확립하였다. 그 후에 Biot(1941, 1955, 1956b, 1956c, 1962)는 Terzaghi의 유효응력을 이용하여 유체와 입자간의 상호작용에 대해 많은 연구를 한 결과 3차원적인 침하 예측과 응력에 대한 식을 유도하였고 다공질 비등방성 물체에서의 압밀에 대한 이론도 정립하였다. 본 논문에서 유효응력에 대한 개념은 Biot의 연구들과 Zienkiewicz et al.(1999)을 토대로 한다.

각 유체의 포화도는 전체 간극 체적에 대해 각 유체들의 체적이 차지하고 있는 비율이라고 정의한다. S_w 를 물의 포화도, S_a 를 공기의 포화도라 하면 물의 포화도, S_w 와 공기의 포화도, S_a 는 아래와 같이 각각 주어진다.

$$S_w = \frac{V_w}{V_v}, S_a = \frac{V_a}{V_v} \quad (1)$$

여기서, V_v 는 다공질 매체 전체의 간극체적이고, V_a 는 간극 속의 공기의 체적이며, V_w 는 간극 속의 물의 체적이다. 또한 흙의 간극 속에는 물과 공기만이 존재한다고 가정한다면 간극 체적과 포화도는 다음과 같은 관계가 각각 성립한다.

$$\begin{aligned} V_v &= V_a + V_w \\ S_w + S_a &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

또한 모세관 압력, p_c 는 간극 속의 공기압, p_a 와 간극 속의 수압, p_w 의 차이와 같다고 보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_c = p_a - p_w \quad (3)$$

실험(Narasimhan and Witherspoon, 1978; Safai and Pinder, 1979)에 의하면 모세관 압력(p_c)은 물의

포화도에 대한 함수 관계이므로 다음과 같이 표현한다.

$$p_c = f(S_w) \quad (4)$$

Whitaker(1973)가 다중 유체 흐름(multi-phase flowing fluids)을 고려할 때 평균적인 압력을 사용한 것처럼 간극 속의 수압과 공기압의 평균압력 p 는 다음과 같이 표현된다.

$$p = p_w S_w + p_a S_a \quad (5)$$

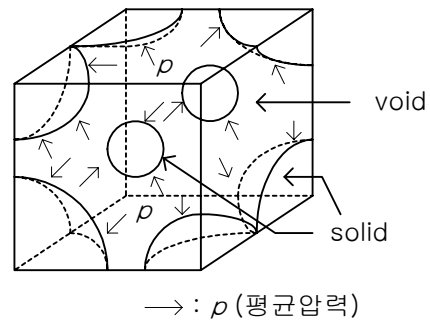


그림 1 수압과 공기압을 받는 다공질 매체

한편, 유효응력(effective stress)은 다공질 매체 입자들 사이의 접촉면을 통해 다공질 매체 뼈대에 전달되는 응력이다. 다공질 매체가 유체 정역학적 상태(hydrostatic state)로 존재할 때 다공질 매체 뼈대(solid skeleton)에서의 응력을 유효응력, σ'_{ij} 로 정의한다면 간극 속의 평균압력, p 로 인해 발생하는 유체 $\delta_{ij}p$ 정역학적 응력(hydrostatic stress)은 $\delta_{ij}p$ 가 된다. δ_{ij} 는 Kronecker delta를 나타내며 유효응력, σ'_{ij} 와 전응력, σ_{ij} 는 다음과 같은 관계가 성립한다(Terzaghi, 1936).

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \delta_{ij}p \quad (6)$$

하지만 반정도 포화된(semisaturated) 다공질 매체에서 압축응력이 존재한다면 다공질 매체는 깨질수 있으므로(Lloret et al. 1987), 식 (6)처럼 수압과 공기압의 평균압력으로 정의된 유효응력, σ'_{ij} 보다는 수정된 유효응력, σ''_{ij} 이 사용되어야 한다.

$$\begin{aligned}\sigma''_{ij} &= \sigma_{ij} + \alpha \delta_{ij} p \\ &= \sigma_{ij} + \alpha \delta_{ij} (p_w S_w + p_a S_a)\end{aligned}\quad (7)$$

여기서, α 는 흙의 체적탄성률(the bulk modulus of the soil material), k_T 와 흙입자의 체적탄성률(the bulk modulus of the solid phase), k_s 에 따른 상수로 다음과 같이 주어진다(Biot and Willis, 1957 ; Skempton, 1961 ; Zienkiewicz, 1982).

$$\alpha = 1 - \frac{k_T}{k_s} \quad (8)$$

α 의 값은 흙의 경우 $\alpha=1$ 이며, 암반이나 콘크리트의 경우 $\alpha = \frac{1}{3} \sim \frac{2}{3}$ 의 값을 가진다.

식 (7)의 유효응력은 증분의 형태로는 다음과 같이 표현된다.

$$d\sigma''_{ij} = d\sigma_{ij} + \delta_{ij} dp \quad (9)$$

또한, 이 유효응력의 증분과 다공질 매체의 변형률 증분의 관계는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$d\sigma''_{ij} = D_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^0) \quad (10)$$

여기서, D_{ijkl} 은 포화되거나 포화되지 못한 상태에 따른 변수와 그 증분에 대한 함수로 이루어진 다공질 매체의 강성 텐서이고, $d\epsilon_{kl}$ 은 변형률의 증분 텐서, $d\epsilon_{kl}^0$ 은 유효응력에 독립적인 변형률의 증분 텐서를 나타낸다.

3. 다공질 매체 거동의 지배방정식

3.1 완전 포화시의 거동

연속체역학에서 '선형모멘트의 균형 법칙' [the law (principle) of balance of linear momentum]은 'Cauchy의 운동 방정식' (Cauchy's equation of motion)으로 다음과 같이 표현된다.

$$\tau_{ji,j} + \rho f_i = \rho \frac{dz_i}{dt} \quad (11)$$

여기서, τ_{ji} 는 Cauchy의 응력 텐서 성분이며 ρ 는 연속체의 밀도이다. 그리고 f_i 는 연속체에서의 물체의 힘(body force)이며 z_i 는 연속체에서의 물체의 속도를 나타낸다 (Chandra- sekharaiyah and Debnath, 1994).

첫 번째로 흙 전체(흙입자 유체 혼합물)에 대한 모멘트 균형의 법칙(momentum balance relation for the soil-fluid mixture)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} - \rho \ddot{u}_i - \rho_f [\dot{w}_i + w_j w_{i,j}] \\ + \rho b_i = 0\end{aligned}\quad (12)$$

여기서,

$$w_{i,j} \equiv \frac{\partial w_i}{\partial x_j}$$

$$\dot{w}_i \equiv \frac{dw_i}{dt}$$

$$\rho = n\rho_f + (1 - n)\rho_s$$

이다. u_i 는 흙입자의 변위를 나타내고 w_i 는 간극 속으로 침투하는 물의 평균속도를 나타낸다. 또한 b_i 는 단위부피당 흙의 모든 요소에 작용하는 힘(body force)을 나타낸다. ρ_f 는 유체의 밀도를 의미하고 ρ_s 는 흙입자의 밀도, n 은 간극률(porosity)을 의미한다.

두 번째로 유체에 대한 모멘트 균형의 법칙(momentum balance of the fluid)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}- p_{,i} - R_i - \rho_f [\dot{w}_i + w_j w_{i,j}]/n \\ - \rho_f \ddot{u}_i + \rho_f b_i = 0\end{aligned}\quad (13)$$

여기서, 물의 침투속도, w_i 는 Darcy의 침투법칙에 따라 $w_i = k_{ij} R_j$ 로 표현된다. Darcy의 법칙에서 R_j 는 점성 흡착력(viscous drag forces)을 나타내고, k_{ij} 는 투수계수를 나타낸다. 토질역학에서의 투수계수(k')는 속도의 차원([length]/[time])이지만, 이 논문에서 투수계수(k)의 차원은 [length³][time]/ [mass] 이다. 왜냐하

면 투수계수가 측정되는 곳에서 유체의 밀도, ρ_f' 과 증력 가속도, g' 을 고려하여 $k = \frac{k'}{\rho_f' g'}$ 이기 때문이다.

마지막으로 유체의 흐름에 대한 질량 균형 방정식(mass balance equation of the flow)은 다음과 같이 나타내어진다.

$$w_{i,i} + \dot{\varepsilon}_{ii} + \frac{n\dot{p}}{k_f} + \frac{(1-n)\dot{p}}{k_s} - \frac{k_T}{k_s} \left(\dot{\varepsilon}_{ii} + \frac{\dot{p}}{k_s} \right) + n \frac{\dot{\rho}_f}{\rho_f} + \dot{s}_o = 0 \quad (14)$$

여기서 첫째 항은 흙의 단위체적당 유체흐름의 증가율을 나타내고, 두번째 항은 변형률의 변화로 인한 흙 전체 체적의 변화율을 나타낸다. 세번째 항은 유체압의 증가에 의한 간극속 유체의 체적의 변화율을 나타내고 k_f 는 유체의 체적탄성률이다. 또한 네번째 항은 유체압의 증가로 인한 흙 입자의 체적의 변화율을 의미한다. 다섯번째 항은 유효응력의 변화에 의한 흙입자 부분의 체적의 변화율을 나타내며 여섯번째 항은 유체밀도의 변화율을 나타낸다. 마지막 항은 온도변화에 의한 흙입자 부분의 체적 팽창률을 나타낸다.

$\alpha = 1 - \frac{k_T}{k_s} = 1$ 이므로 식 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w_{i,i} + \dot{\varepsilon}_{ii} + \frac{n}{k_f} \dot{p} + \frac{1-n}{k_s} \dot{p} + n \frac{\dot{\rho}_f}{\rho_f} + \dot{s}_o = 0 \quad (15)$$

식 (12), (13), (15)에 경계 조건을 적용시키고 식 (10)을 이용하면 정역학적 동역학적 조건을 고려한 응력과 변형률과의 관계를 얻을 수 있다.

3.2 부분 포화시의 거동

일반적으로 식 (12)에서 가속도에 대한 항들 $[\dot{w}_i + w_j w_{i,j}]$ 은 충분히 작기 때문에 무시할 수 있다. 따라서 식 (12)는 다음과 같이 간략한 형태로 나타낸다.

$$\sigma_{ii,j} - \rho \ddot{u}_i + \rho b_i = 0 \quad (16)$$

부분포화될 때는 완전포화될 때와 달리 다공질 매체의 밀도, ρ 는 물의 밀도, ρ_w 와 공기의 밀도, ρ_a 에 포화도를 고려해야 하므로 식 (16)에서의 다공질 매체의 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho = nS_w \rho_w + n(1-S_w)\rho_a + (1-n)\rho_s \quad (17)$$

$$S_a = 1 - S_w$$

그리고 간극 속의 공기의 평균 속도를 v_i 식(8)의 v_i 라고 한다면 물과 공기에 대한 Darcy의 법칙은 각각 다음과 같이 표기된다.

$$w_i = k_{ij}^w R_j^w \quad (18)$$

$$v_i = k_{ij}^a R_j^a$$

여기서, k_{ij}^w 는 물의 고유한 침투성(intrinsic permeability)을 나타내고, k_{ij}^a 는 공기의 고유한 침투성을 나타내는 2차 텐서(second order permeability tensor)이다. 식 (13)에서도 식 (16)과 마찬가지로 가속도에 대한 항들 $[\dot{w}_i + w_j w_{i,j}$ 와 $\ddot{u}_i]$ 은 충분히 작아지기 때문에 무시할 수 있다. 따라서 식 (13)에서 점성흡착력, R_i 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_i = -p_{,i} + \rho_f b_i \quad (19)$$

또한, 식 (5)에서 $p = p_w S_w + p_a (1 - S_w)$ 로 표현된 것을 물의 포화도, S_w 에 대한 항으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p = p_w S_w + p_a (1 - S_w) \quad (20)$$

첫 번째로 물과 공기 부분에 대한 각각의 선형 모멘트 균형의 법칙(linear momentum balance equation for each fluid phase)은 식 (19)의 점성흡착력, R_i 를 식 (18)에 대입하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

두 번째로 물에 대한 질량 균형 방정식(mass balance equation for water)은 유체의 흐름에 대한 경우인 식 (15)와 같은 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 & w_{i,i} + S_w \dot{\epsilon}_{ii} + S_w \frac{n}{k_w} \dot{p} \\
 & + \frac{1-n}{k_s} S_w \dot{p} + n S_w \\
 & + n S_w \frac{\dot{p}_w}{\rho_w} + \dot{s}_o = 0
 \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, 첫째 항은 흙의 단위체적당 물의 흐름의 증가율을 나타내고, 두번째 항은 변형률의 변화로 인한 물의 체적의 변화율을 나타낸다. 세번째 항은 유체압의 증가에 의한 간극속 유체의 체적의 변화율을 나타내고 k_w 는 물의 체적탄성률이다. 또한 네번째 항은 유체압의 증가와 유효응력의 변화로 인한 흙입자의 체적의 변화율을 의미한다. 다섯번째 항은 포화도의 변화율을 나타내며, 여섯번째 항은 유체밀도의 변화율이다. 마지막 항은 온도변화로 인한 흙입자 부분의 체적팽창률을 나타낸다.

마지막으로 공기에 대한 질량 균형 방정식(mass balance equation for air)도 물에 대한 경우인 식 (22)와 같은 형태로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 & v_{i,i} + S_a \dot{\epsilon}_{ii} + S_a \frac{n}{k_a} \dot{p} \\
 & + \frac{1-n}{k_s} S_a \dot{p} + n S_a \\
 & + n S_a \frac{\dot{p}_a}{\rho_a} + \dot{s}_o = 0
 \end{aligned} \quad (23)$$

첫째 항은 흙의 단위체적당 공기의 흐름의 증가율을 나타내고, 두번째 항은 변형률의 변화로 인한 공기의 체적의 변화율을 나타낸다. 세번째 항은 유체압의 증가에 의한 간극속 공기의 체적의 변화율을 나타내고 k_a 공기의 체적탄성률이다. 또한 네번째 항은 유체압의 증가와 유효응력의 변화로 인한 흙입자의 체적의 변화율을 의미한다. 다섯번째 항은 포화도의 변화율을 나타내며, 여섯번째 항은 유체밀도의 변화율이다. 마지막 항은 온도변화로 인한 흙입자 부분의 체적팽창률을 나타낸다.

식 (21), (22), (23)에 경계 조건을 적용시키고 식

(10)을 이용하면 정역학적 동역학적 조건을 고려한 응력과 변형률과의 관계를 얻을 수 있다.

4. 결론

이 논문에서는 균질하고 등방성을 가진 다공질 매체에 선형적인 변형 거동이 발생한다고 가정하였다. 그리고 포화도에 따라 완전 포화시와 부분 포화시의 두 가지 경우로 나누어 연속체 다공 역학의 뼈대 위에 지배방정식(governing equations)들을 구했다. 또한 변형 거동을 나타낼 수 있는 구성모델의 토대가 되는 지배방정식들을 구했다. 차후 논문에서는 경계 조건들과 초기 조건들을 적용시키고 열역학(thermodynamics)과 혼합체 이론(theory of mixtures)을 접목시켜(Voyiadjis and Abu-Farsakh, 1997), 본 논문에서 나온 식들을 보다 발전시켜나갈 것이다.

본 연구의 궁극적인 목표는 유한 요소법을 적용하여 다공질 매체의 생물-화학-열-역학적인 거동(bio-chemo-thermo-mechanics behavior)에 대한 구성모델을 만드는 데 기초가 되는 것이다. 다공질 매체의 변형 거동을 정확히 해석하고 예측할 수 있기 위해서는 coupling 효과를 고려한 3차원적인 구성모델의 개발이 필수적이다. 다공질 매체의 대변형 거동을 해석한 구성모델은 도시 고형화 폐기물 매립지반과 같이 비균질하고(non-homogeneous) 이방성을 가진(anisotropic) 재료들로 이루어진 다공질 매체의 정확한 거동 해석과 변형량 예측이 가능하다.

(접수일자 : 2001. 8. 6.)

참 고 문 헌

- 1 Alonso, E E , Gens, A and Hight, D W (1987), "Special problem soils : General report," in Proceedings, 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Balkema, Rotterdam, Netherlands, 3, pp 1087~1146
- 2 Biot, M A (1941), "General theory of three dimensional consolidation," Journal of Applied Physics, 12, pp 155~164
- 3 Biot, M A (1955), "Theory of elasticity and consolidation for porous anisotropic solid," Journal of Applied Physics, 26, pp 182~185
- 4 Biot, M A (1956a), "General solution of the equation of elasticity and consolidation for a porous material," Journal of Applied Mechanics, 23, pp 91~96
- 5 Biot, M A (1956b), "Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, part I low frequency range," Journal of the Acoustical Society of America, 28, No 2, pp 168~178
- 6 Biot, M A (1956c), "Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, part II higher frequency range," Journal of the Acoustical Society of America, 28, No 2, pp 179~191
- 7 Biot, M A and Willis, P G (1957), "The elastic coefficients of the theory of consolidation," Journal of Applied Mechanics, 24, pp 594~601
- 8 Biot, M A (1962), "Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media," Journal of Applied Physics, 33, No 4, pp 1482~1498
- 9 Bowen, R M (1980), "Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures," International Journal of Engineering Science, 18, pp 1129~1148
- 10 Bowen, R M (1982), "Compressible porous media models by use of the theory of mixtures," International Journal of Engineering Science, 20, pp 697~735
- 11 Chandrasekharaiah, D S and Debnath, L (1994), "Continuum mechanics," Academic Press, San Diego, CA
- 12 Coussy, O (1995), "Mechanics of porous continua," Wiley, Chichester, England
- 13 de Boer, R (1996), "Highlights in the historical development of the porous media theory," Applied Mechanics Reviews, 49, pp 201~262
- 14 Goodman, M A and Cowin, S C (1972), "A continuum theory for granular materials," Archives for Rational Mechanics and Analysis, 44, pp 249~266
- 15 Lewis, R W and Schrefler, B A (1998), "The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media," Wiley, Chichester, England
- 16 Lloret A and Alonso E E (1980), "Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour," Géotechnique, 30, pp 449~477
- 17 Lloret, A , Gens, A , Batlle, F and Alonso, E E (1987), "Flow and deformation analysis of partially saturated soils," in Groundwater Effects in Geotechnical Engineering, edited by Hanrahan, E T , Orr, T L L and Widdis, T F , Balkema, Rotterdam, Netherlands, pp 565~568
- 18 Narasimhan, T N and Witherspoon, P A (1978), "Numerical model for saturated unsaturated flow in deformable porous media, 3 Applications," Water Resources Research, 14, pp 1017~1034
- 19 Neuman, S P (1975), "Galerkin approach to saturated unsaturated flow in porous media in finite elements in fluids," Wiley, London
- 20 Safai, N M and Pinder G F (1979), "Vertical and horizontal land deformation in a desaturating porous medium," Advances in Water Resources, 2, pp 19~25
- 21 Schrefler, B A , Simoni, L , Li, X and Zienkiewicz, O C (1990), "Mechanics of partially saturated porous media," in Numerical Methods and Constitutive Modelling in Geomechanics, CSIM Courses and Lect Ser , vol 311, edited by Desai, C S and Giuda, G , Springer Verlag, New York, pp 169~209
- 22 Schrefler, B A and Zhan, X Y (1993), "A fully coupled model for water flow and airflow in deformable porous media," Water Resources Research, 29, No 1, pp 155~167

- 23 Skempton, A W (1961), "Effective stress in soils, concrete and rocks," in Pore Pressure and Suction in Soil, Butterworth, Stoneham, Mass , pp 4~16
- 24 Terzaghi, K (1936), "The shearing resistance of saturated soils," in Proceedings, First International Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1. pp 54~56
- 25 Voyiadjis, G Z and Abu Farsakh, M Y (1997), "Coupled theory of mixtures for clayey soils," Computers and Geotechnics, 20, No 3 4, pp 195~222
- 26 Whitaker, S (1973), "The transport equations for multiphase systems," Chemical Engineering Science, 28, pp 139~147
- 27 Zienkiewicz, O C (1982), "Basic formulation of static and dynamic behavior of soil and other porous media," in Numerical Methods in Geomechanics, edited by Martins, J B and Reidel, D , Norwell, Mass , pp 39~57
- 28 Zienkiewicz, O C , Chan, A H C , Pastor, M , Schrefler, B A and Shiomi, T (1999), "Computational geomechanics with special reference to earthquake engineerng," Wiley, Chichester, England