

고 고도에서의 화학적 변화를 수반하는 기체 유동에 대한 수치해석적 연구

A numerical study on the chemically reacting flow at highly
altitude

이진호*
Jin-Ho Lee,

김현우**
Hyun-Woo Kim,

원성연***
Sung-Yeun, Won

ABSTRACT

In this paper the upwind flux difference splitting Navier-Stokes method has been applied to study quasi one-dimensional nozzle flow and axisymmetric sphere-cone(5°) flow for the perfect gas, the equilibrium and the nonequilibrium chemically reacting hypersonic flow.

The effective gamma($\tilde{\gamma}$), enthalpy to internal energy ratio was used to couple chemistry with the fluid mechanics for equilibrium chemically reacting air. The influences of the various altitude(30Km, 50Km) at Mach number(15.0, 20.0) were investigated. The equilibrium shock position was located farthest downstream when compared with those of perfect gas in a quasi one-dimensional nozzle. The equilibrium shock thickness over the blunt body region was much thinner than that of perfect gas shock.

주요기술용어 : hypersonic flow(극초음속 유동), perfect gas(이상기체), altitude(고도), Mach number(마하수)

1. 서론

오늘날 일부국가를 제외한 대부분의 국가들은 국가 방위를 위하여 핵무기보다 유도미사일개발에 더 많은 연구와 투자를 하고 있다. 그 대표적인 예가 미국의 국가미사일방어체계 구축이다. 따라서 우리도 이 분야

에 대한 좀더 많은 연구를 해야할 것으로 판단된다. 특히 이들 무기체계에 사용되는 비행체 대부분은 초음속 또는 극초음속 비행과 정밀타격이 가능해야 제 기능을 발휘할 수 있다. 이들 분야 중 하나가 NASP (National Aerospace Plane), AOTV(Aeroassisted Orbital Transfer Vehicle)와 같은 극초음속 비행체이다. 이러한 비행체에 있어서의 설계 및 제작에 필요한 경비절감이나 안전성을 위하여는 유동에 큰 인자로 작용하는 상태량(압력, 온도, 밀도 등)을 정확히 예측해야만 한다. 이러한 비행체가 고고도에서 고속도로

* 육군3사관학교 기계공학과 부교수

** 안동정보대학 기계과 조교수

*** 안동과학대학 자동차과 겸임교수

날아갈 때 주위에 일어나는 충격파의 현상은 비행체의 양력, 항력 그리고 피칭(pitching)모멘트에 많은 영향을 미치게 된다. 그러나 극초음속 비행시 일어나는 공기 역학적 현상을 실험실에서 모의 실험하기는 불가능하거나 매우 어려운 실정이다.

높은 고도에서 비행체가 초음속/극초음속으로 비행할 때 큰 운동에너지가 비행체 부근에서 기체의 내부 에너지로 변환하여 유동장내에서 높은 온도로 가열되어 기체분자 진동에너지의 여기, 공기의 분자 해리 및 이온화 현상으로 인해 유동장내에 존재하는 분자구성비 및 물질적 특성에 큰 영향을 미치고있다. 이를 실험적인 방법으로 해석할 시 그 해석에 막대한 비용, 시간 및 노력이 필요하므로 초기 설계단계에서 효율적으로 사용할 수 있는 공학적인 도구가 필요하다. 따라서 전산유체공학적인 접근은 우주 비행체/turbine엔진의 노즐, 내연기관의 연소유동의 해석을 효율적이며 저렴한 비용, 적은 시간 및 노력으로 할 수 있으므로 초기원형(prototype)을 제작하기 이전의 초기설계 및 개발에 매우 중요하다.

압축성, 점성 완전 Navier-Stokes 방정식을 푸는 수치적 이산화 방식은 크게 비점성 플러스항을 중앙차분법을 사용하여 계산하는 Beam-Warming⁽¹⁾ 근사 인수분해 (Approximate Factorization) 방식과 유동의 특성에 따라 전방 혹은 후방 차분법을 사용하는 풍상차분법으로 나눌 수 있다.

여러 극초음속 비행체(AOTV, Waverider, Space Shuttle 등)가 고고도에서 비행할때 주위의 희박류 및 극초음속 비행속도 때문에 연속유체와 자유분자운동 사이의 천이영역을 비행하게 된다. 이 영역에서 화학반응이 국지적인 순간적 조건에 적응하는 시간이 유체유동의 비행 특성 시간보다 길어지거나, 같은 차수일 경우에는 공기유동이 화학적/열적 비평

형(nonequilibrium) 상태에 놓이게 된다. 그러나 적응 시간이 비행특성 시간보다 매우 짧은 경우 공기유동은 화학적/열적 평형(equilibrium) 상태에 놓이게 된다. 이러한 상태에서는 화학적 상태량, species분포들이 순간적인 유동조건에 적응하여 화학반응이 무한히 빠르게 일어나게 된다. 이러한 공정은 공기의 해리와 이온화 화학반응에서 일어날 수 있고 또한 원자 및 분자의 여러 모드사이의 에너지교환 (병진운동, 회전운동, 진동운동 및 전자여기) 에서도 일어날 수 있다. 유동이 국지적 조건에 적응하는 것은 원자, 분자, 이온 및 전자간의 상호충돌에 의하여 이루어지며 높은 고도에 의한 희박류 및 극초음속 비행속도에 의하여 분자간의 충돌이 충분하여 화학적 혹은 열적 평형이 이루어지는 경우가 많다. 이로 인하여 공기를 열량적 완전기체로 가정할 수 없게 된다. 이와같은 현상 때문에 고온기체는 화학적으로 반응을 일으키며, 비열비(γ)는 1.4가 아니며 일정한 값을 가지지 않는다. 고온 상태에서 기체가 열량적 완전기체의 범위를 벗어나는 것은 기체분자의 내부에너지가 온도에 비선형적으로 여기되어서 열적 완전기체이나 화학반응에 의해 기체를 구성하는 화학성분의 종류와 양이 변하기 때문에 열량적으로 완전하지 않게 된다.

본 연구에서는 극초음속 유사 일차원 확대 노즐 내 유동을 마하수 15, 20조건에서 완전기체, 화학적 평형 기체유동과 화학적 비평형 기체유동의 결과를 서로 비교하고, 또한 극초음속 축대칭(sphere-cone(5°)) 무단물체 주위의 완전기체의 경우 및 화학적 평형기체 유동을 비교적 평형상태에 가깝고 낮은 고도(30km, 50km)에서 마하수 15와 20의 비행조건에 대해 연구하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 풍상차분법

2-D, 압축성, 점성유체를 Navier-Stokes 방정식의 유한 차분 형태로 일반 곡면 좌표계에서 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta_t q + \Delta_x F + \Delta_y G &= \delta_t q + \overline{\xi_x} \Delta F \\ &+ \overline{\eta_x} \Delta F + \overline{\xi_y} \Delta G + \overline{\eta_y} \Delta G \\ &= \overline{\xi_x} \Delta F_v + \overline{\eta_x} \Delta F_v \\ &+ \overline{\xi_y} \Delta G_v + \overline{\eta_y} \Delta G_v \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 비점성 플럭스 F, G, 점성 플럭스 F_v, G_v 와 보존변수 q는 각각

$$\begin{aligned} F &= (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(\varepsilon + p))^T, \\ G &= (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(\varepsilon + p))^T, \\ F_v &= (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - kT_x)^T, \\ G_v &= (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - kT_y)^T, \\ q &= (\rho, \rho u, \rho v, \varepsilon)^T \end{aligned} \quad (2)$$

가 된다. 그리고 총 에너지

$\varepsilon = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2)$ 이며, 체적 내부에너지 P는 압력 p 대신에 $p/(\gamma - 1)$ 로 사용되고 있다. 풍상차분법에 있어서 비점성플럭스항 $\Delta_x F$ 는 상사변환(similarity transformation)을 이용하여 다음과 같이 여러 형태로 쓰일 수 있다.

$$\partial_x F = A \partial_x q = \overline{M T \Lambda T^{-1} M^{-1}} \partial_x q \quad (3. a)$$

$$= \overline{M T \Lambda T^{-1}} \partial_x \tilde{q} = \overline{M A'} \partial_x \tilde{q} \quad (3. b)$$

$$= \overline{M T \Lambda} \partial_x \tilde{q} \quad (3. c)$$

여기서 $A' = T \Lambda T^{-1}$, $q =$ 보존변수, $\tilde{q} =$ 원시변수, $\tilde{q} =$ 특성 변수, 대각행렬 Λ 는 실수의 고유치인 $(u, u, u+c, u-c)$ 를 그 원소로 갖고있다. 변수 q, \tilde{q}, \tilde{q} 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\partial \tilde{q} = \overline{M^{-1}} \partial q, \quad \partial \tilde{q} = \overline{T^{-1}} \partial \tilde{q}.$$

\overline{M} 행렬은 원시변수 \tilde{q} 를 보존변수 q 로 변환시켜 준다.

$$\Delta q = \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \Delta \rho u \\ \Delta \rho v \\ \Delta \varepsilon \end{bmatrix} = \overline{M} \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \overline{\rho} \Delta u \\ \overline{\rho} \Delta v \\ \Delta e \end{bmatrix} = \overline{M} \Delta \tilde{q} \quad (4)$$

여기서 \overline{M} 행렬은 다음과 같다.

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{u} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{u}{v} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2}) & \overline{u} & \overline{v} & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (3. b)를 이용하여 $\overline{A'} \Delta_\xi \tilde{q}$ 는 비점성 플럭스인 $\Delta_\xi F$ 의 값을 이용하여 다음과 같은 방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\Delta_\xi F = \overline{M} \frac{\overline{A'} \Delta_\xi \tilde{q}}{\text{미지수}} \quad (6)$$

그리고

$$\overline{A'} \Delta_\xi \tilde{q} = \overline{M^{-1}} \Delta_\xi q \quad (7)$$

(7)식으로부터 $\overline{M^{-1}}$ 을 구하면 비점성 플럭스항을 알고 있는 변수로 표시할 수 있다.

다음 단계는 원시변수로부터 특성변수로 바뀌는 전환이며 이는 다음 식으로부터 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{T^{-1}}(\overline{A}' \Delta \tilde{q}) &\cong \overline{T^{-1}}(\overline{TA} \overline{T^{-1}}) \Delta \tilde{q} \\ &= \overline{\Lambda} \overline{T^{-1}} \Delta \tilde{q} = \overline{\Lambda} \Delta \tilde{q} \end{aligned} \quad (8)$$

$\overline{T^{-1}}$ 행렬은 원시변수를 특성변수로 바뀌는 행렬이며 밀도와 압력과 마하수를 대수(logarithm) 차분형태로 바꾸어 주는 자연 scaling을 사용한다.

(8)식으로 부터 고유치를 대략 구해보면,

$$\overline{\Lambda} = \begin{bmatrix} \overline{W} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{W} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{W} + \overline{\xi C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{W} - \overline{\xi C} \end{bmatrix}$$

이 된다. 여기서 $\overline{C} = (\overline{\gamma P} / \overline{\rho})^{1/2}$ 대각행렬 진리합수를 사용하여 Jacobian 행렬의 고유치의 부호에 따라 ΔF 를 ΔF^+ 와 ΔF^- 로 나누는 과정은 식(3. a)를 사용하면 다음과 같다.

$$D^+ = \frac{1}{2} \left[-\frac{A}{|A|} + 1 \right],$$

$$D^- = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{A}{|A|} \right]$$

$$D^+ + D^- = I, \quad \Delta F^+ + \Delta F^- = \Delta F$$

$$\begin{aligned} \Delta F &= \overline{MA}' \Delta \tilde{q} = \overline{M}(\overline{TI} \overline{T^{-1}}) \overline{A}' \Delta \tilde{q} \\ &= \overline{MT}(D^+ + D^-) \overline{T^{-1}} \overline{A}' \Delta \tilde{q} \\ &= \Delta F^+ + \Delta F^- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta F^+ &= \overline{MT} D^+ \overline{T^{-1}} \overline{A}' \Delta \tilde{q} \\ \Delta F^- &= \overline{MT} D^- \overline{T^{-1}} \overline{A}' \Delta \tilde{q} \end{aligned} \quad (9)$$

식(7)과 같이 flux difference splitting 을 보존변수 q 를 이용하여 표시함으로써 실질적인 유도는 끝이 난다. 위와 같은 변환으로 우리는 CSCM flux difference splitting 방법을 Roe의 보존 형태로 나타낼 수가 있다.

$$\begin{aligned} \Delta F^+ &= \overline{MT} D^+ \overline{T^{-1}} \overline{M}^{-1} \Delta q = \widehat{A}^+ \Delta q \\ \Delta F^- &= \overline{MT} D^- \overline{T^{-1}} \overline{M}^{-1} \Delta q = \widehat{A}^- \Delta q \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 수치적 이산화

풍상차분법을 이용하여 일반적인 j번째 내부 점의 유한차분 방정식을 기술하면,

$$\begin{aligned} &(I + \widehat{A}^+ \nabla_{\xi} + \widehat{A}^- \Delta_{\xi} + \widehat{B}^+ \nabla_{\eta} + \widehat{B}^- \Delta_{\eta}) \\ \delta q_{i,j} &= -\widehat{A}^+ \Delta_{\xi} q_{i-1,j} - \widehat{A}^- \Delta_{\xi} q_{i,j} \\ &\quad - \widehat{B}^+ \Delta_{\eta} q_{i,j-1} - \widehat{B}^- \Delta_{\eta} q_{i,j} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 Δ 와 ∇ 는 전방 및 후방공간 차분 기호이다. 내재적인 왼쪽 항을 근사 인수분해한 후 Lombard등⁽²⁾이 이용한 대각지배 ADI방식 혹은 Douglass-Gunn⁽³⁾의 근사 인수분해를 도입하면 식 (11)은 다음과 같이 쓰여 질 수 있다.

$$\begin{aligned} &(-\widehat{A}^+, D, \widehat{A}^-)(-\widehat{B}^+, I, \widehat{B}^-) \delta q_{i,j} \\ &\cong (-\widehat{A}^+, D, \widehat{A}^-) D^{-1} (-\widehat{B}^+, D, \widehat{B}^-) \delta q_{i,j} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $D = I + \widehat{A}^+ - \widehat{A}^- + \widehat{B}^+ - \widehat{B}^-$

식 (12)는 ξ 방향과 η 방향으로 순차적으로 block tridiagonal 형태를 교대로 풀어서 $\delta q_{i,j}$ 를 구하면 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} (-\widetilde{A}^+, D, \widetilde{A}^-)\delta q_{i,j}^* &= RHS \\ (-\widetilde{B}^+, D, \widetilde{B}^-)\delta q_{i,j}^* &= D\delta q_{i,j}^* \end{aligned} \quad (13)$$

그러므로 새로운 해는 다음과 같이 update되며

$$q_{i,j}^{n+1} = q_{i,j}^n + \delta q_{i,j}$$

최종해는 RMS(root mean square)에러가 초기치로부터 5 ~ 6 차수 이하로 떨어질때에 수렴한 것으로 하였다.

2.3 경계 조건 및 격자계

경계면에서 완전결합(fully coupled)된 내재적 근사 방법은 Lombard 등[2]의 특성 경계방정식에 의해 구할 수가 있으며 보조 경계방정식을 보존변수나 원시 변수로써 나타낼 수가 있다. 유사 일차원 유동의 경우에 입구 경계조건으로는 초음속일 때 일정한 entropy, total enthalpy와 입구에서의 유동 속도 등 3개의 물리적 경계조건이 사용되며 아음속일 때에는 1개의 수치적 경계조건과 2개의 물리적 경계조건들이 사용된다. 수치적 경계조건은 유동장 내부의 이산화 과정에서 내부적으로 외삽형태로 주어지므로 실제적으로 물리적인 경계조건만이 필요하게 된다. 2차원 극초음속 비점성 유동에 대한 경계조건은 정체점 유선을 따라 대칭면에서는 대칭경계조건을 벽면에서는 slip velocity 경계조건을 사용하였고 온도에 대한 경계조건으로는 단열조건을 사용하였다. 점성유동의 경우에는 대칭면에서는 대칭경계조건과 벽면에서는 점착(no slip velocity) 경계조건을 사용하였고 온도에 대한 경계조건으로는 벽면에서 등온(constant wall temperature) 조건을 사용하였다.

격자계 구성은 완전기체와 평형기체 유동의 비교를

위해 유사 1차원 노즐유동에서의 격자점은 Δx 를 0.2로 일정하게 하여 51개로 구성하였고, 축대칭 무단물체 주위의 유동에서는 transfinite interpolation을 사용한 대수적 격자생성방법을 사용하여 36×30 격자계를 구성하였다.

3. 화학적 평형유동장 해석

열적 완전기체(thermally perfect gas)이며 열량적으로 불완전기체(calorically imperfect gas)인 경우에 C_p 와 C_v 는 기체분자 진동에너지의 여가와 원자 분자내 전자의 운동에 의한 전자에너지로 인한 온도의 함수이며, 엔탈피와 내부에너지 또한 온도만의 함수이다. 상태방정식은 Dalton의 법칙인 $p = \rho R_u \sqrt{MT}$ 를 적용할 수 있다. 압력은 Saladino 등⁽⁴⁾과 같이 다음과 같은 수정된 비열비(엔탈피- 내부에너지 비)를 포함하는 기체상태방정식을 이용한다 :

$$p = (\tilde{\gamma} - 1) [\epsilon - \rho(u^2 + v^2)/2]$$

극초음속 유동에서는 기체분자 진동에너지의 여기, 분자들의 해리, 재결합으로 인한 화학반응 및 이온화 현상이 정체점 근방의 고온영역에서 발생하므로, 비열 C_p, C_v , 비열비($\gamma = C_p/C_v$)는 온도의 함수가 된다. 공기의 경우 800K 이상에서 이러한 효과가 나타나기 시작하며 압력이 1기압에서 온도가 2000K에 이르면 O_2 의 해리가 시작되고 4000K일때 O_2 의 해리가 끝나며, 산소의 대부분은 산소원자로 해리가 된다. 그리고 4000K에서 N_2 가 해리되기 시작하며 9000K에서 해리가 완전히 끝나며, 한편 NO도 비교적 낮은 온도에서 NO^+ 로 이온화된다.

평형상태하의 species의 분포는 질량작용의 법칙(law of mass action)을 여러 화학반응식에 적용시 다음과 같이 구하였다.

$$\prod_s (n_s)^{\nu_s} = K_{c,r}(T) / \rho^{\sum \nu_s} \quad (14)$$

여기서 $K_{c,r}(T)$ 은 반응식 r 의 평형상수이며, $n_s = C_s/M_s$ mole-mass비이다. O, O_2, N, N_2, NO, NO^+ 및 e^- 등 7개의 species분포는 4개의 화학반응식, 2개의 산소 및 질소 원자 보존방정식과 1개의 NO^+ 와 e^- 의 전하의 중성식(electron charge neutrality)으로부터 구하였다.

본 연구에서는 Srinivasan 등⁽⁵⁾의 curvefit 관계식을 사용하여 공기의 평형 물질특성인 비열비(effective γ : 엔탈피-내부에너지 비)를 보정하여 사용하였다.

4. 화학적 비평형 유동장 해석

극초음속 유동에서의 기체분자 진동에너지의 여기, 분자들의 해리, 재결합으로 인해 발생하는 화학반응 및 이온화 현상으로 흡열 및 발열 화학반응 현상들에 의하여 충격파층내의 엔탈피 분포가 변화하게 되고, 이 변화에 의하여 유동장내의 압력, 온도 및 species 구배의 변화에 의한 열전달 혹은 점성 표면마찰력(viscous skin friction)의 변화를 초래하게 한다. 이러한 변화는 고도가 높아질수록, 비행속도가 빨라질수록 커지며, 극초음속 지구권 재돌입 혹은 대기권 비행시 제어에 커다란 영향을 미칠 수 있으므로(예를 들면 space shuttle이 지구권 재돌입 비행시 pitching 모우먼트가 10% 가량 완전기체를 사용하여 예측한 것 보다 차이가 나서 이를 규명해 본 결과 완전기체

가정이 열역학적으로 실제 극초음속 유동에서 맞지 않음을 발견) 이 화학적 평형, 비평형 상태의 고려는 매우 필요하다. 이러한 유동장 지배방정식에 화학적 species 보존방정식을 결합하는 방법은 기존 완전기체 구성식에 species방정식을 추가함으로써 행해질 수 있다. 즉 기존 jacobian 행렬에 (NS-1)개의 species방정식을 결합함으로써 이루어질 수 있다.

고고도, 극초음속 비행을 할 때, 높은 운동에너지의 열에너지로 변환함에 따라 유동장내의 분자 및 이온들이 상호충돌에 의한 화학적 반응을 일으키게 되며, 이 화학반응에 의하여 새로운 species가 생기기도 하며 소멸되기도 한다. 이러한 변화는 다음과 같은 화학방정식에 따라 일어나게 된다.

$$\sum_{i=1}^{NS} a_{i,r} X_i \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{NS} \beta_{i,r} X_i \quad (15)$$

여기서 $a_{i,r}$ 과 $\beta_{i,r}$ 은 반응계수(stoichiometric coefficient)이고 X_i 는 반응, 혹은 생성되는 species를 나타낸다. 화학반응에 의해 생기는 화학종(chemical species)은 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{w}_i = \frac{d\rho_i}{dt} = M_i \sum_{r=1}^{NS} (\beta_{i,r} - a_{i,r}) \quad (16)$$

$$[k_{f,r} \prod_{j=1}^{NS} (\frac{\rho_j}{M_j})^{a_{j,r}} - k_{b,r} \prod_{j=1}^{NS} (\frac{\rho_j}{M_j})^{\beta_{j,r}}]$$

ρ_i = species i 의 밀도

M_j = species j 의 분자량

여기서 k_f, k_b 은 각각 전방 및 후방 반응률계수(reaction rate coefficient)를 나타낸다. 그리고 전, 후방 반응계수 k_f, k_b 는 다음과 같은 일반 Arrhenius 형태로 표시될 수 있다.

[표 1] Blottner등의 7 species-18 reaction 화학반응계

○ 고려된 species : $O_2, N_2, NO, O, NO^+, N, e^-$	
○ 화학반응식 :	
1. $O_2 + O_2 = 2O + O_2$	2. $O_2 + N_2 = 2O + N_2$
3. $O_2 + NO = 2O + NO$	4. $O_2 + O = 2O + O$
5. $O_2 + N = 2O + N$	6. $N_2 + O_2 = 2N + O_2$
7. $N_2 + N_2 = 2N + N_2$	8. $N_2 + NO = 2N + NO$
9. $N_2 + O = 2N + O$	10. $N_2 + N = 2N + N$
11. $NO + O_2 = N + O + O_2$	12. $NO + N_2 = N + O + N_2$
13. $NO + NO = N + O + NO$	14. $NO + O = N + O + O$
15. $NO + N = N + O + N$	16. $NO + O = O_2 + N$
17. $N_2 + O = NO + N$	18. $N + O = NO^+ + e^-$

$$k = CT^\eta e^{-E_d/TR_0} \quad (17)$$

본 연구에서는 표 1에 있는바와 같이 Blottner등 (1971)의 7 species - 18 reaction equations 모델을 사용하여 공기의 화학반응현상을 묘사하였다.

5. 결과 및 고찰

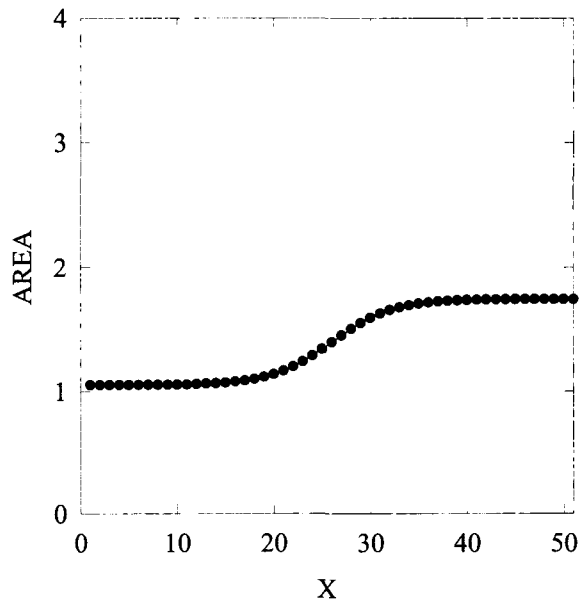
5.1 유사 일차원 노즐유동

극초음속 유동해석을 위해 유사일차원 확대노즐 (divergent nozzle, 그림 1)에 대해 비행조건으로는 우주 비행체의 우주비행에서 전형적으로 강한 충격파가 발생하는 고도인 30km, 40km 그리고 50km(표 2)에 적용하였다.

그림 2a와 2b는 완전기체 코드의 정확성을 검증하기 위하여 NACA-1135와 Hoffmann⁽³¹⁾이 계산한 결

[표 2] Test Cases Freestream Condition

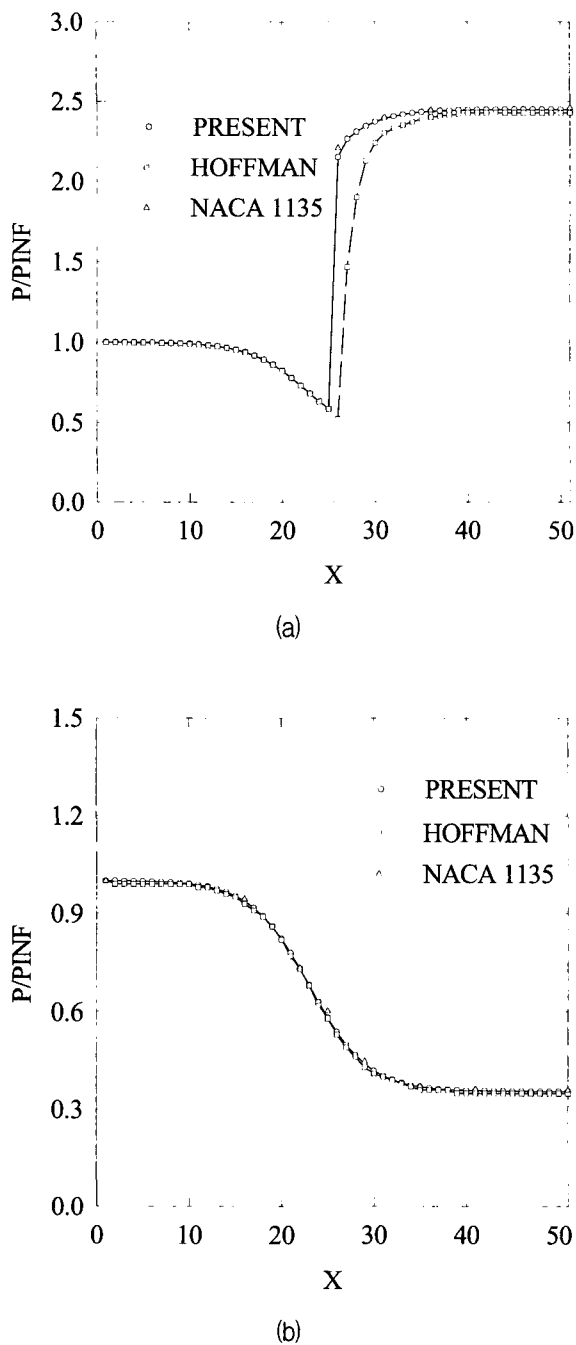
고도(km)	압력(Pa)	밀도(kg/m ³)	온도(K)
30	1190.45	1.83×10^{-2}	227.4
40	286.98	3.98×10^{-3}	251.0
50	79.74	1.14×10^{-3}	269.9
70	4.5	8.756×10^{-5}	217.8



[그림 1] The test case diverging nozzle geometry

과와 동일한 조건하에서 단면적이 $S(x) = 1.398 + 0.347 \tanh(0.8x - 4)$ 인 유사 일차원 확대노즐내의 해를 구하여 비교한 그림이다. 격자점은 Δx 를 0.2로 일정하게 하여 51개로 구성하였다.

그림 2a는 초음속 입구 ($M_\infty = 1.5, p = 1000 \text{ lb/ft}^2, \rho = 0.00237 \text{ slugs/ft}^3$)와 아음속 출구 ($p_b = 2459.6 \text{ lb/ft}^2$)에 대하여 적용한 결과이며, 그림에서 보는 바와 같이 완전기체에서는 NACA-1135자료를 이용하여 해석적으로 구한 결과와 완전히 일치함을 알 수 있었으며

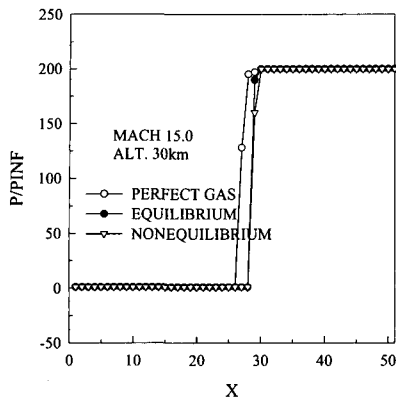


[그림 2] Comparison of pressure distribution (a) at supersonic inflow and subsonic outflow and (b) at supersonic inflow and supersonic outflow

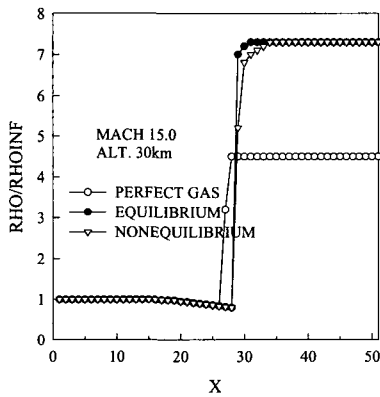
Hoffmann이 동일격자에 대해 구한 결과보다 정확함을 알 수 있었다.

그림 2b는 초음속 입구 ($u_i = 1100\text{ft/s}$)/출구에 대하여 적용한 결과이며, 출구에서는 등엔트로피 팽창에 의한 초음속 유동이므로 별도의 경계조건을 주지않고 후방차분에 의하여 외삽함으로써 해를 구하였다. 이 경우에는 본 upwind코드에서 구한 결과, NACA-1135의 해석적인 결과 및 Hoffmann이 구한 결과 모두 일치하였다.

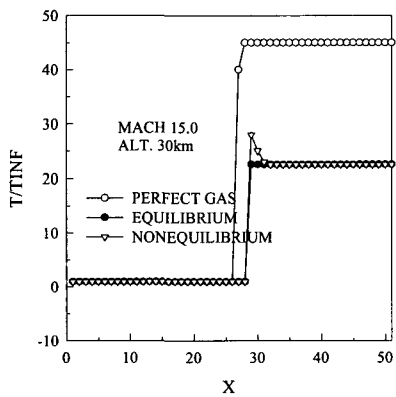
그림 3a와 3b는 마하수 15, 고도 30km에서의 완전기체, 평형기체, 및 비평형 기체유동의 상태량인 압력, 밀도와 온도의 분포를 비교한 결과이다. 그림 3a는 같은 배압(back pressure)에서의 다른 상태의 기체 유동에 대한 노즐의 압력분포이다. 완전기체 유동의 충격파가 가장 먼저 발생하였으며 평형기체 유동은 충격파가 뒤로 이동하였음을 알 수 있다. 비평형 기체의 결과는 평형기체의 결과와 거의 같은 충격파 위치를 보여주었다. 그림 3b는 노즐에 따른 밀도분포를 나타내고 있으며 완전기체, 비평형기체 그리고 평형기체의 순으로 밀도가 증가하였음을 볼 수 있다. Rankine-Hugoniot 관계식에 의하면 마하수가 증가할수록 수직충격파를 전후한 밀도비는 $(\gamma+1)/(\gamma-1)$ 에 수렴하게 되고 열량적 완전기체유동의 경우에는 '6'을 넘지 않는다. 충격파 전후의 완전기체의 밀도비는 약 4.5의 값을 가지고 평형기체와 비평형기체에서는 완전기체보다 훨씬 높은 증가를 보여주었다. 이는 충격파 후 혼합기체의 mole수가 실질적으로 증가하였으나, 화학반응에 의한 species들의 해리에 의하여 energy가 소모되어 충격파 발생 후의 완전기체의 온도보다 낮은 온도를 보여주고 압력은 각 경우가 거의 같으므로 충격파 전후의 밀도가 완전기체보다 훨씬 증가하기 때문이다. 그림 3c는 노즐에 따른 온도 분포를 보



(a)



(b)



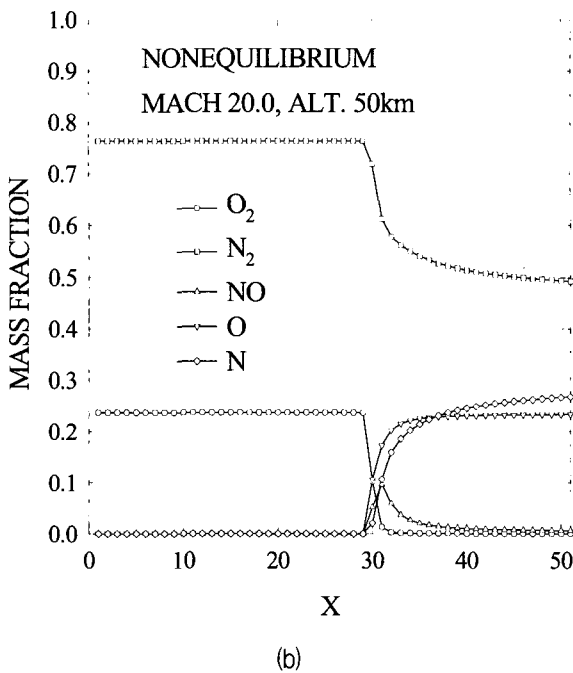
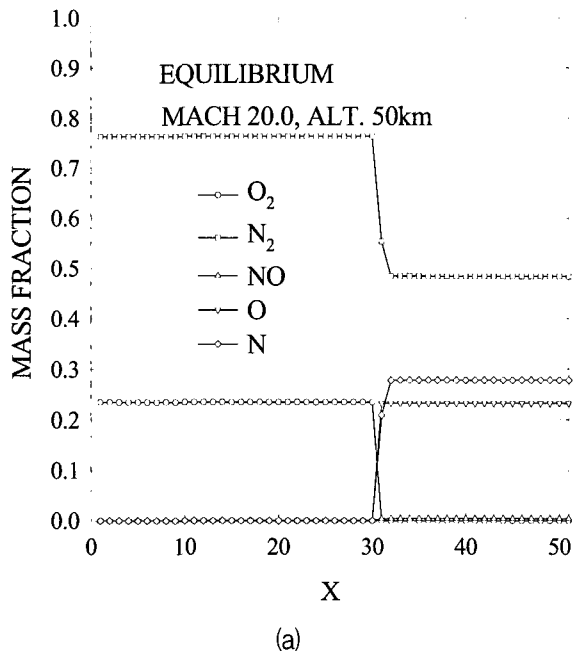
(c)

[그림 3] Comparison of (a) Pressure and (b) Density (c) Temperature distribution among Perfect gas, Equilibrium and Non- equilibrium Gas at Mach 15 and Altitude 30Km

여주고 있으며 완전기체의 온도 분포는 약 10,200K으로 평형기체나 비평형기체보다 훨씬 높은 분포를 보여 주었으며, 평형기체의 경우 가장 낮은 온도 분포 (약 5,100K)를 보여주고 있다. 특히, 비평형 기체의 온도 분포는 충격파 발생 후에 약 6,200K으로 높은 값(peak)을 이루었다가 급격히 감소되어 평형기체 값으로 접근하는 것을 볼 수 있다.

그림 4a와 4b는 마하수 20, 고도 50km일 때의 species mass fraction을 보여주고 있다. 그림 4a는 고도 50km일 때 평형기체유동시 N2가 약 40%정도 해리 되고 O2는 완전히 해리 되는 것을 나타내고 있다. 반면에 그림 4b에서는 비평형기체 유동시 고도 30km일 때와는 다르게 충격파 후의 species mass fraction이 급격히 감소하여 출구에서는 평형 기체유동에서의 species mass fraction과 같아지고 충격파 후에 NO가 생성되었다가 급격히 감소되는 것을 볼 수 있었다.

위와 같은 species들의 해리가 많이 일어날수록 충격파의 위치가 뒤로 이동하였으며 species들의 해리로 인한 에너지 손실로 충격파 후의 온도가 낮아지는 것을 알 수 있었고, 낮은 고도에서는 평형기체유동이 지배적인 영향을 미치고 높은 고도로 올라갈수록 비평형 기체유동이 지배적인 영향을 미친다는 것을 알 수 있었다. 화학적 비평형기체유동의 경우 높은 마하수일수록 강한 충격파 후의 온도 상승으로 인하여 많은 species들의 해리가 일어나며 또한, 고도 50km에서 가장 많은 해리가 발생됨을 알 수 있는데 이는 고도 50km에서 대기 온도가 가장 높은 온도(약 269K)를 가져 상대적으로 같은 온도 상승비에 비하여 충격파 후의 온도가 높아지기 때문이다.



[그림 4] (a) equilibrium and (b) non-equilibrium species mass fraction distribution along the nozzle at $M = 20$ and altitude of 50 km

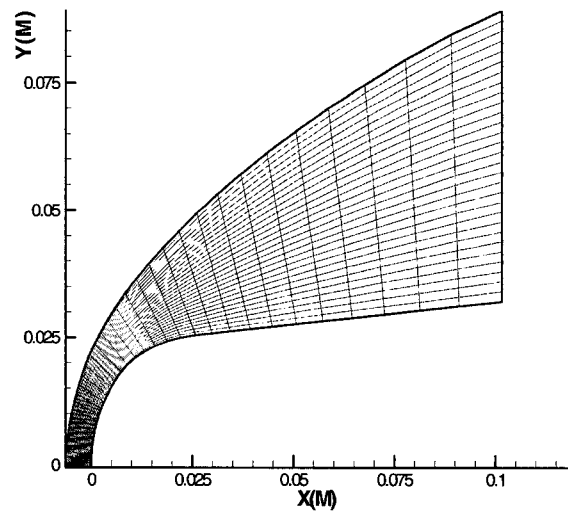
5.2 축대칭 무딘 물체 주위의 유동

그림 5는 마하수 15, 20으로 비행하는 비행체의 sphere-cone(5°) 주위의 비점성유동 해석을 위한 30×36 의 격자계를 보여주고 있다. 마하수 15, 고도 30km일 경우에 Re수는 0.142×10^6 을 사용하였다.

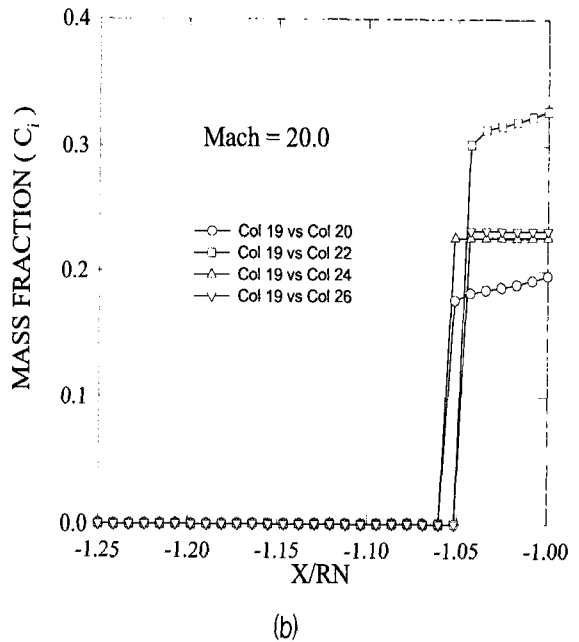
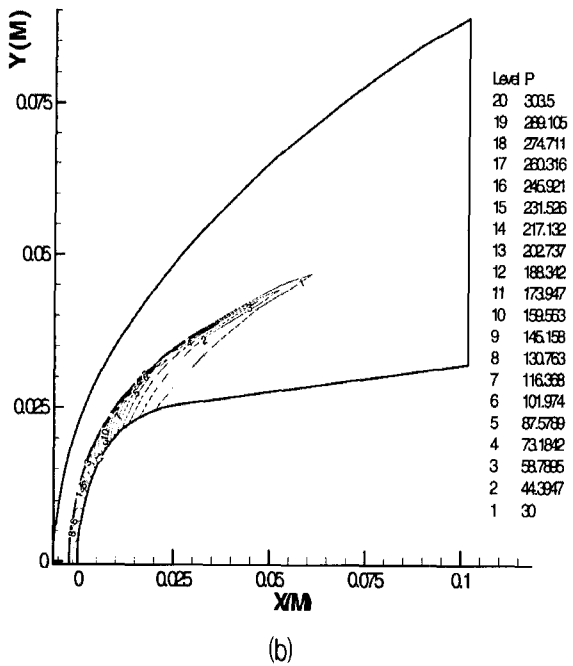
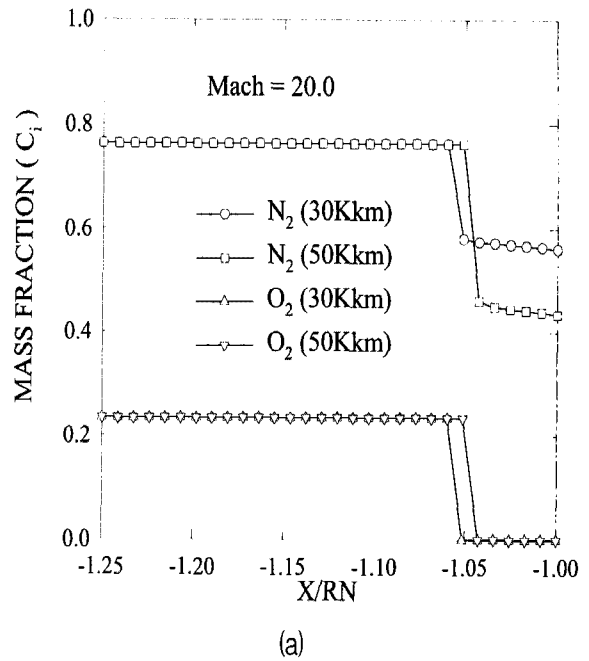
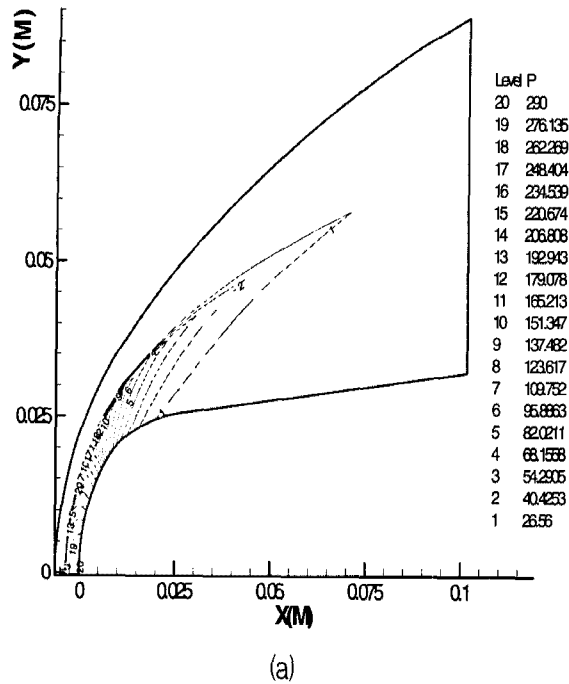
그림 6a와 6b는 마하수 15, 고도 30km에서의 완전기체와 평형기체유동의 압력분포 윤곽선을 보여주고 있다. 마하수 15의 경우에 평형기체 유동의 경우(그림 6b)가 완전기체 유동의 경우(그림 6a)보다 충격과 분리거리가 훨씬 가까움을 알 수 있었다.

그리고 완전기체 유동의 경우로 충격과 직후의 온도는 약 10,000K임을 알 수 있었다. 평형기체 유동의 경우에는 충격과 직후의 온도는 약 6,300K 정도를 나타내며, 완전기체에 비해 낮은 온도분포를 가짐을 확인할 수 가 있었다.

그림 7a와 7b는 마하수 20에 대해 고도에 따른 (30km, 50km) 평형기체유동의 정체유선을 따른 species mass fraction을 보여주고 있다. 그림 7a는



[그림 5] 36×30 grid system over sphere-cone(5°) geometry



[그림 6] Pressure contour plot over the blunted vehicle from (a) perfect gas and (b) equilibrium air at M = 15 and altitude 30km

[그림 7] (a) N₂, O₂ and (b) N, O species mass fraction distribution along the stagnation streamline at M = 20 and different flight altitudes

N₂, O₂ species mass fraction을 보여주고 있으며 (CN₂ = 0.7635, CO₂ = 0.2365), N₂와 O₂는 N, O

로 해리 되어 그 양이 감소함을 알 수 있었다. 정체점 부근에서는 강한 해리가 일어났으나 후류로 갈수록 충격파 층 내의 온도가 떨어지므로 분자 해리는 급격

히 감소함을 알 수 있었다. 그림 7b는 N, O species mass fraction을 보여주며, 충격파를 지난 후 고온상태로 되면서 N_2, O_2 가 해리 되어 N, O 가 생성되는 것을 볼 수 있었다. 마하수 15.0일 때와 마찬가지로 species들의 해리가 많이 일어날수록 충격파의 위치가 뒤로 이동하며(혹은 얇은 충격파층 두께), 해리에 따른 에너지 손실로 온도가 낮아지는 것을 확인할 수 있었다.

6. 결 론

완전기체와 화학적 평형기체 upwind Navier-Stokes코드를 사용하여 극초음속 비점성 유사 일차원 노즐내의 유동과 축대칭 무딘물체 주위유동을 계산하였다. 유사일차원 완전기체 코드의 정확성을 검증하기 위해 NACA-1135와 Hoffmann의 결과와 비교 하였다. 완전기체 코드의 압력분포는 해석적인 결과(NACA-1135)와 정확히 일치 하였으며 Hoffmann보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 평형기체유동의 경우에는 완전기체유동의 경우보다 충격파층의 두께가 얇았고 충격파후 밀도도 더 높았으며 온도는 화학반응으로인한 분자해리및 이온화로 더 낮았음을 알 수 있었다. 유사 일차원 발산노즐내의 극초음속 유동시 완전기체의 충격파는 평형기체의 경우보다 먼저 발생하였음을 확인할 수 있었다. 이와같이 극초음속 완전기체와 평형기체 upwind방법을 사용하여 sphere-cone(5°)주위의 축대칭 유동을 마하수 15와 20, 고도 30km와 50km에서 해석해본 결과 표면압력 분포는 화학적 평형인 경우가 완전기체유동의 경우보다 정체점에서 약간 높으며(약 10%) afterbody에서는 차이가 거의 없음을 알 수 있었다. 화학적 평형기

체유동의 경우 높은 마하수일수록 강한 충격파후의 온도상승으로 인하여 N_2, O_2 등이 많이 해리 되었다. 마하수 20, 고도 50km와 같이 같은 마하수에서 고도의 영향은 기체성분들의 해리와 이온화가 많이 일어날수록 충격파의 위치가 물체표면에 더 근접함을 알았다. 점성 유동장 해석에서도 압력의 경우 비점성 유동의 경우와 거의 유사한 분포를 가짐을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Warming, R. F. and Beam, R. M., "On Construction and Application of Implicit Factored Schemes for Conservation Laws," SIAM-AMS proceedings, Vol. II, 1977.
2. Lombard, C.K., Bardina, J., Venkatapathy, E. and Olinger, J., 1983, "Multi Dimensional Formulation of CSCM - An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressibl Navier - Stokes Equations," AIAA-83-1895.
3. Douglas, J. and Gunn, J.E., 1964, "A General Formulation of Alternating Direction Methods- Part I- Parabolic and Hyperbolic Problem," Numerische Mathematic, Vol. 6 pp. 428~453.
4. Saladino, A., Praharaj, S., Collins, F. and Seaford, C., 1990, "Upgrade of PARC2D to include Real Gas Effects," AIAA paper No. 90-0552.
5. Srinivasan, S., Tannehill, J.C., and Weilmuenster, K.J., 1987, Simplified Curve

- Fits for the Thermodynamic Properties of Equilibrium Air, NASA RP 1181.
6. Staff, 1953, "Equations, Tables and Charts for Compressible Flow", Report 1135, Ames Research Center, NACA.
 7. Klaus A. Hoffmann, 1989, Computational Fluid Dynamics for Engineers, Engineering Education System Book Company, Austin, Texas.
 8. Swaminathan, S., Kim, M. D., and Lewis, C. H., "Nonequilibrium Viscous Shock- Layer Flows over Blunt Sphere Cones at Angle of Attack," Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 20, pp. 331~338, 1983.
 9. Anderson, D. A., Tannehill, J. C., and Pletcher, R. H., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, McGraw Hill Book company, New York, 1984.
 10. Steger, J. L. and Warming, R. F., "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamics Equations with Application to Finite Difference Methods," Journal of Computational Physics, Vol. 40, pp. 263~293, 1981.
 11. Van Leer, B., "Flux-Vector Splitting for Euler Equations," Lecture Notes in physics, Vol. 170, pp. 507~512, 1982.
 12. Roe, P. L., " The use of the Riemann problem in finite-difference schemes," Seventh International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in physics, 141, pp. 354~359, 1982
 13. Lombard, C. K., Oliver, J., Yang, J. Y., Davy, W. C., "Conservative Supra Characteristics Method for Splitting the Hyperbolic System of Gasdynamics with Computed Boundaries for Real and Perfect Gases," AIAA-82-0837, 1982.
 14. Saladino, A., Prahara, S., Collins, F. and Seaford, C., 1990, "Upgrade of PARC2D to include Real Gas Effects," AIAA paper No. 90-0552.
 15. Hansen, C.F., 1976, "Molecular Physics of Equilibrium Gases, A Handbook for Engineers," NASA SP-3096.
 16. Chakravarthy, S. R., Anderson, D. A. and Salas, M. D., "The Split Coefficient Matrix for Hyperbolic Systems of Gas Dynamics Equations," AIAA 80-0268, 1980.
 17. Warming, R. F. and Beam, R. M., "On Construction and Application of Implicit Factored Schemes for Conservation Laws," SIAM-AMS proceedings, Vol. II, 1977.