

ECM 환경하에서 군함에 대한 반사신호를 식별해내는 알고리즘

An Identification Technique of a Target Signal under ECM Environments

서방원* 박한춘* 김일민* 김병조* 이재웅** 양태석** 김형명*

Seo, Bangwon* Park, Han-Choon* Kim, Il-Min* Kim, Byung-Jo*

Yi, Jae-Woong** Yang, Tae-Seok** Kim, Hyung-Myung*

ABSTRACT

The guided missile carries its own tracking radar to detect its target under noisy environments. The enemy warship uses the anti-missile electric-countermeasure(ECM) technique, such as chaff or decoy, so that the approaching guided missile could not destroy it. In this paper we propose the identification algorithm of a target signal when the enemy warship uses the chaff and decoy to deceive the guided missile. In the proposed scheme the mean square errors(MSE) between the received signals and the reference decoy signal, and between the received signals and the reference chaff signal are calculated. Then, the received signal which results in the maximum MSE is regarded as a warship signal. The performance of the proposed algorithm is verified through the computer simulation.

주요기술용어 : ECM environments(전자전 환경), RCS(레이더 반사 단면적)

1. 서 론

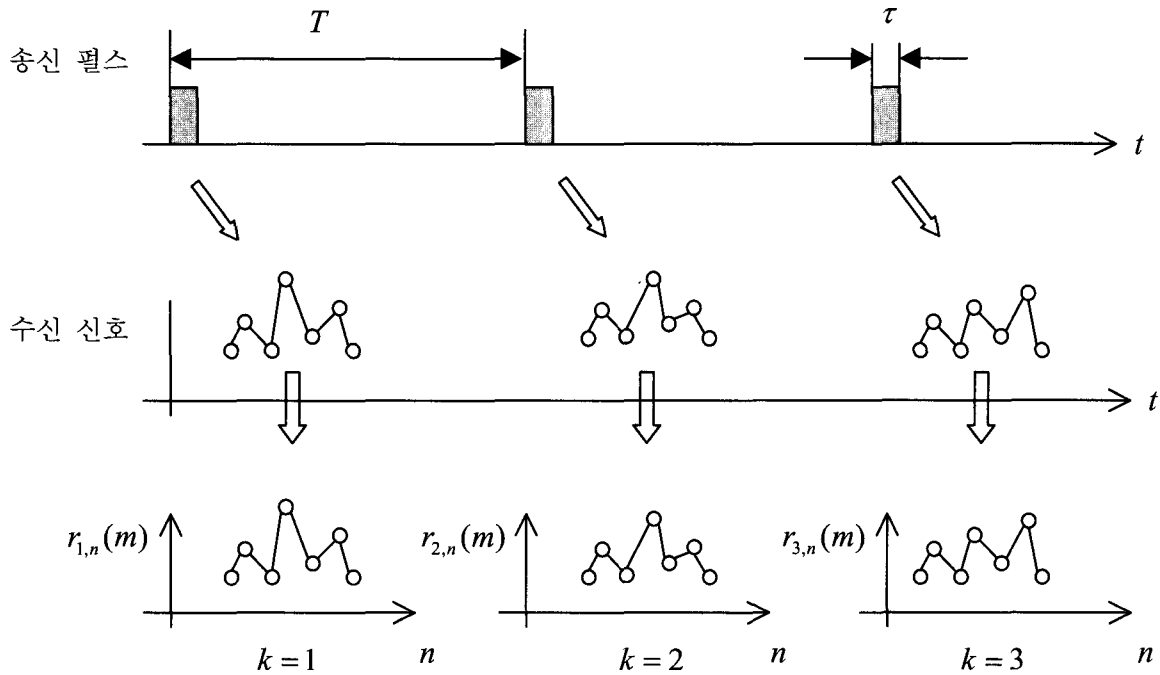
대함 유도탄에 대응하기 위하여 적함에서 사용하는 방법은 능동형 ECM 또는 수동형 채프나 디코이를 이용한 허위표적을 만들어 넘으로써 유도탄을 교란시키는 것이다. 채프는 미사일 레이더를 방해하기 위해서 사용되는 방법 중에서 가장 오래

되었고, 지금도 여전히 가장 널리 사용되고 있다. 채프 클라우드(cloud)는 무수히 많은 작은 반사체들로 이루어져 있는데, 그 재질은 금속박이나 금속으로 코팅된 절연체로 구성되어 있다. 디코이는 군함과 유사한 RCS (Radar Cross Section)를 가지는 코너 리플렉터(corner reflector)를 사용하여, 군함의 반사신호와 비슷한 특성을 가지도록 만들어진 물체이다. [1],[2]

군함, 채프, 디코이에 대한 반사신호의 일반적인 특징은 다음과 같다. 먼저, 군함에 대한 반사신호

* 한국과학기술원

** 국방과학연구소



[그림 1] 미사일 레이더의 송신펄스와 수신신호

는 뒷대부분에서 신호세기가 가장 크고, 선미와 선수 부분에서 부분적으로 큰 세기를 갖는 山 모양의 신호특성을 갖는다고 알려져 있다. 채프에 대한 반사신호는 거리 방향으로 비교적 부드럽게 변하는 포물선 형태를 갖는다. 그리고, 디코이의 반사신호는 군함의 반사신호와 유사한 특성을 가지지만, 공간적으로 분리된 형태를 갖는다는 점에서 군함의 반사신호와 다르다는 것이 일반적으로 알려져 있다.

이 논문은 군함, 채프, 디코이에 대한 반사신호가 미사일의 레이더로 들어왔을 때, 군함에 대한 반사신호를 찾아내는 알고리즘을 제시하는 것이 목적이다. 이것을 하기 위해서는 군함, 채프, 디코이에 대한 실제 반사신호가 필요하지만, 현재 우리나라에는 이러한 자료를 보유한 곳이 없으며, 국가간 기밀 자료로 취급되어 다른 나라로부터도 얻을

수 없는 상황이다. 그래서, 여기에서는 단순히 군함, 디코이, 채프의 반사신호에 대한 일반적인 특성만을 이용하여 군함 반사신호를 찾아내는 알고리즘을 제안하였다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 수신 신호 모델링에 대해서 설명을 하고, 3장에서는 새로 제안한 군함신호 식별 알고리즘을 설명한다. 4장에서는 모의 실험을 통해서 제안한 군함신호 식별 알고리즘의 성능을 검토하고, 5장에서 결론을 맺는다.

2. 수신 신호 모델링

미사일이 진행하는 방향에 M 개의 물체가 존재한다고 가정하자. 이 M 개의 물체 중에서 한 개는 군

함이고, 나머지 (M-1)개의 물체는 군함이 미사일의 레이더를 교란시키기 위해서 사용한 디코이와 채프를 나타낸다고 가정하자. 그리고, 문제를 간단히 하기 위하여 각각의 물체들이 공간적으로 서로 분리되어 있어서, 각각의 물체들로부터 반사되어오는 신호가 시간적으로 서로 겹치지 않는 경우만을 고려한다.

미사일 레이더에서 발사하는 송신 펄스의 주기를 T라 하고, 펄스폭을 τ 라 하자. k번째 송신 펄스에 대해 m번째 물체로부터 반사되어 오는 신호를 레이더 해상도 L (단위: 미터)로 샘플링한 결과를 $r_{k,n}(m)$ 이라 하자. 그러면, 송신 펄스와 수신 펄스에 대한 모형은 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 그리고, 수신 신호 $r_{k,n}(m)$ 은 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$r_{k,n}(m) = S_{k,n}(m) + z_{k,n}(m) \quad (1)$$

$z_{k,n}(m)$ 은 평균이 0이고, 분산이 σ_z^2 인 백색 부가 잡음으로서 가우시안 확률변수이다. $S_{k,n}(m)$ 은 k번째 송신펄스에 대한 m번째 물체의 반사신호로서, 물체가 군함인 경우에는 $S_{k,n}^{(w)}(m)$ 으로, 채프인 경우에는 $S_{k,n}^{(c)}(m)$ 으로, 디코이인 경우에는 $S_{k,n}^{(d)}(m)$ 으로 나타내어진다.

군함은 그 형태가 너무 다양하여 군함에 대한 반사신호 $S_{k,n}^{(w)}(m)$ 를 한가지 식으로 표현하는 것은 불가능하다. 그래서, 군함의 앞 부분과 뒷 부분에서 반사가 많이 되고, 군함의 가운데 부분에서 가장 많이 반사되도록 단순화시킨 모델링을 통해서 얻은 군함 신호의 한가지 예는 그림 2에 주어진 것과 같다.

그림에서 θ 는 미사일의 진행방향과 군함의 진행방향 간에 이루는 각을 나타낸다. 그림에 나타난

것처럼 θ 에 따라 군함의 반사신호가 달라지는데, θ 가 작은 값을 가질 때는 반사신호가 산 모양을 나타내지만, θ 가 커질수록 산 모양이 사라지는 특성을 나타낸다.

디코이도 그 형태에 따라 여러가지 종류가 존재할 수 있지만, 여기에서는 단순히 한 개의 코너 리플렉터(corner reflector)로 구성되어 있다고 가정한다. 그리고, 모든 방향에 대해 동일한 반사신호를 갖는다고 가정하고, 아래 식처럼 삼각형 형태의 신호로 나타낸다고 가정한다.

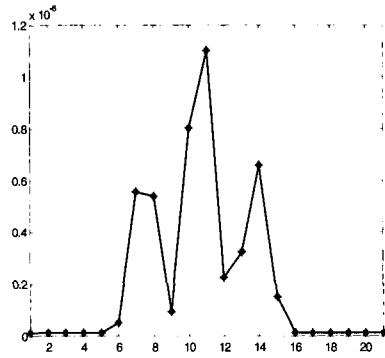
$$S^{(d)}(t) = \begin{cases} \frac{A}{D/c + \tau/2} t & \text{if } 0 \leq t \leq \left(\frac{D}{c} + \frac{\tau}{2}\right) \\ \frac{-A}{D/c + \tau/2} \left(t - \frac{2D}{c} - \tau\right) & \text{if } \left(\frac{D}{c} + \frac{\tau}{2}\right) \leq t \leq \left(\frac{2D}{c} + \tau\right) \end{cases} \quad (2)$$

여기에서 c는 빛의 속도, D는 디코이의 크기, A는 디코이에 대한 반사신호의 최대진폭을 나타낸다.

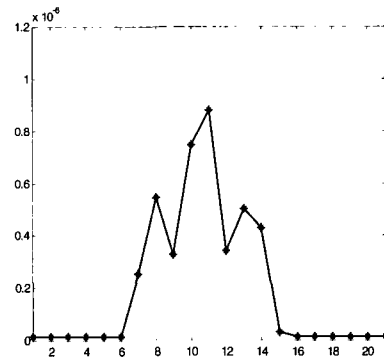
한편, 채프는 무수히 많은 미세한 반사체들로 이루어진 클라우드(colud)로서, 시간에 따라 모양이 변하기 때문에 채프에 대한 반사신호를 일반적인 식으로 구하기는 어렵다.

그래서, 여기에서는 채프 클라우드를 구 형태로 단순화시켜서 생각한다. 이 경우 채프의 길이가 D이고, 반사신호의 최대 진폭이 A인 채프에 대한 반사신호는 다음 식처럼 나타낼 수 있다. [3],[4],[5]

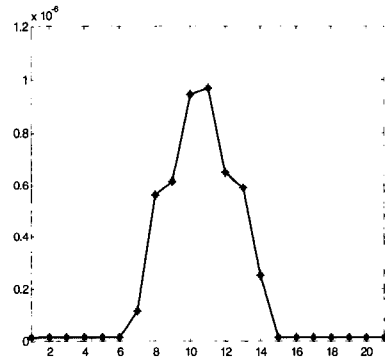
$$S^{(c)}(t) = \frac{A \int_{\frac{c(t-\tau)/2}{}^{\frac{ct}{2}}} f(R) dR}{\max \left\{ \int_{\frac{c(t-\tau)/2}{}^{\frac{ct}{2}}} f(R) dR \right\}}, \quad 0 \leq t \leq \left(\frac{2D}{c} + \tau\right) \quad (3)$$



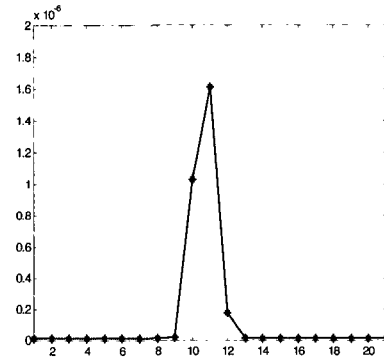
(a) $\theta = 0^\circ$ 일 때



(b) $\theta = 30^\circ$ 일 때



(c) $\theta = 40^\circ$ 일 때



(d) $\theta = 90^\circ$ 일 때

[그림 2] 군함에 대한 반사신호

여기에서

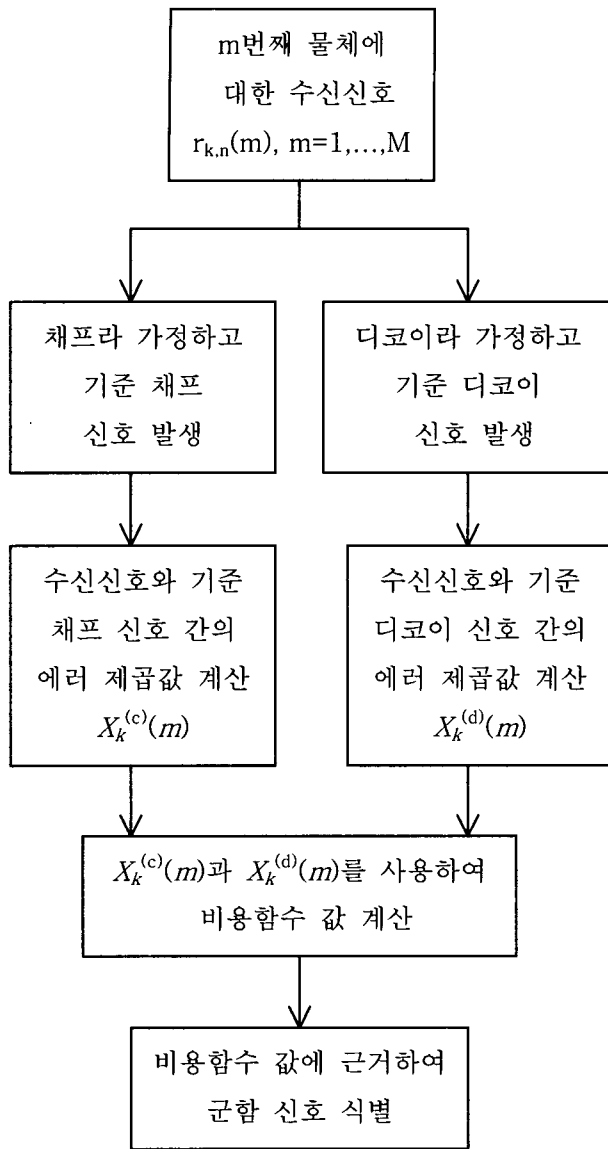
$$f(R) = \begin{cases} \exp\{-2\rho\sigma R\} \frac{D^2/4 - (R-D/2)^2}{R^4} & \text{if } 0 \leq R \leq D \\ 0 & \text{, otherwise} \end{cases}$$

$S_{k,n}^{(d)}(m)$ 과 $S_{k,n}^{(c)}(m)$ 은 연속적인 신호 $S^{(d)}(t)$ 와 $S^{(c)}(t)$ 를 각각 $t=2\{(n-1)L+L_f\}/c$, $n=1, \dots, N$ 에서 샘플

링한 신호로서, L_f 는 레이더 해상도 L 보다 작은 값 이고, 샘플링 옵셋을 나타낸다. ρ 는 체프 클라우드 의 밀도, c 는 빛의 속도, σ_t 는 전체 산란 유효면적 (total scattering cross section)으로서 상수라고 가 정한다.

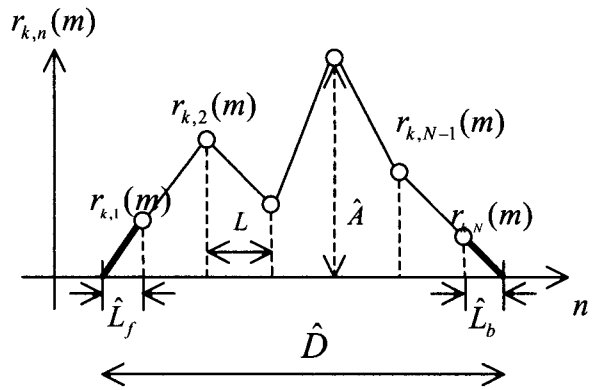
3. 군함 신호 식별 알고리즘

그림 3은 여기에서 제안하는 군함 신호 식별 알



[그림 3] 균함 신호 식별 알고리즘에 대한 흐름도

고리즘의 개념을 나타내는 흐름도이다. 미사일이 진행하는 방향에 M개의 물체가 존재하고, 그 중에 균함이 한 개만 존재하는 경우에 대해서 생각한다. k번째 송신 펄스에 대한 m번째 물체로부터의 반사



[그림 4] 물체의 길이와 반사신호의 최대 진폭을 예측하는 방법

신호 $r_{k,n}(m)$, $n=1, \dots, M$, $n=1, \dots, N$, 를 얻는다. 기준 채프 신호와 기준 디코이 신호를 만들기 위하여, 그림 4에 나타난 것처럼 $r_{k,n}(m)$ 을 이용하여 m번째 물체의 크기와 반사신호의 최대진폭을 예측한다. 이것을 각각 \hat{D} , \hat{A} 이라 하자. 각각의 샘플 간의 거리는 미사일 레이더의 해상도에 해당하는 L미터이다. 그리고, $r_{k,1}(m)$ 과 $r_{k,N}(m)$ 을 가지고 선형 외삽법(linear extrapolation)을 함으로써, \hat{L}_f 을 예측한다. \hat{L}_f 은 L보다 작은 값이고, 레이더 해상도 L로 샘플링할 때 사라진 물체 앞부분의 길이로서 샘플링 옵셋을 나타낸다. 마찬가지로 $r_{k,N-1}(m)$ 과 $r_{k,N}(m)$ 을 가지고 선형 외삽법을 함으로써, L보다 작은 물체의 뒷부분 \hat{L}_b 을 예측한다. 그러면, 물체의 길이에 대한 예측값 \hat{D} 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{D} = (N-1)L + \hat{L}_f + \hat{L}_b \quad (4)$$

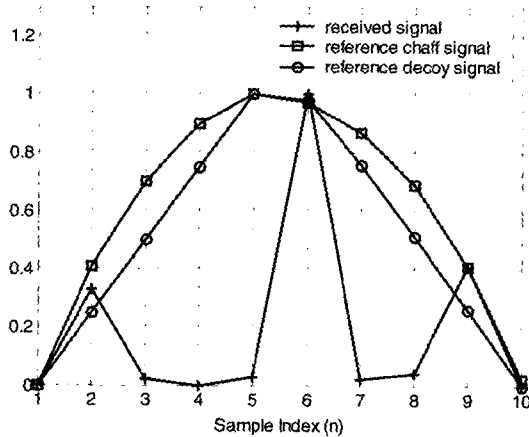
반사 신호 $S_{k,n}(m)$ 의 최대진폭에 대한 예측값 \hat{A}

은 $r_{k,n}(m)$ 의 최대진폭을 그대로 사용하고, 다음 식처럼 나타낼 수 있다.

$$\hat{A} = \max_n r_{k,n}(m) \quad (5)$$

\hat{D} 과 \hat{A} 을 식 (2)와 (3)의 D, A에 각각 대입하면, 물체의 길이가 \hat{D} 이고, 반사신호의 최대진폭이 \hat{A} 인 디코이 신호 $\hat{S}^{(d)}(t)$ 와 $\hat{S}^{(c)}(t)$ 가 얻어진다. 그리고, 샘플링 윗셋 \hat{L}_f 를 이용하여 $t=2[(n-DL+L_f)/c]$, $n=1, \dots, N$, 에서 샘플링하면 기준 디코이 신호 $\hat{S}_{k,n}^{(d)}(m)$ 과 기준 채프 신호 $\hat{S}_{k,n}^{(c)}(m)$ 를 얻게 된다. 이와 같은 방식으로 얻은 기준 디코이 신호와 기준 채프 신호는 그림 5에 보여진 것과 같다.

m 번째 물체가 디코이인 경우, $S_{k,n}(m)$ 은 디코이 신호인 $S_{k,n}^{(d)}(m)$ 을 나타내고, $S_{k,n}(m)$ 과 기준 디코이 신호 $\hat{S}_{k,n}^{(d)}(m)$ 은 모든 샘플 인덱스 n 에 대해 비슷한 값을 갖게 된다. 유사한 방식으로 m 번째 물체가 채프인 경우 $S_{k,n}(m)$ 은 채프 신호인 $S_{k,n}^{(c)}(m)$ 를 나타내고, $S_{k,n}(m)$ 과 기준 채프 신호 $\hat{S}_{k,n}^{(c)}(m)$ 은 모든 샘플 인덱스 n 에 대해 비슷한 값을 갖게



[그림 5] 기준 디코이 신호와 기준 채프 신호

된다. 그러나, m 번째 물체가 균함인 경우, $S_{k,n}(m)$ 은 균함 신호인 $S_{k,n}^{(w)}(m)$ 을 나타내고, $S_{k,n}(m)$ 은 $\hat{S}_{k,n}^{(d)}(m)$, $\hat{S}_{k,n}^{(c)}(m)$ 과 매우 다른 값을 갖게 된다.

k 번째 송신 펄스에 대한 수신 신호와 기준 디코이 신호의 차이, 그리고 수신 신호와 기준 채프 신호의 차이를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^{(d)}(m) &= \sum_{n=1}^N (r_{k,n}(m) - \hat{S}_{k,n}^{(d)}(m))^2 \\ \varepsilon_k^{(c)}(m) &= \sum_{n=1}^N (r_{k,n}(m) - \hat{S}_{k,n}^{(c)}(m))^2 \end{aligned} \quad (6)$$

m 번째 물체가 디코이인 경우 $\varepsilon_k^{(d)}(m)$ 은 작은 값을 가지게 되고, m 번째 물체가 채프인 경우 $\varepsilon_k^{(c)}(m)$ 이 작은 값을 가지게 된다. 그러나, m 번째 물체가 균함인 경우 $\varepsilon_k^{(d)}(m)$ 과 $\varepsilon_k^{(c)}(m)$ 은 큰 값을 가지게 된다. K_0 개의 송신 펄스에 대한 $\varepsilon_k^{(d)}(m)$ 과 $\varepsilon_k^{(c)}(m)$ 을 같이 고려하기 위해서 다음과 같이 $X_k^{(d)}(m)$ 과 $X_k^{(c)}(m)$ 을 정의한다.

$$\begin{aligned} X_k^{(d)}(m) &= \sum_{i=k-K_0}^k \varepsilon_i^{(d)}(m) \\ X_k^{(c)}(m) &= \sum_{i=k-K_0}^k \varepsilon_i^{(c)}(m) \end{aligned} \quad (7)$$

그리고, m 번째 물체에 대한 비용함수를 다음과 같이 정의한다.

$$X_k(m) = X_k^{(d)}(m) + X_k^{(c)}(m) \quad (8)$$

그러면, 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다. 이 정리에 대한 증명은 부록에 제시하였다.

(정리 1) 다음 조건들을 가정한다.

$$1) \langle S_{k,n}^{(w)}(m) - S_{k,n}^{(d)}(m) \rangle \geq \langle S_{k,n}^{(c)}(m) - S_{k,n}^{(d)}(m) \rangle$$

$$2) \langle S_{k,n}^{(w)}(m) - S_{k,n}^{(c)}(m) \rangle \geq \langle S_{k,n}^{(c)}(m) - S_{k,n}^{(d)}(m) \rangle$$

여기에서 $\langle \bullet \rangle$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$\langle f_{k,n}(m) \rangle \equiv \sum_{i=k-K_0}^k \sum_{n=1}^N [f_{i,n}(m)]^2$$

그리고, 군함은 한 개만 존재하고, m^* 번째 물체를 군함이라고 하자. 그러면, 위의 조건 하에서 다음이 성립한다.
 $E[X_k(m^*)] \geq E[X_k(m)]$, for all $m \neq m^*$

정리 1에 근거하여 다음과 같은 군함 신호 식별 알고리즘을 제안한다.

군함 신호 식별 알고리즘

$$m^* = \arg \max_m X_k(m), m = 1, 2, \dots, M$$

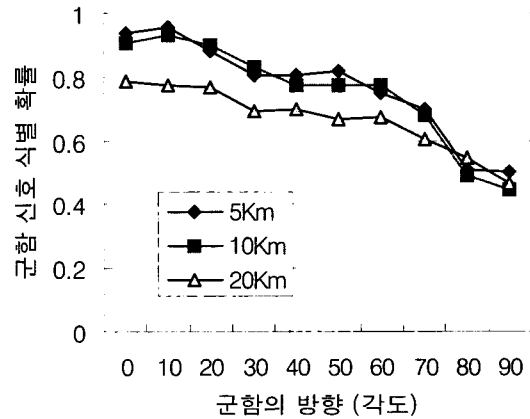
m^* 번째 물체를 군함으로 판단한다.

4. 모의 실험 결과

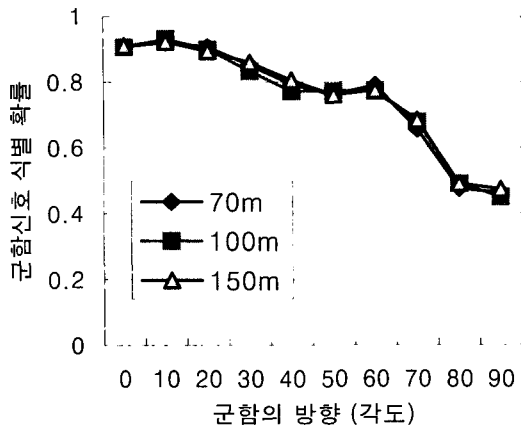
앞에서 제안한 군함신호 식별 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여 모의 실험을 하였다. 물체의 개수 m 은 3이라고 가정했고, 군함, 디코이, 채프가 각각 한 개씩 존재하는 경우에 대해서 모의실험을 하였다. 그리고, 군함신호를 제대로 식별해 낼 확률을 구하기 위하여 1000번씩 반복실험을 하였다.

그림 6은 디코이 길이가 30m이고, 채프 길이가 100m인 경우에 대해서 군함과 미사일간의 거리를 5Km, 10Km, 20Km로 바꿔가면서 군함을 식별해 낼 확률을 구하였다. 그림의 가로축은 미사일의 진행 방향과 군함의 진행방향이 이루는 각도 θ 를 나타내며, 0°에서 90°사이를 10°씩 변화시켜 가면서 실험하였다. 그림의 세로축은 군함을 정확하게 식별해 낼 확률을 나타낸다.

θ 가 0° 근처일 때는 군함에 대한 반사신호가 산 모양으로, 디코이나 채프에 대한 반사신호와 확연히 다르기 때문에 군함신호를 잘 식별해 내게 된다. 하지만, θ 가 90°에 가까워 질수록 군함에 대한 반사신호에서 산 모양이 사라지고, 디코이 반사신호와 비슷한 형태를 가지게 된다. 그래서, θ 가 90°에 가까워질수록 군함 신호와 디코이 군함을 식별해 낼 확률이 0.5 정도까지 떨어지게 된다. 한편, 그림으로부터 미사일과 군함과의 거리가 멀수록 군함을 식별해 낼 확률이 떨어진다는 것을 알 수가 있다. 그 이유는 배경잡음은 거리에 상관



[그림6] 군함과 미사일간의 거리에 따른 군함신호 식별 확률



[그림 7] 군함과 미사일간의 거리가 10Km 일 때, 채프의 크기에 따른 군함 식별 확률

없이 일정한 반면, 거리가 멀수록 미사일 레이더로 들어오는 신호의 세기가 감소하기 때문이다.

그림 7은 군함과 미사일간의 거리가 10Km로 고정된 상태에서 채프의 크기를 변화시켜 가면서 군함 식별 확률을 구하였다. 이 그림으로부터 군함 식별 확률은 채프의 길이에 무관하다는 것을 알 수가 있다. 디코이에 대해서도 디코이의 크기를 변화시켜 가면서 실험을 하였는데, 디코이의 크기 역시 군함 식별 확률에는 영향을 주지 않는다는 것을 확인할 수 있었다.

5. 결 론

이 논문에서는 미사일이 진행하는 방향에 군함, 채프, 디코이가 존재하고, 각각에 대한 반사신호가 미사일의 레이더로 들어올 때, 군함에 대한 반사신호를 찾아내는 알고리즘을 제안하였다. 미사일의 진행방향과 군함의 진행방향이 이루는 각도 θ 가

0° 근처일 때는 0.9 정도의 확률로 군함신호를 찾아낼 수 있었지만, θ 가 90° 에 가까워질수록 그 확률이 0.5 정도로 떨어진다는 것을 알 수 있었다.

이 논문에서 알고리즘의 개발과 검증에 사용한 군함, 채프, 디코이에 대한 신호는 실제로 측정된 신호가 아니라 컴퓨터 시뮬레이션으로 생성된 신호이다. 특히, 여기에서 사용한 군함에 대한 반사신호는 실제 군함에 대한 반사신호와 많이 다를 수 있다. 그러므로, 앞으로는 군함, 채프, 디코이에 대해 실제로 측정된 반사신호를 이용하여, 여기서 제안한 알고리즘을 검증하고, 나타나게 되는 문제점을 보완하여야 할 것이다.

부 록

■ 정리 1에 대한 증명

물체를 나타내는 인덱스 m 중에서 채프를 나타내는 인덱스들로 이루어진 집합을 $B^{(c)}$, 디코이를 나타내는 인덱스들로 이루어진 집합을 $B^{(d)}$, 군함을 나타내는 인덱스들로 이루어진 집합을 $B^{(w)}$ 라고 하자. 그리고, 수신신호로부터 얻은 기준 디코이 신호 $\hat{S}_{k,n}^{(d)}(m)$ 과 기준 채프 신호 $\hat{S}_{k,n}^{(c)}(m)$ 는 각각 $S_{k,n}^{(d)}(m)$, $S_{k,n}^{(c)}(m)$ 과 정확히 일치한다고 가정하자. 그러면, m 번째 물체가 채프일 때, 수신 신호와 기준 채프 신호와의 차이의 기대값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & E[X_k^{(c)}(m) | m \in B^{(c)}] \\
 &= \sum_{i=k-K_0}^k \sum_{n=1}^N E[(r_{i,n}(m) - S_{i,n}^{(c)}(m))^2 | m \in B^{(c)}] \\
 &= \sum_{i=k-K_0}^k \sum_{n=1}^N E[(S_{i,n}^{(c)}(m) + z_{i,n}(m) - S_{i,n}^{(c)}(m))^2] \\
 &= K_0 N \sigma_z^2
 \end{aligned}$$

m 번째 물체가 채프일 때, 수신 신호와 기준 디코이 신호와의 차이의 기대값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[X_k^{(d)}(m) | m \in B^{(c)}] \\ &= \sum_{i=k-K_0}^k \sum_{n=1}^N E[(r_{i,n}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m))^2 | m \in B^{(c)}] \\ &= \sum_{i=k-K_0}^k \sum_{n=1}^N E[(S_{i,n}^{(c)}(m) + z_{i,n}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m))^2] \\ &= \sum_{i=k-K_0}^k \sum_{n=1}^N E[(S_{i,n}^{(c)}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m))^2 + \sigma_z^2] \\ &= \langle S_{i,n}^{(c)}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m) \rangle + K_0 N \sigma_z^2 \end{aligned}$$

m 번째 물체가 디코이인 경우와 균합인 경우에 대해서도 마찬가지로 방법을 적용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[X_k^{(c)}(m) | m \in B^{(d)}] \\ &= \langle S_{i,n}^{(d)}(m) - S_{i,n}^{(c)}(m) \rangle + K_0 N \sigma_z^2 \\ & E[X_k^{(d)}(m) | m \in B^{(d)}] = K_0 N \sigma_z^2 \\ & E[X_k^{(c)}(m) | m \in B^{(w)}] \\ &= \langle S_{i,n}^{(w)}(m) - S_{i,n}^{(c)}(m) \rangle + K_0 N \sigma_z^2 \\ & E[X_k^{(d)}(m) | m \in B^{(w)}] \\ &= \langle S_{i,n}^{(w)}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m) \rangle + K_0 N \sigma_z^2 \end{aligned}$$

위의 수식들로부터 물체가 균합, 채프, 디코이일 때에 대한 각각의 비용함수들은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[X_k(m) | m \in B^{(w)}] = \langle S_{i,n}^{(w)}(m) - S_{i,n}^{(c)}(m) \rangle \\ & \quad + \langle S_{i,n}^{(w)}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m) \rangle + 2K_0 N \sigma_z^2 \\ & E[X_k(m) | m \in B^{(c)}] \\ & \quad = \langle S_{i,n}^{(c)}(m) - S_{i,n}^{(d)}(m) \rangle + 2K_0 N \sigma_z^2 \\ & E[X_k(m) | m \in B^{(d)}] \\ & \quad = \langle S_{i,n}^{(d)}(m) - S_{i,n}^{(c)}(m) \rangle + 2K_0 N \sigma_z^2 \end{aligned}$$

이제 정리 1에서 주어진 가정을 사용하면 다음을 쉽게 증명할 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[X_k(m^*) | m^* \in B^{(w)}] \geq E[X_k(m) | m \in B^{(c)}] \\ & E[X_k(m^*) | m^* \in B^{(w)}] \geq E[X_k(m) | m \in B^{(d)}] \end{aligned} \quad (\text{증명 끝})$$

참 고 문 헌

1. M. I. Skolnik, *Radar Handbook*, McGraw-Hill, 1990
2. B. C. Butters, "Chaff", IEE Proceedings, vol. 29, June 1982, pp. 197-201
3. T. A. Winchester, "Pulsed Radar Return from a Chaff Cloud", IEE Proceedings, vol. 139, Aug. 1992, pp. 315-320
4. A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, IEEE Press, 1978
5. H. L. Van-Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part III*, John Wiley and Sons, 1971