Historia Mathematica Vol. 14, No. 1, 2001, 61-72

수학의 실용성에 대하여*

광운대학교 수학과 **허 민**

Abstract

In this paper we collect applications of secondary school mathematics which can be used in classroom instruction. With these applications we can also show the utility of mathematics.

0. 머리말

"수학은 필요에 의해 발생했다."[9, 1] 수학사를 통해 이 말의 정당성을 분명히 확인할 수 있으며, 수학이 농업, 공학, 상업, 종교 의식을 보조하기 위한 실용적인 학문으로 등장했다는 주장에 대한 충분한 근거도 찾아볼 수 있다. 운동과 변화를 포함하는 자연의 법칙을 설명하기 위해 미분 적분학이 개발되었으며, 군사적인 목적에 이용하기 위해 선형 계획법이 전개되었다.

수학의 각 분야가 어떤 용도를 염두에 두고 개발되었지만, 그 뒤 좀더 폭넓은 응용과 체계적인 교육 및 다각적인 발전을 위해 특별한 기법도 발견되었으며, 그 다음에는 추상화하려는 경향이 대두되었고, 어느 정도까지 수학 그 자체를 연구하게 된 것은 자연스러운 현상으로 보인다. 그렇지만 수학의 추상화와 수학 자체에 대한 연구도 수학의 내적·외적 쓰임새를 증대하려는 노력의 일환으로 봐야 할 것이다. 수학이 현대의 과학 기술과 정보화 사회에서 절대적인 공헌을 하고 있다는 사실은 이런 점을 분명히 밝혀준다.

이 글에서는 수학 교육의 목적으로서의 수학의 실용성을 알아보고, 중등 학교 수학이 실생활에 직접 활용되는 예를 찾아봄으로써, 수학을 좀더 의미 있게 가르치고 수학의 실용성을 부각시키는 방안을 제시하고자 한다.

---

* 이 논문은 2000년도 광운대학교 교내학술연구비에 의하여 연구되었음.

1. 수학 교육의 목적으로서의 실용성

제 6 차 **중학교 수학과 교육 과정 해설**에서 수학 교육의 목적으로서의 수학의 실용성에 대한 대단히 자신 없는 논조의 설명과 매우 우울한 결론을 찾아볼 수 있다[1, 59-60]. [5]에서는 이에 대해 간략히 논의하였으며, 중등 학교 수학의 특성상 그 실용성을 보여주기가 어려운 이유도 알아보았다.

제 7 차 **중학교 교육 과정 해설**에서는 수학의 실용성에 대해 다음과 같이 설명하고 있다 [3, 32].

> 학교에서 수학 교과를 가르쳐야 하는 이유는 대체로 다음의 네 가지로 설명될 수 있다.
> 첫째, 수학의 실용성을 들 수 있다. 수학을 배우면 사회 생활을 할 때나 과학이나 다른 학문을 공부하는 데 도움이 된다는 것이다. 컴퓨터와 첨단 과학 기술의 발달은 거의 모든 분야에서 수학의 필요성을 증대시켰으며, 이에 따라 수학은 민주 시민으로 성장하는 데 기본 소양이 되고 있다.

이 설명은 약간 더 긍정적인 면을 보이지만, 수학의 실용성을 확신하기에는 부족한 점이 없지 않으며 지나친 비약으로 논의의 초점을 흐리고 있다.

중등 학교 수학 교육에서 수학의 실용성은 구체적인 예를 통하여 밝혀야 할 것이며, 학생의 지식 수준에서 이해할 수 있는 예를 보여주어야 할 것이다.

이를 위해 수학사를 활용할 수 있다. 수학의 각 주제가 탄생한 과정을 통해서 그리고 그런 주제가 활용된 예를 통해서 수학의 실용성을 어느 정도는 보여줄 수 있다. [6]에서는 도형의 합동과 닮음을 활용해서 탈레스가 해변으로부터 배까지의 거리를 구한 방법과 그림자를 이용하여 피라미드의 높이를 구한 방법을 소개했다. 또, 소설 **林巨正**과 **海島算經**에 나타난 이에 관한 예도 소개했다. 새로 형성된 충적지의 분할을 위해 작도를 활용한 바르톨루스(Bartolus)의 경우와 성벽의 한 변의 길이를 구하기 위하여 직각삼각형의 닮음과 비례식 및 이차 방정식을 응용한 **九章算術**의 문제도 제시했다.

물론, 과거에 필요했던 수학만으로 21세기의 학생에게 수학의 실용성을 보여주기는 어려울 것이다. 현재 응용되고 있는 수학의 예를 보여주어야 할 것이다. 사실, 중등 학교 수학은 실생활에 응용될 수 있는 내용을 많이 포함하고 있다. 모든 주제에는 그와 관련된 응용 문제를 반드시 포함하고 있다. 그런데 이런 응용 문제는 오래 전부터 교과서에 등장해서 신선한 맛이 떨어졌을 것이고, 과거에는 의미 있던 문제가 시간이 지나면서 심하게 변형되어 의미를 잃고 '문제를 위한 문제'로 전락한 경우도 있을 것이다[6, 37]. 그리고 실생활의 복잡한 상황을 교실에서 손쉽게 다루기 위해 변형되고 단순화시켰기 때문에 수학의 실제적인 응용을 보여주는 데 부족할 수 있다.

아무튼 제 7 차 수학과 교육 과정에서는 '실생활 문제의 해결'이 강조되고 있기 때문에, 수학의 실용성을 보여줄 수 있는 참신한 소재의 개발이 절실하게 요구되고 있다.

2. 중등 학교 수학의 응용 예

본 장에서는 오늘날 실생활에서 자주 접할 수 있는 소재 중에서 중등 학교 수학으로 설명할 수 있고 이해할 수 있으며 수학의 실용성을 보여줄 수 있는 예를 몇 가지 제시하겠다.

2.1. 바코드

거의 모든 상품에는 여러 개의 검은 세로 막대로 이루어진 '바코드'와 함께 '상품 번호'가 표시되어 있다. 바코드는 상품 번호를 스캐너(자동판독기)로 읽고 컴퓨터가 판독하기 쉽도록 만든 기호이다. 바코드는 판매 즉시 판매량과 금액 등 판매와 관련된 각종 정보를 신속하고 정확하게 집계하며, 재고 관리와 유통 업무를 효율적으로 처리할 수 있도록 한다.

바코드에는 상품의 정보를 간직한 고유 번호와 함께 바코드의 손상과 기계적인 결함으로 인한 오류를 찾아내기 위한 숫자가 있다. 마지막 숫자가 바로 이런 것인데, 이를 '체크 숫자' 또는 '오독 방지 숫자'라고 한다. 숫자를 바코드로 나타낼 때 이미 이진법이 이용되지만, 체크 숫자를 정하는 데 배수와 같은 약간의 수학이 이용된다.

[상품 번호]

우리 나라 상품 번호는 유럽 상품 번호(EAN)를 따르고 있는데, 통상 13개의 숫자로 이루어진다. 처음 세 개의 숫자 '880'은 한국, 다음 다섯 개는 제조업자, 그 다음 다섯 개는 상품을 나타내는 고유 번호이며, 마지막 숫자가 체크 숫자이다. 체크 숫자는 홀수 번째 자리에 있는 숫자들은 그대로 더하고 짝수 번째 자리에 있는 숫자들은 3배해서 더한 전체의 합이 (모듈 번호) 10의 배수가 되도록 정한다. 예를 들어 8801037002782의 경우는 다음과 같다.

$$8+8\times3+0+1\times3+0+3\times3+7+0\times3+0+2\times3+7+8\times3+2 =90$$

이렇게 체크 숫자를 정하면, 한 개의 숫자를 잘못 읽은 경우를 모두 찾아내고, 인접한 두 숫자를 바꾸어 입력한 경우도 '대부분'(정확하게는 88.9%) 찾아낸다.

상품 번호의 약점 중 하나는 인접한 두 숫자의 차가 5인 경우에 이 두 숫자를 바꾸어 입력해도 이런 오류를 찾아낼 수 없다는 점이다. 예를 들어, 위의 상품 번호에서 27을 72를 바꾸어 8801037007282로 입력했다고 하자. 그러면 다음과 같이 10의 배수가 되므로 컴퓨터는 오류를 발견할 수 없다.

$$8+8\times3+0+1\times3+0+3\times3+7+0\times3+0+7\times3+2+8\times3+2 =100$$

담배의 상품 번호는 8개의 숫자로 이루어져 있는데, 이 경우에는 홀수 번째 자리에 있는 숫자들은 3배해서 더하고 짝수 번째에 있는 숫자들은 그대로 더한 전체의 합이 10의 배수가

되도록 체크 숫자(마지막 숫자)를 정한다.

[도서 번호]

도서와 각종 음반물에는 국제 표준 도서 번호(ISBN)가 붙어있다. 'ISBN'에 뒤이어 10개의 숫자가 하이폰(-)으로 구분되어 나타나는데, 처음 두 개의 숫자 '89'는 한국, 다음 2~6개의 숫자는 발행자, 그 다음 5~1개의 숫자는 책의 고유 번호이며, 마지막 숫자가 체크 숫자이다. 10개의 숫자에 10부터 1까지의 자연수를 차례로 곱해서 더한 합이 (모듈 번호) 11의 배수가 되도록 체크 숫자를 정한다. 11의 배수가 되기 위해서는 체크 숫자로 10을 이용할 경우가 생긴다. 이런 경우에는 X로 10을 대신한다. 예를 들어 ISBN 89-7282-108-X의 경우는 다음과 같다.

$$8\times10+9\times9+7\times8+2\times7+8\times6+2\times5+1\times4+0\times3+8\times2+X\times1=319=29\times11$$

이렇게 체크 숫자를 정하면, 한 개의 숫자를 잘못 읽은 경우와 인접한 두 숫자를 바꾸어 입력한 경우를 모두(100%) 찾아낼 수 있다.

그런데 OCR 문자로 나타낸 도서 번호를 통상적인 스캐너로 직접 읽을 수 없다. 이에 따라 도서 번호를 상품 번호로 바꾼 바코드를 함께 제시하는데, '책 나라'(Bookland) 번호 '978'을 앞세우고 도서 번호의 처음 9개의 숫자를 그대로 적은 다음에 체크 숫자를 붙인다. 이 때, 체크 숫자는 상품 번호에서 이용한 방법으로 정한다. 예를 들면, ISBN 89-7282-108-X는 상품 번호로 978 897282108 3이 된다. 바코드 옆에 있는 5개의 숫자와 바코드는 책의 내용을 소개해서 분류를 용이하도록 하는 '부가기호표'이다.

잡지와 같은 연속 간행물에는 일곱 자리의 고유 번호와 한 자리의 체크 숫자로 이루어진 국제 연속 간행물 번호(ISSN)를 붙이며, 상품 번호로 바꿀 때는 '977'을 앞세우고 고유 번호인 7개의 숫자, 예비 기호 '00', 체크 숫자를 차례로 나열한다.

[또 다른 방법]

상품 번호 또는 도서 번호를 입력할 때, 한 개의 숫자를 잘못 입력하거나 인접한 두 개의 숫자를 바꾸어 입력하는 경우 이외의 또 다른 오류가 발생할 수 있다. 이런 경우까지 방지하기 위해서 가중치와 모듈 번호를 바꾸기도 하고 체크 숫자를 여러 개 이용하기도 한다. 독일의 일부 은행에서는 계좌 번호 $a_1a_2\cdots a_n$에 가중치 2, 2^2, ⋯, 2^n을 차례로 곱해서 더한 합이 11의 배수가 되도록 체크 숫자 a_n을 정하는데, 이렇게 하면 상상할 수 있는 모든 오류를 방지할 수 있다고 한다. 가중치와 모듈 번호를 정하고 이의 효용성을 점검하기 위해서는 수학적인 분석이 필요하다. 좀더 자세한 내용은 [12]를 참조하기 바란다.

2.2. 기호와 식

'과학의 언어'인 수학은 자연 언어에서 찾아볼 수 없는 기호를 많이 이용하고 있으며, 수

학의 문장은 이런 기호들을 결합시킨 '식'으로 표현된다. 이런 기호와 식 때문에, 수학은 일상 언어로 표현하면 매우 길고 모호할 수 있는 내용을 매우 간단한 형태로 명백하고 정확하게 나타낼 수 있다. 이는 수학의 효용성과 실용성을 보여주는 또 다른 면이며, 수학 이외의 다른 분야에서도 발견된 결과와 법칙들을 수학적인 식으로 표현하는 이유도 바로 여기에 있을 것이다. 사실, 화이트헤드의 지적대로, "훌륭한 표기법은 두뇌의 불필요한 모든 작업을 경감시킴으로써 자유롭게 좀더 높은 수준의 문제에 정신을 집중시키게 만들고, 실질적으로 인간의 지적 능력을 향상시킨다."[8, 172]

일상 생활에서 자주 접할 수 있는 많은 수치는 수학적인 식을 계산한 결과이다. 여기에서는 비만도 산출 공식과 체감 온도를 구하는 공식을 알아보겠다.

[비만도 산출 공식]

체격 지수를 정하는 공식이 여러 가지 있는데, 여기에서는 현재 보편적으로 이용되고 있는 세계보건기구(WHO) 표준 비만도 산출 공식을 알아보겠다. 키 l cm, 몸무게 w kg일 때, 비만도 산출 공식은 다음과 같다.

$$\frac{w}{(l-100)\times 0.9}\times 100$$

여기서 '$(l-100)\times 0.9$'를 표준 체중이라고 하는데, 여자의 경우 105를 빼기도 한다. 우리 나라에서는 남녀 구분 없이 100을 뺀다. 다음은 이렇게 구한 비만도를 수치에 따라 분류한 표이다. 이 표는 통계 자료의 정리에서 계급의 용도를 자연스럽게 보여줄 수 있다.

초·중·고생		
이상 미만	분류	비고
~ 95	체중 미달	120 미만을 모두 정상 체중으로 나타내기도 함
95 ~ 120	정상 체중	
120 ~ 130	경도 비만	
130 ~ 150	중등도 비만	
150 ~	고도 비만	

성인		
이상 미만	분류	비고
~ 100	체중 미달	체중 미달의 기준을 95 미만을 사용하기도 함
100 ~ 110	정상 체중	
110 ~ 120	과체중	
120 ~ 150	비만	
150 ~	고도 비만	

[불쾌 지수]

더운 여름철에는 불쾌 지수(discomfort index)라는 말을 종종 듣게 된다. 불쾌 지수 D는 건습구 습도계에서 건구 온도(통상적인 온도) d°F와 습구 온도 w°F를 다음과 같은 공식으로 구한 화씨 온도이다.

$$D=15+0.4(d+w)$$

불쾌 지수가 70 이하일 때, 즉 위와 같이 구한 화씨 온도가 70°F 이하일 때, 대부분의 사람은 매우 쾌적하게 느낀다고 한다. 그리고 70 이상이면 약 10%, 75 이상이면 약 50%, 80 이상이면 대부분의 사람이 불쾌감을 느낀다고 한다.

등식의 변형을 활용하여 화씨 온도를 섭씨 온도로 바꾸어 불쾌 지수를 구할 수 있다. 건구 온도가 a℃이고 습구 온도가 b℃일 때, 불쾌 지수 D는 다음과 같다.

$$D=40.6+0.72(a+b)$$

[풍랭 지수]

겨울철에는 바람의 영향을 고려한 체감 온도라는 말을 자주 듣게 된다. 다음과 같은 식으로 온도가 t(℃)이고 풍속이 v(m/초)일 때의 체감 온도 T(℃)를 구할 수 있다. 이 때, T를 풍랭 지수(wind-chill index)라고 한다.

$$T=33-\frac{1}{22.04}(10.45+10\sqrt{v}-v)(33-t)$$

이 공식은 풍속이 1.79 m/초(빠르게 걷는 속도)와 20 m/초 사이일 때 사용되며, 피부의 온도를 33 ℃로 가정하고 있다.

2.3. 농도 문제

일차 방정식의 활용으로 농도 문제를 다룬다. 예를 들어 "7%의 소금물 120g과 12%의 소금물 80g을 섞으면 몇 %의 소금물이 되는가?"와 같은 문제가 있다.

이런 농도 문제가 실생활에서도 활용될까? 병원에서 사용하는 식염수에서 그 예를 찾아볼 수 있다. 병원에서는 삼투압이 체액, 혈액 등과 같은 0.9%의 식염수를 주로 사용한다. 그런데 신장이 나빠서 탈수 증세를 보이는 환자에게는 0.45%의 저농도 식염수를 사용하고, 복수가 차는 간경변증 환자에게는 3%의 고농도 식염수를 사용한다.

판매되는 식염수로는 0.9%, 0.45%, 11.7% 등이 있다. 0.45%의 식염수는 0.9%의 식염수와 증류수를 섞어서 만들기도 한다. 그리고 3% 식염수는 앰플에 담겨 있는 11.7% 식염수를 증류수나 다른 식염수와 섞어 만든다고 한다.

2.4. A4 용지

일상 생활에서 사용되는 종이는 제지소에서 만든 큰 규격의 전지를 절반으로 자르고 또다시 절반으로 자르는 과정을 반복해서 만들어진다. 그런데 이렇게 절반으로 자르면, 원래의 규격과 다른 형태가 될 수 있다. 예를 들어, 300mm×200mm와 같이 폭에 대한 길이의 비가 1.5인 종이를 절반으로 자르면, 200mm×150mm와 같이 이 비가 4/3≒1.333이 된다. 비가 1.5인 직사각형은 태극기에서도 볼 수 있는 익숙한 도형이지만, 비가 1.333인 직사각형은 너

무 뭉툭해 보인다. 이런 종이를 실생활에 필요한 용도로 이용하기 위해서는 일부를 잘라내어 보기 좋은 형태로 만들어야 한다. 그래서 아까운 종이와 펄프를 낭비하게 된다.

독일 공업 규격 위원회(Deutsche Industrie Normen)는 눈에 보기 좋은 종이를 반으로 잘랐을 때 작은 두 종이가 원래의 종이와 똑같은 형태, 즉 닮은꼴이 되도록 하면 이런 낭비를 최소화할 수 있다고 제안했다. 그림 1에서 길이에 대한 폭의 비가 $\sqrt{2}$ 이면 절반으로 자른 종이도 이와 같은 비가 유지됨을 알 수 있다. 이런 방법으로 A판(그림 2)과 B판이 등장했다 [10, 61-62]. 참고로, A판 전지인 A0의 크기는 $1m^2$(≒841mm×1189mm), B판 전지인 B0의 크기는 $1.5m^2$(≒1030mm×1456mm)로 정했다.

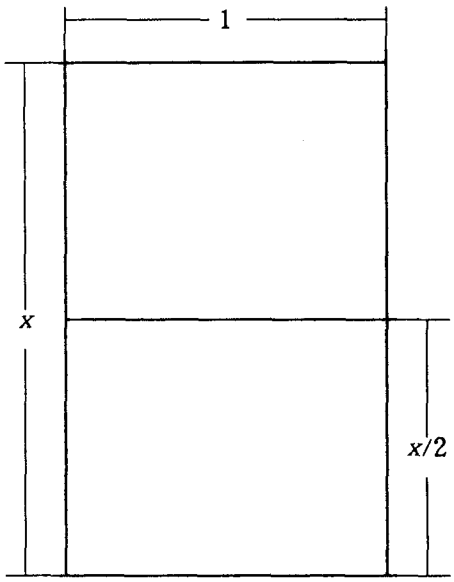

그림 1. 종이 재단의 원리

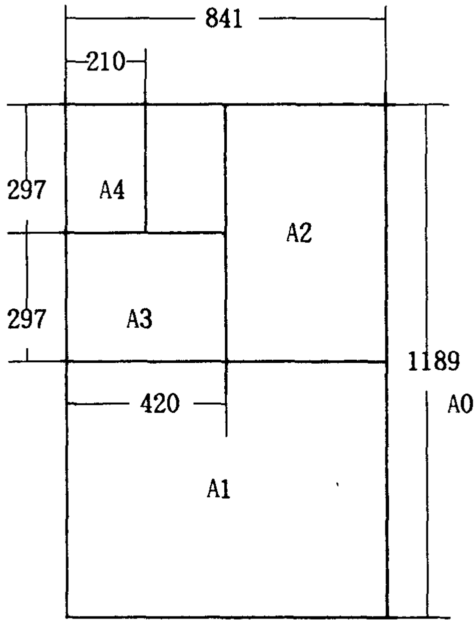

그림 2. 에이판

이렇게 종이의 재단에 도형의 닮은꼴, 비례식, 이차 방정식, 무리수 등의 수학적 개념이 이용됨을 알 수 있다. 또, 에이판과 비판의 모든 용지가 서로 닮은꼴이기 때문에(A0과 B0의 닮은비는 $\sqrt{1.5}$ 이다), 적절한 비율로 확대하거나 축소해서 다른 용지에 복사할 수 있는 또 다른 이점이 있다.

통상, 무리수는 실생활에 이용되지 않는다는 말이 있다. 물론, 측정 과정에서는 유리수이면 충분할 것이다. 그러나 위에서 알아본 대로 무리수는 종이의 재단에도 이용된다.

무리수는 음악에도 등장한다. 현대적인 음계를 정하는 평균율에서 음정은 반음씩 증가하는 등차 수열을 이루고, 이에 대응하는 진동수는 1옥타브 올라가면 2배가 되는 등비 수열을 이룬다. 1옥타브는 12개의 반음으로 이루어지므로, 반음을 올리기 위해서는 진동수의 비가 $\sqrt[12]{2}$ 로 증가해야 한다.

2.5. 일차 함수의 응용

낱개로 판매되는 상품은 1개의 가격에 구입하고자 하는 개수를 곱해서 지불할 금액을 정한다. 이것은 정비례, 즉 가장 간단한 일차함수의 예이다. 낱개로 판매할 수 없는 상품은 부피, 무게, 길이 등의 단위를 이용한다. 각 단위에 대응하는 가격이 정해지면, 측정된 양에 따라 정비례에 의해서 상품 가격이 결정된다. 현재 실시되고 있는 '단위 가격 표시' 제도에서 정비례의 개념이 실생활에 응용되고 있는 예를 찾아볼 수 있다.(표 1)

정비례에 의하여 결정되는 가격의 또 다른 예로 열차 운임 요금이 있다.(표 2)

약간 복잡한 일차함수가 약국에서 이용된다. 표 3은 현재 약국에서 내복약만 처방 받을 때의 투약 일수에 따른 조제 수가 내역을 보여준다. 여기서 투약 일수를 몇 가지로 구분하면 각 구간에서 일차함수에 따라 조제 수가가 결정됨을 확인할 수 있다.

일차 함수가 응용되는 예는 법의학에서도 찾아볼 수 있다[7, 31]. 사고나 범죄로 희생된 사람, 특히 사냥한 지 오래되어 뼈만 남은 희생자의 신원을 확인하기 위하여, 법의학자들은 대퇴골(F), 경골(T), 상박골(H), 요골(R)의 길이를 측정하고 표 4와 같은 공식을 이용하고 희생자의 생존시 키를 계산한다고 한다(단위: cm).

사람은 30세가 넘으면 1년에 약 0.06 cm씩 키가 줄어든다고 한다. 이것도 일차함수의 또 다른 예이다.

	품목	표시 단위
냉장식품	우유	100mL
	치즈	10g
	햄류	10g
	맛살	100g
가공식품	설탕	100g
	식용유	100mL
	참기름	10mL
	마요네즈	100g
	간장	100mL
	커피	10g
일용잡화	랩	m
	호일	m
	화장지	10m
	분말세제	100g
	섬유유연제	100ml

표 1

운임 요금

어른편도여객운임: 여객이 승차하는 발착구간의 킬로미터(km)에 다음의 임율을 곱한 액입니다.

1km당 임율

비둘기호: 14원 63전, 통 일 호: 26원 05전

무궁화호: 40원 81전, 새마을호: 59원 28전

표 2

투약 일수	조제 수가(원)	투약 일수	조제 수가(원)
1	2820	16	7260
2	3210	17	7350
3	3600	⋮	⋮
4	3860	30	8520
5	4120	31	13360
⋮	⋮	32	13450
15	6720	⋮	⋮

표 3

남성	$h=69.089+2.238F$
	$h=81.688+2.392T$
	$h=73.570+2.970H$
	$h=80.405+3.650R$
여성	$h=61.412+2.317F$
	$h=72.572+2.533T$
	$h=64.977+3.144H$
	$h=73.502+3.876R$

표 4

2.6. 로그 척도

계산 도구로서 로그의 힘은 곱셈과 나눗셈을 좀더 손쉬운 연산인 덧셈과 뺄셈으로 바꿀 수 있다는 데 있다. 17세기 초 로그가 처음 등장했을 때 유럽 전체에서 열광적인 환영을 받았으며, 특히 많은 계산이 필요한 천문학에서는 절실히 요구되었었다. 그래서 "작업량을 줄임으로써 천문학자의 수명을 두 배로 만들었다."는 말을 들을 정도였다[8, 218].

현재 로그는 계산 도구로서의 가치는 상실했지만, 중요한 함수로서의 위치는 고수하고 있다. 그리고 로그는 물리적 양을 매우 간편하게 표현하는 강점이 있기 때문에 일상 생활에서도 접할 수 있는 몇 가지 수치를 나타내는 편리한 도구로 이용되고 있다.

[데시벨]

'데시벨(dB)'은 소리의 세기(에너지)를 표준음의 세기와 비교해서 나타내는데, 표준음(진동수 1000 헤르츠)은 정상적인 청각을 지닌 사람이 겨우 들을 수 있는 소리로 그 세기는 약 $10^{-12}\mathrm{W/m^2}$이다. 표준음의 세기를 I_0이라 하고 어떤 소리의 세기를 I라고 할 때, 이 소리의 세기를 데시벨로 환산한 수치 L은 상용 로그를 이용해서 다음과 같이 구한다.

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

데시벨은 통신공학에서 전력비와 전기기기의 이득을 나타내는 데도 이용된다. 1 데시벨은 0.1 벨인데, 여기에서 '벨'은 전화를 발명한 벨(Alexander Graham Bell)의 이름을 딴 것이다.

[리히터 척도]

지진의 세기를 일컫는 말로 '진도'가 있는데, 진도는 지진에 대한 인간의 반응과 지진에 의한 피해의 정도를 기준으로 지진의 크기를 정하는 오래된 척도이다. 그런데 진도는 각 지점에서 지진의 세기를 나타내기 때문에 똑같은 지진이라도 지역에 따라 다르다. 그래서 지진을 분류할 때는 지진 자체의 크기를 어떤 척도에 따라 정량적으로 나타낼 필요가 있다. 지진에 의해 발생하는 에너지의 총량은 이런 척도로 쓰기에 적절하겠지만, 이를 측정하기는 매우 어렵다. 그래서 에너지와 관계 있고 쉽게 측정할 수 있는 양을 지진의 크기를 나타내는 척도로 이용하는 경우가 많다.

현재 보편적으로 이용하는 방법은 1935년 리히터(Charles Francis Richter)가 개발한 척도인 '규모'(magnitude)이다[4]. 지진의 규모는 진원지에서 100km 떨어진 지점에서 지진계로 측정한 지진파의 최대 진폭에 따라 결정되는데, 지진파의 최대 진폭은 지진에 따라 대단히 큰 차이를 보인다. 그래서 이런 차이를 로그로 축소시켜 알기 쉽게 나타낸다. 지진파의 최대 진폭이 A마이크론(1micron=1/1000mm)인 지진의 규모 M은 상용 로그를 이용한 다음 공식으로 정한다.

$$M = \log_{10} A = \log A$$

그리고 지진의 규모(M)와 지진에 의해 발생하는 에너지(E) 사이에는 다음 관계가 있다.

$$\log E = 11.4 + 1.5M$$

[수소 이온 지수]

대기 오염의 결과로 산성비가 내리고, 토양이 산성화되고 있다는 소식도 종종 듣게 된다. 이 때, 'pH 4.5' 'pH 5.2'와 같은 수치를 접하게 된다. 이런 수치는 용액 속의 수소 이온 농도를 측정해서 얻는다. 그런데 수소 이온 농도는 용액에 따라 대단히 큰 차이를 보이기 때문에, 이를 상용 로그를 이용해서 수소 이온 지수(pH)로 바꾸어 0부터 14까지의 수로 나타낸다. 1리터의 용액 속에 있는 수소 이온의 그램이온수를 나타내는 수소 이온 농도 $[H^+]$를 pH로 바꾸는 공식은 다음과 같다.

$$\mathrm{pH} = -\log [H^+]$$

pH가 7인 용액을 중성, 7보다 작으면 산성, 7보다 크면 염기성(알칼리성)이라고 한다.

[기압고도계]

비행기의 해발 고도를 공기의 압력에 근거해서 측정하는 도구로 다음과 같이 자연 로그를 이용한다.

$$h = -26,400 \ln\left(\frac{p}{2120}\right)$$

여기서 높이(h)의 단위는 피트(feet)이고 기압(p)의 단위는 pounds/feet^{2}이다.

2.7. 원뿔 곡선

앞의 A4 용지에서 직사각형의 닮음과 관련된 기하학의 응용을 알아보았다. 여기서는 기하학의 또 다른 주제인 원뿔 곡선 또는 이차 곡선이 실생활에서 활용되는 예를 제시하겠다.

포물선, 쌍곡선, 타원 등을 축을 중심으로 회전시키면 각각 포물면, 쌍곡면, 타원면이 형성된다.

[포물선]

아르키메데스는 포물면 모양의 거울을 이용하여 태양 빛을 초점에 집중시켜, 바다로부터 침입해오는 로마 병선을 불태웠다는 이야기가 있다. 이것은 포물선의 축과 평행인 직선이

포물선에서 입사각과 반사각이 같게 반사되면 초점에 모인다는 기하학적 사실을 응용한 예이다.

한편, 아르키메데스와는 반대로, 광원을 포물면의 초점에 놓으면, 빛은 거울에 반사되어 축과 평행인 방향으로 나아간다. 이런 원리가 자동차 헤드라이트에 이용된다.

포물선의 이런 원리는 공중에 있는 전파를 모으는 파라볼라 안테나에 이용된다. 사실, '파라볼라'는 포물선을 뜻한다. 그리고 이와 반대로 파라볼라 안테나는 전파를 발사할 때도 이용된다.

파라볼라 안테나에서 전파를 모으거나 발사하는 장소는 초점이다. 그런데 포물면의 지름이 64m에 달하는 모하비 사막의 안테나와 같이 포물면이 커지면 포물면의 중심에서 초점까지의 거리가 길어지고, 이에 따라 여러 가지 공학적인 문제가 발생할 수 있다고 한다. (자세한 내용은 [7, 220-221]을 보라.) 이에 따라 부반사경을 이용하는데, 카스그랭 안테나는 부반사경으로 쌍곡면을 이용하고, 그레고리안 안테나는 부반사경으로 타원면을 이용한다.

[원]

원을 지름을 중심으로 회전시키면 구면이 된다. 구면은 겉넓이가 같은 입체도형 중에서 부피가 가장 크다. 이런 원리는 지오데식 돔에서도 찾아볼 수 있다.

그리스의 사이미(Symi) 섬에 있는 태양열 증류 장치는 반 구면의 형태를 하고 있다. 반구면의 온실 속에서 바닷물은 태양열을 받아 증발되고, 구면의 안쪽에서 응축된 다음에 구면을 따라 내려온다. 이렇게 생산된 물은 섬 주민 4천 명에게 하루에 1인당 1갤런씩 제공된다고 한다[13, 165].

3. 맺음말

제7차 수학과 교육 과정에서는 실생활 문제의 해결이 특히 강조되고 있다. 제6차 교육 과정과 총괄 목표를 비교해보면 다음과 같다.

> (제6차) 수학의 기초적인 지식을 가지게 하고, 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 이를 활용하여 합리적으로 문제를 해결할 수 있게 한다[1, 66].

> (제7차) 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다[2, 29].

이렇게 실생활 문제의 해결을 강조한 점은 심화 과정의 내용에서도 찾아볼 수 있다. 이와 더불어, [3, 2]에서는 '수학 교육의 본질적인 목표'가 '수학적 힘의 신장'임을 강조하고 있다. 앞에서 든 예와 같이 학교에서 배운 수학이 실생활에 응용되고 있음을 학생들에게 보여준다

면, 학생 스스로 이 세상이 얼마나 수학화되어 있는지를 인식할 수 있을 것이며, 이를 통해 적어도 '수학의 힘'과 함께 수학의 실용성을 확신하게 될 것으로 생각한다.

참고 문헌

1. 교육부, **중학교 수학과 교육 과정 해설**, 1994.
2. 교육부, **수학과 교육 과정**, 1998.
3. 교육부, **중학교 교육 과정 해설(III) - 수학, 과학, 기술, 가정 -**, 1999.
4. 변진섭, **우리가 알아야 할 지진**, 10101, 1998.
5. 허민, '수학 교육의 목적과 수학사,' **한국수학사학회지** 제11권 제1호(1998. 6), 58-67.
6. 허민, "수학 교육에 활용할 옛 문제 연구," **한국수학사학회지** 제13권 제1호(2000. 6), 33-48.
7. Austin, J.D. ed., *Applications of Secondary School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, 1991.
8. Davis, P.J., R. Hersh/양영오・허민 옮김, **수학적 경험・상**, 경문사, 1995.
9. Devlin, Keith/허민・오혜영 역, **수학의 기초와 기본 개념**, 경문사, 2001.
10. Eves, Howard, *Mathematical Circles Squared*, PWS, 1972.
11. Eves, Howard/허민・오혜영 역, **수학의 위대한 순간들**, 경문사, 1994.
12. Gallian, J.A., "The Mathematics of Identification Numbers," *The College Mathematics Journal*, vol. 22, no. 3(1991), MAA, 194-202.
13. Pappas, T., *The Joy of Mathematics*, Wide World Pub., 1989.