

박판 스탬핑 공정의 주름발생 예측에 관한 연구

Study on the Wrinkling Prediction in Sheet Metal Stamping Processes

황보원*, 김영탁**
Bowon Hwang, Youngtag Keum

ABSTRACT

A wrinkling is the instability phenomenon influenced by material properties, shape geometry, forming conditions, stress state, etc. The wrinkling is considered as a critical defect in appearance of product. Many wrinkling prediction methods using thickness strain distribution and forming analysis have been proposed. The wrinkling, however, is not easily predicted precisely by these methods. In this study, the region in the biaxial plane stress state is modeled with a rectangular plate introducing the effective dimension, and critical stress values for the wrinkling are calculated. Prediction index for the wrinkling is then evaluated by normalizing the actual stress with respect to the critical stress. In order to show the validity and efficiency of the method proposed, the wrinkling prediction for a squared sheet in the uniaxial tensile stress and auto-body front fender panel is performed.

주요기술용어 : Wrinkling prediction(주름 예측), Sheet metal forming(박판성형), Wrinkling index(주름지수), Thickness strain distribution(두께 주름 분포)

Nomenclature

F : deformation gradient tensor
C : green strain tensor
 λ : principle value
 $\bar{\epsilon}$: effective strain
R : plastic anisotropy parameter
K : strength coefficient

n : strain hardening exponent
 $\bar{\sigma}$: effective stress
 \vec{n} : normal vector
T : rotation matrix
A : area of element
a, b : effective dimension
 ΔU : bending energy
D : bending rigidity
 ν : poisson's ratio
w : deflection
u : displacement

* 회원, 한양대학교 대학원

** 회원, 한양대학교 기계공학부

Subscripts

- 1,2 : principle direction
- ave : average
- cr : critical
- 0 : initial
- Y : yielding
- x, y : x(or y) direction

1. 서론

주름은 판재가 압축응력을 받을 때 판재면에 수직인 방향으로 휘어지는 현상으로 최종 성형품에서 외관상 결함이 되거나 조립시에도 정밀도의 저하를 가져온다. 또한 박판성형 과정중에 발생하는 주름은 성형성을 저하시키고 급형의 수명을 단축시키는 원인이 되므로 산업현장에서는 중요한 문제로 간주되어진다. 주름은 재료물성치, 기하학적형상, 공정조건, 응력상태등 여러 가지 변수가 복잡하게 서로 연관되어 일어나므로 어떤 변수에 대해 정의하기가 어렵다. 현재 주름발생 예측에 관한 연구는 이론적 방법, 실험적 방법, 컴퓨터 시뮬레이션 방법 등을 통해 진행되고 있으며, 일반적인 경우에 모두 적용될 수 있는 연구는 많지 않다.

일반적으로 성형해석을 통해 주름을 예측하는 경우에는 변형형상과 두께분포를 통하여 주름을 판별하는 방법이 주로 사용되고 있다. 성형해석 과정 중에 기하학적 요인에 의한 주름은 자연스럽게 계산되어 주름모양까지도 예측할 수 있으나 완전히 묘사하기 위해서는 많은 요소수가 필요하게 되어 해석시간을 지연시킨다. 또한 성형해석의 오차를 감안한다면 주름이 발생할 가능성이 있는 지역의 예측정보는 급형설계에 있어서 판단정보와 함께 매우 중요하다. 주름발생을 예측하는 또 다른 방법으로는 두께분포에 의해 판단하는 방법이 있다. 하지만 이 방법은 주름의 중요한 인자중의 하나인 면적의 영향을 고려하지 못하고 사용자가 경험에 의해 판단해야 될 뿐만 아니라 인장을 받으면서 압축응력이 존재하는 부분, 즉 벽부와 같이 두께는 얇아지지만 압축응력을 받아 주

름이 발생하는 부분을 예측할 수 없다는 큰 단점이 있다. 따라서 면적의 영향을 고려할 수 있는 좀더 객관적이고 타당한 주름 예측 방법에 대한 연구가 필요한 실정이다.

많은 연구자들이 주름발생을 좀더 효과적이고 정확하게 예측할 수 있는 방법을 찾기 위한 연구를 해왔다. 주름 발생 예측에 대한 실험적 연구로는 요시다가 판재에서 주름경향을 연구하기 위해 요시다 좌굴 실험(YBT, Yosida Buckling Test)을 제안하였으며, 이론적인 방법으로는 Wang과 Cao¹⁾가 딥드로잉 공정에서의 플랜지부의 주름을 발생시키는 임계 응력식을 제안하고, 실험과 이론적인 방법을 비교하였다. 근래에 와서는 컴퓨터의 발달로 주름을 예측하는데 유한요소법(FEM, Finite Element Method)이 많이 사용되고 있다. 국내에서는 양동열, 김종봉등²⁾은 탄소성 응축셀 요소를 이용하는 FEM 프로그램에 분기 좌굴이론을 도입하여 주름발생에 대한 연구를 수행하였고, 손영진등³⁾은 이방성 재료에서의 주름발생을 셀요소를 사용하여 소성 좌굴 이론으로 해석하여 응력과 국부 형상에 대한 주름발생 조건을 찾아보고, 재료의 특성이 주름에 미치는 영향을 규명하였다.

국외에서는 Neale과 Tugcu⁴⁾등이 요소에서의 응력 상태를 이용하여 주름발생을 판단할 수 있는 방법을 제안하였다. Cao와 Boyce⁵⁾는 구속상태에 있는 평판의 주름거동에 대하여 연구하였으며, Wang과 Cao⁶⁾등은 주름발생에 미치는 면적의 영향을 고려하기 위해 유효치수라는 개념을 제안하였다. Gelin⁷⁾등은 상용 FEM 프로그램을 통해 성형해석을 수행한 후 얻은 응력 데이터를 이용하여 후처리 단계에서 각 요소마다 수학적 소성 좌굴이론을 이용하여 주름 해석을 수행하였다. Chu와 Ming Li⁸⁾는 소성 분지이론을 기초로 탄소성 주름현상을 4차 미분방정식으로부터 수학적으로 해석하고 YBT 예제를 통하여 여러 인자들이 주름에 미치는 영향을 평가하였다. 지금까지 유한요소법을 이용한 많은 연구가 진행되어 왔으나 수렴성의 문제와 계산시간의 문제로 아직

복잡한 금형형상 등 실제적인 공정에 적용할 수 있는 주름예측 방법은 드문 실정이다.

주름예측방법으로 많이 사용되고 있는 두께변형을 분포는 요소 단위에서 계산되는 값이므로 면적의 영향을 고려하지 못하는 단점이 있다. 따라서, 본 연구에서는 주름발생의 인자중 하나인 면적의 영향을 고려하기 위해서 유효치수의 개념을 도입하여 주름영역을 사각 평판으로 모델링하고, 모델링된 영역에 적절한 경계조건과 판재의 좌굴식을 이용하여 임계 응력을 구하였다. 또한, 이를 주름영역의 실제 압축 응력과 비교하여 주름 가능성을 정량화 하는 주름 예측방법을 제안하였다. 또한 제안된 주름 예측방법의 타당성과 유용성을 보이기 위해 요시다 좌굴 실험⁶⁾과 사각 컵 딥드로잉 실험, 자동차 프론트 펜더⁹⁾성형에 적용하여 보았다.

2. 변형률과 응력

삼각형 요소가 평면상의 초기좌표에서 공간상의 최종좌표로 변형이 되었을 때 요소의 변형률과 응력을 계산할 수 있다. 요소의 1번 변을 x축으로 하고 y축은 요소의 세점이 이루는 평면위에 있고, z축은 요소의 법선방향과 같은 국부 좌표계를 요소위에 생성하고 선형 삼각형 요소의 초기 위치와 변형후 위치를 고려하여 변형률을 구할 수 있다.

Fig. 1에서 삼각형 요소는 이웃하는 2개의 변을 나타내는 벡터들로 정의되므로 G_2 와 G_3 는 현 단계의 삼각형 요소를, 벡터 g_2 와 g_3 는 다음단계의 삼각형 요소를 표현하는데 사용된다. 현 단계와 다음 단계 사이의 요소의 변형은 이 두 쌍의 벡터들의 변화로 정의된다.¹⁰⁾

$$\begin{bmatrix} G_{21} \\ G_{22} \\ G_{31} \\ G_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{31} - X_{11} \\ X_{32} - X_{12} \\ X_{21} - X_{11} \\ X_{22} - X_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, 초기좌표는 평면상에 있으므로 Z방향 좌표는 항상 0이므로 G_{23}, G_{33} 은 0이 된다.

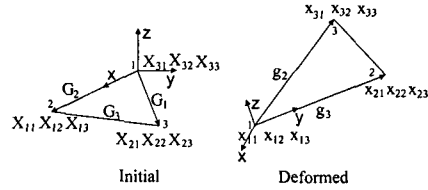


Fig. 1 Kinematics of a linear triangular element

$$\begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ g_{21} \\ g_{22} \\ g_{23} \\ g_{31} \\ g_{32} \\ g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{31} - x_{21} \\ x_{32} - x_{22} \\ x_{33} - x_{23} \\ x_{31} - x_{11} \\ x_{32} - x_{12} \\ x_{33} - x_{13} \\ x_{21} - x_{11} \\ x_{22} - x_{12} \\ x_{23} - x_{13} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$g_i = F \cdot G_i$ 관계로부터 변형구배 F 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} g_{21} & g_{31} \\ g_{22} & g_{32} \\ g_{23} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -G_{32} & -G_{31} \\ -G_{22} & G_{21} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서, $\det = G_{21}G_{32} - G_{31}G_{22}$ 이다.

Green 변형텐서, $C(F^T \cdot F)$ 는 식 (3)으로부터 얻어지며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} l_2^2 G_{32}^2 + l_3^2 G_{22}^2 - (l_2^2 + l_3^2 - l_1^2) G_{22} G_{32} \\ l_2^2 G_{31}^2 + l_3^2 G_{21}^2 - (l_2^2 + l_3^2 - l_1^2) G_{21} G_{31} \\ -l_2^2 G_{31} G_{32} - l_3^2 G_{21} G_{22} \\ + (l_2^2 + l_3^2 - l_1^2)(G_{21} G_{32} - G_{22} G_{31}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, l_i^2 는 변형 후 삼각형 요소의 각 변 길이의 제곱을 의미하며 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} l_1^2 \\ l_2^2 \\ l_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}^2 + g_{12}^2 + g_{13}^2 \\ g_{21}^2 + g_{22}^2 + g_{23}^2 \\ g_{31}^2 + g_{32}^2 + g_{33}^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

변형률 ϵ 는 Green 변형 텐서 C로부터 얻어지며 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\ln \lambda_1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\ln \lambda_2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서, $\lambda_i(i=1,2)$ 는 C 의 주값을, θ 는 요소위의 국부좌표계에서 x 축으로부터 반시계 방향으로 측정되는 주방향을 각각 의미하며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_1 + C_2)/2 + \sqrt{(C_1 - C_2)^2/4 + C_3^2} \\ (C_1 + C_2)/2 - \sqrt{(C_1 - C_2)^2/4 + C_3^2} \\ \tan^{-1}(\lambda_1 - C_1)/C_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (6)은 주변형률을 이용해 다음과 같이 표현되어 진다.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \ln \lambda_1 \\ \ln \lambda_2 \\ -\ln(\lambda_1/\lambda_2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)과 Hill의 이방성 항복이론(1948)을 이용해 유효 변형률, $\bar{\epsilon}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{\epsilon} = \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \left[\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \frac{2R}{1+R} \epsilon_1 \epsilon_2 \right] \quad (9)$$

여기서, R 은 소성이방성 비를 나타내며, 유효응력은 식 (10)을 통해 구할 수 있다.

$$\bar{\sigma} = K(\epsilon_0 + \bar{\epsilon})^n \quad (10)$$

여기서 K 는 강도상수, ϵ_0 는 전변형률, n 은 가공경화지수를 각각 나타낸다.

삼각형요소에서 주응력은 평면응력조건을 이용해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1+R & 1 \\ 1 & 1+R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, $D = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\sigma} \frac{2+R}{1+2R}$ 을 의미한다.

3. 주름영역 모델링

주름발생은 하나의 요소단위에서 발생하는 현상이 아니라 여러 개의 요소가 모여진 영역에서 발생한다. 또한 주름 현상은 그 영역의 넓이와 치수에 매우 큰 영향을 받는다. 주름은 기본적으로 압축응력을 받아서 발생하는 현상이지만 아무리 압축응력을 받더라도 넓이가 일정크기 이하이면

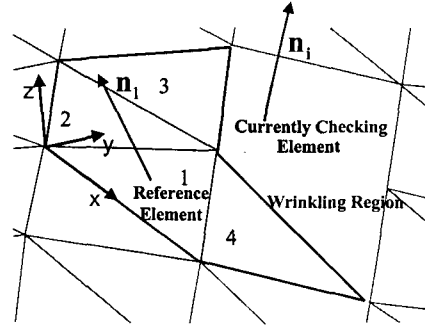


Fig. 2 Definition of wrinkling region

주름이 발생하지 않고 또한 작은 압축력을 받더라도 넓이가 크다면 주름이 쉽게 발생한다.

3.1 주름영역 선정

성형해석결과에서 주름발생을 예측할 때 면적의 영향을 고려하기 위해서는 하나의 요소단위가 아닌 여러 개의 요소가 모여진 영역을 기본 단위로 고려해야 한다.

주름 영역은 평면이고, 금형과의 접촉은 고려하지 않는다는 가정 하에 압축응력을 받고있는 부분의 주름발생을 예측하기 위해 다음과 같은 조건을 만족하는 주름영역을 정의하였다.

먼저, Fig. 2와 같이 검색하는 요소가 같은 평면내에 존재할 조건으로 요소의 법선방향이 같다는 조건을 고려하였으며, 기준요소의 법선벡터 \vec{n}_1 은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{n}_1 = \begin{bmatrix} (x_{22} - x_{12})(x_{33} - x_{13}) - (x_{23} - x_{13})(x_{32} - x_{12}) \\ (x_{23} - x_{13})(x_{31} - x_{11}) - (x_{21} - x_{11})(x_{33} - x_{13}) \\ (x_{21} - x_{11})(x_{32} - x_{12}) - (x_{22} - x_{12})(x_{31} - x_{11}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서, x_{ij} 는 기준요소의 좌표를 나타낸다. 또한 현재 검색중인 요소의 법선 벡터 \vec{n}_i 는 다음과 같다.

$$\vec{n}_i = \begin{bmatrix} (x_{22}^i - x_{12}^i)(x_{33}^i - x_{13}^i) - (x_{23}^i - x_{13}^i)(x_{32}^i - x_{12}^i) \\ (x_{23}^i - x_{13}^i)(x_{31}^i - x_{11}^i) - (x_{21}^i - x_{11}^i)(x_{33}^i - x_{13}^i) \\ (x_{21}^i - x_{11}^i)(x_{32}^i - x_{12}^i) - (x_{22}^i - x_{12}^i)(x_{31}^i - x_{11}^i) \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, x_{jk}^i 는 현재 검색중인 i 번째 요소의 좌표를 나타낸다.

이 두 법선벡터가 같은 평면내에 존재하기 위해서는 다음 식을 만족하여야 한다.

$$\cos^{-1} \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} < \delta \quad (14)$$

여기서, δ 는 수치오차를 고려한 오차범위로 라디안 값이다.

두 번째 조건으로 주름은 압축응력을 받는 부분에서 발생하므로 요소가 압축응력 상태일 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\min(\sigma_1, \sigma_2) < 0 \quad (15)$$

여기서, σ_1, σ_2 는 요소의 주응력을 각각 나타낸다.

마지막으로 주름영역은 폐곡선을 이루어야만 하므로 검색된 영역과 요소의 변이 인접할 조건을 만족해야 한다. 이렇게 해서 기준요소를 중심으로 인접한 주위의 요소들을 검사하여 주름영역을 확장시켜 나간다. 즉, 영역주위에 인접한 요소 중 조건에 맞는 요소가 없을 때까지 검색을 계속하여 주름영역을 선정한다.

확정된 주름영역에 대해 임계 응력식을 적용하기 위해서 주름영역을 사각평판으로 모델링한다. 주름영역 내에서 주름이 발생하는 방향과 주름영역에 상당하는 사각평판의 가로세로 길이가 필요하다. 하나의 주름영역에 속하는 요소들은 모두 동일한 평면 위에 있으므로 기준요소의 국부좌표계를 영역의 국부좌표계로 정의하고 회전행렬 T 를 구할 수 있다. 기준 삼각형 요소는 Fig. 1과 같이 두 벡터 \vec{g}_1, \vec{g}_2 로 나타낼 수 있다. 요소의 첫 번째 변에 정의되는 벡터 \vec{g}_1 은 다음과 같이 나타낼 수 있고 영역의 국부좌표계의 x방향 벡터 \vec{D}_1 이 된다.

$$\vec{g}_1 = \vec{D}_1 = \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{12} \\ D_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{21} - x_{11} \\ x_{22} - x_{12} \\ x_{23} - x_{13} \end{bmatrix} \quad (16)$$

두 번째 변에 정의되는 벡터 \vec{g}_2 는 다음과 같이

나타낼 수 있다

$$\vec{g}_2 = \begin{bmatrix} x_{31} - x_{11} \\ x_{32} - x_{12} \\ x_{33} - x_{13} \end{bmatrix} \quad (17)$$

국부좌표계의 z방향 벡터 \vec{D}_3 는 \vec{g}_1 과 \vec{g}_2 의 외적을 이용해 다음과 표현된다.

$$\vec{D}_3 = \begin{bmatrix} D_{31} \\ D_{32} \\ D_{33} \end{bmatrix} = \vec{g}_1 \times \vec{g}_2 \quad (18)$$

국부좌표계의 y방향 벡터 \vec{D}_2 는 \vec{D}_1 과 \vec{D}_3 의 외적으로부터 계산되어 진다.

$$\vec{D}_2 = \begin{bmatrix} D_{21} \\ D_{22} \\ D_{23} \end{bmatrix} = \vec{D}_3 \times \vec{D}_1 \quad (19)$$

영역의 국부좌표계의 축방향 벡터의 길이는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{D_{11}^2 + D_{12}^2 + D_{13}^2} \\ \sqrt{D_{21}^2 + D_{22}^2 + D_{23}^2} \\ \sqrt{D_{31}^2 + D_{32}^2 + D_{33}^2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

식 (10), 식 (18), 식 (19)를 이용해 국부좌표계의 회전 행렬 T 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}/d_1 & D_{12}/d_1 & D_{13}/d_1 \\ D_{21}/d_2 & D_{22}/d_2 & D_{23}/d_2 \\ D_{31}/d_3 & D_{32}/d_3 & D_{33}/d_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

주름영역의 요소들을 행렬 T 에 의해 회전시켜 영역의 평균 주응력과 주응력 방향은 다음과 같이 계산되어 진다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ave,x} \\ \sigma_{ave,y} \\ \sigma_{ave,xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n A_i \sigma_{x,i} / \sum_{i=1}^n A_i \\ \sum_{i=1}^n A_i \sigma_{y,i} / \sum_{i=1}^n A_i \\ \sum_{i=1}^n A_i \sigma_{xy,i} / \sum_{i=1}^n A_i \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서, A_i 는 요소의 면적, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ 는 영역의 국부좌표계에서 요소의 응력, $\sigma_{ave,x}, \sigma_{ave,y}, \sigma_{ave,xy}$ 는 영역의 국부좌표계에서 주름영역의 평균 응력을 각각 나타낸다. 평균 주응력과 주응력 방향은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ave,1} \\ \sigma_{ave,2} \\ \theta_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5(\sigma_{ave,x} + \sigma_{ave,y}) + S \\ 0.5(\sigma_{ave,x} + \sigma_{ave,y}) - S \\ 0.5 \tan^{-1} \frac{\sigma_{ave,xy}}{\sigma_{ave,x} - \sigma_{ave,y}} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$S = \sqrt{0.25(\sigma_{ave,x} + \sigma_{ave,y})^2 + (\sigma_{ave,xy}/2)^2}$$

여기서, $\sigma_{ave,1}, \sigma_{ave,2}$ 는 평균 주응력, θ_w 는 영역의 국부좌표계의 x방향과 주응력 방향이 이루는 각도, 즉 기준요소의 벡터 \vec{g}_1 과 영역의 평균 주응력 방향이 이루는 각도를 각각 나타낸다. 주름은 최대 압축응력 방향으로 발생하므로 계산된 주응력 방향으로부터 주름발생 방향을 계산할 수 있다.

주름영역의 경계점들을 사용하여 최적화 방법으로 타원으로 근사 시키고, 이때의 타원의 장축과 단축의 값을 영역의 유효치수^(6,8) a, b로 사용하였다. 여기서 유효치수란 특정형태를 갖지 않은 주름영역을 사각평판으로 모델링하였을 때 그 주름영역에 상당하는 사각평판의 가로와 세로의 길이를 의미한다. 타원의 장축과 단축을 주응력 방향과 일치시키기 위해서 다음과 같은 행렬에 의해 영역의 경계점들을 회전시킨다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서, θ_w 는 평균 주응력 방향이다.

평균 주응력 방향으로 회전된 경계점들을 다음과 같은 목적 함수 L을 사용하여 최적화기법에 의해 경계 점들과 타원사이의 최단 거리의 합이 최소가 되도록 하는 a, b의 값을 구할 수 있다.(Fig. 3 참조)

$$L = \sum_{i=0}^k \left[l_i - \frac{ab}{a^2 \sin^2 \theta_i + b^2 \cos^2 \theta_i} \right]^2 \quad (a, b > 0) \quad (25)$$

여기서, k는 경계점의 개수, l_i 는 영역의 중심과 경계점 사이의 거리, θ_i 는 주름영역의 국부 좌표계에서 경계점과 x축이 이루는 각도를 각각 나타내고, 우변의 두 번째 항은 중심에서 타원까지의 길이이다. 여기서 계산되어진 유효치수 a, b를 사용하여 가로, 세로길이를 유효치수 a, b를 가지는

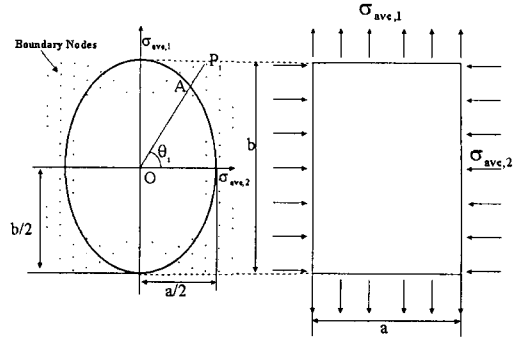


Fig. 3 Modeling of a rectangular plate introducing the effective dimension

사각평판으로 모델링될 수 있다. 이때 사각평판의 경계 변에는 주름영역의 평균 주응력이 균일하게 작용한다고 가정한다.

3.2 임계 좌굴 응력과 경계조건

3.2.1 굽힘에너지와 변형일

주름영역은 평면으로 가정하고, 주름은 과도한 막응력이 주된 원인이므로 평면방향의 응력만이 주름을 발생시킨다고 가정하였다[4]. 실제로 주름영역에서 응력의 분포는 불균일 하지만, Fig. 3과 같이 경계변에 영역내의 평균 응력이 균일하게 작용한다고 가정하였다[4]. 이러한 가정에 따라 평면 응력이 작용하는 길이 a, 폭 b, 두께 t인 사각 평판에 대한 임계 좌굴응력을 구하였다.

탄성영역에서 굽힘에너지(ΔU)와 막응력에 의한 변형일(ΔT)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[11]

$$\Delta U = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right) dx dy \quad (26)$$

$$\Delta T = -\frac{t}{2} \int_0^b \int_0^a \left(\sigma_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy \quad (27)$$

여기서, $w(x, y)$ 는 판재면에 수직방향으로의 변

위, D 는 굽힘강성(bending rigidity), ν 는 프와송비(Poisson's ratio)를 각각 나타낸다.

탄성영역에서의 평판의 좌굴식을 소성영역으로 확장하기 위해 비압축성이라는 가정 하에 프와송비 ν 는 0.5 라고 하면 굽힘 에너지 ΔU 는 소성영역에서 다음과 같은 식으로 다시 쓸 수 있다.^{6),12)}

$$\Delta U = \frac{D^p}{2} \int_0^b \int_0^a \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right) dx dy \quad (28)$$

여기서, $D^p = E_0 \frac{t^3}{9}$, 좌굴탄성계수(buckling modulus) $E_0 = \frac{4EE_t}{(E^{1/2} + E_t^{1/2})^2}$, 접선탄성계수(tangent modulus) $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$, $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ 은 유효응력과 유효변형률을 각각 나타낸다.

3.2.2 4변이 고정 경계조건

판재의 좌굴에서 경계조건은 임계 좌굴응력에 영향을 미치므로 적절한 경계조건 선택이 중요하다.

일반적인 박판 성형공정에서 제품이 되는 바디부에서는 4변이 고정되어 있다고 볼 수 있다. 따라서 4변이 고정이라는 경계조건을 사용하여 사각평판으로 모델링된 영역의 임계응력을 계산할 수 있다. 4변이 고정되어 있는 사각평판의 수직 변위는 다음과 같은 식으로 표시 될 수 있다.¹¹⁾

$$w = \frac{w_0}{4} \left(1 - \cos \frac{m\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{n\pi y}{b} \right) \quad (29)$$

여기서, a , b 는 유효 치수이고 w_0 는 변위 크기를 각각 나타낸다.

좌굴은 굽힘에너지와 막응력에 의한 일이 같을 때 발생하므로, 식(27), 식(28)에 식(29)를 대입하고, $\Delta U = \Delta T$ 를 이용하면 다음과 같은 소성영역의 좌굴에 관한 임계 응력식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \sigma_{ave,2} \\ &= -\frac{\pi^2 D^p}{t} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{a}{m} \right)^2 \left(\frac{n}{b} \right)^4 + \frac{2}{3} \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \\ &\quad - \left(\frac{na}{mb} \right)^2 \sigma_{ave,1} \end{aligned} \quad (30)$$

여기서, m 은 압축방향의 반파장수이고, n 은 압축방향에 수직인 방향의 반파장수로 경계조건을 만족하기 위해 n 은 항상 2의 값을 가진다. 식(30)에서 임계응력, σ_{cr} 은 임의의 정수 m 중 σ_{cr} 이 최대(또는 최소)가 되는 값을 선택하고 그때의 m 값이 이 영역에서 주름 발생 파장수가 된다.

3.2.3 2변은 고정, 2변은 단순지지 경계조건

요시다 좌굴 실험과 같은 경우, 마름모 시편의 상하부분을 인장함으로써, 이 부분이 고정되어 있고 나머지 2변은 단순 지지되어 있다고 볼 수 있으므로(Fig. 4 (a) 참조) 수직 변위는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.¹¹⁾

$$w = \frac{w_0}{2} \sin \frac{m\pi x}{a} \left(1 - \cos \frac{n\pi y}{b} \right) \quad (31)$$

식 (31)을 이용하여 $\Delta U = \Delta T$ 일 때 임계 좌굴 응력, σ_{cr} 을 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \sigma_{ave,2} \\ &= -\frac{\pi^2 D^p}{t} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{m} \right)^2 \left(\frac{n}{b} \right)^4 + \frac{2}{3} \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left(\frac{na}{mb} \right)^2 \sigma_{ave,1} \end{aligned} \quad (32)$$

식 (32)에서 경계조건에 의해 $n=2$ 이고, 3.3.1 절과 같은 방법으로 m 을 결정할 수 있다.

3.3 주름지수

주름지수(WI, Wrinkling Index)란 그 영역에서 주름이 발생할 가능성 정도를 정량적으로 나타내어주는 지표로서 다음과 같이 정의한다.

먼저 주름영역의 최소 주응력이 0보다 크면 주름은 발생하지 않으므로 주름지수, WI 값을 0으로 정의한다. 또한 주름영역의 최소 응력값이 임

Table 1 Definition of WI(Wrinkling Index)

$\sigma_{ave,2} > 0$	WI = 0
$\sigma_{ave,2} < 0$	WI = $\left \frac{\sigma_{ave,2}}{\sigma_{cr}} \right $
$\sigma_{ave,2} < \sigma_{cr}$	WI = 1

계 압축응력보다 작으면, 즉 압축방향을 양으로 볼 때 임계응력보다 압축응력이 더 크면 주름 발생 가능성은 100%로 이 때의 주름지수 WI는 1로 정의된다. 마지막으로 최소 주응력이 0보다 작은 경우 주름지수 WI는 $\left| \frac{\sigma_{ave,2}}{\sigma_{cr}} \right|$ 로 정의하고, 이것을 정리하면 Table 1과 같다.

4. 적용사례

본 절에서는 몇 가지 예제를 통해 기존의 두께 변형률 분포를 통한 주름예측 방법과 본 연구에서 제안된 주름 지수에 의한 주름예측 방법을 비교하였다. 여기서, 두께 변형률 분포를 통한 주름예측방법이란 박판의 두께가 두꺼워진 부분에서는 주름이 발생하고, 두께가 얇아진 부분에서는 주름이 발생하지 않는다고 판단하는 일반적인 주름예측 방법을 의미한다.

4.1 요시다 좌굴 실험

요시다 좌굴 실험은 Fig. 4의 (a)와 같이 한 변이 100mm인 정사각형 판재를 대각선 방향으로 인장 시킴으로서, 인장력에 의해 발생하는 인장 방향과 수직인 방향의 주름을 관찰하는 실험으로 대각선방향으로 끝부분에 40mm를 지그에 물리고 인장 시킨다. 실험 후 시편은 Fig. 4의 (b)와 같은 형상으로 주름이 발생한다.

이 실험은 일반적인 성형공정과는 다르기 때문에 해석시 경계조건으로 2변은 고정, 2변은 단순 지지 조건을 사용하였고, 재료의 물성치는 Table 2와 같다.

Fig. 5와 Fig. 6은 인장 변위 $u=0.4\text{mm}$ 일 때의

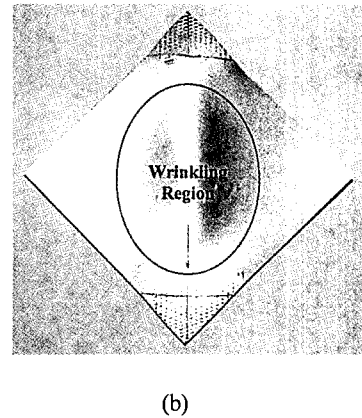
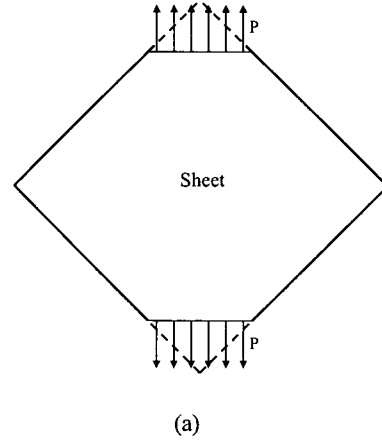


Fig. 4 (a) Schematic view of Yosida Buckling Test (YBT) and (b) wrinkling region on YBT specimen

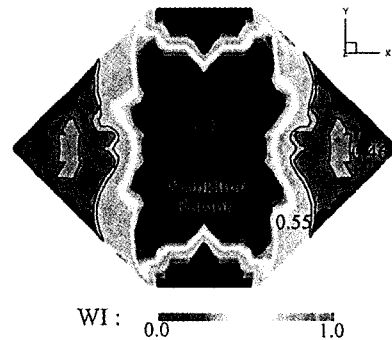


Fig. 5 Wrinkling of YBT specimen predicted by wrinkling index(WI)

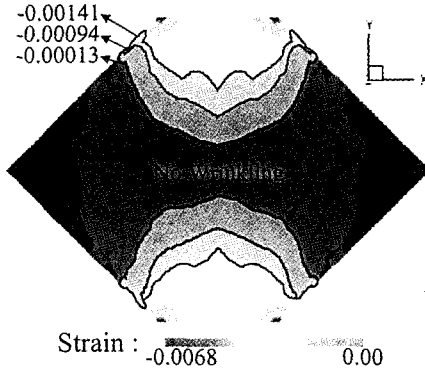


Fig. 6 Wrinkle of YBT specimen predicted by thickness strain distribution.

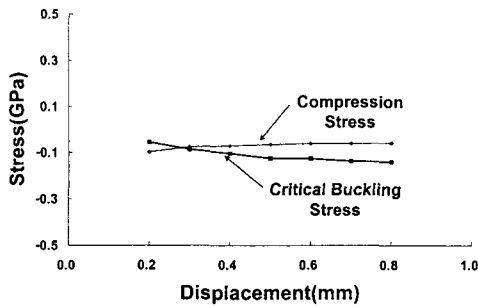


Fig. 7 Critical buckling stress and compression stress associated with displacement in YBT specimen

주름지수 분포와 두께변형률 분포를 나타낸 그림이다. Fig. 5에서 가운데 영역이 주름지수가 1.0으로 주름 발생을 쉽게 예측할 수 있다. 하지만 Fig. 6을 보면 가운데 영역뿐만 아니라 전체적으로 두께가 얇아졌으므로 주름이 발생하지 않는다고 예측된다. 즉 일반적인 주름예측 방법인 두께 분포로는 주름예측이 불가능한 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 대각선 방향으로 인장 시킬 때 인장 변위에 따른 주름영역의 평균 압축응력 (compression stress)과 임계 좌굴응력(critical buckling stress)의 변화를 나타낸 그래프이다. 여기서 평균 압축응력은 식(23)으로부터 계산되어지고, 임계 좌굴응력은 식(32)로부터 계산되어진다. 그래프를 보면 인장 변위 u 가 0.3mm를 전후

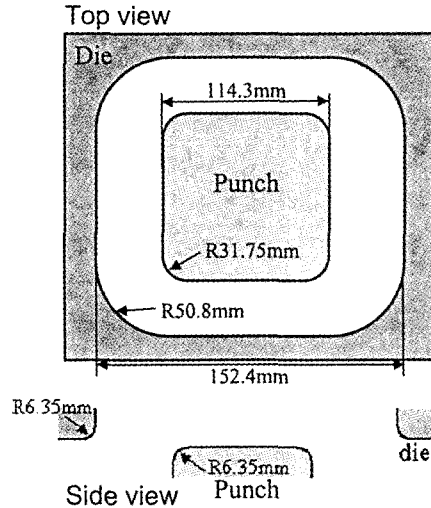


Fig. 8 Tooling geometry of a squared cup

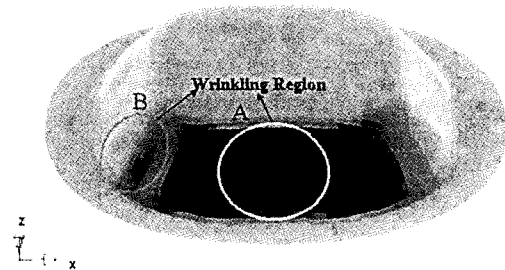


Fig. 9 Predicted wrinkling region of a formed squared cup specimen

로 평균 압축응력이 임계 좌굴응력을 초과하여 주름이 시작됨을 예측할 수 있다. 실제로 Gibson과 Hobbs의 실험⁶⁾에서 변위 u 가 0.25mm에서 주름이 시작되는 것이 관찰되었다.

4.2 사각컵 딥드로잉 성형

Fig. 8과 같이 펀치와 다이 벽부 사이에 20mm 정도의 공차가 있는 금형 형상을 사용한 사각컵 딥드로잉 성형에 본 논문에서 제안된 주름예측방법을 적용해 보았다. 지름이 230mm인 원형 모양의 초기 블랭크를 사용하고 경계조건으로는 4변 고정 경계조건을 사용하였다. 재료의 물성치는 Table 2와 같다.

Table 2 Material Properties of YBT specimen

Property	Value
Young's Modulus(MPa)	E = 207000
Poisson's Ratio	$\nu = 0.3$
Stress-Strain Relation	$\bar{\sigma} = 812(0.002 + \bar{\epsilon})^{0.22}$
Average Plastic Strain Ratio	$\bar{r} = 1.82$
Yield Stress(MPa)	$\sigma_Y = 207$
Sheet Thickness(mm)	t = 0.7

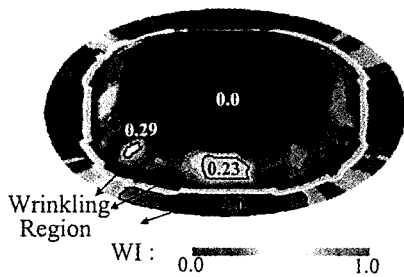


Fig. 10 Wrinkling prediction of a formed squared cup specimen by wrinkling index(WI)

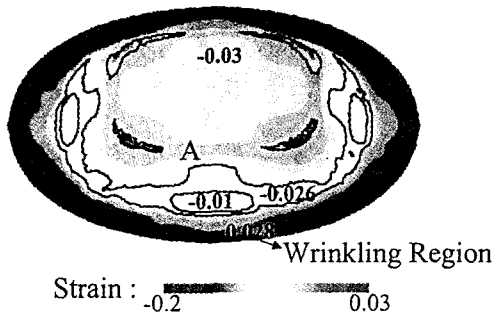


Fig. 11 Wrinkling prediction of a formed squared cup specimen by thickness strain distribution

Fig. 9는 블랭크 홀딩력 100KN, 펀치높이 34mm일때의 성형모습을 나타내고 있다. Fig. 9를 통해 벽부와 코너부에서 주름이 발생됨을 알 수 있다. Fig. 10, Fig. 11은 블랭크 홀딩력 100KN, 펀치 높이 30mm에서의 주름지수 분포와 두께변형률 분포를 나타낸 그림이다. 주름지수 분포를 보면 플랜지 부분에서 주름지수 값이 1.0으로서 주름이 발생할 것을 예측할 수 있다. 또한 벽부의 주름지수가 0.23이고, 코너부의 주름

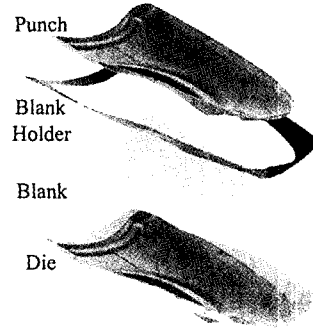


Fig. 12 Tooling of an auto-body front fender panel

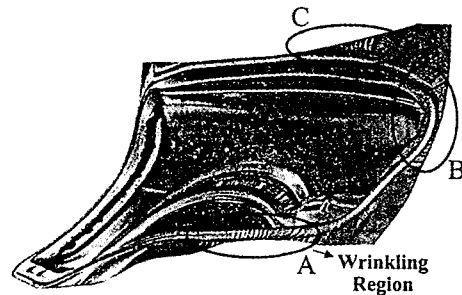


Fig. 13 Wrinkling region on an auto-body front fender panel

지수가 0.29로 이 부분에서도 주름이 발생할 것이라고 예측할 수 있다. 두께분포 그림을 보면 플랜지 부분에서 두께가 두꺼워진 것을 볼 수 있고, 따라서 주름지수 분포와 같이 이 부분에서 주름이 발생할 것이라고 예측할 수 있다. 반면 주름지수 분포에서는 예측된 벽부와 코너부에서는 두께변형률이 음수로서 주름예측이 불가능한 것을 볼 수 있다.

4.3 자동차 프론트 펜더 성형

마지막 적용사례로 실제 자동차 부품의 하나인 프론트 펜더 성형에 본 논문에서 제안된 주름예측 방법을 적용해 보았다. 금형 형상과 재료의 물성치는 Fig. 12와 Table 3에서와 같이 NUMISHEET'93⁹⁾에서 제시된 데이터를 사용하였다.

Fig. 13은 NUMISHEET'93에 제시된 실제 성

Table 3 The material properties of auto-body front fender panel

Property	Value
Young's Modulus(MPa)	$E = 206000$
Poisson's Ratio	$\nu = 0.3$
Stress-Strain Relation	$\bar{\sigma} = 558(0.01276 + \bar{\epsilon})^{0.249}$
Average Plastic Strain Ratio	$\bar{r} = 1.71$
Yield Stress(MPa)	$\sigma_0 = 196.3$
Sheet Thickness(mm)	$t = 0.81$

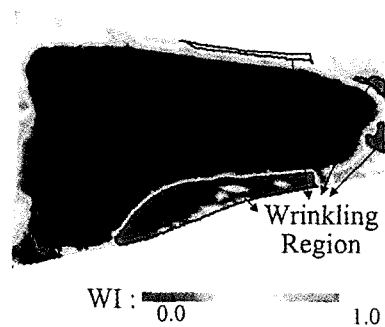


Fig. 14 Wrinkling prediction of an auto-body front fender panel by wrinkling index(WI)

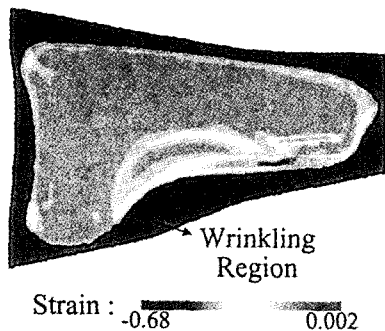


Fig. 15 Wrinkling prediction of an auto-body front fender panel by thickness strain distribution

형 모양을 찍은 사진으로 타원으로 표시된 A, B, C 부분에서 주름이 발생하는 것이 관찰되었다. Fig. 14와 Fig. 15는 프론트 펜더 성형후의 주름지수 분포와 두께변형률 분포를 각각 나타내고 있다. 두께변형률 분포를 나타내는 Fig. 15를 보

면 플랜지 부에서 두께가 두꺼워 지기는 하나 전체적으로 균일하게 두꺼워지므로 어디가 주름이 일어날 가능성이 제일 높은지는 예측하기가 힘들다. 금형 설계자는 플랜지 부분에서 주름이 발생할 것은 알 수 있으나 어디를 수정해야 주름을 막을 수 있을지 판단하기가 곤란하다. 반면 주름지수 분포를 나타낸 Fig. 14를 보면 플랜지 부분 중에서도 특히 아래 부분의 가운데와 우측 부분 가운데에서 주름이 발생할 가능성이 높은 것을 알 수 있고, Fig. 13의 실제 주름이 발생한 부분과 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 따라서 금형 설계자는 이 부분의 금형을 수정하여 재료 유입량을 줄이는 방법 등을 통해 주름을 막을 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 두께분포로는 판단하기가 힘든 인장에 의해 압축력을 받는 벽부나 기하학적으로 이상적인 모양 때문에 수치적으로 주름예측이 힘든 부분에서도 주름예측이 가능한 주름지수의 개념을 제안하였다. 주름발생을 요소 단위가 아닌 영역단위로 생각하여 면적의 영향을 고려하기 위해 주름영역을 정의하고, 그 영역을 사각형 평판으로 모델링 하였다. 모델링된 영역에서 압축응력과 좌굴이 발생하는 임계응력을 비교하여 주름발생 가능성을 주름지수라는 형태로 정량화하고 주름발생 부분을 사용자가 쉽게 판단할 수 있도록 하였다. 또한, 본 연구에서 제안된 방법을 요시다 좌굴 실험과 사각컵 딥드로잉 성형공정, 자동차 프론트 펜더 성형공정에 적용하여 본 주름예측 방법의 타당성 및 유용성을 검증하였다.

참고 문헌

- 1) X. Wang and J. Cao, "An Analytical Model for Predicting Flange Wrinkling in Deep Drawing", Transaction of NAMRI/SME, Vol. XXVI, pp.25-30,1998.
- 2) J. B. Kim and D. Y. Yang, "Finite Element Analysis of the Wrinkling

- Initiation and Growth in Modified Yosida Buckling Test", *Metals and Materials*, Vol.4. No.4 , pp.640-647, 1998.
- 3) 손영진, 박기철, 김영석, "이방성 판재의 주름발생 해석", *소성가공학회 98춘계학술대회 논문집*, pp.21-27, 1998.
 - 4) K. W. Neale and P. Tugcu, "A Numerical Aanalysis of Wrinkle Formation Tendencies in Sheet Metals", *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 30, pp.1595-1608, 1990.
 - 5) J. Cao and M. C .Boyce, "Wrinkling Behavior of Rectangular Plates under Lateral Constraint", *Int.J. Solids Structures*, Vol.34, No.2, pp.153-176,1997.
 - 6) X. Wang and J. Cao, "Stress-Based Prediction for the Straight Side-Wall Wrinkling in Deep Drawing Process", *Transactions of NAMRI/SME*, Vol. XXVII, pp.55-60, 1999.
 - 7) J. C. Genlin, P. Paquier and N. Boudeau, "Prediction of Necking and Wrinkling in Sheet Metal Forming from the Analysis of local equilibrium conditions", *Simulation of Materials Processing*, pp.875-880, 1998.
 - 8) E. Chu and M. Li, "The Onset and Growth of Elastoplastic Wrinkling of Aluminum Alloy Sheets", *Numisheet '96*, pp.228-239, 1996.
 - 9) A. Makinouchi, E. Nakamachi, E.onate and R.H.Wagoner, "Benchmark Problom", *Proceedings of The 2nd International Conference*, *Numisheet '93*, pp.381-394, 1993.
 - 10) S. Y. Lee, "3-D FEM Analysis of Forming Processes of Planar Anisotropic Sheet Metal", Ph. D. Dissertation, The Korea University, 1994.
 - 11) Timmoshenko and Gere, *Theory of Elastic Stability*, McGRAW.Hill, pp.348-389, 1961.
 - 12) T. X. Yu and L. C. Zhang, *Plastic Bending*, World Scientific, pp.422-423,1996