한국학교수학회논문집 제 4권, 제 1호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 4, Number 1, 47-58, May 2001

수학적인 생각·태도를 지도하기 위한 발문분석과 실험수업이 문제 해결력 신장에 미치는 영향[1)]

김 태 진[2)]

I. 서 론

A. 연구의 필요성

문제해결 능력은 수학의 기본기능으로 수학교육에서 무엇보다도 강조되어야 하나 일선 수학교육 현장에서는 소홀이 되고 있다. 수많은 정보가 창출되는 현재와 미래 사회에서는 한가지 정보를 알고 사용하는 능력보다 여러 분야의 다양한 정보를 서로 연결하고 스스로 정보를 창출하여 문제를 해결할 수 있는 창의적인 능력이 대단히 중요하다고 볼 수 있다. 그렇다면 수학에서도 이러한 능력을 자극하고 키워 줄 수 있어야 한다. 그러나 현행 학습자 개개인의 능력이나 적성이 고려되지 않는 단선 형태의 학년별 집단 교육과정 하에서는 개인의 능력에 관계없이 수업이 진행되어, 수학교과가 가지는 논리적 위계성을 고려할 때, 개개인의 학습 결손의 누적을 가속화시키고 있으므로 창의력과 문제해결능력 신장을 더더욱 기대할 수도 없다.

이에 본 연구에서는 학습내용의 이론의 전개에 도움을 주는 발문분석과 실험수업을 통하여 학습자의 자발적이고 능동적인 지적 활동을 이끌어 냄으로써 학습자의 개념체계에 발전적 변화를 도모할 수 있다고 생각되어 수학수업에서 수학적인 생각·태도를 지도하기 위한 발문분석과 실험수업이 본 연구의 의의가 있어, 연구를 추진하게 되었다.

B. 연구의 목적

연구의 필요성에서 시사한 바와 같이 본 연구의 목적은 수학과 발문분석과 실험수업에서 학습부진 요인과 흥미상실 요인을 규명하고 이에 알맞은 지도방법과 자료를 개발하여 학생들이 창의력을 바탕으로 한 사고력을 신장시켜 수학과 학업성취 및 정의적 특성에 미치는 영향을 조사해 보는 것이다. 본 연구에서 이를 밝혀보기 위한 구체적인 문제는 다음과 같다.

1. 학생들에게 다양한 발문분석과 실험수업을 통해 문제 해결력을 가르치며,
2. 학생들에게 다양한 발문분석과 실험수업을 통해 문제해결경험을 가지도록 하며,
3. 문제해결과정에 있어서 학생들과 대화할 수 있는 언어를 개발하였다.

II. 이론적 배경

A. 문제해결전략과 수학실험수업

문제해결전략을 통한 수학실험은 우선 학습자 개인마다 다른 학습능력과 흥미를 수용하기 위하여 종전의 일반적인 강의실 학습은 배제되어야 하며 지각적 다양성과

---

1) 본 논문은 전국현장연구대회(전국교원단체연합회, 2000. 4. 28)에서 푸른기장(전국 1등급)을 수상한 논문에서 발췌한 것임

2) 태안군 근흥중학교

수학적 다양성에 따라 잘 준비된 학습활동의 체계를 갖추고 있어야 하며 학습자의 개인차를 수용할 수 있도록 선택의 여지와 다양성 또한 제공할 수 있어야 한다. 그러기 위해서 교사는 지도할 내용, 지도목표, 지도자료, 사전평가방법, 교수/학습전략, 사후평가방법 외에 다음과 같은 활동을 준비하였다.

첫째, 대부분의 수학실험학습은 조작적 구체물을 이용하는 실험실안에서의 활동을 중심으로 이루어지므로 학습자가 사용할 구체물을 준비 확보하여야 하였다.

둘째, 학습자가 사용할 구체적 조작물을 조직화하는 일과 학습자의 실험실에서의 활동을 지도 감독하기 위한 계획을 수립하여야 하였다.

셋째, 학습자가 실험실의 자료들을 유익하게 사용하도록 지도하였다.

이러한 준비하에 이루어진 수학실험은 학습자가 구체적인 상황에서 수학적인 아이디어를 탐구하고, 수학적 원리나 법칙을 발견하거나, 수학적 추상화 과정을 적용하는 종합적 환경이라고 할 수 있는데, 이러한 종합적 환경이 갖는 의미는 다음과 같다.

첫째, 학습장소로서의 실험실이다. 즉, 학습자가 구체적 자료를 조작하고, 수학적 실험을 실행하며, 수학적인 게임을 하는 등의 다양한 학습활동에 능동적으로 참여할 수 있는 학습장소인 수학실을 운영하였다.

둘째, 학습/지도의 한 과정으로서의 실험실이다. 즉, 실험실적 수업은 학습자가 수학의 법칙이나 패턴 등을 발견하기 위한 수학적인 실험을 계획하고 실행하는 모든 과정을 포함한다. 예를 들어 소단위의 그룹토론이나 개인별 과제의 수행, 교사의 지도 등이 모두 실험실을 학습/지도의 과정으로 볼 때의 구성요인들이 되도록 지도하였다.

셋째, 학습자의 새로운 학습태도형성이라는 의미에서의 실험실이다. 즉, 학습자는 수학실험실을 통하여 스스로 생각하고, 의문을 제기하며, 패턴을 찾는 등의 능동적인 탐구학습의 태도를 연습, 습득할 수 있도록 지도하였다.

B. 수학적인 생각 · 태도에 관한 발문분석일람

1. 문제를 형성 · 파악하는 단계

1) 수학적인 태도의 발문

A 11 어떤 사실(까지)을 알 수 있는가, 또는 이용할 수 있는가. (문제를 명확히 하려는 태도)

A 12 어떻게 되어 있으면 알겠는가, 그것을 분명하게 말할 수 있는가.(문제를 명확히 하려는 태도)

A 13 무엇을(어디서부터) 모르는가(구하려 하는가). (문제를 명확히 하려는 태도)

A 14 이상하다고 여겨지는 것이 있는가. (의문의 눈으로 보려는 태도)

2) 방법에 관련된 수학적인 생각의 발문

T 11 어떤 점이 같은가. 공통적인 것은 무엇인가.(추상화의 생각)

T 12 말의 뜻이 무엇인지 분명하게 하여라. 일상어로 말해 보아라.(추상화의 생각)

T 13 무엇(어떤 조건)이 중요한가.(추상화의 생각)

T 14 어떤 경우(상태)의 것을 생각해야 하는가. 어떤 경우(상태)의 것으로 보는가.(이상화의 생각)

T 15 그림으로(수로서) 나타내 보아라.(도형화, 수량화의 생각)

T 16 간단한(작은) 수로 치환해 보아라.(단순화의 생각)

T 17 조건을 간단히 해서(일부 조건을 무시하고) 생각해 보아라. (단순화의 생각)

T 18 예를 들면 어떤 것인가.(구체화의 생각)

3) 내용에 관련된 수학적인 생각의 발문

I 11 무엇을 먼저 정하지 않으면 안 되는가.(함수적인 생각)

I 12 어떤 조건이 불필요한가. 포함되

지 않는 것이 있는가.(함수적인 생각)

2. 개발적인 해결 방안을 구상하는 단계

1) 수학적인 태도의 발문

A 21 어떤 방법으로 해결할 수 있을 것 같은가.(해결 방안을 개괄적으로 구상하려는 태도)

A 22 결과가 어떻게 될 것 같은가.(해결 방안을 구상하려는 태도)

2) 방법에 관련된 수학적인 생각의 발문

T 21 기지의 방법과 마찬가지 방법으로 할 수 없겠는가.(유추적인 생각)

T 22 기지의 사실과 같아지게 할 수 없는가.(유추적인 생각)

T 23 특수한 경우를 생각해 보아라.(특수화의 생각)

3) 내용에 관련된 수학적인 생각의 발문

I 21 무엇을 바탕(단위)으로 보면 좋을 것 같은가.(단위의 생각)

I 22 얼마쯤 될 것 같은가.(개괄적인 파악의 생각)

I 23 의미(성질)가 같은 것은 없는가.(표현, 조작, 성질의 생각)

3. 해결을 실행하는 단계

1) 수학적인 태도의 발문

A 31 알고 있는 것(알 수 있는것)을 써서 생각해 보아라.(줄이 맞게 생각하려는 태도)

A 32 구하려는 것에 접근하고 있는가.(줄이 맞게 생각하려는 태도)

A 33 분명하게 말할 수 없겠는가.(명확히 하려는 태도)

2) 방법에 관련된 수학적인 생각의 발문

T 31 어떤 규칙이 있을 것 같은가, 자료를 모아 보아라.(귀납적인 생각)

T 32 알고 있는 것(알 수 있는 것)을 바탕으로 생각해 보아라.(연역적인 생각)

T 33 이 사실을 주장할 수 있으려면 무엇을 알아야 되는가.(연역적인 생각)

T 34 간단한 경우를(수로 나타내어서) 생각해 보아라.(단순화의 생각)

T 35 조건을 고정시켜 보아라. 그 조건의 특수한 경우를 생각해 보아라.(특수화의 생각)

T 36 그림으로 나타낼 수 없겠는가.(도형화의 생각)

T 37 수(數)를 써서 나타낼 수 없겠는가.(수량화의 생각)

3) 내용에 관련된 수학적인 생각의 발문

I 31 단위(점 등)을 바탕으로 생각해 보아라.(단위의 생각)

I 32 무엇을 단위로하여 생각하면 좋겠는가. (단위의 생각)

I 33 언어(방법, 표시되어 있는 것)의 의미를 바탕으로 생각해 보아라.(표현, 조작, 기본성질의 생각)

I 34 정해진 방법에 따라 (계산)해 보아라.(알고리즘의 생각)

I 35 그것(식, 기호)은 어떤 사실을 나타내고 있는가.(식에 관한 생각, 표현의 생각)

I 36 식으로 나타낼 수 없는가.(식에 관한 생각)

4. 논리적으로 조직화하는 단계

1) 수학적인 태도의 질문

A 41 왜 이렇게 하는 것이 (항상)옳은가.(줄이 맞게 생각하려는 태도)

A 42 보다 정확하게 말할 수 없는가.(정확하게 하려는 태도)

A 43 보다 간단하게 알기 쉽게 말할 수 없는가.(명확하게 하려는 태도)

2) 방법에 관련된 수학적인 생각의 발문

T 41 다른 경우에도(항상) 적용되도록 할 수 없는가.(일반화의 생각)

T 42 이러면 된다(이것은 틀린다, 성립되지 않는 경우가 있다)는 것을 설명할 수 없는가.(연역적인 생각)

T 43 어떤 사실을 근거로 하여 그렇게 생각했는가. 기지의 사실을 바탕으로 설명할 수 없는가.(연역적인 생각)

3) 내용에 관련된 수학적인 생각의 발문

I 41 알고 있는 말의 뜻(성질,방법)을 바탕으로 달리 나타내 보아라. (설명해 보

아라.).(표현, 성질, 조작의 생각)

I 42 그림을 그려서(식을 써서) 보다 확실하게 나타내어라.(도형화, 식에 관한 생각)

I 43 표기법(계산법)을 간결하게, 정리할 수 없는가.(알고리즘의 생각)

I 44 단위에 주목하고 그것을 바탕으로 손질하여라.(단위의 생각)

5. 검증하는 단계

1) 수학적인 태도의 발문

A 51 좀더 간단히 할 수 없는가.(사고노력을 절약하려는 태도)

A 52 보다 나은 방법은 없는가. 보다 효과적으로, 보다 간단하게 할 수는 없는가.(보다 나은 방법을 구하려는 태도)

A 53 정리하여, 세련되게 할 수 없는가.(보다 나은 방법을 구하려는 태도)

A 54 다른 방법은 없는가.(보다 나은 방법을 구하려는 태도)

A 55 새로운 문제를 만들어낼 수는 없는가.(보다 새로운 것을 구하려는 태도)

2) 방법에 관련된 수학적인 생각의 발문

T 51 정리해서 나타낼 수 없을까. 비슷하거나 같은 점은 없는가.(통합적인 생각)

T 52 이미 알고 있는 것 가운데 이것과 같아 보이는 것은 없는가. 이것의 특별한 경우하고 여겨지는 것은 없는가.(통합적인 생각)

T 53 다른 관점에서 볼 수 없는가.(발전적인 생각)

T 54 조건을 변경하면 어떻게 되겠는가.(발전적인 생각)

3) 내용에 관련된 수학적인 생각의 발문

I 51 조건을 어떻게 바꿀 수 있는가.(함수적인 생각)

I 52 이들 사이에는 어떤 관계가 있는가.(함수적인 생각)

I 53 이런 것은 어떻게 처리하면 좋겠는가.(알고리즘의 생각)

I 54 식으로부터 무엇을 알 수 있는가.(어떤 문제를 만들 수 있는가, 식을 읽으려는 생각)

Ⅲ. 실행 목표

A. 실행 목표 1

교과서를 분석하여 수학적인 생각·태도에 맞춘 발문분석과 실험수업지도안 자료를 제작하여 투입하면 수학과 학업성취도에 유의한 변화를 줄 것이다

1. 단원의 위계관계 분석
2. 실험수업요소 선정
3. 단원의 지도계통 분석
4. 수준별 유형화 과제학습 자료의 제작
5. 소집단용 수준별유형화 자율학습지 제작

B. 실행 목표 2

수학적인 생각·태도에 초첨을 맞춘 발문분석과 소집단 실험수업 학습을 통하여 문제해결 능력을 신장시키는 것은 수학과 행동영역별 및 정의적 특성 변화에 유의한 변화를 줄 것이다.

1. 소집단 협력학습 조직 운영
2. 유형별 노트 정리
3. 수학적인 생각·태도에 초점을 맞춘 실험수업
4. 수학적인 생각·태도에 초점을 맞춘 수업기록
5. 소집단 유형별 자율학습 지도

Ⅳ. 연구 방법

A. 연구의 대상

1. 연구학교 : 충청남도 태안군 근흥중학교
2. 실험반 : 3학년 1반 (35명)
3. 비교반 : 3학년 2반 (34명)

B. 연구 기간

1999. 12. 1. ~ 2000.12. 31. (13개월간)

C. 연구의 도구

본 연구에서 사용되는 도구는,

1. 본교 자작 학력검사지, 수준별 유형별 과제학습지, 소집단용 유형별 자율학습지, 소집단용 실험학습지
2. 자작 설문지 (흥미, 과제물 처리, 학습 실태, 발문분석과 실험수업 검사) 등이다.

D. 연구의 제한

현행 지학사 편찬 (김호우, 박교식, 신준국, 정은실 저) 중학교 3학년 수학교과서의 내용중 본 연구에서는 다음의 1개 단원과 $y=ax^2$을 연구영역으로 하였다.

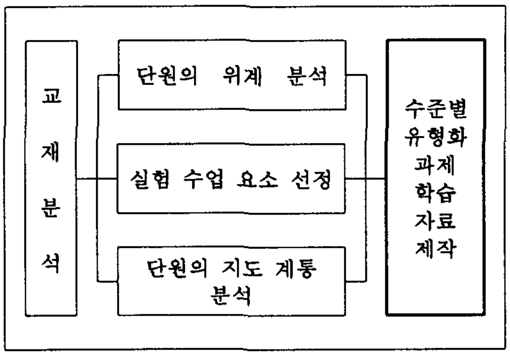
☞ 이차함수 (교과서 pp 99 ~ 130)

Ⅴ. 연구의 실행

A. 실행목표 1 의 실행

교과서를 분석하여 수학적인 생각·태도에 맞춘 발문분석과 실험수업 지도안자료를 제작하여 수학과 학업성취도에 유의한 변화를 줄 것이다.

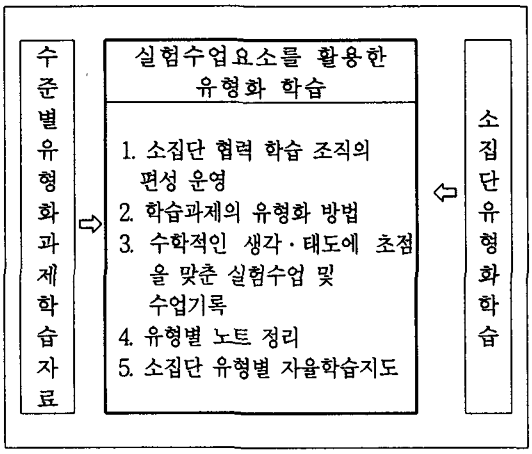
⬇



B. 실행목표 2 의 실행

수학적인 생각·태도에 초점을 맞춘 발문분석과 소집단 실험수업 학습을 통하여 문제 해결력을 신장한다.

⬇



1. 수업지도안의 예시

1) 제1차시의 지도안 - 「 제곱에 비례하는 함수 - 1 」

① 본시의 목표

◦ 독립변수를 무엇으로 하면 좋은가, 또 함수 관계를 어떻게 나타내면 좋은가를 생각할 수 있게 한다.

② 전개계획

<문제1> (전체용 유인물)

구슬이 경사면(커텐 레일)을 따라 굴러가고 있습니다(실제로 교사가 해본다. 10초도 안 걸린다.).

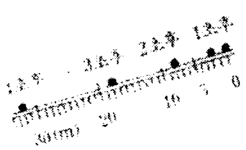
이 때 어떤 것을 구해 보고 싶습니까. 그러기 위해서는 어떤 것을 알면 될까요.

≪시간과 거리와의 관계를 문제 삼아서 ≫

<문제2> (전체용 유인물)

기울기는 커텐 레일과 같고 훨씬 긴 레일이 있을 때, 이 레일 위를 구슬이 10초 동안 굴러간 거리를 구하고 싶다면, 어떻게 해야 될까요.

- 실제로 재어보면 된다.
- 10초 동안 굴러간 거리를 실제로 잴 수 있을까. 굴러간 거리는 대략 어느 정도 될까.
- 실제로 재어보기는 불가능하다(어렵다.).
  <변역을 벗어남>
- 그러면 어떻게 하면 좋을까.

Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
(모두에게) 1. 이전에 배운 것을 상기하여 그와 같이 할 수는 없는지 생각해 보세요.	2. 좀더 간단한 경우에 대하여 측정하고, 그것을 바탕으로 하여 구하면 어떨까.	3. 1초 후, 2초 후, 3초 후의 거리를 바탕으로 하여 구하면 어떨까.
《 4초 후까지의 거리를 표시한다 》 <문제3> 4초 후까지의 거리를 측정하였다(오른쪽 그림). 굴러가기 시작해서 부터 10초 후의 거리는 몇 m일까. 그리고 구하는 방법을 여러 가지로 생각해 보세요.		

수학적인 생각 · 태도에 초점을 맞춘 실험수업(예시)

(※ Ⅰ은 수학적 태도에 관한 발문, Ⅱ는 여기서 이끌어내어지는 수학적인 사고 방법에 관한 발문, Ⅲ은 이로부터 도출되는 지식 · 기능에 관한 발문)

제1차시 발문분석과 실험수업의 수업기록

교사의 활동	학생의 활동
(일제학습) T_1 「공이 경사면을 따라 굴러가고 있습니다 (커텐 레일을 이용하여 교사가 실제로 해 보인다.). 여기서, 어떤 것을 구하고 싶은가. 또 그러기 위해서는 어떤 것을 알면 될 것 같은가(문제 1) (실험을 2~3회 한다.)(A 13)	(반응 없음)
T_2 변하는 것은 무엇인가.	$C_{2\text{-}1}$ 거리 (몇 명) $C_{2\text{-}2}$ 속도 $C_{2\text{-}3}$ 시간
T_3 거리나 시간 사이의 관계에 대하여 조사해 보세요.	
T_4 그러면 10 초 후의 거리를 구해 보아요. 어떻게 해서 구하면 될까요.	$C_{4\text{-}1}$ 1초에 해당하는 거리를 측정하여 그것을 10배 하면 됩니다. $C_{4\text{-}2}$ ($C_{4\text{-}1}$에 대해서)초속이 일정하지 않으므로, 10배 해도 안됩니다.
T_5 정말 다를까. 한 번 더 커텐 레일 위에 구슬을 굴려보아요. 속도는 어떻게 될까.	C_5 점점 빨라질 것 같아요.
T_6 이전에 이와 같은 것을 했거나, 본적은 없는가.	C_6 잘 모르겠습니다.
T_7 자전거를 타고 비탈길을 내려 갈 때 속도는 어떻게 될까.	C_7 빨라집니다($C_{4\text{-}2}$에 대해서는 납득한 것 같음).
T_8 다른 방법은 없는가.	C_8 측정해 보는 방법도 있어요.

<table>
<tr><th>교사의 활동</th><th>학생의 활동</th></tr>
<tr><td>T_9 측정할 수 있을까. 10초간의 거리는 어느 정도 될까.</td><td>C_{9-1} 10m정도
C_{9-2} 더 될걸
C_{9-3} 거리가 길어서 잴 수 없어요.</td></tr>
<tr><td>T_{10} (C_{9-3}에 대하여) 그러면 어떻게 해야 될까요.</td><td>C_{10} 1초나 2초라면 잴 수 있어요.</td></tr>
<tr><td>T_{11} (C_{10}에 대하여) 그것을 바탕으로해서 구할 수 없을까.(T 31)</td><td>(반응 없음)</td></tr>
<tr><td>T_{12-1} (문제 3을 설명하고, 4초 후까지의 거리를 제시한다.) 이제 해 보아요.
(약 4분)
(아무 것도 쓰지 않고 있는 학생이 반수 이상이기 때문에, 모두에게)(A 21)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td><개별지도>
(아무것도 쓰지 않음-꽤 있음-학생에게
T:여기에 주어진 것을 어떤 방법으로 나타낼 수는 없는지. 생각해 보아요.(A 33)</td></tr>
<tr><td>T_{12-2} 어떤 방법으로 하면 가능할까요.(A 21)
지금까지 했던 것을 상기해서 그와 같이 할 수 없는지 생각해 보아요.(T 21)
</td><td>여러 명의 학생이 표를 만들어 낸다.(A 33)
T:(표를 만들지 못하는 학생에게) 표로 나타내고 그 표를 이용하여 해결해 볼 수 없는지를 생각해 보아요.
T:(표에서 규칙을 발견하지 못하는 학생에게)X의 증분에 주목해서 규칙을 찾아낼 수 없을까. <표는 작성해도 규칙을 찾아 내지 못하는 학생이 많음>
C_{13-1} (차에 주목해서)~유인물로</td></tr>
<tr><td>T_{13} (일제학습)그러면 10초 후의 거리를 어떻게 구했는지 발표해 보세요.

※ 학생 스스로 구한것은
C_{13-1} 과 같은 생각으로 … 10명
C_{13-2} 과 같은 생각으로 … 4명
C_{13-3} 과 같은 생각으로 … 4명</td><td><table><tr><td>시간</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>…</td><td>10</td></tr><tr><td>거리</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>50</td><td>…</td><td>200</td></tr></table>이러면 되나?
4씩 증가하니까 이런 추세라면.
C_{13-2} 시간을 제곱하여 2배하면 거리가 되기 때문에, 10초일 때는 $10^2\times 2=200(m)$
C_{13-3} 시간을 제곱하여 2배하면 거리가 되기 때문에, 차례대로 해나가면 10일 때는 20배로서 200m.
$10\times 20=200(m)$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>교사의 활동</th><th>학생의 활동</th></tr>
<tr><td>T_{14} 다른 방법은?
T_{15} (배의 관계에 착안하는 학생이 거의 없기 때문에 다음의 힌트를 제시한다.)
다른 방법으로서, 다음 그림의 화살표에 주목하여 규칙을 찾아 보세요.
<table><tr><td>시간</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>거리</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>T_{16} 규칙을 찾았나요.</td><td>C_{16-1} 시간이 2,3,4배로 되면 거리는 2^2, 3^2,4^2배로 되기 때문에 10초일 때는
$2\times 10^2=200(m)$</td></tr>
<tr><td>T_{17} (C_{13-3}에 대하여)표를 완성시키지 않고서는 20배가 된다는 것을 알 수 없을까요?</td><td>C_{17-1} 3초인 경우 6배라는 것은 3×2, 마찬가지로 4초인 경우 8배라는 것은 4×2이므로, 10초인 경우에는 10×2로서 20배가 됨을 알 수 있어요.</td></tr>
<tr><td>T_{18} 식으로 나타내면
$10\times(10\times 2)=200(m)$
T_{19} (C_{13-1}에 대하여)이 경우, 식을 구할 수 없는가.
T_{20} (교사가 다음 식을 설명한다.)
$2+(6+10+14+\cdots+38)=200$
(잘 모르는 것 같지만 시간 관계상 가볍게 다룬다.)</td><td>C_{20} (반응 없음)</td></tr>
<tr><td>T_{21} 몇 초 후의 경우라도 거리를 구할 수 있게 하려면 어떻게 해야 될까요.</td><td>C_{21} 식을 만들면 됩니다.(몇 명)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>T_{22} 어떤 식 말인가?</td><td>C_{22-1} 공식을 만듭니다.
C_{22-1} 문자를 사용한 식.</td></tr>
<tr><td>T_{23} 그러면 시간을 x, 거리를 y로 하여 식을 만들어 보아요.
(이미 문자를 써서 식을 세운 학생이 더러 있다.) 유인물 처럼.</td><td>(개별)
T (식을 못 세우는 학생에게)
12초나 15초 후의 거리는 어떻게 해서 구하면 되나요.</td></tr>
</table>

T_{24} (모두에게) 그러면 만든 식과 그 방법을 발표해 보세요	C_{24} $y=2x^4$이고, C_{13-2}에서 10을 x로 치환하여 만들었습니다.
T_{25} 이번에는 x와 y의 관계를 말로 정리해서 나타낼 수 있도록 생각해 보아요.(A 53)	C_{25-1} 반응없음
C_{26} 무반응	T_{26} 지금까지 배운 것으로 이와 비슷한 것은 없는가.(T 52)
T_{27} 식의 형태를 보고 무엇인가 느껴지는 것은 없는가.(I 54) (시간이 없어서 서둘렀다)	C_{27} 무 반응
T_{28} 1,2학년때 배운것 중에서 지금의 것과 관계가 있을 듯한 것은 무엇인가.(T 52)	C_{28} 일차함수나 비례, 반비례
T_{29} 이 가운데 어느 것인가와 비슷하지 않은가?	C_{29} 비례인가?(거의 무반응)
T_{30} 식에서 어디가 어떻게 되어있으면 관계를 확실히 말할 수 있는가.	C_{30} 무반응(의미를 잘 모르는 것 같음)
T_{31} 그 x^2를 x라 놓으면 어떻다고 말 할 수 있겠는가. 식은 $y=x^2$ T_{32} (제곱에 비례하는 함수의 의미를 요약·정리한다.)	C_{31-1} y가 x에 비례합니다. C_{31-2} y가 x^2에 비례합니다.

Ⅵ. 연구의 검증 및 평가

A. 학업성취도 비교

<표1> 실험반과 비교반의 학력비교

고사 / 반 구분	진단 평 가 ('2000. 3.10)					
	N	M	SD	DM	t	p
실험반	35	42.11	20.67	2.01	-0.19	0.694
비교반	34	40.10	22.10			

고사 / 반 구분	중 간 고 사 ('2000. 5. 08)					
	N	M	SD	DM	t	p
실험반	35	47.34	17.49	6.20	2.17	0.04
비교반	34	41.14	20.04			

고사 / 반 구분	기 말 고 사 ('2000. 7. 04)					
	N	M	SD	DM	t	p
실험반	35	57.12	15.72	12.10	3.68	0.013
비교반	34	45.02	20.69			

(1) 위 〈표1〉에서 알 수 있는 바와 같이 사전에는 유의수준 $\alpha=0.05$하에서 $p>0.05$이므로 두 집단간의 학력수준에 유의한 차이가 없다고 할 수 있으며 따라서 본 연구에 선정된 두 집단은 동질적으로 구성되었다고 볼 수 있다.

그러나 사후 두 연구 집단의 학력변화는 유의수준 $\alpha=0.05$하에서 $p<0.05$이므로 의의 있는 차로 검증되었으며, 학기말 고사에서는 평균이 12.10 높았고 $t=3.68$, $p<0.05$ 로 퍽 의의있는 결과로 분석되었다.

(2) 두 평가내용에서 모두 표준편차가 크게 나타난 것은 성적 점수의 분포가 넓게 흩어져 있음을 말해주고 있다. 이것은 아직도 학급내의 10-15 %의 학생인 3~5명은 정상적인 수학학습이 어려운 것으로 분석된다.

B. 행동영역별 학업성취 비교

<표2> 지식, 이해, 적용별 사후평가 분석표

영역	반 별	N	M	SD	DM	t	p
지식	실험반	35	2.78	0.81	0.10	0.52	0.24
	비교반	34	2.68	0.82			
이해	실험반	35	4.41	1.07	0.77	2.80	0.038
	비교반	34	3.64	1.32			
적용	실험반	35	4.64	1.22	1.60	5.68	0.012
	비교반	34	3.04	1.75			

<표2>에 의하면 단순암기에 해당하는 지식의 영역에서는 유의수준 $\alpha=0.05$하에서 $p > 0.05$이므로 의의있는 차를 나타내지 못하였으며, 고등정신 능력을 요하는 이해에 있어서는 $t=2.80$, $p < 0.05$이고, 적용에서는 $t=5.68$, $p < 0.05$이므로 각각 퍽 의의 있는 차이가 있음을 알 수 있다.

따라서 발문분석과 실험수업 요소를 활용한 수준별 유형화 학습은 사고력과 창의력을 바탕으로 한 고등정신 능력 향상에 효과적이었음을 알 수 있다.

C. 정의적 특성변화

1. 수학에 대한 흥미 비교

<표3> 실험반 전후 흥미비교

설 문 내 용	사전검사 (3월)		사후검사 (7월)		비고 (%)
	N	%	N	%	
①재미있는 과목이다	4	11	10	29	+18
②보통이다	13	37	16	46	+ 9
③어렵고 싫은 과목이다	18	52	9	26	-26
계	35	100	35	100	

<표3> 에 의하면

(1) 실험반의 수학에 대한 부정적인 반응이 연구전보다 26% 줄어 들었고 반면에 재미있다고 하는 반응은 18% 증가한 것을 볼 수 있다.

(2) 아직도 어렵고 흥미가 없는 26 %에 해당하는 9명의 학생은 학급내의 부진학생들의 반응이었다.

2. 과제물 처리 조사

<표4> 과제물 처리 실태조사

설 문 내 용	사전검사 (3월)		사후검사 (7월)		비 고 (N)
	N	%	N	%	
①자신이 스스로 해결한다.	4	11	12	34	+8
②참고서를 보고 그대로 처리한다.	22	63	9	26	-13
③웃사람이나 친구에게 물어서 한다.	1	3	10	28	+9
④학교에서 친구것을 보고한다.	5	14	3	9	-2
⑤가사조력으로 숙제할 시간이 없다.	3	9	1	3	-2
계	35	100	35	100	

<표4> 에 의하면, 실험반 학생들은 과제물 처리를

(1) 자신이 스스로 해결한다는 학생이 8명 늘었고, 참고서에 의존하는 학생들은 13명이 줄어들었다.

(2) 물어서 과제처리를 한다는 학생수가 9명이나 늘어난 반면 학교에서 친구 것을 보고한다는 반응은 줄어들어 바람직한 방향으로 변하였다.

3. 학습시간의 태도 변화

<표5> 에서 나타난 바와 같이 수학 학습 태도의 변화에 긍정적인 반응을 한 학생이 사전에는 22%에서 사후 63%로 41%가

증가하여 학습태도의 변화에 바람직한 현상을 보이고 있었다.

<표5> 학습태도 변화 조사표

설 문 내 용	사전검사 (3월)		사후검사 (7월)		비고 (N)
	N	%	N	%	
①수학시간에 공부하기가 쉬워졌다.	3	9	14	40	+11
②전보다 선생님의이야기를 주의 깊게 듣는다.	5	14	8	23	+3
③예나 지금이나 같다.	12	34	7	20	-5
④이해가 안되어 수학 공부가 싫다.	15	43	6	17	-9
계	35	100	35	100	

4. 발문분석과 실험수업 결과의 평가

(1) 수업의 진전에 따라 변화된 사항

수업이 진행됨에 따라, 교사의 수학적인 생각이나 태도에 관한 발문에 대하여 학생의 반응이 어떻게 변화했는가, 학생 자신이 수학적인 생각·태도를 적극적으로 취하게 되었는가를 고찰하였다.

이를 비교한 결과는 다음과 같았다.

여기서, A 13, T 31, I 54 등은, 전항에 썼던 기호로서, 「발문분석일람」의 발문번호를 나타낸다. →는, 그 왼쪽의 발문을 하고 난 다음 그 오른쪽의 발문을 했다는 뜻이다. 또 이 발문에 대하여 학생의 반응이 없었던 때는 "×"로 표시했다. 즉, 이것은 지도자의 발문의 효과가 없었다는 것을 보여 주는 것이라 할 수 있다. 또 "○"는, 그 발문에 대하여 학생이 적극적으로 반응했던 것을 뜻한다. 밑줄친 부분은, 학생이 자주적이고 적극적으로 이러한 생각을 했던 것을 나타낸다. 즉, "○"과 밑줄은 발문의 효과가 있었다는 뜻이다.

[1차시]

A 13 × → T 18 ×
T 31 ×
A 21 → T 21 ○ (약간 명)
A 33 ○ (여러 명)
T 31 ×
A 51 ○ (여러 명)
A 41 → I 42 ○ (여러 명)
A 53 → T 52 ×, I 54 ×
T 52 ○
T 54 ×

[제8차시]

A 13 → T 36
T 36
A 22 → I 22
A 21 → I 22
A 21 → T 21
A 34 ○ (약간 명) → (개별) T 21 ×
T 22 → A 22 ○ (약간 명)
A 22 → T 22 ○
T 41 ○
A 41 ×
A 21 → T 22

이상을 살펴보면, 제1차시의 경우, 교사가 태도나 사고 방법에 관한 발문을 해서, 필요한 사고 방법을 취하도록 유도해도 이에 대한 학생의 반응은 거의 없었음을 알 수 있다. 즉, 교사의 지도가 거의 겉돌고 있었다고 할 수 있다. 이래서, 교사는 직접 지식이나 기능을 이끌어내는 지도를 할 수 밖에 없었다.

이에 비하여, 제8차시에 가서는 교사의 발문에 대한 적극적인 반응이 나타났다. 그리고 적극적인 태도나 사고 방법을 학생 스스로 강구해 가는 경우가 여러 곳에서 나타났다. 중학교 3학년이 되면, 거의 스스로 발언을 하지 않는 것이 보통이어서 반응을 명확히 파악하는데 어려움이 있었다.

이 두 수업을 비교하면, 제8차시에는 분명히 제1차시보다 수학적인 태도·생각에 관한 학생들의 긍정적 반응을 많이 볼 수 있었을 뿐만 아니라, 적극적으로 수학적인

태도나 생각을 취하려는 경향이 짙어졌음을 볼 수 있다.

(2) 사후검사와 그 결과

수학적인 생각·태도를 지도하기 위한 발문분석과 실험수업을 < 표6 >와 같이 조사하였다.

<표6> 발문분석과 실험수업 사후검사의 결과

항 목	실험반	비교반
1. 기습사항을 상기함 (이용함)	10명	1명
2. 함수이외의 경우에도 기습사항을 상기함 (이용함)	8명	
3. 단순화 함 (단순한 수로)	11명	2명
4. 그림으로 나타냄	6명	1명
5. 함수이외의 경우에도 위의 3이나 4를 행함	3명	
6. 문제를 분명히 이해함	3명	3명
7. 구체화 해 봄	1명	
8. 표를 작성함	22명	10명
9. 그래프를 그려봄	22명	8명
10. 식으로 나타냄	13명	6명
11. 기타	1명	
12. 사고 방법 이외의 것만을 쓴 학생	2명	14명
13. 아무 것도 안 쓴 학생	2명	6명

사후검사로서, 실험반인 1반과 비교반인 2반에게 다음과 같은 조사를 하였다.
질문 「이 단원(3학년 함수)을 공부하면서, 어떻게 생각하는 것이 중요하다고 느꼈습니까. 몇 가지라도 좋으니 조목조목 쓰시오」.
또, 그것은 『함수』이외의 학습에서도 중요하다고 생각합니까. 그것은 예를 들면 어떤 경우입니까. 구체적으로 쓰시오.
이에 대한 결과는 앞의 표에 나타나 있듯이, 비교반에 비해 분명히 실험반이 수학적인 생각이나 태도가 중요하다고 보고 있다. 더구나 이러한 사고 방법이나 태도가 함수이외의 학습에서도 중요하다고 생각하고 있는 학생(항목 2나 5)이 실험반에 많은 것으로 나타났다. 이점은 비교반과 현저하게 다른 점이다. 이 결과로부터, 실험반에서와 같이 수학적인 생각이나 태도를 강조하여 수업을 진행하는 편이 효과적임을 알 수 있다. 다시 말해서, 이 연구에서는 수학적인 생각·태도를 통한 실험수업이 유효하다고 말할 수 있다.

Ⅶ. 결론 및 제언

A. 결론

본 연구의 결과를 토대로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 교과서를 분석하여 발문분석과 실험수업 학습요소를 선정하고 이에따라 수준별 유형화 학습 자료를 제작, 활용한 소집단 수준별 유형화 학습은

1. 실험수업 학습내용을 명확히 파악할 수 있고, 깊게 이해할 수 있어 근본적으로 문제해결 능력이 향상되어 수학과 학업성취에 효과적이었다.

2. 학습내용의 해결방법과 결과를 예상하는 학습이 이루어져 사고력을 요구하는 고등정신능력 향상에 효과적인 방법이었다.

3. 수학학습 흥미가 유발되었으며 수학을 어렵게만 생각하던 경향에서 할 수 있다는 자신감을 갖게되고, 정의적 행동특성에 가치 있는 변화를 가져오는 학습이었다.

4. 교사는 실험요소분석 및 수업기록과 능력별지도에 유의하게 되어 무심코 오류를 범하고 있던 발문분석, 용어와 기호의 사용, 수식의 표현 등이 개선될 수 있었고 개인차 해소에도 도움을 주었다.

B. 제 언

1. 발문분석과 실험수업 학습요소를 활용한 수준별 유형화 학습은 통합적인 견해와

사고방식을 육성하기 위한 것으로 교사의 지시에 따른 단계에 그쳤지만 폭넓은 연구가 지속되면 문제해결능력 향상에 크게 도움을 줄 것이다.

2. 소집단 활동을 통해서 길러진 학습태도가 좀 더 적극적이고 자주적인 학습장면으로 변용 될 수 있는 연구가 진행되었으면 한다.

3. 수준별 유형화 과제 학습지의 제작은 전문적인 다수의 교사가 모든 단원에 걸쳐서 제작하고 전학년에서 활용하면 좋은 학습자료가 될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

김순택(1981), 소집단학습과 형성평가, 서울: 교육과학사

교육부(1999), 중학교 수학과 교육과정 해설, 서울 : 교육부

교육부(1993), 교육과정 연수자료, 서울 : 대한교과서

교육개혁위원회(1996), 신교육 수립을 위한 교육 개혁 방안 (Ⅱ)

박한식(1991), 한국 수학 교육사, 서울 : 대한 교과서 주식 회사

백석윤(1991), 수학실험실법, 수학교육학 세미나, 제 7집, 256~279

백한식(1990), 문제해결력을 기르는 수학학습지도에 관한 연구, 경상대학교 교육대학원 석사학위논문

신현성(1997), 수학교육론, 경문사

신현성 · 정필웅(1985), 수학적 문제해결력 향상을 위한 방안Ⅱ, 강원대 학교 논문집, 제21집(1985)

이영숙(1991), 문제해결의 전반적인 이해, 부산대학교 교육대학원 석사학위논문

新井修(1989), 問題解決學習 - における指導 - 數學的は 思考方の育成を目指て,日本數學敎育學會誌. 第71卷, 22~27

Billstein, Libeskind, Lott(1996), Mathematics for Elementary School Teachers, The Benjamin/Cummings Pub. Co, 1996.