韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2001, 5. 제 40권, 제 1호, 139-159.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2001, Vol. 40, No. 1, 139-159.

제7차 교육 과정과 교과서의 문제점

김 홍 기 (단국대학교)

1. 서 언

제7차 수학과 교육 과정에 대한 많은 발표 및 해설을 보면 이제까지의 교육 과정과는 상당히 다른 것이고 수학교육에 대단한 변혁을 일으키는 새로운 교육 과정으로 홍보되어 왔다. 우선 외형적으로는 단계별 및 선택형의 변화가 있고, 학습 내용의 일부 이동 및 삭제에 따른 변화가 있다. 여기서는 이들 변화가 앞에서 홍보한 것처럼 대단한 변혁을 가지고 있는 것인지, 그리고 이들 변화에 따른 문제점은 얼마나 많이 있는지 알아본다. 교육은 갑작스러운 개혁으로 전국의 학생들을 실험 도구로 사용하기보다는 많은 연구와 실험을 통한 점진적인 개선으로 발전하는 것이 바람직하다. 검정심의위원회에서 제시한 서류(소송에 따른 답변서)에서는 제7차 교육 과정에 의한 수학 교과서는 제6차 교육 과정에 의한 교과서와는 달라야만 하는 것으로 하고 있는데, 제7차 교육 과정에 의한 수학의 성격, 목표 그리고 심사의 검정 기준으로 많이 제시한 교과용 도서의 집필상의 유의점은 6차와 비교하여 어느 부분이 얼마만큼 달라졌는가 알아보고 어떤 근거로 그와 같은 주장을 하는 것인지 의문을 제시하려고 한다. 실제로 제7차 수학과 교육 과정에는 그 자체로 많은 문제점들을 내포하고 있는데 이들 문제점들과, 더욱이 심사과정에서의 문제점과, 수정지시에 따라 수정 및 보완된 교과서에는 또 다른 어떤 문제점들을 갖고 있는지도 함께 알아본다. 특히, 우리 나라는 아주 적게 제한된 쪽수의 교과용 도서로 많은 양의 학습내용과 각종의 요구를 하고 있으므로 그에 따르다 보면 본질을 왜곡할 수 있는 교과서들이 제작될 수 있다는 문제점이 있음도 지적한다.

* 이 논문은 제26회 전국수학교육연구대회에서 발표된 초청강연 내용을 정리한것임.

2. 제7차 교육 과정의 문제점

(1) 교과용 도서의 구성

(a) 학습량 30%감축이 제대로 되어 있지 않다.

학습량 감축으로 30% 내용의 감량을 언급하고 있지만 실제는 그렇게 되어 있지 않아 제한된 쪽수에 많은 학습량을 다룰 수밖에 없는데, 그 상황을 중학교 과정인 7단계에서 9단계까지 이동 및 삭제된 내용을 살펴보면 다음과 같다.

7단계

* 이동되어 온 내용

집합(초등 [5-1] 4 페이지), 정수(초등 [6-2.] 14페이지), 정비례와 반비례(초등 [6-1] 18페이지) 좌표와 그래프(초등 [5-2] 16페이지), 부채꼴의 뜻(초등 [6-1] 5페이지), 방정식(초등 [6-1] 19페이지), 농도(초등 [6-1] 2페이지), 도수분포표에서 평균 구하기([9단계에서 7단계로] 4 페이지)

*삭제 또는 이동된 내용

오진법(6페이지)삭제, 도형의 관찰(26페이지)삭제

8단계

* 이동되어 온 내용

닮음의 뜻(초등 [6-2]. 도형의 닮음, 21페이지)에서 이동하여 통합, 확률의 도입에 상대도수 이용 신설, 참값과 근사값(초등 [5-1] 11페이지)

*삭제 또는 이동된 내용

근사값의 계산에서 곱셈 나눗셈 삭제(2페이지), 기대값(3페이지) 삭제

*내용 약화

유한 소수를 순환소수로 나타내는 것은 강조하지 않음, 직선의 방정식 구하기를 함수의 식 구하기로 통합,

평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질의 증명 중 역의 증명은 직관적으로 이해

9단계

*이동되어온 내용

없음

*삭제 또는 이동된 내용

이차방정식과 이차함수의 관계 삭제(6페이지), 수심·방심 삭제(4페이지), 도수분포표에서 평균 구하기 7단계로 이동(8페이지) , 산포도 표준편차(9페이지), 두 원 사이의 관계 (8페이지), 삼각비 사이의 관계(5페이지) 10단계로 이동,

*내용 약화

피타고라스의 정리의 역의 증명 생략, 삼각형의 변과 각 사이의 관계를 심화 과정으로 구성, 삼각비의 활용을 단순한 소재로 다룬다.

[참고] ( )안의 페이지는 6차 교육 과정에 따른 초등학교 수학 교과서([5-1], [5-2],[6-1],[6-2])와 제6차 교육 과정에 의한 두산동아의 중학교 수학 교과서의 해당 부분 내용의 양을 나타낸 쪽수임. 단, 두산동아의 제6차 교육 과정에 의한 중학교 수학 교과서의 쪽수는 1학년 324페이지, 2학년 324페이지, 3학년 320페이지임

(b) 교과용 도서의 단계별 구성에 일관성이 없다.

국민 공통 기본 교육 기간이라고 하는 1-가 단계에서 10-나 단계까지의 과정에서 초등학교와 달리 중학교와 고등학교 1학년은 단계별이 아닌 학기별로 되어 일관성이 없다.

예를 들어 초등학교에서는 가-단계의 첫 번째 영역이 수와 연산이면 나-단계의 첫 번째 영역도 수와 연산으로 단계별 학습지도가 가능하지만 중학교 과정에서는 제6차 교육 과정에서 사용하던 내용을 반 정도로 나누어 가-단계와 나-단계를 구성하여 단계별 학습에 대한 의미가 없으며, 실은 이 두 단계의 내용의 양도 등분이 되지 않아 1학기, 2학기의 학습량에 따른 지도에 문제가 있을 것으로 생각된다.

(c) 교과용 도서의 수준별 구성이 문제가 많다.

수준별 교육 과정을 지향하고 있으면서 제7차 교육 과정은 획일적인 학습 내용 및 지도를 제시하고 있고, 실제로 학습 부진 학생과 우수한 학생들에 대한 구별되는 학습을 위한 교육 과정으로 미흡하다. 하나의 같은 교과서로 학습하면서 수준별 학습이 얼마나 가능한가? 일반적으로 새로운 내용이 도입되면 교과서에서는 그 내용을 이해시키기 위한 가장 간단하고 표준적인 보기나 예제들을 제시하는데 이들을 이해한다면 다음 단계로 가겠지만 그것이 안 된다면 그 이전 단계로 어떻게 얼마만큼 feedback을 할 수 있을까?

능력별 반 편성인 경우라 하여도 한 교과서로 수준별 수업이 얼마만큼 가능한 것인가? 예를 들어, 주어진 새로운 학습 내용을 지도하는데 같은 교과서의 주어진 같은 학습 내용을 교사의 임의로 얼마만큼 서로 다른 어떤 수준을 사용하여 지도할 것이며, 그 잣대와 시간 소요에 따른 학습 진도 문제는 어떻게 해결할 것인가? 특히 우수한 학생들에 대한 대책이 미미하다(예를 들어, 속진 등의 처리는 고사하고, 교과용 도서의 문제가 어렵다고 교과서 심사에서 부적격으로 지적을 하였으니 수준별 수업이 학생들의 능력 향상을 막는 하향 조정이 되었다.).

(2) 교과용 도서의 내용

(a) 용어, 기호 및 일관성에 문제가 있다.

필요한 용어 기호들이 빠지고 일관성이 결여된 곳이 있다.

◦예를 들어 절대값 기호는 교육 과정의 어느 곳에도 없지만 10단계에서는 사용을 해야만 한다.

◦제6차 교육 과정에서는 초등학교 과정에서 다루면서 그곳에서 정의를 하여 사용하던 용어들이 그 내용이 중학교 과정으로 이동되면서 일부 용어들의 정의가 누락되었다. 예를 들어, 정수에서 "양의 정수, 음의 정수", 방정식에서 "미지항, 좌변, 우변, 양변, 방정식을 푼다", 도형의 닮음에서 "닮은 도형, 대응점, 대응변, 대응각, 확대도, 축도, 배율, 축척", 정비례 반비례에서 "정(반)비례 관계식, 비례 상수" 등인데, 이들 용어들은 관계된 내용들이 처음 시작되는 곳에서 외국의 각 교과서에서도 정의를 하여 주고 있다.

특히 한 예로 제7차 교육 과정에 의한 교과서들 중에는 "방정식을 푼다"는 용어는 12종의 교과서에서 본문

중 또는 참고란에 정의 표시 곧 고딕체로의 처리 없이 정의하여 사용하고 있다. 나머지 한 교과서에서는 "방정식을 푼다"에 대한 아무런 정의 없이 갑자기 예제, 문제에서 "··· 다음 방정식을 풀어라."고 하였는데, 제7차 교육 과정에서는 방정식이 초등학교에서 중학교(7단계)로 이동되어 이러한 용어는 처음 나오는 것이므로 이와 같은 사용은 문제가 있다.

◦ 같은 용어와 기호를 반복하여 제시하지 않는다고 하였음에도 4-나 단계에서의 용어 '대각선, 다각형, 정다각형'과 6-나 단계에서의 용어 '구'는 모두 7-나 단계에서 또 제시하였고, 9-나 단계에서의 용어에 '사인, 코사인, 탄젠트'는 10-나 단계에서도 제시하고 있다. 그러나 용어 '선분'은 2-가 단계에 나오는 것을 끝으로 기본도형을 다루는 7-나 단계에서도 제시하지 않고 있다.

◦ 함수의 도입을 대응으로 하지 않고 일본의 경우(일본에서는 함수 취급 이전에 집합을 다루지 않으므로 일본의 중학교 1학년 과정에서는 집합의 개념이 포함된 대응을 사용하여 함수를 도입할 수가 없다.)와 같이 비례관계를 이용한 것은 앞에서 집합을 취급한 의미가 감소하는 것이고, 또 이왕 비례관계를 사용하여 함수를 도입하기로 하였다면 일본의 경우와 같이 그곳에서 사용하는 용어는 "변역" 정도면 좋지 않을까 생각된다. 실제로 비례 관계로 함수를 도입하면서 용어와 기호 "정의역, 공역, 함수값, 치역, $y=f(x)$" 는 의미가 별로 없다.

특히 7차 교육 과정에서 내용 중 가장 큰 변화는 함수의 도입 방법을 "대응"에서 "식(비례관계식)"으로 바꾼 것인 데, 이것은 위에서 제기한 문제점 이외도 많은 문제점을 안고 있다. "대응"으로의 함수 개념 도입이 인위적이고 어렵다고 하여 "식"으로 바꾼 것으로 아는데 우선 「"대응"으로의 함수 개념 도입이 인위적이고 어렵다」는 것이 몇몇 사람의 의견이 아니고 실험 연구 조사하여 얻은 객관성 있는 결과인지, 또 「"식"으로 바꾼」 경우는 학생들이 얼마나 쉽게 받아드릴 수 있는지를 실험 연구 조사하여 얻은 객관성이 있는 결과인가? 이 변화는 도서 'Introduction to Real Analysis(R G. Bartle, D R. Sherbert, 2000)'의 4 페이지에 언급한 다음의 문장에서 알 수 있듯이 30여 년 동안 중학교에서 다루어 오면서 이제 잘 정착되어 가고 있는 현대적인 함수의 도입 방법을 19세기 초의 방법으로 되돌려 놓은 것으로 바람직하지 않은 것이다. 미국과 서구의 해당 교과서들을 보면 대개 대응 또는 관계(순서쌍)를 사용하여 함수를 도입하고 있다.

"To the mathematician of the early nineteenth century, the word "function" meant a definite formula, such as $f(x):=x^2+3x-5$, which associates to each real number x another number $f(x)$. This understanding excluded the case of different formulas on different intervals, so that function could not be defined "in pieces".

As mathematics developed, it became clear that a more general definition of "function" would be useful. It also became that it is important to make a clear distinction between the function itself and the values of the function."

◦논리의 취급 없이 증명을 다루고 있으므로 수학의 가장 중요한 증명이라는 것이 사상누각처럼 되어 수학의 성격으로 처음에 제시한 다음 내용과 맞지 않는다.

"수학과는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다."

(b)학습 지도상의 유의점에 문제가 있다.

학습 지도상의 유의점으로 제시한 것 중에서 타당하지 않은 것들이 있다. 예를 들어,

◦ 7-가 단계의 수와 연산에서

「③ 정수와 유리수에서 연산 법칙을 지도할 때에는, 수 계산에 도움이 되는 정도로만 다룬다.」는 수학의 목표에서 제시한 "가. 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다." 와 집필상의 유의점의 내용의 선정에 있는 항목 "3) 내용은 영역에 따라 주요 개념(용어 포함), 원리, 법칙을 중심으로 선정한다." 와 또 내용의 조직에 있는 항목 "(2) 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 명확히 이해하고, 수학적인 용어나 기호를 정확하게 사용하도록 조직한다."에 맞지 않는다. 특히 유리수에서의 연산법칙, 교환법칙, 결합법칙, 분

배법칙을 외국(미국)의 교과서에서는 어떻게 다루고 있는가를 초등학교 3학년에서부터 중학교 2학년 과정까지 살펴 본 것을 뒤에 실었는데 미국에서는 우리 나라와 달리 원리, 법칙의 지도에 얼마나 많이 그리고 반복적으로 다루고 있는지 알 수 있다.

특히, 우리 나라에서는 초등학교에서 결합법칙을 지도하지 않고, 예를 들어 $2+3+4$ 는 앞에서부터 차례대로 계산하는 것으로만 지도를 하여, 중학교에서는 이항연산으로 수에서 덧셈 곱셈에 대한 연산 법칙을 지도하면서 결합법칙 $(a+b)+c=a+(b+c)$이 성립하기 때문에 이것을 괄호 '( )'를 생략하여 $a+b+c$로 나타낸다고 한 것을 오류라고 하는 사람들(심지어는 교과서 심사에서 이 사항을 오류로 지적 당한 도서도 있음)이 많이 있으니 적당히 지도한다는 것이 얼마나 위험한 것인가를 알 수 있을 것이다. 초등학교 3학년부터 뒤에 제시한 미국 교과서에서와 같이 연산법칙을 학습하였다면 이러한 잘못은 일어나지 않을 것이다.

◦ 8-가 단계의 유리수와 소수에서

「① 유한 소수를 순환 소수로 나타내는 것은 강조하지 않는다.

② 순환 소수를 분수로 고칠 때 공식화하는 것을 강조하지 않는다.」는 9-가 단계에서 무리수 도입에 학습지도상의 유의점으로 제시한 「① 무리수를 도입할 때에는 무한 소수를 소재로 한다.」에 맞추기 위해서는 유리수와 순환 소수의 관계를 규명하여 유리수 곧 순환 소수가 아닌 소수로 무리수를 도입하여야 하는데 위의 유의점 ①은 여기에 타당하지 않으며, 순환 소수를 분수로 고칠 때에는 주어진 순환 소수의 순환 마디의 개수가 n 일 때 그 순환 소수에 10^n을 곱한 것에서 주어진 순환 소수를 빼는 방법으로 구할 수 있는 데 위의 ②와 같은 내용이 제시될 만한 가치가 없다.

◦ 8-나 단계의 도형에서

「① 도형의 성질을 증명한 후에는 구체적인 예를 통하여 확인시킨다.」는 순서가 바뀐 것이 아닌가 생각된다.

「③ 삼각형에서 선분의 길이의 비에 대한 명제의 역은 직관적으로 이해시킨다.」는 오히려 수준별 학습에서 역을 심화 문제로 취급하도록 하는 것이 타당하지 않을까 생각 한다.

◦ 9-나 단계의 도형에서

「② 피타고라스의 정리의 역은 증명 없이 문제 상황을 통해 간단히 다룬다.」는 우선 위와 같이 역을 심화 문제로 다루도록 하는 것이 타당하고, 그래야만 이 내용은 바로 다음의 [심화 과정]에서 제시한 「① 삼각형의 변과 각 사이의 관계를 알 수 있다.」와 이론적 틈이 없이 자연스럽게 연결된다.

(c)심화 과정의 내용에 문제가 있다.

심화 과정으로 제시한 내용들이 타당한 것인지 의문이 든다. 우선 심화 과정으로 제시된 내용들을 살펴보면 주로 학습 내용을 실생활 문제에 적용 활용하는 것이고 일부가 학습내용을 바탕으로 그 내용을 탐구하도록 한 것이다.

◦여기서 학습 내용을 실생활 문제에 적용 활용하는 것이 심화 학습이라는 뜻에 맞는 것인지 의문이고,

◦학습 내용을 바탕으로 그 내용을 탐구하도록 한 일부 내용은 문제가 있다.

예를 들어, 8-가 단계의 수와 연산에서 「① 순환 소수의 대소 관계를 알 수 있다.」는 소수점 아래의 숫자의 크기만 몇 개 비교하면 알 수 있는 소수의 초등학교에서 취급하는 내용이고, 또 순환 소수를 분수로 고쳐서 비교하는 것으로 지도한다고 하여도 이것은 분수의 대소 관계로 초등학교에서 취급하는 내용이다. 또 9-나 단계의 도형에서「① 삼각형의 변과 각 사이의 관계를 알 수 있다.」에서 관계를 규명하기 위해서는 위에서 언급한 문제점도 있지만 중학교 과정에서는 제시되지 않은 귀류법 증명을 사용해야 하는 문제점도 있다.

3. 제7차 교육 과정에 따른 교과서 심사의 문제점

(a) 심사의 검정 기준에 문제가 있다.

우선 소송의 답변서(심의본 수학 7-가, 접수번호 33에 대한 것임)에서 제6차 교육 과정에 의한 교과서는 제6차 교육 과정에 의한 교과서와는 달라야만 한다고 하며 검정 근거로 제시하였던 제7차 집필상의 유의점과 제6차 집필상의 유의점을 항목별로 표로 살펴보면 다음과 같고 그 문제점 또한 각각의 표에 제시한 것과 같다.

가. 내용의 선정

제6차 집필상의 유의점	제7차 집필상의 유의점
가. 내용의 선정 (1) 수학의 기초적인 지식의 습득과 기능의 숙달을 통하여 사물을 수학적으로 고찰하고 처리하는 능력을 기를 수 있도록 내용을 선정한다. (2) 수학 학습에서 개인차가 심함을 감안하여 학생의 성취 수준에 따를 보충, 심화 내용을 적절히 선정 조직한다. 특히 학습 부진아를 위한 배려가 있어야 한다. (3) 학습 흥미를 높이기 위하여 실생활 경험과 관련이 있는 적절한 학습 소재를 선정한다.	가. 내용의 선정 (1) 내용은 교육 과정에 제시된 성격, 목표, 내용, 교수·학습방법, 평가에 따라 선정하도록 하되, 수학의 기초적, 기본적, 공통적, 보편적인 학습 내용을 정선하여, 학습 분량의 최적화, 수준과 범위의 적정화를 유지한다. (2) 수학의 기초적인 지식의 습득과 기능의 숙달을 중시하고, 이를 활용하여 사물을 수학적으로 고찰하여 표현하고, 처리할 수 있는 능력을 기를 수 있도록 내용을 선정한다. (3) 내용은 영역에 따라 주요 개념(용어 포함), 원리, 법칙을 중심으로 선정한다. (4) 학생의 발달 단계를 고려하여 수학적인 사고력과 창의성이 요구되는 내용을 선정한다. (5) 학습 흥미를 높이기 위하여 실생활 경험과 관련이 있는 적절한 소재를 선정한다.

위의 표를 살펴보면 차이는 실제로 7차에서 (1), (3)의 항목이 첨가된 것이다(따라서 6차와 차이가 나게 집필을 하려면 (1), (3)의 항목이 강조되어야 하는데 부적격 사유에서 항목(3)은 검정 근거로 한번도 제시되지 않았다.).

나. 내용의 조직

제6차 집필상의 유의점	제7차 집필상의 유의점
나. 내용의 조직 (1) 내용의 수준과 범위는 학습자의 발달 단계에 맞추어 초등학교와 고등학교의 수학교과의 내용과 연계되도록 구성한다. (2) 내용의 전개는 체계적이고 학습 위계에 따라 단계적으로 심화되도록 한다. (3) 기초적인 개념, 원리, 법칙의 도입 및 전개는 학생들이 흥미롭고 쉽게 학습할 수 있도록 창의적이고 다양한 방법으로 제시한다. (4) 기초적인 개념의 이해를 바탕으로 논리적으로 사고하고 탐구하여 문제를 해결할 수 있도록 하며 창의력, 응용력이 신장되도록 구성한다. (5) 수학의 체계를 명확히 파악하고 논리적으로 사고하는 태도와 능력을 기르는데 도움을 주도록 조직한다.	나. 내용의 조직 (1) 내용의 수준과 범위는 학생의 발달 단계에 맞추고, 1~10단계 수학 내용과의 연계성을 고려하여 조직한다. (2) 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 명확히 이해하고 수학적인 용어나 기호를 정확하게 사용하도록 조직한다. (3) 개념, 원리, 법칙의 도입 및 전개는 학생들이 쉽고 흥미롭게 학습할 수 있도록 창의적이고 다양한 방법으로 제시한다. (4) 기초적인 개념의 이해를 바탕으로 논리적으로 사고하고 탐구하여 문제를 해결할 수 있도록 하며 창의력, 응용력 등이 신장될 수 있도록 구성한다. (5) 수학의 체계를 명확히 파악하고 논리적으로 사고하는 태도와 능력을 기르는데 도움을 주도록 조직한다. (6) 내용의 전개는 체계적이고 학습 위계에 따라 단계적으로 심화되도록 한다.

위의 표를 살펴보면 차이는 실제로는 7차에서 (2)의 항목이 첨가된 것이다(따라서 6차와 차이가 나게 집필을 하려면 (2)의 항목이 강조되어야 하는데 항목(2)는 부적격 사유에서 아예 검정 근거로 한번도 제시되지 않았다.).

다. 단원의 구성 체제

제6차 집필상의 유의점	제7차 집필상의 유의점
다. 단원의 구성 체제 (1) 단원의 배열은 교육 과정에 제시된 5개 영역의 순서로 하는 것을 원칙으로 한다. (2) 각 영역의 내용은 필요에 따라 몇 개의 단원으로 나누어 구성할 수 있다. 그리고 중단원, 소단원은 학습 효과를 높일 수 있도록 적절히 배열한다. (3) 각 단원의 첫 부분에는 단원의 학습 내용에 관련되는 역사적 배경이나 필요성, 동기유발, 준비 학습 등을 적절히 제시한다. (4) 내용을 쉽게 이해할 수 있도록 설명을 충분히 하며 예제, 문제 등을 제시한다. (5) 학습한 내용이 정리되고 종합적인 사고력을 기를 수 있도록 연습문제, 종합문제 등을 적절하게 제시하고 이를 평가에 활용할 수 있도록 한다	다. 단원의 구성 체계 (1) 단원의 배열은 교육 과정에 제시된 영역의 순서로 하는 것을 원칙으로 한다. (2) 단원간의 균형을 적절하게 유지하고, 불필요한 내용의 중복이나 비약이 없도록 한다. (3) 내용을 쉽게 이해할 수 있도록 설명을 충분히 하며 예제, 문제 등을 적절히 제시한다. (4) 학습한 내용이 정리되고 종합적인 사고력을 기를 수 있도록 연습 문제, 종합 문제 등을 문항의 난이도를 고려하여 적절하게 제시하고 이를 평가에 활용할 수 있도록 한다. (5) 자율 학습이 가능하도록 연습 문제와 종합 문제의 답을 교과서 끝 부분에 제시한다.

위의 표를 살펴보면 차이는 실제로 7차에서 (2), (5)의 항목이 첨가된 것이고, 따라서 6차와 차이가 나게 집필을 하려면 (2), (5)의 항목이 강조되어야 한다(이들 항목과 함께 위의 표에 있는 항목들은 모두 부적격 사유에서 검정 근거로 한번도 제시되지 않았다.).

라. 부록과 색도(6차), 라. 수준별 교육 과정의 반영(7차)

제6차 집필상의 유의점	제7차 집필상의 유의점
라. 부록과 색도 (1) 필요한 수표, 찾아보기 등은 부록으로 실어야 한다. (2) 색도는 2도를 사용하여 학습 효과를 높일 수 있도록 학습 요점, 중요한 사항, 삽화 등에 적절히 활용한다.	라. 수준별 교육 과정의 반영 (1) 수학 학습에서 개인차를 고려하려 학생의 성취 수준에 따른 기본 과정, 심화 과정의 내용을 적절히 선정한다. 기본 과정의 내용은 기초적인 개념, 원리, 법칙 등을 중심으로 하고, 심화 과정의 내용은 기본 과정의 내용을 토대로 수학적 지식의 실생활 활용 및 문제해결 중심으로 구성한다. (2) 자기 주도 학습 능력을 촉진하는 개방적, 창의적 학습의 기회를 제공할 수 있도록 한다.

위의 표를 살펴보면 이 부분은 완전히 서로 다르다(그런데, 위의 표에 있는 항목들은 모두 부적격 사유에서 검정 근거로 한번도 제시되지 않았다.).

마. 학년별 내용의 수준과 범위(6차), 마. 단계별 내용의 수준과 범위(7차)

제6차 집필상의 유의점	제7차 집필상의 유의점
마. 학년별 내용의 수준과 범위 내용의 수준과 범위는 교육 과정에 따르도록 하되, 다음에 제시한 1학년, 2학년, 3학년의 각 항을 참고로 하고, 여기에 제시되지 않은 부분은 현행 교과서의 수준을 넘지 않도록 한다. 1학년 · · · (3) 약수와 배수는 자연수의 범위에서만 다룬다. · · ·	마. 단계별 내용의 수준과 범위 내용의 수준과 범위는 교육 과정에 따르도록 하되, 다음에 제시한 각 단계별의 사항을 참고로 하고, 여기에 제시되지 않은 부분은 현행 교과서의 수준을 넘지 않도록 한다. <7-가 단계> · · · (3) '약수와 배수'는 자연수의 범위에서만 다룬다. · · ·

앞의 표를 살펴보면 이 부분은 서로 같은 내용이다(특히 여기서 살펴보아야 할 것은 6차에서나 7차에서 모두 「(3) 약수와 배수는 자연수의 범위에서만 다룬다.」고 하였고, 따라서 약수 배수의 취급은 초등학교 과정에서의 내용과 다른 내용으로 7차에서도 6차에서와 그 내용 수준이 비슷하게 지도하는 것은 문제가 없다.).

앞의 표로 각각 살펴본 내용을 종합하여 보면, 제6차 교육 과정에서의 집필상의 유의점과 제7차 교육 과정에서의 집필상의 유의점 사이에는 큰 차이가 없으며, 오히려 7차에서는 6차에서보다

「"(2) 수학의 기초적인 지식의 습득과 기능의 숙달을 중시하고, 이를 활용하여 사물을 수학적으로 고찰하여 표현하고, 처리할 수 있는 능력을 기를 수 있도록 내용을 선정한다. (3) 내용은 영역에 따라 주요 개념(용어 포함), 원리, 법칙을 중심으로 선정한다.", "2) 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 명확히 이해하고, 수학적인 용어나 기호를 정확하게 사용하도록 조직한다.", "(2) 단원간의 균형을 적절하게 유지하고, 불필요한 내용의 중복이나 비약이 없도록 한다. (5) 자율 학습이 가능하도록 연습 문제와 종합 문제의 답을 교과서 끝 부분에 제시한다."」
가 첨부되어 학습내용의 부분에 많은 중점을 둔 변화가 있음을 알 수 있다. 그러나 심사(답변서에 의함)에서는 이 부분에 대하여는 언급이 없고, 6차에서도 다 중요시해서 충분하게 활용을 한 실생활 소재의 문제와 창의성에 관한 내용을 새롭게 도입하여 강조하는 양 심하게 주장하고 있다. 수학교육은 그 목표에 제시한「수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. … 」에서와 같이 우선 "수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러," 야 하고, 그리고 "실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다." 가 되어야 하는 것으로, 이들 내용은 제6차에서와 거의 같은데도 제7차 교육 과정에 의한 교과서에서는 갑자기 "실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다." 가 제6차에서는 없었던 내용인양 흥미와 실생활 문제를 두드러지게 내세워 심사하였는데 이와 같은 실생활 소재로의 편중이 올바른 수학 교과서로서 타당한 것인지 의문이다. 실제로 이와 같은 실생활 문제의 강조는 전에 제2차, 4차 5차, 6차 교육 과정에서도 있었던 일로 새로울 것이 없다(참고로 미국 뉴욕시에서 사용하고 있는 교과서 Integrated Mathematics, course Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ)에는 읽을거리도 문제에 대한 답도 없다.).

(b) 심사에 의하여 잘못 제시된 내용들이 있다.

심사에서 잘못 지적된 내용들은 많이 있지만 심사에서 제시한 유리수, 동류항, 기호 $+a$, $-a$ 등의 정의는 문제점이 있다.

◦ 유리수의 정의로 "유리수란 정수 a, b를 사용하여 분수 $\frac{a}{b}$(단, $b \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수"라고 정의하는 것은 「교육 과정」에서 제시한 내용의 순서에서 문제가 발생한다. 왜냐하면 7-가 단계의「교육 과정」에 제시된 순서에 따라 유리수를 정의할 때는 학생들이 아직 두 정수 a, b의 각각의 부호에 따른 $\frac{a}{b}$(단, $b \neq 0$)의 여러 경우, 예를 들어 $\frac{+2}{+3}$, $\frac{-2}{+3}$, $\frac{+2}{-3}$, $\frac{-2}{-3}$가 각각 어떤 수인지를 알 수 없는 상황이다. $\frac{+2}{+3}$, $\frac{-2}{+3}$, $\frac{+2}{-3}$, $\frac{-2}{-3}$ 등에 대한 정확한 이해는 정수의 곱셈과 나눗셈을 배운 후에나 가능하다.

◦ 동류항의 정의를 "동류항은 문자와 차수가 같은 것으로 정의하는 것이 바람직함." 이라고 한 적격 판정된 도서의 공통 수정 지시사항도 문제점이 있을 수 있다. 예를 들어 $3x^2y$과 $5xy^2$은 문자와 차수가 같은 항이지만 동류항은 아니다.

◦ 또, 두 기호 $+a$, $-a$ 를 각각 "플러스 a", "마이너스 a" 라고 읽는다고 수정지시를 하였는데, 예를 들어 미국의 교과서 Addison-Wesley Mathematics Grade6(R E. Eicholz 외 5 인, 1991 pp.336)에 「+3 is read "positive three" ,-8 is read "negative eight", The opposite of +3 is -3. 」라 하였고, MATHEMATICS (K J Smith, 1994, pp.93-94)에는 $-a$ 를 "음수 a, 또는 마이너스 a"라고 읽으면 안되고, **"a와 반대인 수"**라고 읽는다고 서술하고 있고 그 이유는 수학에서 부호 "−"는 다음과 같은 세 의미를 갖고 있기 때문이라고 하였으

며 그에 따른 보기도 다음과 같이 들었다..

" There are three uses for the symbol "−".

Minus is used to indicate subtraction, an operation symbol.

Negative is used to indicate those numbers to the left of the origin on a number line.

Opposite is used to signify an equivalent distance from the origin, but in an opposite direction. This is a number that can be either positive or negative.

* Example(Practice with the "−" symbol)

a. (-2)+(+9) **Negative**

b. -(+6)+(+4) **Opposite**

c. (+4)-(+7) **Minus**

d. -x **Opposite**; when the "−"symbol appears alone in front of a variable, as in this example, it always means opposite.

e. x-y **Minus**; when the "−"symbol appears between two variables, as in this example, it always means subtraction(minus)

* 「**Correct Use of -x Symbol**」 The symbol -x is read "**the opposite of x**" and should not be read "negative x" or "minus x". If you remember to do this, you will save yourself a lot of confusion."

실제로 교육 과정의 <용어와 기호>에서 제5차 교육 과정에서는 "부호(+, −)"로 제시한 것을 제6차 교육 과정에서는 " $+a$, $-a$"로 바꾸어 넣었고 제7차 교육 과정에서도 같은데, 제6차 교육 과정에 의한 교과서에서는 부호 " +, −"의 정의만 하였지 " $+a$, $-a$"의 정의는 하지 않았는데 이와 같은 처리가 옳다고 생각된다.

∘그리고 심사에서 지적한 바와 같이, "일차방정식은 p.124~p.126에서와 같이 이항보다는 등식의 성질을 이용하는 것이 바람직한 것으로 생각되며"라고 하여 방정식 풀이에서 용어 "이항"의 사용 및 그 활용을 삼가도록 한 것은 문제가 있다. 왜냐하면 용어 "이항"은 교육 과정에 나와있는 용어이고, 교육 과정 해설에는 「'이항'의 뜻을 이해하게 하고, 이를 활용하여 방정식을 (일차식)＝0과 같은 꼴로 고칠 수 있음을 알게 하여 이를 일차방정식이라 함을 알게 한다. 이와 같은 일차방정식에서 그해를 구할 수 있게 하고, 그 풀이 방법을 형식화하여 일차방정식을 능률적으로 풀 수 있게 한다.」와 같이 해설하였다. 위의 지적사항에 따른 것인지는 모르지만 제7차 교육 과정에 의한 교과서들은 한 교과서(주 두산)를 제외하고는 모두 이항이라는 용어는 정의에서 한번 사용하고는 일차방정식의 풀이 과정에는 어느 곳에도 활용하지 않고 계속 등식의 성질을 사용하였다. 이러한 교과서들을 가지고 현장에서 교사는 교육 과정 해설에 따라 "이항"을 활용하여 일차방정식을 능률적으로 풀 수 있게 지도할 수 있을까? 미국에서 사용하는 대개의 교과서들에서는 일차방정식의 풀이에서 "이항(Transposition)"을 정의·도입하여 사용하지 않고 있으므로 일차방정식의 풀이에는 당연히 등식의 성질만을 이용한다. 그러나 일본의 교과서 예를 들어 中學校 數學1(一松 信 외 30인, 平成 10年), 中學數學1(澤田利夫 외 21명, 平成 10年), 新版 中學校數學1(赤 攝也 외 20인, 平成 10年), 新編 新しい數學1(藤田 宏 외 33인. 平成 10年), 新訂數學1年(飯島康男 외 32인, 平成 9年)에서는 모두 우리 나라와 같이 용어 "이항"을 정의하고 이것을 일차방정식의 풀이 과정에 사용 방법을 나타내어 적극 활용하고 있다.

문제는 미국의 교과서처럼 용어 "이항"을 도입하지 않고 등식의 성질만 사용하던가 아니면 일본의 경우처럼 용어 "이항"을 도입하였으면 그 활용을 타당하게 하든가 할 것이지 어떤 심사 원칙에 의해 현행 교과서와 같이 되었는지 의문이다.

(c) 심사위원의 수학교과서에 대한 흐름 및 수학교육에 대한 이해 능력이 의문된다.

7-가 단계의 수와 연산에서 "정수와 유리수"는 제6차 교육 과정에서는 초등학교 과정에서 일부를 다루던 것을 7-가 단계로 이동시켜 이제 이곳에서 처음으로 다루는 것이므로 그 계산에서 많은 연습이 필요한 곳으로 외국의 교과서들도 이 부분에 많은 지면을 할애하고 있다. 그런데 제한된 쪽수 안에 그렇게 많지도 않은 문제를 제시하였는데 그것을 많다고 지적을 하였으니 이러한 심사에 따른 교과서들은 결국 외국의 교과서와 비교하여 볼 때 문제가 너무 적어서 세계화를 주창한 교육 과정안과는 거리가 멀다.

현행 교육 과정과 그에 따른 획일적인 심사에 의하여 적격으로 판정된 교과서들은 거의 한 종의 교과서로 볼

수 있고 다양한 수준별 교과서로 활용하기는 어렵다.

특히 기본 개념의 형성과 원리, 법칙의 충분한 이해에 따른 활용보다는 결과에 치우친 실생활 쪽으로 심하게 강조한 학습 내용은 수학 교육의 위치를 재고하게 한다.

4. 교과서의 문제점

第7차 교육 과정 자체의 많은 문제점들과 또 심사과정에서 제시된 많은 문제점들을 포함하고 있는 교과서의 내용들을 살펴보자.

(a) 기본 개념이나 원리, 법칙의 지도에 소홀하게 되어 있다.

가장 기본적인 덧셈 곱셈의 지도를 살펴보면 초등학교 2, 3, 4학년에서 계산 방법에 대하여만 많이 다루고 있다.

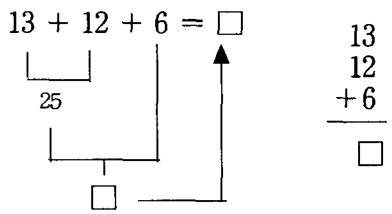
예를 들어, 세 수의 합에 대하여는 초등학교 2학년 교과서 24 페이지에서의 「세 수의 계산을 알아봅시다.」에서의

「13 + 12 + 6 은 얼마인지 알아보시오.

13 + 12 + 6 = □」

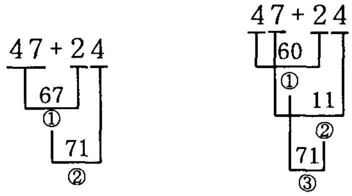
에서 다음과 같이 계산 방법만 지도하도록 되어 있고 덧셈의 기본 개념, 원리, 법칙에 대하여는 아무런 지도도 하고 있지 않다.

「● 어떤 방법으로 계산하였습니까?

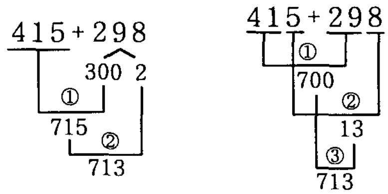


」

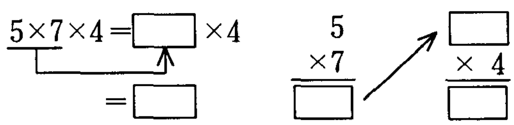
또 58 페이지에서의「여러 가지 방법으로 계산하여 봅시다.」에서는「47+24를 다음과 같이 계산하여 보시오.」에서 다음과 같이 단순히 계산 방법만을 다룰 뿐 여기서도 덧셈의 기본 개념, 원리, 법칙에 대하여는 아무런 지도도 하고 있지 않다.



그리고 3학년에서도 3 자리의 수에 대하여 22 페이지의 「여러 가지 방법으로 계산하여 봅시다.」의「 활동1 415 + 298 을 계산하여 보시오」에서 다음과 같이 계산 방법만을 제시하고 있다.



곱셈에 대하여도 마찬가지로 우리 나라의 초등학교 교과서에서는 가장 기본적인 학습인 덧셈, 곱셈에서 미국의 교과서에서와는 달리 연산의 기본 개념과, 원리, 법칙에 대한 지도는 하나도 없고, 「5×7×4 를 계산하는 방법을 알아보아라.」에서 단지 계산 방법만 다음과 같이 다루고 있다.



중학교 1학년 7-가 단계에서 처음으로 덧셈 곱셈에서 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 지도하도록 되었는데 그나마 「정수와 유리수에서 연산 법칙을 지도할 때에는, 수 계산에 도움이 되는 정도로만 다룬다.」는 교육 과정안에 따른 것인지 아주 간단하게 다루어 수학의 성격, 목표에 잘 부합되지 않는다(이들 법칙을 잘 이해할 수 있도록 관련된 그렇게 많지도 않은 문제들을 다룬 교과서 심의본에 대한 부적격 사유로 "「정수와 유리수의 계산」의 경우 수 계산에 도움이 되는 정도로만 다루도록 교육 과정에 제시되어 있으나 본 도서는 정수와 유리수

의 연산법칙에 많은 지면을 할애하고 있으며, 전체적으로 문제가 너무 많다." 고 지적을 하였다.).

(b) 일부 내용의 취급이 미흡하다.

학습 내용만 여러 가지로 많이 열거하여 그 결과만 활용하게 하는 것만이 수학교육의 목표가 아니라면 중학교에서 처음으로 도입되는 내용들의 취급이 빈약한 감이 든다. 제6차에서는 초등학교 과정에서 다룬 내용들 중 제7차 교육 과정에서는 중학교 과정으로 이동된 내용인 집합, 정수, 정비례와 반비례, 좌표와 그래프, 방정식부분의 각 교과서들의 취급은 새로 도입된 내용으로 초등학교에서 다루었던 많은 양의 내용은 무시되고 제6차와 교과서와 비슷하여 충분한 취급이 부족하다.

(c) 일부 내용의 순서 체계가 맞지 않는다.

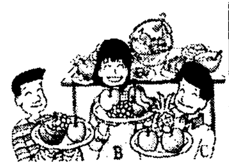
제6차 교육 과정에서는 초등학교 과정에서 다룬 내용들 중에서 제7차 교육 과정에서는 중학교 과정으로 이동된 것들로 인하여, 제6차 교육 과정에서는 중학교 과정에서 취급에 문제가 없었지만 제7차 교육 과정에 따른 도입에서 잘못 된 것들이 있다. 우선 내용 면에서 처음 도입하는 내용에 대하여 예를 들어, 문자(변수)의 사용은 순서상 수와 연산 다음에 나오는데 13종의 교과서 중에서 11종의 교과서가 수와 연산에서 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 문자(변수)를 사용하여 나타내었다. 제6차 교육 과정에서는 초등학교에서 방정식을 다루면서 문자(변수)를 다룬 후이므로 관계가 없었지만 제7차 교육 과정에서는 사정이 다르다. 참고로 뒤에 제시된 미국의 교과서에서 이들의 취급을 살펴보면 변수를 취급하기 전에는 변수를 사용하여 이들 법칙을 나타내지 않았다. 특히 수정 지시에서 " $+a$, $-a$" 를 읽는 법을 나타내게 하여 이들을 사용한 것은 앞에 지적한 자체의 문제점도 있지만 이곳에서는 다른 면으로 문자의 사용과 그에 따른 문제가 있다. 예를 들어, 어떤 교과서에서는 「 +를 양의 부호, −를 음의 부호라고 하며, $+\boldsymbol{a}$ 와 $-\boldsymbol{a}$는 "플러스 a", "마이너스 a"라고 읽는다. 또, 양의 부호 + 가 붙은 수를 양수, 음의 부호 − 가 붙은 수를 음수라고 한다.」 고 하였는데 $+\boldsymbol{a}$ 는 양수인가? 이 내용은 양수 음수의 처음 도입 부분에서 사용한 것으로 $\boldsymbol{a}$ 는 0보다 큰 수를 뜻하는 것으로 한다고 하여도 이와 같이 학습한 학생은 $+\boldsymbol{a}$는 항상 양수라고 생각할텐데 이러한 처리가 옳은 것인가?

문자(변수)에 따른 문제점은 집합의 내용 중 조건 제시법의 표현 등에서 많이 문제가 되므로 집합을 어느 곳에서 다루도록 할 것인지 많은 연구가 있어야 할 것이다.

(d) 학습 내용보다 부수적인 것들에 편중된 감이 있다.

앞에서 언급한 새로 도입되는 내용들에 대한 취급이 충분하지도 못한 상황에서 제한된 쪽수에 비해 부수적인 내용들과 실생활 문제를 두드러지게 내세웠다. 특히 실생활 문제를 강조하여 집필하다 보니 생긴 오류인지 모르지만 다음과 같은 내용도 있다

「[생각하기] 뷔페 식당에서 A,B, C 세 사람이 가 각의 접시에 그림과 같이 과일을 담아 왔다. 같은 종류의 과일을 담은사람은 누구와 누구인가?」



A, B, C 세 사람이 담은 과일을 각 각 A, B, C 라고 할 때,

두 집합

$A=\{$사과, 바나나, 포도$\}$,

$B=\{$바나나, 사과, 포도$\}$

에서 A의 모든 원소는 B의 원소가 되고, 또 B의 모든 원소는 A의 원소가 된다 즉, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$이다.

이와 같이 두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 집합 A 와 집합 B는 **서로 같다**고 하며, 이것을 기호로 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$ 와 같이 나타낸다.」

여기서 우선 A, B 두 사람이 각각 접시에 담은 과일은 똑 같은 것인가? 예를 들어 A, B 두 사람이 각 각 자기의 부모를 모시고 왔다면 그들이 담은 과일의 개수는 각각 같은가?

(e) 학습 내용의 도입 및 전개가 바람직하지 않은 것들이 있다.

예를 들어, 집합의 상등관계에서 그 정의를 다음과 같이 두 가지 방법으로 하고 있다.

※ 두 집합 A 와 B 가 똑 같은 원소로 이루어져 있을 때, A 와 B 는 **서로 같다**고 하며 기호로 $\boldsymbol{A = B}$ 와 같이 나타낸다.

※ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 집합 A 와 집합 B는 **서로 같다**고 하며, 이것을 기호로 $\boldsymbol{A = B}$ 와 같이 나타낸다.

이것은 예를 들어 이등변 삼각형의 정의를 두 가지 곧, "두 변의 길이가 같은 삼각형", "두 각의 크기가 같은 삼각형"으로 한 것과 같다. 심사에서는 도입에서의 이와 같은 상황을 해결하여 주어야만 했던 것이 아닌가?

참고로 이에 관련된 자료를 소개하면 다음과 같다.

Set Theory(Seymour Lipschutz, 1999, p.2)에서는

「Two sets A and B are equal, written $A = B$. if they both have the same elements, that is, if every element which belongs to A also belongs to B ,and vice versa.」

로 상등의 정의를 하였고 다음 페이지에서 부분집합의 정의를 하였다.

Set Theory(Y. F. Lin, S. Y, Lin, 1974, p.29) 에서는 정의 1로

「Two sets A and B are said to be equal or identical, in symbols: $A = B$, provided that they contain he same elements. that is $A = B$ means $(\forall)\ [(x \in A) \leftrightarrow (x \in B)]$.」

라고 하였고 바로 다음에 정의 2로 부분집합의 정의를 하였다.

Set Theory(C. C. Pinter, 1971, p.26)에서는 정의(1.9)로

「Let A and B be classes: We define $A = B$ to mean that every element of A is an element of B and vice versa. In symbols,

$A = B$ iff ($x \in A \Rightarrow x \in B$ and $x \in B \Rightarrow x \in A$)

We have defined two classes to be equal if and only if they have the same elements.」

라고 하였고 바로 다음에 정의 1.10 에서 부분집합의 정의를 하였다.

Introduction to Set Theory(K. Hrbacek and T. Jech, 1978, pp.8-11)에서는 우선 공리로 8페이지에서

「The Axiom of Extensionality: If every element of X is an element of Y and every element of Y is an element of X, then $X = Y$.

Briefly, if Two sets have the same elements, then they are identical.」

로 하였고 11페이지에서 부분집합의 정의를 하였다.

Set Theory(R. L. Vaught, 1985, p.7)에서도 위의 Introduction to Set Theory와 같은 방법으로 하였다.

그리고 부등호 사용에서도 일부 8종의 교과서에서만 기호 " $\leq$ "을 사용하였고, 결합법칙에 의하여 덧셈을 계속하는 표현 $a+b+c$를 하듯이 부등호를 계속 사용하는 기호 " $a<b<c$" 도 「" $a<b$ 이고 $b<c$"를 " $a<b<c$" 와 같이 나타낸다」는 설명(정의) 없이 적당히 사용하고 있다(4 종의 교과서에서는 $a<b<c$와 같이 부등호 2개를 계속 사용하는 것을 하지 않았음.). 이 기호들은 교육 과정에 없는 것들이다. 그러나 이 기호들은 8-단계의 부등식에서 모두 사용해야만 하는 기호들이다. 이들 기호의 사용에 대한 명확한 제시가 필요하지 않은가?

수학하면 그래도 다른 어떤 학문보다도 정확한 학문이고, 수학의 성격에서 제시한 " … 논리적인 사고력, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위하여 필요하다. … " 에도 맞게 하기 위하여 적당한 내용의 취급보다는 논리의 취급이 필요하고 그에 따른 내용의 전개가 필요하다. 실제로 미국 및 유럽의 몇 나라의 교과서를 보면 논리를 취급하고 있으며 이들을 이용하여 증명을 다루고 있기 때문에 수학에서 가장 중요한 것 중의 하나인 증명을 우리 나라와 같이 적당히 얼버무려 다루고 있지 않다. 이러한 교육은 정확한 것 보다 적당히 해결하는 국민성의 조성에도 수학교육의 역할이 크게 작용한 것이 아닌가 생각된다. 특히 외국같이 논리(Logic)를 도입하지 못하는

경우이지만 그래도 주어진 여건에서 최대한 논리적(합리적)인 도입 전개를 하는 것이 바람직 한데 그 과정보다는 결과에 중점을 둔 것 같다.

예를 들어 정수의 덧셈을 수직선에서 화살표를 이용하여 도입하는 내용에서는 도입을 위하여 제일 중요한 수와 화살표와의 관계, 덧셈과 화살표 사이의 관계에 대하여는 아무런 설명도 없이 밑도 끝도 없이 무작정 화살표를 사용하여 도입함으로써 내용의 연계가 이루어지지 않고 있으며 이에 따른 다음의 내용까지 영향을 미친다. 이것은 "내용의 중복이나 비약이 없도록 한다." 는 집필상의 유의점에 어긋난 처리이다(실제로 외국의 많은 교과서들이 화살표를 사용하는 경우에는 이와 같이 연계성 없이 무작정 사용하지 않는다.). 그리고 정수의 덧셈 도입에서 수직선을 사용하고 그것으로부터 절대값을 사용하여 일반화하는데 그렇게 하여야만 하는 과정에 대한 아무런 설명도 없다.

(f)다양한 구체적 조작물 및 기술 공학적 교구의 활용에 문제가 생길 수 있다.

다양한 구체적 조작물 및 기술 공학적 교구의 적절한 활용은 효과적인 수학교육에 일익을 담당할 수도 있다. 하지만 그 활용은 수학 교육을 위한 보조 자료로서 적재적소인 경우에 한한 것이다. 예를 들어 정수의 덧셈을 도입하는데는 바둑돌, 카드, 전류, 수직선, 영사기의 필름 등 여러 가지 방법이 있고, 이들 중 어느 것을 사용할 것인 가는 교과서의 수준(곧, 학습자의 수준)에 따라 정해지는 것이 타당하다. 정수만 취급할 때에는 바둑돌, 카드, 전류 등이 효과적일 수 있고 정수와 함께 유리수까지 취급할 때에는 수직선의 사용이 효과적일 수 있다. 일부 바둑돌을 사용하여 도입한 후 이론적인 연관성도 없이 무작정 수직선으로 연계시켜서 취급하는 것은 내용의 비약이 되고 더 혼잡스럽기만 할뿐이다.

특히 수학 학습을 위한 보조자료들은 모든 학생들에게 필요한 것도 아니고, 결국 보조 자료일 뿐이므로 학습 내용 보다 주가 되는 우를 범하도록 되어서는 곤란하며, 제한된 시간에 다른 학습 내용에 영향을 미치게 되면 주객이 바뀌는 문제가 생길 수도 있다.

5. 결 론

수학교육에서 가장 중요한 것 중의 하나는 당연히 교과서이다. 교과서가 성서는 못될지라도 모든 학생, 교사에게 올바른 수학교육의 길잡이는 될 수 있어야 한다. 따라서 충분한 연구와 실험을 거쳐 신중하게 만들어져야만 한다. 어떤 특정 개인 몇 명의 주관에 따라 제작되어서는 안 된다. 미국, 일본 등의 나라에서는 교육 과정에 대한 연구가 국가적인 차원에서 이루어져서 많은 실험과 그에 따른 결과로 학습 내용들이 선정 조직되었다. 우리나라에서는 아직까지 그와 같은 국가적인 차원에서의 실험 연구는 없었는데, 결국 백년대계를 위한 교육에 투자는 하나도 안하고 소득만 얻으려는 것이다.

앞으로는 이번 제7차 교육 과정과 같이 실행하기 전의 충분한 연구와 실험이 없이 아예 제7차 교육 과정 자체를 전 학생을 실험의 대상으로 하는, 그래서 잘못 되면 교육자체가 퇴보되어도 그 손실을 보완할 방법이 없는 우를 범하지 말아야 할 것이다. 잘못된 제조 과정에 의해 만들어진 잘못된 공산품은 버리면 되지만, 잘못된 교육으로 형성된 사람들은 공산품 같이 버릴 수 없는 것임을 명심해야 한다. 큰 혁명을 일으킨 교육 과정으로 법석을 떨던 제7차 교육 과정과 그에 따른 교과서에 대하여, '수학교육에 혁명을 일으켜서는 결코 성공할 수 없다'는 요지의 E. G. Begle(1960년대 새 수학의 하나인 SMSG를 주도했음)의 말과, "변화는 조금씩 해야하며 특히 교육은 그 특수성을 고려할 때 한꺼번에 변화시킬 수 없는 것"이라고 한 수지 오(미국 LA 3번가 초등학교)교장의 말을 다시 생각해 보는 것은 의의 있는 일이다.

우리도 이제는 우리 나라에 맞는 교육 과정과 그에 따른 교과서를 만드는데 많은 투자를 해야만 앞으로 다른 나라에 낙오되지 않고 나아갈 수 있다. 그러나 그러한 투자의 결과로 우리의 교과서를 만들 수 있기 전까지는 우선 많은 연구를 하여 그 결과로 나온 선진 국가들의 교육 과정을 참고하여 타당한 교육 과정과 그에 따른 교과서를 만드는 것이 그래도 몇몇의 개인적 의견에 따라 정해지고 만들어지는 것보다는 바람직하다.

다른 학문과 달리 수학은 그 내용이 국가와 지역에 따라 다르지 않고 공통으로 사용하므로 선진국들의 연구 결과도 활용하면서 그들과 발맞추어 우리의 수학 교육을

발전시켜야지 검증되지 않은 객관성이 없는 주장이 수학 교육에 영향을 끼치는 일은 없어야만 한다.

참 고 문 헌

1. 우리 나라 교과서

1) 초등학교

교육부 (2000). 수학 2-가, 대한교과서 주식회사.

교육부 (2000). 수학 3-가, 대한교과서 주식회사.

교육부 (2000). 수학 4-가, 대한교과서 주식회사.

2) 중학교

강옥기 외 2인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)두산.

강행고 외 9인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)중앙교육진흥연구소.

김연식 외 1인 (1999). 중학교 수학 1, 2, 3, (주)두산.

고성은 외 5인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)블랙박스.

금종해 외 3인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)고려출판.

박규홍 외 7인 (2001) 중학교 수학 7-가, 두레교육(주).

박윤범 외 3인 (2001). 중학교 수학 7-가, 대한교과서.

배종수 외 7인 (2001). 중학교 수학 7-가, 한성교육연구소.

신항균 (2001) 중학교 수학 7-가, 형설출판사.

양승갑 외 6인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)금성출판사.

이영하 외 3인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주) 교문사.

이준열 외 4인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)도서출판판디딤돌,

조태근 외 4인 (2001). 중학교 수학 7-가, (주)금성출판사.

황석근 외 1인 (2001). 중학교 수학 7-가, 한서출판사.

2. 교육부 발행 관련 도서

교육부 (1997). 수학과 교육 과정(제7차 교육 과정).

교육부 (1999). 중학교 교육 과정 해설(III)(제7차 교육 과정).

교육부 (1999). 초등학교 교육 과정 해설(IV)(제7차 교육 과정).

교육부 (1992). 중학교 교육 과정(제6차 교육 과정) 교육부.

교육부 (1994). 중학교 수학과 교육 과정 해설(제6차 교육 과정).

교육부 (1987). 중학교 교육 과정(제5차 교육 과정).

교육부 (1993). 중학교 2종 교과용도서의 검정기준(제6차 교육 과정).

교육부 (1999). 중학교 2종도서 검정기준(제7차 교육 과정).

교육부 (1992). 집필상의 유의점(중학교)(제6차 교육 과정).

교육부 (1999). 집필상의 유의점(중학교)(제7차 교육 과정).

3. 교과서 심사에 관련된 자료

중학교 1학년 2종 도서 수학과 검정심의위원회(2000. 4), 1차 부적격본 이의 신청에 대한 답변서

한국교육과정평가원이 법원에 제출한 답변서(사건 2000 구 17892, 2000. 7)

한국교육과정평가원이 법원에 제출한 답변서(사건 2000 루 76 집행정지 2000. 10)

한국교육과정평가원(2000. 3. 14) , 중학교 2종 교과용 도서 검정 불합격 결정 통보 공문.(수학 7-가 접수 번호 33)

한국교육과정평가원(2000. 3. 14), 중학교 2종 교과용 도서 검정 불합격 결정 통보 공문.(수학 7-가 접수 번호 31)

4. 미국 교과서

R. I. Champagne 외 6 인 (1992). *MATHEMATICS (Grade 3~8)*, Silver Burdett & Ginn.

R. E. Eicholz 외 5인 (1991). *Addison-Wesley Mathematics(Grade 3~8)*, Addison-Wesley Publishlng Company.

L. Carey Bolster 외 24인 (1991). *EXPLORING MATHEMATICS(Grade 3~7)*, Scott, Foresman and Company.

Karel Hrbacek & Thdmas Jech (1978). *INTRODUCTION TO SET THEORY*, MARCEL DEKKER, INC.

Isidore Dressler & Edward P. Keenan (1980). *Integrated Mathematics I*, AMSCO SCHOOL PUBLICATION, INC.

Edward P. Keenan & Isidore Dressler (1990). *Integrated Mathematics II*, AMSCO SCHOOL PUBLICATION, INC.

Edward P. Keenan & Ann Xavier Gantert (1991). *Integrated Mathematics III*, AMSCO SCHOOL PUBLICATION, INC.

5. 일본 교과서

一松信 외 30인 (平成 10年). 中學校 數學1, 學数図書株式會社.
澤田利夫 외 21명 (平成 10年). 中學數學1, 教育出版.
赤攝也 외 20인, 新版 中學校數學1, 大日本図書, 平成 10年
藤田宏 외 33인. 新編 新しい數學 1, 東京書籍, 平成 10年
飯島康男 외 32인, 新訂數學1年, 啓林館, 平成 9年

6. 기타

R. G. Bartle & D. R. Sherbert (2000). *Introduction to Real Analysis*, John Wiley & Sons, Inc.
K. Hrbacek & T. Jech (1978). *Introduction to Set Theory*, Marcel Dekker. Inc.
Y. F. Lin & S. Y, Lin (1974). *Set Theory*, Houghton Mifflin Company.
Seymour Lipschutz (1999). *Set Theory*, McGRAW-HILL COMPANY.
C. C. Pinter (1971). *Set Theory*, Addison-Wesley Publishlng Company.
K. J. Smith (1994). *MATHEMATICS*, Brooks/Cole Publishing Company.
R. L. Vaught (1985). *Set Theory*, *BIRKHÄUSER*.

Some Issues in Mathematics Textbooks under the 7th Curriculum

Kim, Heung Ki
Department of Mathematics Education, Dankook University
Seoul, 140-714, Korea; E-mail:hkkim@dankook.ac.kr

There are many papers about the 7th curriculum. According to those papers, the 7th curriculum is a new one which makes considerable change in mathematics education. But there are some problems in the 7th curriculum.

In this paper, we discuss those problems at first. That is, the 30% reduction of mathematics contents may not be true, and there are some problems about the terms, symbols, and consistency in mathematics contents. We also consider some problems in mathematics textbooks itself and the mathematics textbook authorization under the 7th curriculum.

We suggest that

(1) there must be valid process in passage of mathematics contents,

(2) we must give emphasis on the process - particularly, the teaching of basic concept or principles - rather than the result,

(3) we must have guarantee of the equity in the mathematics textbook authorization.

[참고] 다음의 내용은 미국의 초등학교 2학년에서부터 중학교 2학년까지 3종류의 교과서에서 덧셈 곱셈에 대한 연산법칙을 어떻게 다루는가와 그들을 변수(문자)를 사용하여 나타낼 때까지의 변수 취급에 대하여 조사 분석한 것이다.

(1) 교과서 MATHEMATICS(R I. Champagne 외 6 인, 1992)에서는 초등학교 3학년에서 처음 시작 부분인 4페이지의 덧셈 성질에서 덧셈의 가환성과 0의 성질을 다루었는데 다음과 같다.

「**The Order Property**

The order in which numbers are added does not change the sum.

$$7+6=6+7$$
$$13=13$$

The Zero Property

The sum of any number and 0 is that number.

$0+5=5$ and $5+0=5$」

그리고 6페이지에서 두 개 보다 많은 수들의 덧셈에서 다음과 같이 다루고 있다.

「 $4+5+2=\square$

We can group the addends in different ways.

$(4+5)+2=\square$ $\quad$ $4+(5+2)=\square$

$9 \quad +2=11$ $\quad$ $4 \quad +7 \quad =11$

▶The way in which numbers are grouped does not change the sum.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \\ +3 \\ \hline 12 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ +3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \\ +8 \\ \hline 12 \end{array}$$

한편 곱셈에서는 $3\times5=5\times3$ 176페이지에

「 How many squares are in each?

$3\times5=\square$ $\qquad$ $5\times3=\square$

Does $3\times5=5\times3$?

The Order Property for Multiplication

The order in which numbers are multiplied does not change the product.」

그리고 218페이지의 Exploring Multiplying Three Numbers 에서

「Does it matter which way numbers are grouped to multiply? What do you think? Explore to find out. Try $3\times2\times4=\square$.

A. Numbers are multiplied two at a time. Group the first two factors and multiply them.

$$\underbrace{(3\times2)}_{6}\times4=\square$$

Show 6 groups of 4 counters to find 6×4.

B. Now group the factors a different way. Group the second two factors and multiply them.

$$3\times\underbrace{(2\times4)}_{8}=\square$$

Show 3 groups of 8 counters to find 3×8.

The Grouping Property

The way in which numbers are grouped does not change the product.」

계속하여 4학년 교과서에서는 2페이지에서 덧셈 성질로 **The Order Property, The Grouping Property, The Zero Property**의 설명과 그에 해당하는 보기들을 들어가면서 덧셈의 시작을 하고 있으며, 116 페이지에서 보기를 들어서 곱셈의 성질로 **The Order Property, The Grouping Property, 1** 과 **0**의 성질(The product of any number and 1 is that number, The product of any number and 0 is 0.)을 들면서 곱셈을 시작하고 있다.

한편 4학년 교과서 188페이지에서

「 **$20\times12=n$** | You can use n instead of $\square$ 」

라고 시작하면서 missing number로 변수를 도입하였고, 문제에서 예를 들어,

「 Find each missing number.

20. $n \times 40 = 20 \times 80$ 21. $90 \times n = 50 \times 180$

23. $30 \times 100 = n \times 50$ 24. $80 \times 70 = 70 \times n$

Find each missing number. Choose mental math, paper and pencil, or a calculator.

28. $(40 \times 70) + n = 3000$ 29. $26 \times 90 = n + 40$

30. $60 \times n = 3 \times 820$ 31. $(50 \times 50) + 50 = n \times 50$ 」

과 같은 문제들을 다루고 있으며, Index에서 살펴보면 용어 "Algebra" 안의 "using variables" 에 페이지 "188-193, 196-200, 204-2-5, 207-209, 220-223, 230-234, 240-243, 247-249, 322-324"를 나타내어 여러 곳에서 변수에 관한 문제를 다루고 있음을 알 수 있다.

그리고 5학년 교과서에서는 16페이지에서 다음과 같이 용어 교환성질, 결합성질, 항등원 성질을 사용하여 덧셈의 성질을 설명하였다

「Commutative Property

The order in which numbers are added does not change the sum

$6 + 15 + 4 = 25$

$6 + 4 + 15 = 25$

어느 쪽 계산이 더 쉬운가?

Associative Property

The way in which numbers are grouped does not change the sum.

$(17 + 25) + 5 = \blacksquare$ $17 + (25 + 5) = \blacksquare$

$42 + 5 = 47$ $17 + 30 = 47$

Identity Property

The sum of any number and 0 is that number.

$18 + 0 = 18$ $31 + 0 = 31$ 」

또 곱셈에서도 42페이지에서 용어 교환성질, 결합성질, 항등원 성질, 영의 성질을 표 안에 다음과 같이 설명하였다

「Commutative Property

The order in which numbers are multiplied does not change the product.

$$2 \times 14 = 14 \times 2$$
$$28 = 28$$

Associative Property

The way in which numbers are grouped does not change the product.

$$(7 \times 2) \times 3 = 7 \times (2 \times 3)$$
$$14 \times 3 = 7 \times 6$$
$$42 = 42$$

Identity Property

The product of any number and 1 is that number.

$$1 \times 6 = 6$$

Zero Property

The product of any number and 0 is 0.

$$13 \times 7 \times 0 = 0$$ 」

6학년 교과서에서도 덧셈의 시작 부분임 14페이지에서 표로 덧셈의 가환 성질, 결합 성질, 항등원 성질을 보기와 함께 제시하였고, 곱셈에서도 18페이지에서 표로 가환 성질, 결합 성질, 항등원 성질, 영의 성질을 보기와 함께 제시하였는데 처음으로 분배 성질도 다음과 같이 제시하였다.

「Distributive Property

If one factor is a sum, multiplying each addend before adding does not change the product.

$$4 \times (5 + 2) = (4 \times 5) + (4 \times 2)$$ 」

한편, 96페이지에서

「 $7 \times n = 63$

▶A number sentence with an equal sign is called an **equation**.

▶An equation can have a missing number. the symbol that represents the missing number is called a **variable**.」

라고 하여 용어 변수(variable)를 처음으로 도입하였으며, 따라서 아직까지는 앞에서 제시한 덧셈, 곱셈의 성질을 문자(변수)를 사용하여 설명하지 않았다.

7학년 교과서에서는 덧셈의 시작인 14페이지에서 덧

셈의 성질을 보기와 함께 다음과 같이 문자를 사용하여 제시하였다.

「**Commutative Property**

The order in which numbers are added does not change the sum.

$$a+b = b+a$$
$$12+25 = 25+12$$

Associative Property

The way in which numbers are grouped does not change the sum.

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$
$$(29+35)+15 = 29+(35+15)$$

Identity Property

The sum of any number and 0 is that number

$$a+0 = a.$$
$$32+0 = 32$$ 」

또 곱셈의 시작 부분에서도 34페이지에서 표로 곱셈의 성질, 덧셈 위에서 곱셈의 분배 성질을 보기와 함께 문자를 사용한 식도 다음과 같이 제시하였다.

「**Commutative Property**

The order in which numbers are multiplied does not change the product.

$$a\times b = b\times a$$
$$25\times 4 = 4\times 25$$
$$100 = 100$$

Associative Property

The way in which numbers are grouped does not change the product.

$$(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$$
$$(9\times 2)\times 5 = 9\times(4\times 5)$$
$$36\times 5 = 9\times 20$$
$$180 = 180$$

Identity Property

The product of any number and 1 is that number.

$$a\times 1 = a \qquad 1\times a = a$$
$$87\times 1 = 87$$
$$1\times 87 = 87$$

Zero Property

The product of any number and 0 is 0.

$$a\times 0 = 0 \qquad 0\times a = 0$$
$$25\times 0 = 0 \qquad 0\times 25 = 0$$

Distributive Property

If one factor is a sum, multiplying before adding does not change the product.

$$a(b+c) = (a\times b)+(a\times c)$$

——A number beside parentheses means multiply by the number

$$3(10+7) = (3\times 10)+(3\times 7)$$
$$= 30+21 = 51$$ 」

8학년 교과서에서도 20페이지에 위의 내용들을 표로 다음과 같이 제시하였고, 164, 424페이지에서 정수와 유리수의 취급에서도 또 제시하고 있다.

Commutative Property
$a+b = b+a \quad a\times b = b\times a$
Associative Property
$(a+b)+c = a+(b+c) \quad (a\times b)\times c = a\times(b\times c)$
Distributive Property
$a(b+c) = (a\times b)+(a\times c)$

(2) 교과서 Addison-Wesley Mathematics(R E. Eicholz 외 5 인, 1991)에서는 초등학교 3학년 교과서에 보기를 통하여 18페이지에서 덧셈의 가환성, 20페이지에서 덧셈의 결합성, 그리고 214 페이지에서 곱셈의 가환성, 254페이지에서 곱셈의 결합성에 대하여 다루었는데, 이곳 내용에서는 Commutative Property, Associative Property 와 같은 용어를 사용하지 않고 교과서 끝 부분의 Index 에는 이들 용어들을 사용하였으며 다음과 같이 열거하였다.

「 Associative Property	Commutative Property
of addition, 18-19	of addition, 18-19
of multiplication, 254-255	of multiplication, 214-215」

4학년 교과서에서는 6페이지에서 **Grouping Property, Order Property, Zero Property**를 표 안에 다음과 같이 제시하였다.

「The grouping property helps when you have 3 addends

Grouping Property
Changing the grouping of addends does not change the sum.
$(2+3)+4=9$, *so* $2+(3+4)=9$

You may remember other properties that help in finding addition facts

Order Property	**Zero Property**
Changing the order of addends does not change the sum.	The sum of a number and zero is that number.
$7+3=10$, *so* $3+7=10$	$8+0=0$

또 곱셈에 대하여는 118페이지에서 **Order Property, One Property, Zero Property**를 다음과 같이 표를 사용하여 제시하였고

Order Property	**One Property**	**Zero Property**
Changing the order of factors does not change the product.	The product of a number and 1 is that number	The product of a number and 0 is 0
$5\times3=3\times5$	$8\times1=8$	$4\times0=0$

162페이지에서 **Grouping Property for Multiplication**을 다음과 같이 제시하였다.

Grouping Property for Multiplication
Changing the grouping of factors does not change the product.

The parentheses tell which digits to multiply first. When no parentheses are shown, you can pick any 2 factors to multiply first.

1. Multiply these	2. Multiply these	3. Pick any two. Try these
$(3\times2)\times4$	$3\times(2\times4)$	$3\times2\times4$
$6\ \times4=24$	$3\times\ 8\ =24$	$12\times\ 2=24$」

그리고 130페이지에서는 다음의 아래와 같이 분배 성질을 제시하였는데 뒤의 Index 에서는 "Distributive property, 130 "이라고 분배 성질의 용어를 사용하였다.

「You can a find a product by breaking apart a factor, multiplying twice and then adding.

Multiplication-Addition Property
When you multiply, you can break apart a factor.

Break apart the factor.	**Multiply twice, then add.**
	$\boxed{5\times6\ \ plus\ \ 2\times6}$
Break 7 into 5 and 2	7×6 is 30plus 12, or 42 」

한편 4학년 교과서에서 자리값, 합, 차, 곱, 몫에 대한 variable로 기호 ▯, □, △, ○, X, 을 사용하였고 용어 variable을 직접 사용하지는 않았으며, 용어 missing number를 가끔 사용하였다.

5학년 교과서에서는 6페이지에서 덧셈, 곱셈에 대하여 다음과 같이 함께 그 성질을 제시하고 있다.

「**Number properties** such as the commutative property and the associative property often help us evaluate expression.

Commutative(order) property: Changing the order of addends or factors does not change the sum or product.

$9+3=12$ and $3+9=12$

$5\times3=15$ and $3\times5=15$

Associative(grouping) property: Changing the grouping of addends or factors does not change the sum or product.

$(3+7)+8=18$ and $3+(7+8)=18$

$5\times(1\times3)=15$ and $(5\times1)\times3=15$」

그리고 130페이지에서 다음과 같이 분배 성질을 제시하였다.

「The **distributive property** can help you mentally multiply a 2-digits number by a 1-digit number, such as 4×23. This property involves both multiplication and addition.

▮Here is how to do it.

Problem: $\mathbf{4 \times 23}$

Break apart: 20 and 3

Multiply: $4 \times 20 = 80$

$4 \times 3 = 12$

Add: $80 + 12 = 92$

$\mathbf{4 \times 23 = 92}$ 」

▮Here is why it works.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 + 3 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\underbrace{80}_{20\times4} + \underbrace{12}_{3\times4} = 92$$

또, 12페이지에서 variable을 다음과 같이 도입하고 있다.

「This book introduces you to several topics from algebra. One of the most important of these topics is the idea of a **variable.** A variable is a letter that stands for a single number or a range of numbers.」

그리고 바로 다음 문제를 제시하였다.

「 In the boxed equation each variable stands for one of these numbers: 1, 2, 5, 6, or 7. The same variable stands for the same number in each equation. Find the number each variable stands for.」

$$\boxed{\begin{array}{c} C \times C = 36 \quad H \times T = H \\ E + H = 9 \quad C + E = 8 \\ H - A = 2 \end{array}}$$

또, 38페이지에서는

「Which of these expression could you write to show the total length of the second board?

A. $8 + n$ B. $8 - n$ C. $8 + y$ D. $8 \times y$

An expression like $8 + n$ that contains a variable is called an algebraic expression.」

라 하고 식의 값을 구하는 문제들을 제시하였다.

6학년 교과서에서는 12페이지에서 표를 사용하여 표 안에 다음과 같이 제시하였다.

「 **Number Property**

Zero Property of Addition

The sum of a number and zero is that number.

$35 + 0 = 35$

Zero Property of Multiplication

The product of a number and zero is zero

$21 \times 0 = 0$

. **One Property of Multiplication**

The product of a number and one is that number.

$46 \times 1 = 46$

Commutative(order) Property

Changing the order of addends or factors does not change the sum or product.

$20 + 4 = 24 \quad 4 + 20 = 24$''

$10 \times 5 = 50 \quad 5 \times 10 = 50$

Associative(grouping) property

Changing the grouping of addends or factors does not change the sum or product.

$(4 + 8) + 2 = 14 \quad 4 + (8 + 2) = 14$

$(5 \times 6) \times 2 = 60 \quad 5 \times (6 \times 2) = 60$

Distributive property

Multiplying a sum by a number is the same as multiplying each addend by the number and then adding the product.

$3 \times (20 + 5) = 75 \quad (3 \times 20) + (3 \times 5) = 75$ 」

그리고 교과서 22페이지에서는 다음과 같이 변수 및 대수식을 제시하였다.

「Throughout this book you will be studying topics from **algebra**. One of the most important topics from algebra is the idea of a **variable.** A **variable** is a letter, such as n, that keeps a place for a number. An expression such as $n + 12$ that contains at least one variable is called an **algebraic expression.**」

7학년 교과서에서는 우선 14페이지에서 다음과 같이 표를 사용하여 덧셈 곱셈에 대한 성질들을 문제로 제시하였다.

「Match each equation with one of the generalization in the boxes.

▪**Commutative Property**- The sum(product) of two numbers is the same in either order.
▪**Associative Property**- you can group addends(factors) in any way and the sum(product) remains the same.
▪**Identity for Multiplication**- Any number times one is equal to the number.
▪**Identity for Addition**- Any number plus zero is equal to the number.
▪**Distributive property**- Multiplying a sum by a number is the same as multiplying each addend by the number, then adding the product.

A. $\frac{1}{2}\times 1 = 1\times\frac{1}{2} = 1$

B. $9\times 5 = 5\times 9$

C. $12.6+107.7 = 107.7+12.6$

D. $45+0 = 0+45$

E. $5\times(10+2) = (5\times 10)+(5\times 2)$

F. $(9\times 10)\times 11 = 9\times(10\times 11)$

G. $(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+\frac{1}{5} = \frac{1}{3}+(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})$

그리고 316페이지에서 문자를 사용하여 표로 다음과 같이 나타내었다.

Properties and Descriptions	Algebraic Example
Opposites Property: The sum of any number and its opposite is zero	$x+(^{-}x) = 0$
Zero Property for Addition: The sum of any number and zero is equal to the number	$x+0 = 0$
One Property: The product of any number and one is equal to the number.	$x\cdot {}^{+}1 = x$
Commutative Property: Changing the order of addends (factors), does not change the sum(product).	$x+y = y+x$ $x\cdot y = y\cdot x$
Associative Property: Changing the grouping of addends (factors), does not change the sum(product).	$(x+y)+z = x+(y+z)$ $(x+y)+z = x+(y+z)$
Distributive property: Multiplying a sum by a number is the same as multiplying each addend by the number and then adding.	$x(y+z) = xy+xz$

8학년 교과서에서도 6페이지에서 다음과 같이 제시하고 있다.

"Basic properties for addition and multiplication show how to change one numerical expression into another equivalent numerical expression."

Property	Examples
Commutative Property	$a\cdot b = b\cdot a \quad a+b = b+a$
Associative Property	$(a+b)+c = a+(b+c)$ $(a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c)$
Identity for Multiplication	$a\cdot 1 = a$
Identity for Addition	$a+0 = a$
Distributive property	$a\cdot(b+c) = (a\cdot b)+(a\cdot c)$
Zero Product Property	$a\cdot 0 = 0$

(3) 교과서 EXPLORING MATHEMATICS(L. Carey Bolster 외 24인, 1991)에서도 초등학교 3학년 교과서의 덧셈에서는 pp.12-14, 43에서 Commutative (order) property, pp.238-239에서 Associative (grouping) property를 그리고 곱셈에서는 pp.220-221에서 Commutative Property, pp.238-239에서 Associative Property를 용어 사용 없이 보기를 통하여 제시하고 있으며, 변수라는 용어대신 □ 안에 그림을 넣든지 또는 ○, ▒를 사용하여 "missing number"로 pp. 6-9, 32, 83, 102에서 "missing addends", pp. 316-317, 356, 508-509에서 "missing factors"를 사용하여 관련 내용을 제시하고 있다.

4학년 교과서에서도 덧셈에서는 pp.10-11에서 Commutative property, p.15에서는 Associative property를 그리고 곱셈에서는 pp.11, 144-145, 178-179에서 Commutative property, pp.273-275에서 Associative property를 용어 사용 없이 보기를 통하여 제시하고 있고, missing addends, missing factors도 3학년에서와 같은 방법으로 사용하고 있다. 또 이곳에서는 pp.146-147, 256-257, 290에서 Distributive property를 용어의 사용 없이 해당 내용들을 제시하고 있다. 특히 3, 4학년의 교과서에의 내용에서는 Commutative Property, Associative property, Distributive property와 같은 용어를 사용하지 않고 교과서 끝 부분의 Index 에는 이들 용어들을 사용하여 그 쓰인 곳을 나타내었다.

5학년 교과서에서는 덧셈에서의 Commutative property, Associative property를 각각 pp.16-17에서 이들

용어를 사용하면서 관련 내용을 제시하였고, 곱셈에서의 Commutative property, Associative property, Distributive property 각각 pp.56-57, 386에서 이들 용어를 사용하면서 관련 내용을 제시하였다. 그리고 pp. 32-35, 41, 136-139, 143, 145, 147, 153, 169, 501-505, 524에서 용어 "variable"을 사용하였으며, 앞에서 사용했던 용어 missing addends, missing factors를 pp.34-35, 41, 136-137, 138-139에서 사용은 하였지만 앞에서와 같이 그림 기호가 아니라 문자를 사용하여 그 연결을 맺었다.

6학년 교과서에서는 덧셈에서의 Commutative property, Associative property, Addition property of zero를 각각 pp.28-29, 286-287에서 이들 용어를 사용하면서 관련 내용을 제시하였고, 곱셈에서의 Commutative property, Associative property, Distributive property, Multiplication property of one, Multiplication property of zero를 각각 pp.46-47, 52에서 이들 용어를 사용하면서 관련 내용을 제시하였다. 특히 이곳에서는 문자와 기호 ▒를 사용하면서 용어 "variable"을 사용하지 않고 용어 "missing addends, missing factors" 주로 사용하였다.

7학년 교과서에서는 16페이지에 처음으로 변수(문자)를 사용하여 다음과 같이 제시하였다.

"The following properties of addition and multiplication can help you do many computations easily.

Commutative Properties of Addition and Multiplication

The order of the numbers can be changed

$a+b=b+a$

without changing the sum or the product.

$a+b=b+a$

Associative Properties of Addition and Multiplication

The grouping of the numbers can be changed

$(a+b)+c=a+(b+c)$

without changing the sum or the product.

$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

Distributive Property

Multiplication distributes over addition.

$a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$