信頼性應用硏究
제1권, 제1호, pp. 1-8, 2001

유전 알고리즘을 이용한 계층구조 시스템에서의 최적 중복 구조 설계

윤원영, 김종운

부산대학교 산업공학과

Optimal redundancy allocation in hierarchical systems using genetic algorithm

Won Young Yun, Jong Woon Kim

Department of Industrial Engineering, Pusan National University

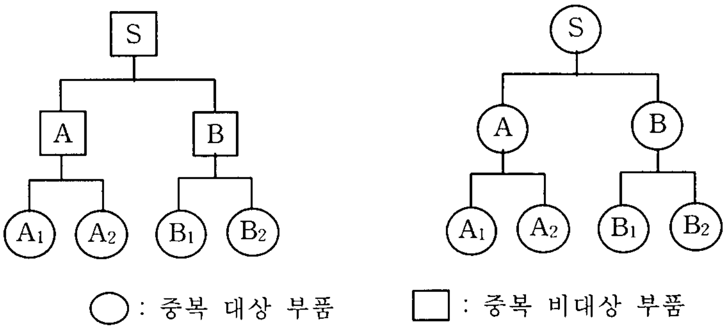
Abstract

Redundancy allocation problems have been considered at single-level systems and it may be the best policy in some specific situations, but not in general. With regards to reliability, it is most effective to allocate the lowest objects, because parallel-series systems are more reliable than series-parallel systems. However, the smaller and lower in the system an object is, the more time and accuracy are needed for duplicating it, and so, the cost can be decreased by using modular redundancy. Therefore, providing redundancy at high levels like as modules or subsystems, can be more economical than providing redundancy at low levels or duplicating components. In this paper, the problem in which redundancy is allocated at all level in a series system is addressed, a mixed integer nonlinear programming model is presented and a genetic algorithm is proposed. An example illustrates the procedure.

1. 서론

품질과 신뢰성은 이제 가격이나 성능과 마찬가지로 상품 및 기업 이미지를 부각시키는 중요

한 전략적인 경쟁력 변수가 되었다. 따라서 신뢰도 보증에 관한 기업의 노력도 더욱 적극적으로 되는 추세에서 품질보증을 단순히 최종 검사 선별로만 보는 기업은 줄어들고 품질과 신뢰성을 제조 절차의 중요한 요소로서 설계단계에서부터 이를 고려하고자 하는 노력들이 이루어지고 있다. 설계 단계에서 고려할 수 있는 신뢰도 향상 방법 중 중복 부품의 사용은 시스템의 구조를 크게 변경시키기 않기 때문에 시스템의 기본 설계가 이루어지고 난 후 고려할 수 있는 신뢰도 향상 방법이다. 그러나 중복의 사용은 가격, 부피, 무게 등의 증가를 가져오기 때문에 이러한 상호관계를 고려하여 할당하여야 한다. 지금까지 다양한 모형의 정의에서부터 모형을 풀기 위한 많은 해법까지 많은 연구가 수행되어져 왔다[1-4, 6-11]. 그러나 기존의 대부분의 연구는 최하위 부품만을 중복의 대상으로 고려해 왔다. 그 이유는 최하위 부품을 중복하는 것이 상위 부품을 중복하는 것보다 신뢰도 및 비용, 무게, 부피 측면에서 더 우수한 것으로 간주되었기 때문이며, 이것은 특정 모형에서는 사실이다. 이것은 부품단계에서의 중복이 시스템 단계에서의 중복보다 더 효과적이라는 원칙으로도 잘 알려져 있다. 그러나 Boland 와 EL-Neweihi (1995) 는 동일하지 않은 예비품의 경우에는 그 원칙이 성립되지 않음을 보였다. 본 연구에서는 비용, 무게, 부피의 제한이 있는 경우에서의 최적 중복 구조 설계 문제를 다룬다. 이러한 문제에서 동일한 부품을 중복으로 사용한 경우에도 시스템 중복이 부품 중복보다 우수할 수 있다. 그 이유는 현대의 대부분의 시스템은 모듈로 구성되어져 있기 때문에 몇 개의 부품으로 구성된 모듈을 중복하는 것이 각 부품을 중복하는 것보다 중복하기가 쉽고 적은 시간이 소요되기 때문에 작은 부품 두 개를 각각 중복하는 것보다 그 두 부품이 모듈로 구성되어 있다면 그 모듈을 중복하는 것이 경제적일 수 있기 때문이다. 예를 들어 그림1과 같은 직렬 시스템에서 일반적으로 A_1 과 A_2 두 부품으로 구성된 모듈의 가격은 각 부품의 가격에 일정한 추가 비용이 더해지므로 사용된 부품들의 가격의 합보다 크게 된다. 이때 중복비용이 사용된 부품들의 추가 사용되는 부품들의 가격으로 간주되면 모듈 A의 중복비용은 부품 A_1 과 A_2 를 각각 중복하는 것보다 많거나 같게 된다. 부피나 무게에 대한 소요량도 비용과 같은 방식으로 계산되어지면 이러한 경우는 모든 측면에서 부품 중복이 시스템 중복보다 우수한 것이다. 그러나 중복을 하는데 사용되는 기술적, 시간적 요소를 고려해보면 일반적으로 크기가 작고 복잡한 부품 A_1 과 A_2를 각각 중복하는 것보다는 모듈 A를 중복하는 것이 부품 중복보다 더 기술적으로 더욱 간단하고 적은 시간이 소요될 수 있고 이것을 경제적 가치로 환산하면, 부품 중복보다 모듈 중복이 더욱 경제적일 수 있다. 본 연구에서는 모듈 중복을 고려한 아래의 그림1.B 에서와 같이 모든 계층의 부품을 중복의 대상으로 고려하여 최적 중복 구조 설계 문제를 다룬다. 본 논문에서는 시스템의 구조는 직렬로 이루어진 계층구조를 대상으로 병렬 중복 설계 문제를 다루며 다음 장에서는 이에 대한 수리 모형과 유전 알고리즘이 제시된다.



A. 기존 문제　　　　　　B. 본 연구의 문제

<그림 1> 기존 문제와 본 연구 문제의 중복 가능 대상

< 기 호 >

R_s : 시스템 신뢰도

b_r : 자원 r 에 대한 최대 허용량

j_f : 부품 j의 직계 조상 부품들에 대한 인덱스

n_r : 자원의 수

x_j : 부품 j 에 할당된 수

y_j : 부품 j 의사용여부를 나타내는 변수 (0 또는 1)

$g_{rj}(x_j)$: j 부품이 x_j 개 사용되었을 때의 사용되는 자원 i 의 양

2. 최적 중복 구조 설계 모형

본 연구에서는 그림 1.B 에서와 같이 모든 계층의 부품이 중복 대상으로 고려된다. 하지만 하나의 직계 라인에서는 하나의 부품만이 사용될 수 있다고 가정한다. 즉 그림 1.B 에서는 직계라인이 (A_1-A-S), (A_2-A-S), (B_1-B-S), (B_2-B-S) 모두 4개가 존재하는데 각 라인에는 하나의 부품만이 사용될 수 있다고 가정한다. 그림2.A 의 구조는 본 연구에서 사용 가능한 중복 구조의 대상이 되나 그림2.B. 와 같은 구조는 하나의 직계라인 (A_1-A-S)안에 있는 A_1과 A 두 부품이 사용되었기 때문에 본 연구의 가정에 적합하지 않으므로 고려 대상에서 제외된다.

이러한 가정하에서 비용 및 부피, 무게 등에 사용 가능한 자원의 제한이 있는 경우 시스템 신뢰도를 최대화하는 문제를 다루며 이는 다음과 같이 수리 모형화 된다.

최대화
$$R_s = \prod_{j=1}^{N}(1 - y_j(1-R_j)^{x_j})$$
(1)

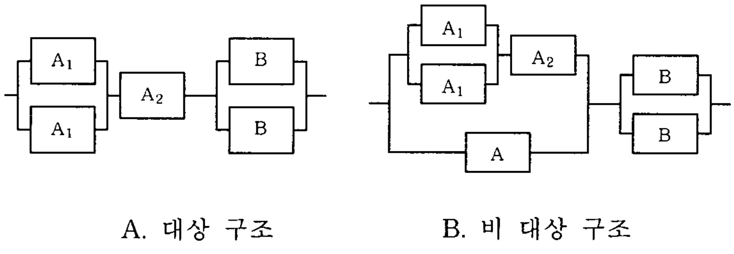
제약조건
$$\sum_{j=1}^{N} y_j g_{rj}(x_j) \le b_r \qquad r = 1, 2, \ldots, n_r$$
(2)

$$y_l + \sum_{k \in \{I_l\}} y_k = 1, \qquad l \in \{\text{ 최하위 부품의 인덱스 }\}$$
(3)

$$y_j = 0 \ or \ 1 \quad \text{for } all\ j$$
(4)

$All\ x \ge 1$ 그리고 정수

사용되는 주요 변수는 x_j 와 y_j가 있으며, x_j는 부품 j 에 할당된 수를 나타내고 y_j는 부품 j 의 사용여부를 나타낸다. 따라서 실제 사용된 부품 j 의 수는 $x_j \times y_j$ 가 된다. 식(2)는 비용, 무게, 부피 등의 자원의 제한을 나타내기 위한 식이다. 비용 요소를 제외한 $g_{rj}(x_j)$들은 선형 함수로 가정될 수 있다. 본 연구에서는 중복 비용은 부품이 작을수록 그 단계가 하위일수록 증가하는 것을 가정하고 있다. 이러한 경우를 표현할 수 있는 비용함수, $c(x)$, 로 본 연구에서는 $c(x) = cx + \lambda^x$ 라 가정하였다. 즉 부품의 사용비용은 부품의 비용, cx 와 추가 비용, λ^x 의 합이 된다. 추가 비용은 부품의 수가 많을수록 기하 급수적으로 늘어나고 λ 는 부품이 하위에 있을수록 커지는 것으로 묘사된다. 즉 하위의 부품에 큰 λ 값을 줌으로써 하위의 부품을 중복하는데 드는 기술적, 시간적 소요에 드는 비용이 상위 모듈을 중복하는 경우보다 많이 드는 경우를 묘사할 수 있다. 식(3)은 한 직계라인에는 하나의 부품만이 사용된다는 가정을 나타낸다.



<그림 2> 대상 구조와 비 대상 구조의 신뢰도 블록 그림

3. 유전 알고리즘

2장에서 제시된 혼합 비선형 정수 계획문제에 대한 해를 찾기 위해 본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하였다. 유전 알고리즘은 추계적 절차를 따르는 최대화 기법으로서 Gen 과 Cheng(1996) 은 다양한 최적화 문제에 이를 적용시켰다. 일반적으로 유전알고리즘은 해를 염색체로 표현하고 표현된 염색체에서 새로운 염색체를 생성하고 생성된 염색체에서 우수한 염색체만을 선택하여 다시 새로운 염색체를 생성하는 과정을 반복하게 된다. 따라서 유전 알고리즘의 성능은 해에 대한 염색체 표현의 적합성, 새로운 염색체 생성 방법, 염색체의 우수성 평가 방법 에 크게 영향을 받게 되며 본 연구에서는 아래와 같은 방법에 의해 유전 알고리즘을 수행하였다.

3.1 염색체 표현

하나의 유전자는 할당된 부품의 수, m_{ki} 와 사용여부, α_{ki} 의 쌍으로 표현된다. 첨자 k 는 유전자가 포함되는 염색체에 대한 인덱스이고 첨자 i 부품에 대한 인덱스이다. 따라서 n 개의 부품으로 이루어진 시스템에 대한 염색체는 아래와 같이 표현된다.

$$v_k = [\,(m_{k1}, \alpha_{k1}), (m_{k2}, \alpha_{k2}), \ldots (m_{kn}, \alpha_{kn})]$$

3.2 적합도 평가

생성된 염색체들의 우수성을 평가하기 위한 방법으로 일반적으로 적합도 함수가 사용된다. 제약조건이 없는 최적화 문제에서는 목적함수 자체가 일반적으로 적합도 함수로 사용되어지고 제약조건이 존재하는 최적화 문제에서는 목적함수에 제약조건의 위배정도를 나타내는 함수가 같이 사용되어진다.

본 연구에서 사용된 적합도 함수(fitness function)는 아래와 같다.

$$eval(v_k) = \prod_{j=1}^{N}(1-\alpha_{kj}(1-R_j)^{m_{kj}}) + \sum_{r=1}^{n_r} Min\left\{\left(\sum_{j=}^{N}\alpha_{kj}g_{rj}(m_{kj}) - b_r\right),\ 0\right\}$$

위의 적합도 함수는 목적함수인 시스템 신뢰도와 제약조건의 위배성의 합이 사용되었다. 2장에서 제시된 모형에서의 두 가지의 제약조건 중 식(3)의 제약은 적합도 함수로 표현하지 않고 염색체를 생성시킬 때 항상 식(3)의 조건을 만족하도록 하였다. 이와 같은 방법을 사용한 이유는 식(3)의 위배 정도를 정량화하기 어렵고, 완전히 랜덤한 진화과정(교배연산자, 돌연변이 연산자)을 따르면 생성된 염색체들은 대부분이 식(3)의 조건을 만족하지 않기 때문이다. 따라서 식(2)에 대한 제약조건만 적합도 함수로 포함 시키고 식(3)은 연산과정에 항상 만족하도록 연산자를 설계하였다.

3.3 교배 연산자

교배 연산자는 두 부모해의 임의의 위치에서 유전자를 상호 교환하여 새로운 자식 유전자를 생성해 나가는 과정이다. 3.2장에서 설명한 바와 같이 식(3)에 대한 제약을 만족시키기 위해, 완전히 랜덤한 교배를 하는 것이 아니라 식(3)의 원칙을 지키면서 교배기 이루어지도록 하였다. 이를 위해 두 염색체에서 랜덤하게 선택된 두 쌍의 유전자 정보에서 부품의 사용여부를 나태내는 유전자, α값이 서로 다른 경우에 각 직계라인에서 α값이 1인 부품들중에 그 수준이 높은 부품에서 그 하위 부품에 대한 정보를 모든 교환하도록 설계하였다. 즉 만약 교배를 위해 선택된 유전자가 (m_{14} = 3 , α_{14} = 1) (m_{24} = 2 , α_{24} = 0)인 경우 2번 염색체에서 2번 유전자의 직계라인에서 α값이 1인 유전자를 찾고 그 유전자의 수준이 4번 유전자(부품)보다 높으면 찾아진 유전자 하위의 모든 유전 정보를 교환하고 4번보다 아래면 4번 하위 부품의 유전정보를 모두 교환한다. 이렇게 함으로써 하나의 직계라인에서 한 부품만이 사용되어야 한다는 제약조건은 만족된다.

3.4 돌연변이 연산자

돌연변이 연산자는 알고리즘이 국부해로 빠지는 것을 방지하기 위해 한 염색체의 임의의 유전자를 선택하여 그 정보를 변경한다. 이러한 돌연변이 과정에서도 교배 연산자와 마찬가지로 한 직계라인에서는 하나의 부품만 사용되어야 한다는 제약조건은 만족시키면서 변이시킨다. 부품의 수, m_{ki} 의 변이는 이러한 제약과 아무런 영향이 없으나 사용여부, α_{ki} 의 값이 변이를 할 땐 그 직계라인도 함께 변화해야 하고 직계라인에서의 변화는 또 다른 직계라인에서의 사용 부품 단일성을 보장해 주어야 한다. 이러한 과정은 선택된 α_{ki} 의 값은 1인 경우는 m_{ki} 값만 랜덤하게 변이시키고 선택된 α_{ki} 의 값이 0 인 경우는 현재 유전자(부품)의 직계라인에서 α 값이 1인 유전자를 찾고 찾아진 유전자가 선택된 유전자보다 하위의 유전자라면 선택된 유전자의 α 값은 1로 하고 그 유전자의 하위 유전자들의 α 값들은 모두 0으로 한다. 그리고 찾아진 유전자가 선택된 유전자보다 상위에 있다면 찾아진 유전자의 α 값을 0으로 하고 찾아진 유전자의 하부 각 직계라인에서 현재 선택된 유전자와 가장 가까운 수준에 있는 유전자의 α 값들은 0 으로 한다. 이렇게 함으로써 식(3)의 제약은 만족된다.

4. 수치 예제

4개의 최하위 부품, 2개의 서브 시스템으로 구성된 직렬 시스템에 대해 모듈 중복을 고려하여 총 비용에 대한 제약이 있는 경우에 신뢰도 최대화 문제를 다룬다. 시스템 정보는 아래의 표.1 과 같으며 비용함수는 $c(x) = cx + \lambda^x$ 이고 비용의 제한은 150.00으로 가정한다. 이 문제에 대한 수리 모형은 아래와 같다.

$$\text{Max} \quad (1-y_1(1-R_1)^{x_1})\times(1-y_{11}(1-R_{11})^{x_{11}})\times(1-y_{12}(1-R_{12})^{x_{12}})\times(1-y_{111}(1-R_{111})^{x_{111}}) \\ \times(1-y_{112}(1-R_{112})^{x_{112}})\times(1-y_{121}(1-R_{121})^{x_{121}})\times(1-y_{122}(1-R_{122})^{x_{122}})$$

$$y_1(31x_1+2^{x_1})+y_{11}(16x_{11}+2^{x_{11}})+y_{12}(13x_{12}+2^{x_{12}})+y_{111}(6x_{111}+3^{x_{111}})+$$
$$y_{112}(5x_{112}+4^{x_{112}})+y_{121}(5x_{121}+3^{x_{121}})+y_{122}(4x_{122}+3^{x_{122}}) \leq 150$$

Subject to $y_1+y_{11}+y_{111}=1 \;\; y_1+y_{11}+y_{112}=1 \;\; y_1+y_{12}+y_{121}=1 \;\; y_1+y_{12}+y_{122}=1$

$y_j = 0 \; or \; 1$ for $all \; j$

$x \geq 1$ and 정수

위의 수리 모형을 3장에서 제시한 유전 알고리즘에 의해 풀어보면 최종해는 [(4,0),(4,1),(4,1),(5,0),(1,0),(3,0),(3,0)]으로 시스템 신뢰도가 0.97523 이고 총 비용은 148.00이 된다. 최하위 부품만을 고려했을 경우는 시스템 신뢰도가 0.9253 이 되고 비용은 128.00이 된다. 비용 제한을 128.00으로 두고 계층 구조 문제를 다시 풀어보면, 시스템 신뢰도가 0.9597 , 총 비용은 124.00가 된다. 따라서 본 예제에서는 모듈 중복을 고려하는 것이 최하위 부품만을 고려하는 경우보다 우수함을 알 수 있다.

<표 1> 예제 데이터

부품번호	부모부품번호	신뢰도	단위가격모수(c)	추가비용모수(λ)
1(system)		0.45	31	2
11	1	0.72	16	2
12	1	0.63	13	2
111	11	0.9	6	3
112	11	0.8	5	4
121	12	0.9	5	3
122	12	0.7	4	3

5. 결론

본 연구에서는 계층 구조로 이루어진 직렬 시스템의 최적 중복 구조 설계 문제를 다루었다. 중복비용이 중복에 사용되는 부품의 가격 외에 중복에 소요되는 기술적, 시간적 비용이 부품이 작을수록 그리고 그 단계가 하위일수록 많은 추가 비용이 드는 경우에 시스템 중복이 부품 중복보다 우수할 수 있음을 보였고 이러한 문제를 혼합 비 선형 정수 계획법으로 모형화하였다. 또한 이 문제를 풀기 위해 발견적 기법이 첨가된 유전 알고리즘을 제시하였다. 추후로 하나의 직계 라인에는 한 부품만 사용 가능하다는 제약이 없는 문제에 대한 연구가 필요할 것으로 생각되며 직렬시스템 외에 일반적인 구조에서의 모듈 중복 구조 설계 문제 또한 흥미로운 분야로 생각된다.

참고문헌

[1] Aggawal, K.K. (1976). Redundancy optimization in general systems. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 25, No. 5, 330-332.

[2] Aggawal, K.K., Gupta J.S., & K.B. Misra. (1975). A new heuristic criterion for solving a redundancy optimization. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 24, 86-87.

[3] Boland P and EL-Neweihi E. (1995). Component redundancy *vs* system redundancy in the hazard rate ordering, *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 44, No. 4, 614-619.

[4] Coit D.W and Smith A.E. (1998). Redundancy allocation to maximize a lower percentile of the system time to failure distribution, *IEEE Transactions on Reliability*, Volume 47, No. 1, 79-87.

[5] Gen M. and Cheng R. (1996). *Genetic Algorithms and Engineering Design*, John Wiley & Sons.

[6] Gopal K, Aggarwal K.K., & Gupta J.S. (1978) An improved algorithm for reliability optimization. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 27, No. 5, 325-328.

[7] Kuo, W, Hwang C.L., & Tillman F.A. (1978). A note on heuristic methods in optimal system reliability. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 27 No. 5, 320-324.

[8] Li J. (1996). A bound heuristic algorithm for solving reliability redundancy optimization, *Microelectronics and Reliability*, Volume 36 No. 3, 335-339.

[9] Misra, K.B. (1972). A simple approach for constrained redundancy optimization problems. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 21, No. 1, 30-34.

[10] Misra, K.B. (1972). Reliability optimization of a series-parallel system. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 21, 230-238.

[11] Woodhouse, C.F. (1972). Optimal redundancy allocation by dynamic programming. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume 21, No. 1, 60-62.