
반송파 주파수 오프셋의 존재하에서 Trellis Coded OFDM/M-ary PSK 시스템의 성능 분석

조성언* · 박기식** · 오원근*

Performance Analysis of Trellis Coded OFDM/M-ary PSK Systems in the presence of Carrier Frequency Offset

Sung Eon Cho* · Ki Sik Park** · Won Geun Oh*

요약

본 논문에서는 OFDM/M-ary PSK 시스템의 BER 성능을 반송파 주파수 오프셋을 고려하여 분석하였고, 부호화와 변조를 동시에 행할 수 있는 TCM 기법을 OFDM/M-ary PSK 시스템에 적용하여 반송파 주파수 오프셋에 따른 성능 열화를 보상하였다.

성능 해석 결과, 주파수 오프셋이 커짐에 따라 OFDM/M-ary PSK 시스템의 성능이 열화됨을 알 수 있었고, 10 dB의 E_b/N_0 로 $BER = 10^{-3}$ 을 달성하기 위해서는 주파수 오프셋을 0.025 이하로 제한해야 함을 알 수 있었다. 또한 음성 서비스 ($BER = 10^{-3}$)를 목표로 하는 경우 TCM 기법을 적용함으로써 약 4 dB의 성능 개선이 얻어짐을 알 수 있었다.

ABSTRACT

In this paper, the BER performance of OFDM/M-ary PSK systems is analyzed with considering carrier-frequency offset and TCM technique, which encodes and modulations simultaneously, is adopted to OFDM/M-ary PSK systems for compensation of performance degradation according to carrier-frequency offset.

As a result of analysis, the error performance of OFDM/M-ary PSK systems is degraded as the frequency offset is increased. And the frequency offset should be below 0.025 in order to achieve $BER = 10^{-3}$ with E_b/N_0 of 10 dB. Especially, when the TCM technique is adopted to OFDM/M-ary PSK systems, the performance improvement of about 4 dB is obtained in terms of E_b/N_0 .

키워드: OFDM, M-ary PSK system, carrier-frequency offset, TCM technique

* 순천대학교 정보통신공학부
접수일자: 2001. 7. 28

** 인하전문대학 정보통신과

I. 서론

급증하는 정보 통신의 수요와 다양한 정보 매체의 이용이 늘어남에 따라서 통신 서비스는 디지털 및 대용량 고속 서비스를 필요로 하게 되었다. 이러한 정보 통신의 요구 조건을 만족하기 위하여 병렬 채널과 다중 반송파를 이용한 대용량 통신 방식을 고안하게 되었으며, OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 전송 방식이 가장 널리 알려진 다중 반송파 시스템의 하나이다[1].

OFDM 방식은 변복조시에 고속 푸리에 변환(FFT : Fast Fourier Transform) 알고리즘을 사용하므로 회로의 규모를 작게 할 수 있고, 또한 전송시에 이용되는 부 반송파의 수를 변화시킴으로써 전송 용량을 가변 시킬 수 있다는 장점이 있다[2]. 그리고 보호 구간을 설치함에 의해 보호 구간 길이 보다 지연 시간이 작은 지연 성분에 의해 발생하는 ISI (Intersymbol Interference)의 영향을 완전히 제거할 수 있다는 장점이 있다[3]. 그러나 OFDM 시스템은 부 반송파의 협대역화로 인해 작은 주파수 오프셋(Frequency Offset)에 대해 SER (Symbol Error Rate) 성능 열화가 증가하는 단점이 있다[4]-[6]. 특히 광대역 정보를 효율적으로 전송하기 위하여 M-ary PSK 변조 방식을 사용할 경우, 동일한 주파수 오프셋에 대하여 신호 레벨이 증가할수록 이진(Binary) 변조 방식에 비해 판정 오류가 증가한다.

TCM (Trellis Coded Modulation)은 디지털 전송 시스템에서 데이터 전송시 필요한 대역폭과 전송 전력의 증가 없이 전송 채널에서 발생하는 잡음에 대한 내성(Inmunity)을 키우기 위해 컨벌루션(Convolution) 부호와 디지털 변조 방식을 결합한 것이다[7],[8].

본 논문에서는 먼저 반송파 주파수 오프셋이 OFDM/M-ary PSK 시스템에 미치는 성능 열화를 분석하기 위해 오율식을 유도하고자 한다. 그리고 TCM 기법을 OFDM/M-ary PSK 시스템에 적용하여 성능 개선 정도를 평가하고자 한다. 이로부터 Trellis Coded OFDM/M-ary PSK 시스템에서 요구하는 BER 성능을 만족시키기 위해 허용 가능한 최대 주파수 오프셋을 결정하고자 한다.

II. 반송파 주파수 오프셋을 고려한 OFDM/M-ary PSK 시스템 해석 모델

AWGN 채널에서 반송파 주파수 오프셋을 고려한 OFDM/M-ary PSK 시스템의 해석 모델은 그림 1과 같다. 송신기에 입력되는 고속 직렬 데이터는 변조 과정을 거친 후 직·병렬 변환기에 의해 저속의 병렬 데이터로 변환되고, 저속의 병렬 데이터는 IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) 과정을 통해 멀티 캐리어 변조 (Multi Carrier Modulation)가 이루어진다. 그 후 병·직렬 변환기를 거친 다음 안테나를 통해 출력된다.

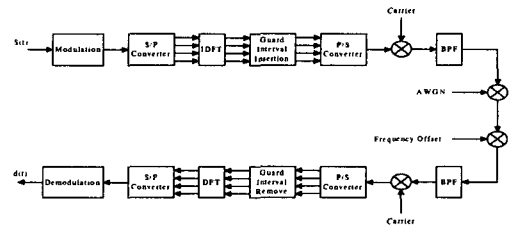


그림 1. 주파수 오프셋을 고려한 OFDM/M-ary PSK 시스템의 해석 모델

수신단에서 수신된 신호는 잡음과 주파수 오프셋을 포함하고 있는 멀티 캐리어 신호이다. 멀티 캐리어 신호는 직·병렬 변환기에 의해 병렬 데이터로 나뉘어진 후 DFT (Discrete Fourier Transform) 과정을 거쳐 멀티 캐리어 복조 (Multi Carrier Demodulation)가 이루어진다. 그 후 병·직렬 변환기를 거쳐 원래의 직렬 데이터가 얻어진다.

송신 신호와 수신 신호는 각각 다음 식과 같은 IDFT와 DFT 과정을 거치게 된다.

$$X(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X(nT) \exp(-j2\pi \frac{k}{T} t) \quad (1)$$

$$X(nT) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(j2\pi \frac{k}{T} t) \quad (2)$$

단, N ; OFDM 시스템의 부 반송파 수,
T ; OFDM 심볼 구간.

OFDM/M-ary PSK 기저 대역 송신 신호는 다음 식과 같다.

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot e^{j2\pi \frac{k}{T} t} \quad (3)$$

단, x_k ; M-ary PSK의 심볼 신호.

AWGN 채널을 거쳐 수신된 신호는 주파수 오프셋 ΔF 을 고려해 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t)e^{j2\pi\Delta Ft} + \tilde{n}(t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi(\frac{k}{T} + \Delta F)t} + \tilde{n}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

단, $\tilde{n}(t)$; AWGN.

DFT단 후의 수신단에서 프레임 동기가 이상적으로 이루어진다고 가정하면 $t = \frac{nT}{N}$ 에서 샘플링된 수신 신호는 다음 식과 같이 나타내진다.

$$y_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi(k-k'-\Delta f)t \frac{n}{N}} + n_k \quad (5)$$

단, $\Delta F \cdot T = \Delta f$, 부 반송파의 심볼 구간으로 정규화된 주파수 오프셋.

위의 식에서 k' 와 k 는 각각 수신단과 송신단의 부 반송파를 나타낸다. 만약 $k = k'$ 이면 수신단에서 정확한 신호를 수신한 경우이고, $k \neq k'$ 이면 수신 신호가 왜곡된 경우이다.

식 (5)에서 N이 매우 크다면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi(k-k'-\Delta f)t \frac{n}{N}} \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \exp[-j2\pi \frac{k-k'-\Delta f}{T} t] dt \end{aligned} \quad (6)$$

그러므로 수신기에서 복조된 신호는 다음 식과 같이 나타내진다[9].

$$\begin{aligned} y_k &= \exp(j\pi\Delta f) \cdot \sin c(\Delta f)x_k - \exp(j\pi\Delta f) \\ &\cdot \sin c(\Delta f) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq k'}}^{N-1} \left[\frac{x_{k'}}{\frac{k-k'}{\Delta f} - 1} \right] + n_k \end{aligned} \quad (7)$$

첫째 항은 k 번째 부 반송파로 전송되는 희망 정보 신호이고, 두 번째 항은 인접 부 채널간의 간섭을 나타내며, 마지막 항은 잡음 성분이다. 각 항에는 $e^{j\pi\Delta f}$ 의 위상 성분과 $\sin c(\Delta f)$ 의 진폭 감쇠 성분이 포함되어 있다.

III. 반송파 주파수 오프셋에 따른 위상 왜곡의 확률 밀도 함수

식 (7)의 복조된 신호로부터 희망하는 정보 신호를 추출하는 경우 나머지 위상 왜곡 및 잡음 성분은 다음 식과 같다[9].

$$\begin{aligned} u_k &= y_k \frac{x_k^*}{|x_k|^2} = \exp(j\pi\Delta f) \cdot \sin c(\Delta f) \\ &- \exp(j\pi\Delta f) \cdot \sin c(\Delta f) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq k'}}^{N-1} \left[\frac{1}{\frac{k-k'}{\Delta f} - 1} \right] \\ &+ \frac{n_k x_k^*}{|x_k|^2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 x_k^* 는 x_k 의 공액 복소 함수이다.

식 (8)에서 u_k 를 $\sin c(\Delta f)e^{j\pi\Delta f} + c_k$ 로 나타내면 u_k 의 실수항 a_k 와 허수항 b_k 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} a_k &= \text{Re}[u_k] = \sin c(\Delta f) \cos \pi(\Delta f) + \text{Re}[c_k] \\ b_k &= \text{Im}[u_k] = \sin c(\Delta f) \sin \pi(\Delta f) + \text{Im}[c_k] \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 a_k 와 b_k 는 가우시안 랜덤 변수이므로 결합 확률 밀도 함수 $p(a_k, b_k)$ 는 다음 식과 같이 나타내진다.

$$\begin{aligned} p(a_k, b_k) &= \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} \cdot \exp \\ &\left\{ -\frac{(a_k - \cos \pi\Delta f \sin c\Delta f)^2 + (b_k - \sin \pi\Delta f \sin c\Delta f)^2}{2\sigma_u^2} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

정규화된 반송파 주파수 오프셋으로 인한 위상 왜곡의 확률 밀도 함수를 극 좌표 형식으로 변환하면 다음 식과 같다[9].

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{D}{2\sigma_u^2}\right\} \times \left[1 + \frac{C}{\sqrt{2}} e^{\left(\frac{C}{2\sigma_u}\right)^2} \times \operatorname{erfc}\left(-\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right)\right] \quad (11)$$

$$\text{단, } C = 2 \sin \alpha(\Delta f) (\cos(\pi \Delta f) \cos \theta + \sin(\pi \Delta f) \sin \theta)$$

$$D = \sin^2(\Delta f)$$

IV. 위상 왜곡에 따른 OFDM/M-ary PSK 시스템의 오율 성능

그림 2는 반송파 주파수 오프셋에 따른 M-ary PSK 신호의 판정 거리 변화를 나타낸다.

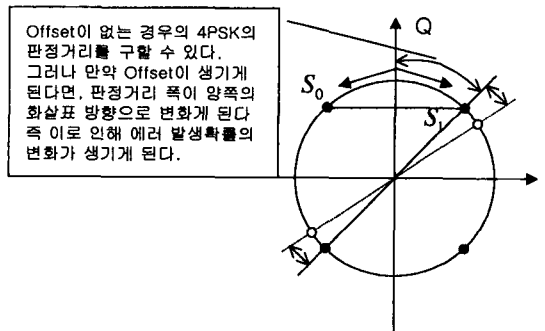


그림 2. 반송파 주파수 오프셋에 따른 판정 거리의 변화

반송파 주파수 오프셋을 고려한 경우의 판정 거리 s_0 와 s_1 는 다음 식과 같이 구해진다.

$$s_0 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{n} + \theta_k\right),$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{n} - \theta_k\right). \quad (12)$$

만약 판정 거리를 초과하면 에러가 발생하는데 에러가 발생할 수 있는 방향은 두 방향이므로 다음 식과 같이 구해진다.

$$p = \frac{1}{2 \log_2 M} \left[\left\{ \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} \sqrt{\log_2 M \cdot \frac{E_b}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{n} + \theta_k\right)\right) \right\} + \left\{ \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} \sqrt{\log_2 M \cdot \frac{E_b}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{n} - \theta_k\right)\right) \right\} \right] \quad (13)$$

반송파 주파수 오프셋에 의한 위상 왜곡을 고려하면 OFDM/M-ary PSK 시스템의 최종 오율식은 다음 식과 같이 구해진다.

$$p_e = \int_{-\pi}^{\pi} p \cdot p(\theta) d\theta \quad (14)$$

V. 반송파 주파수 오프셋을 고려한 Trellis Coded OFDM/M-ary PSK 시스템의 오율 성능

그림 3은 대표적인 Trellis Coded M-ary PSK 송신단 구조의 일례이다.

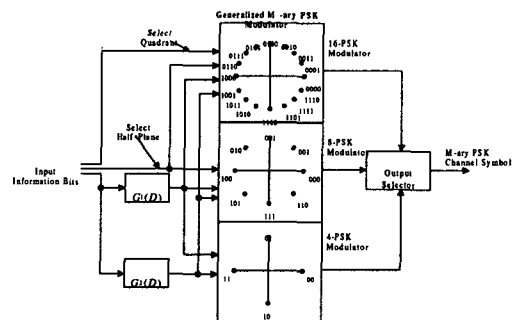


그림 3. QPSK, 8PSK, 16PSK의 Pragmatic encoder/modulator

그림 3에서 $k-1$ 개의 비트가 입력되면 가장 낮은 차수의 비트만이 부호화되고, 나머지 $k-2$ 개의 비트는 부호화되지 않는 상태로 입력된다. $k-1$ 이 2 비트이면 컨벌루션 부호기를 거친 y_2 와 y_3 비트는 그레이 부호의 매핑(mapping) 방법에 따라 다음과 같은 4 개의 위상을 가질 수 있다.

$$00 \rightarrow 0 \text{ [rad]},$$

$$\begin{aligned} 01 &\rightarrow \pi/2^{k-2}[\text{rad}] \\ 10 &\rightarrow 2\pi/2^{k-2}[\text{rad}], \\ 11 &\rightarrow 3\pi/2^{k-2}[\text{rad}] \end{aligned}$$

나머지 부호화되지 않은 비트는 적절한 배치를 통해 유클리디안 (Euclidean) 거리가 최대가 되도록 매핑된다.

식 (13)에 TCM을 적용한 M-PSK 시스템의 오율 식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} P_{TCM} = & \frac{k}{2\log_2 M} \times \left[\left\{ \text{erfc} \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\log_2 M \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{M} + \theta_k \right) \right) \right\} \\ & + \left\{ \text{erfc} \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\log_2 M \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right. \right. \\ & \left. \left. \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{M} - \theta_k \right) \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

최종적으로 반송파 주파수 오프셋을 고려한 Trellis Coded OFDM/M-ary PSK 시스템의 오율 식은 다음과 같이 구해진다.

$$P_{eTCM} = \int_{-\pi}^{\pi} P_{TCM} \cdot p(\theta) d\theta \quad (16)$$

위의 식에서 ACG (Asymptotic Coding Gains)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} ACG &\leq 10 \log_{10} \left[\frac{\sin^2(4\pi/M)}{\sin^2(2\pi/M)} \right] \\ &= 10 \log_{10} [4 \cos^2(2\pi/M)] \quad M \geq 8 \end{aligned} \quad (17)$$

Ⅴ. 수치 해석 및 검토

본 논문에서는 반송파 주파수 오프셋이 OFDM/M-ary PSK 시스템에 미치는 성능 열화 정도를 분석하였고, TCM 기법을 적용하여 성능 개선 정도를 평가하였다.

그림 4~6은 AWGN 환경에서 주파수 오프셋에 따른 각각 OFDM/QPSK, OFDM/8PSK, OFDM/16PSK 시스템의 BER 성능을 나타낸다. 그림으로부터 동일한 주파수 오프셋에 대하여 신호 레벨이 증

가할수록 이진 변조 방식에 비해 판정 오류가 증가되고, 또한 특정한 E_b/N_0 에서 기준 BER을 달성하기 위해 허용되는 최대 주파수 오프셋 값을 알아낼 수 있었다. 예를들어 그림 4에서 10 dB와 15 dB의 E_b/N_0 로 $BER = 10^{-3}$ 을 달성하기 위해서는 주파수 오프셋을 각각 0.025, 0.05 이하로 유지해야 함을 알 수 있었다.

그림 7~9는 부 반송파가 1024개, 주파수 오프셋이 각각 0.025, 0.05, 0.075인 경우 ary 변화에 따른 OFDM/M-ary PSK 시스템의 BER 성능을 나타낸다. 그림으로부터 ary가 커질수록 성능이 열화됨을 알 수 있었다. 예를 들어 그림 8과 9에서 20 dB의 E_b/N_0 로 $BER = 10^{-3}$ 을 달성할 수 있는 변조 방식은 BPSK와 QPSK 만으로 제한됨을 알 수 있었다. 그림 10은 부 반송파가 1024개, 주파수 오프셋이 0.05인 경우 Trellis Coded OFDM/M-ary PSK 시스템의 BER 성능을 나타낸다. 그림으로부터 $BER = 10^{-3}$ 을 기준으로 삼으면 TCM 기법을 적용함으로써 약 4 dB의 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

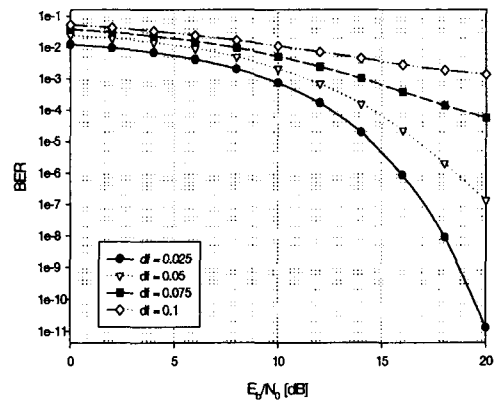


그림 4. AWGN 환경에서 주파수 오프셋에 따른 OFDM/QPSK 시스템의 BER 성능

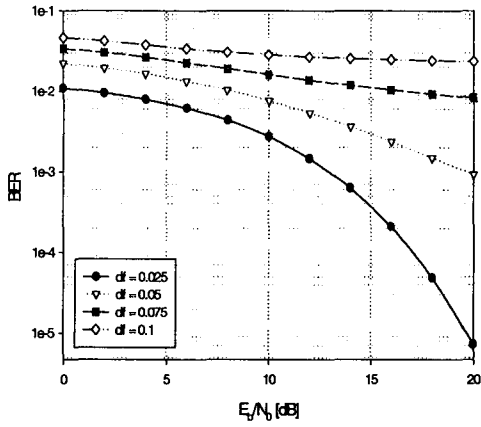


그림 5. AWGN 환경에서 주파수 오프셋에 따른 OFDM/8PSK 시스템의 BER 성능

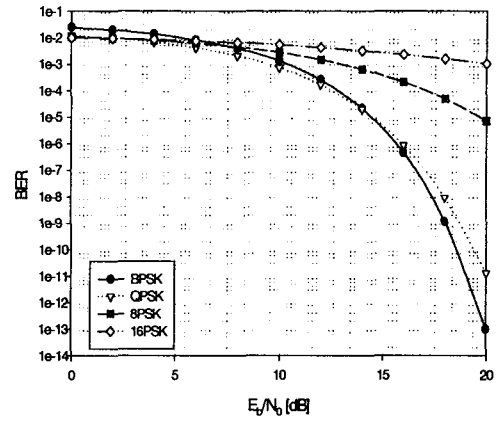


그림 7. 부 반송파수 1024, 주파수 오프셋이 0.025인 경우 ary 수의 변화에 따른 OFDM/M-ary PSK 시스템의 BER 성능

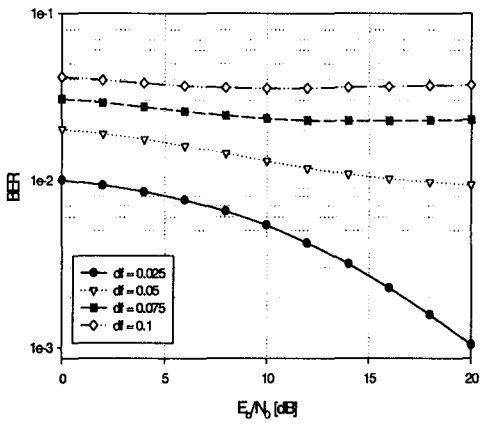


그림 6. AWGN 환경에서 주파수 오프셋에 따른 OFDM/16PSK 시스템의 BER 성능

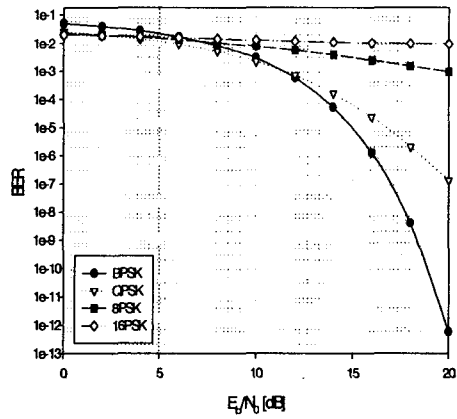


그림 8. 부 반송파수 1024, 주파수 오프셋이 0.05인 경우 ary 수의 변화에 따른 OFDM/ M-ary PSK 시스템의 BER 성능

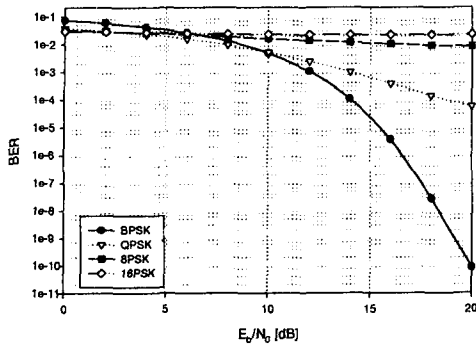


그림 9. 부 반송파수 1024, 주파수 오프셋이 0.075인 경우 ary 수의 변화에 따른 OFDM/ M-ary PSK 시스템의 BER 성능

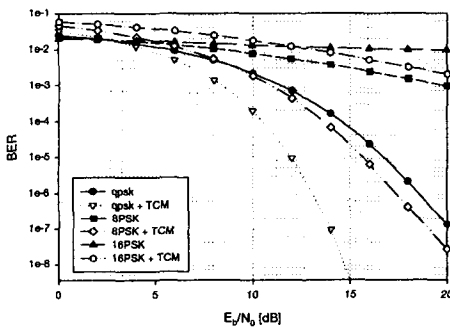


그림 10. 부 반송파 수 1024, 주파수 오프셋이 0.05인 경우 Trellis Coded OFDM/M-ary PSK 시스템의 BER 성능

IV. 결론

본 논문에서는 OFDM/M-ary PSK 시스템의 BER 성능을 반송파 주파수 오프셋을 고려하여 분석하였고, 부호화와 변조를 동시에 행할 수 있는 TCM 기법을 OFDM/M-ary PSK 시스템에 적용하여 반송파 주파수 오프셋에 따른 성능 열화를 보상하였다.

성능 해석 결과, 주파수 오프셋이 커짐에 따라 OFDM/M-ary PSK 시스템의 성능이 열화됨을 알 수 있었고, 10 dB의 E_b/N_0 로 $BER = 10^{-3}$ 을 달성하기 위해서는 주파수 오프셋을 0.025 이하로 제한해야 함을 알 수 있었다. 또한 음성 서비스

($BER = 10^{-3}$)를 목표로 하는 경우 TCM 기법을 적용함으로써 약 4 dB의 성능 개선이 얻어짐을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] O. Edfors, M. Sandell, J.-J. van de Beek, D. Landstrom and F. Sjöberg, "An introduction to orthogonal frequency-division multiplexing," Research Report TULEA 1996, Division of Signal Processing, Lulea University of Technology, 1996.
- [2] J. A. C. Bingham, "Multicarrier modulation for data transmission : An idea whose time has come," IEEE Commun. Mag., vol. 28, no. 5, pp. 5-14, May 1990.
- [3] S. Hara, M. Mouri, M. Okada, and N. Morinaga, "Transmission performance analysis of multicarrier modulation in frequency selective fast Rayleigh fading channel," Wireless Personal Commun., vol.2, pp. 335-356, Jan.-Feb. 1996.
- [4] H. Sari, G. Karam, and I. Jeanclaude, "Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting," IEEE Commun. Magazine, pp. 100~109, Feb. 1995.
- [5] William D. Warner and Cyril Leung, "OFDM/FM frame synchronization for mobile radio data communication," IEEE Transaction on Vehicular Technology, pp. 302~313, vol. 42, no. 3, August 1993.
- [6] T. M. Schmidl and D.C. Cox, "Blind synchronization for OFDM," Electronics Letters, vol. 33, no. 2, pp. 113~114, Jan. 1997.
- [7] Gottfried Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," IEEE Trans. on Inform. Theory., vol. IT-28, no. 1, Jan. 1982.
- [8] Andrew J. Viterbi, "A pragmatic approach to trellis coded modulation," IEEE Commun. Magazine, July 1989.
- [9] 계선형, 유형석, 서중수, "반송파 주파수 오프셋에

따른 OFDM M-ary QAM 시스템의 성능 분석,” 한국통신학회논문지, 제24권, 제6B호, pp. 1024-1031, 1999년 6월.



조성언(Sung-Eon Cho)

1989. 2 한국항공대학교 통신정보공학 졸업 (공학사)

1991. 2 한국항공대학교 대학원 통신정보공학과(공학석사)

1997. 2 한국항공대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1991. 3~1992. 2 한국항공대학교 통신정보공학과 조교
1997. 3~현재 (국립) 순천대학교 공과대학 정보통신공학부 조교수

관심분야 : 전파공학, 전자파환경공학 및 Wireless communication



박기식(Ki-Sik Park)

1991. 2 한국항공대학교 통신정보공학 졸업 (공학사)

1996. 2 한국항공대학교 대학원 통신정보공학 졸업(공학석사)

2000. 8 한국항공대학교 대학원 통신정보공학과 졸업 (공학박사)

1996~2001. 2 (주) 세영통신 책임연구원

2001. 3~현재 인하전문대학 정보통신과 전임강사

관심분야: 멀티미디어전송, Wireless communication



오원근(Won-Geun Oh)

1989. 2 한양대학교 전자통신공학과 졸업 (공학사)

1991. 2 한양대학교 대학원 전자통신공학과 졸업(공학석사)

1997. 2 한양대학교 대학원 전자통신공학과 졸업 (공학박사)

1997. 3~현재(국립) 순천대학교 공과대학 정보통신공학부 조교수

*관심분야 : 신호처리, 신경망 및 비선형시스템