

# 조립 공차 설계를 위한 시뮬레이션 모델 개발

## - Development of Simulation Model to Assembly Tolerance Design -

장현수\*

Hyun Su Chang

### Abstract

The assembly tolerance design methods have applied linear or nonlinear programming methods and used simulation method and search algorithms to optimize the tolerance allocation of each part in an assembly. However, those methods are only considered to the relationship between tolerance and manufacturing cost, which do not consider a quality loss cost for each part tolerance. In this paper, the integrated simulation model used genetic algorithm and the Monte-Carlo simulation method was developed for the allocation of the optimal tolerance considering the manufacturing cost and quality loss cost.

### 1. 서론

오늘날 소비자의 요구가 다양해지면서 여러 개의 복잡한 부품들로 구성된 제품들이 많아지게 되었다. 이러한 제품의 각 부품들에 있어서, 설계변수와 공차는 완성된 조립 제품의 품질 및 성능을 만족하도록 결정되어야 한다. 그러나 설계 단계에서 과학적인 방법이 아닌 디자인 엔지니어들의 경험 및 지식에 의해서 잘못 결정되는 수가 많다. 이러한 경우 완성된 조립 제품의 품질 및 성능이 설계 단계에서 예상했던 것보다 떨어지게 되고 심지어는 완성된 조립제품이 쓸모 없어지게 되기도 한다.

따라서 공차 결정 시, 각 부품들의 공차 누적으로 인한 조립제품의 품질 오차에 대하여 보다 과학적인 해석방법과 각 부품들의 공차를 배분하는 방법들이 설계 단계에서 적용되어야 한다.

공차설계는 제품개발단계에서 매우 중요한 업무 가운데 하나이다. 특히 조립 제품인

---

\* 경기공업대학

경우 각각의 요소(component)들에 대하여 공차를 적절하게 배분하여야 한다. 일반적으로, 요소들에 대하여 공차를 작게(tight) 설정한다면 일률(yield)이 증가하는 동시에 비용도 증가한다. 반대로 공차를 크게 할 경우 일률과 비용이 작아지게 된다. 이러한 관점에서 비용과 일률을 동시에 만족하는 최적의 공차 배분이 이루어져야 한다.

조립제품에서 요소들의 공차설계시 다음의 두 가지 방법, 공차해석(tolerance analysis)방법과 공차배분(tolerance allocation)방법이 적용된다. 공차해석방법은 요소들의 공차가 모두 알려져 있거나 설계되어져 있는 경우에, 이 요소공차들을 가지고 조립공차를 계산하여, 이것들이 제품의 품질에 어떠한 영향을 미치는지 분석하는 방법이다. 일반적으로 사용되어지는 공차해석방법으로는 최악의 경우를 고려한(worst case) 방법, 통계적(statistical tolerance analysis) 방법, 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo Simulation) 방법 등이 있다[17]. 이들 방법 가운데 몬테카를로 시뮬레이션 방법은 컴퓨터를 이용하여 공차를 해석하는 방법으로써, 설계변수들과 조립제품의 특성치와의 관계가 비선형(non-linear)일 때 더욱 효과적이다.

공차배분방법은 공차를 해석하여 얻어진 값을 토대로 요소공차를 최대로 배분해 주는 방법이다. 이 때 요소공차를 최대로 배분하는데 기준이 되는 것이 비용이다. 따라서 공차배분의 목적은 제품설계시 조립공차를 감안한 즉, 품질을 고려한 제조비용을 최소로 하는 요소공차를 배분하는 것으로써, 이를 최적화문제로 공식화하여 해결할 수 있다. 최적화 기법으로는 선형 계획법, 비선형 계획법의 전통적인 방법뿐만 아니라 신경망과 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing) 방법[18] 그리고 유전 알고리즘(genetic algorithm)등이 사용되고 있다. 특히 유전 알고리즘을 적용한 경우, 현재까지 보고된 연구를 살펴보면 목적함수를 단조 감소(decrease monotonic)형태인 비용공차함수(cost-tolerance function)와 벌칙함수(penalty function)를 사용하여 비용을 최소로 하는 공차를 설정하였다[8,9,10]. 그러나 이들 연구에서는 공차에 따른 제조비용만을 고려하였을 뿐 공차로 인한 조립제품의 품질을 고려하지 않았다.

따라서 본 연구에서는 유전알고리즘에서 목적함수를 비용공차함수와 다구찌의 품질손실함수(quality loss function)로 설정함으로써, 품질을 고려한 조립제품의 고일률과 저비용의 새로운 공차배분방법을 제시하였으며, 특히 유전 알고리즘을 통합한 시뮬레이션 모델을 개발하였다. 이를 통하여, 공차로 인해 발생하는 제품의 불량률을 감소시키고, 제조비용의 절감과 제품의 품질을 개선시키는 데에 본 연구의 목적을 둔다.

## 2. 유전알고리즘(공차배분방법)의 이론적 고찰

공차를 배분하는 기준으로는 비용이 사용된다. 최소비용공차는 공차와 제조비용간의 관계를 고려하여, 조립제품의 품질을 유지하면서 적은 제조비용으로 요소들의 공차를

배분할 수 있다[18].

현재 최적 공차배분에 대한 연구가 계속 진행되고 있으며, 이들 연구의 대부분은 최소 비용공차 설정을 다루고 있다. 또한 공차배분문제를 최적화문제로 공식화함으로써, 최적화 기법들을 사용하고 있다. 따라서 본 연구에서는 최적화 기법으로 비용을 기준으로 한 유전 알고리즘을 사용하였다.

유전 알고리즘(Genetic Algorithm)은 생물진화(선택, 도태, 돌연변이)의 원리로부터 착안된 알고리즘으로서, 자연선별과 유전법칙을 모방한 확률적 탐색기법이다.

유전 알고리즘은 문제의 잠재해를 표현한 개체(string)들로 이루어진 모집단(population)을 가지고 시작한다. 모집단은 매 세대(generation)마다 일정수의 개체를 유지하고 매 세대에서 각 개체의 적합도(fitness)를 평가하여, 다음 세대에 생존할 개체들을 확률적으로 선별한다. 선별된 개체들 중 일부의 개체들이 임의로 짝을 지어 교배하여 자손을 생성한다. 이 때 교차(crossover)에 의해 부모의 유전자가 자손에게 상속되고 돌연변이(mutation)가 일어날 수 있다. 자손은 부모로부터 좋은 유전형질을 상속받는다고 가정함으로써 다음 세대의 잠재해들을 평균적으로 전 세대 보다 더 좋아진다고 본다. 이러한 진화과정은 종료조건을 만족할 때까지 반복한다[1]. 일반적인 유전 알고리즘의 전개 절차는 다음과 같다. 이 과정을 [그림 1]에 나타내었다.

```

begin
  t ← 0;
  initialize P(t); (초기 모집단 생성)
  evaluate P(t); (적합도 평가)
  while (종료조건이 만족될 때 까지) do
  begin
    t ← t+1;
    select P(t) from P(t-1); (선별)
    alter P(t); (교차와 돌연변이)
    evaluate P(t); (적합도 평가)
  end
end

```

[그림 1] 유전 알고리즘의 구조

### 3. 새로운 공차설계방법

#### 3.1 기호정의

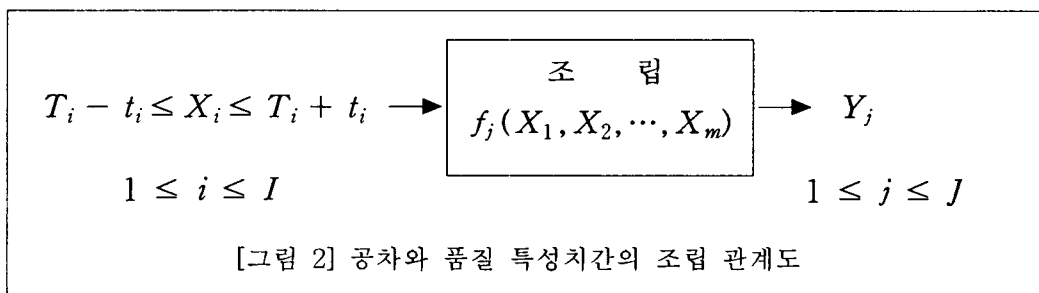
본 연구에서 사용되는 기호들을 다음과 같이 정의하였다.

$\alpha_j$ : $j$ 번째 품질 특성치의 손실비용계수 (=단위당손실비용( $W$ )/허용한계( $\Delta^2$ )) $\mu$ : 품질특성치의 목표값 $\mu_j$ : $j$ 번째 품질특성치의 목표값 $\sigma^2$ : 품질특성치의 분산 $\sigma_j^2$ : $j$ 번째 특성치의 분산 $f_j(\cdot)$ : 설계변수 $X_i$ 의 $j$ 번째 특성치의 함수 $t_i$ : $i$ 번째 설계변수의 공차값 $A_i, B_i$ : $i$ 번째 공차에 대한 제조비용계수들	$C_i$ : $i$ 번째 공차의 제조비용 ( $1 \leq i \leq I$ ) $L$ : 품질 특성치의 평균품질손실비용 $L_j$ : $j$ 번째 품질 특성치의 평균품질손실비용 ( $1 \leq j \leq J$ ) $L(Y)$ : 품질손실함수 $T_i$ : $i$ 번째 설계변수의 기준치수 $X_i$ : $i$ 번째 설계변수 ( $X_i = T_i \pm t_i$ ) $\bar{Y}$ : 품질특성치의 평균값 $\bar{Y}_j$ : $j$ 번째 특성치의 평균값
--	---

### 3.2 비용-공차 함수와 품질 손실 함수를 적용한 목적함수

최적의 공차배분을 위하여, 비용공차함수와 다구찌의 품질손실함수를 목적함수로 모델링 하였다. 비용공차함수로는 sutherland 함수를 사용하였으며, 품질손실함수는 품질 특성치의 성질에 따라 세 가지로 나누어진다. 먼저 공차와 품질 특성치간의 관계를 살펴보면 다음과 같다.

설계변수는 기준치수와 공차로 이루어져 있다. 이러한 설계변수들의 공차들을 가지고 조립을 하면, 품질 특성치  $Y$ 를 산출하게 된다. 즉, 품질 특성치  $Y$ 는 각각의 요소공차들에 의하여 결정된다. 이러한 공차와 품질 특성치의 관계를 [그림 2]에 나타내었다 여기서  $Y_j$ 는 품질 특성치가 다특성치인 경우를 고려한 것이다. 이러한 관계를 기초로 하여, 최소비용과 최대품질을 위한 목적함수는 다음과 같이 품질 특성치의 성질에 따라 세 가지, 망소특성(lower-is-better), 망목특성(nominal-is-best), 망대특성(higher-is-better) 각각에 대하여 모델링하였다. 먼저 품질 특성치에 따른 손실함수와 평균품질손실을 [표 1]에 정리하였다[16].



[표 1] 품질 특성치에 따른 손실함수와 평균품질손실

품질특성치	손실함수 $L(Y)$	평균품질손실( $L$ )
망소특성	$\alpha Y^2$	$\alpha[\sigma^2 + \bar{Y}^2]$
망목특성	$\alpha(Y - \mu)^2$	$\alpha[\sigma^2 + (\bar{Y} - \mu)^2]$
망대특성	$\alpha \frac{1}{Y^2}$	$\alpha[\frac{1}{\bar{Y}^2}(1 + \frac{3\sigma^2}{\bar{Y}^2})]$

여기에서는 망목특성인 경우만 다음과 같이 모델링하였다.

$$\min \sum_{i=1}^I C_i + \sum_{j=1}^J L_j$$

여기서 
$$\sum_{i=1}^I C_i = \sum_{i=1}^I \frac{A_i}{t_i^{B_i}}$$

$$\sum_{j=1}^J L_j = \sum_{j=1}^J \alpha_j \{ \sigma_j^2 + (\bar{Y}_j - \mu_j)^2 \}$$

목적함수를 살펴보면, 첫 번째 항목( $\sum_{i=1}^I C_i$ )은 비용공차함수이고, 두 번째 항목( $\sum_{j=1}^J L_j$ )은 평균품질손실함수로서, 손실비용을 평균값으로 취하였다. 이 목적함수는 품질 특성치  $Y$ 가 평균이동(mean shift)을 하지 않았을 경우와 평균이동을 하였을 경우, 모두 적용할 수 있다. 현재 모델링된 목적함수에서 만약, 품질 특성치  $Y$ 가 평균이동을 하지 않았을 경우에는  $\bar{Y} = \mu$ 가 되어, 목적함수의 두 번째 항목인 평균품질손실함수에서  $(\bar{Y}_j - \mu_j)^2 = 0$ 이므로  $\sigma^2$ 만으로 평균품질손실함수가 계산된다.

### 3.3 공차 배분 절차

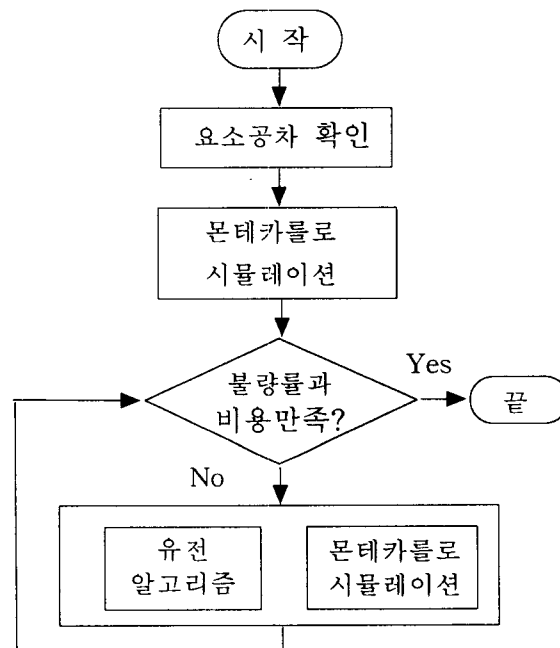
조립제품의 품질과 비용을 동시에 고려한 최적 공차 배분 과정을 다음과 같이 단계별로 나타내었다.

- 단계 1. 현재의 요소공차를 확인한다. 즉, 조립품에 관련된 설계변수를 확인하고, 각각의 설계변수의 기준치수와 공차를 확인하는 단계이다.
- 단계 2. 각각의 요소공차를 가지고 몬테카를로 시뮬레이션을 실시한다. 이 시뮬레이션을 통하여 현재의 불량률을 체크하고, 요소공차들의 제조비용을 계산한다. 만약 현재의 불량률과 제조비용을 만족하면 단계 4로 간다. 그렇지 않으면 단계 3으로 간다.

단계 3. 유전 알고리즘과 몬테카를로 시뮬레이션의 통합시스템을 실행한다. 이 통합시스템을 통하여 최고의 품질과 최소의 비용을 갖는 최적의 공차가 설정된다.

단계 4. 종결

단계 4에서 최소의 비용과 최고의 품질을 갖는 최적 공차가 결정된다. 이 과정을 [그림 3]에 나타내었다.

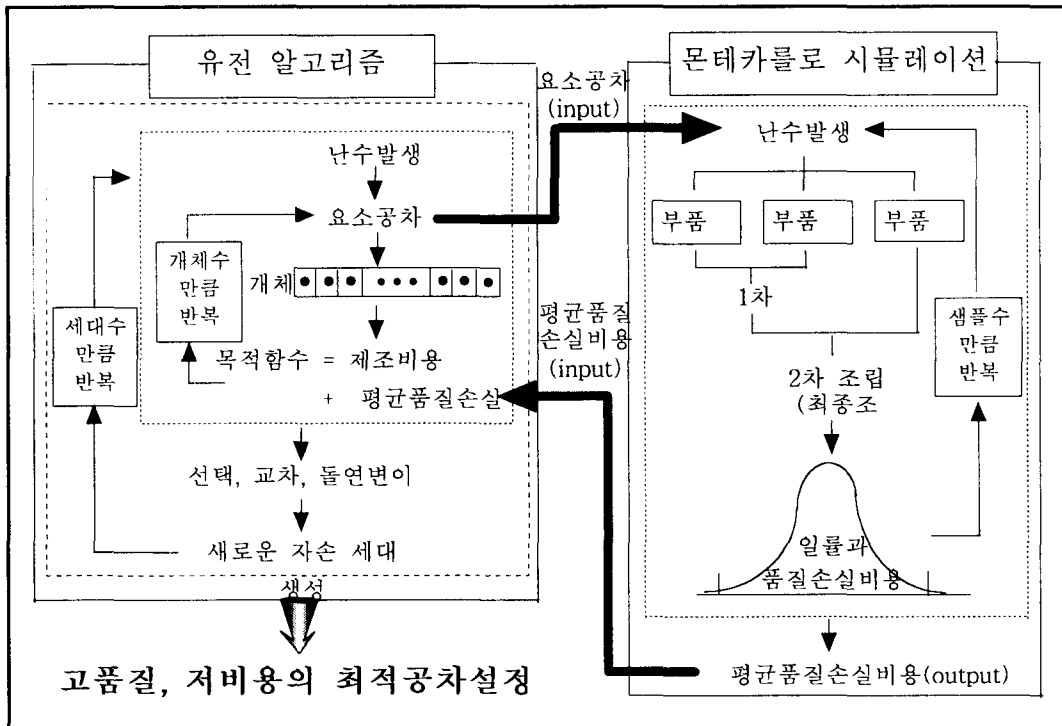


[그림 3] 공차배분절차

### 3.4 유전 알고리즘과 몬테카를로 시뮬레이션의 통합 시뮬레이션 모델 구축

유전 알고리즘과 몬테카를로 시뮬레이션의 통합 과정을 살펴보면 유전 알고리즘에서 설정한 개체(population)수 만큼 요소공차들을 발생한다. 이렇게 발생된 요소공차들은 조립제품의 요소공차로 설정된 후 몬테카를로 시뮬레이션을 통하여 샘플 수만큼 반복하여 실행한다. 실행 결과, 품질손실비용이 계산된다. 이 품질손실비용 값을 유전 알고리즘의 목적함수로 다시 주어진다. 이런 과정을 통하여 제조비용에 품질손실비용이 포함되어 총 비용이 계산된다. 따라서 최고의 품질과 최소의 비용을 갖는 요소공차들이 결정된다.

통합 환경은 W/S(Sun SPARC station 20) 환경에서 구현하였으며, 유전 알고리즘은 UNIX C로 프로그래밍하였다. 유전 알고리즘과 몬테카를로 시뮬레이션의 통합 시뮬레이션 모델을 [그림 4]에 나타내었다.



[그림 4] 유전 알고리즘과 몬테카를로 시뮬레이션의 통합 시뮬레이션 모델

#### 4. 사례연구

[그림 5]에 있는 이 사례는 Lee, JinKoo[10]의 논문에 있는 선형제약조건문제로서, 품질특성치가 망목특성이다. 이 문제의 제약조건들은 다음과 같다.

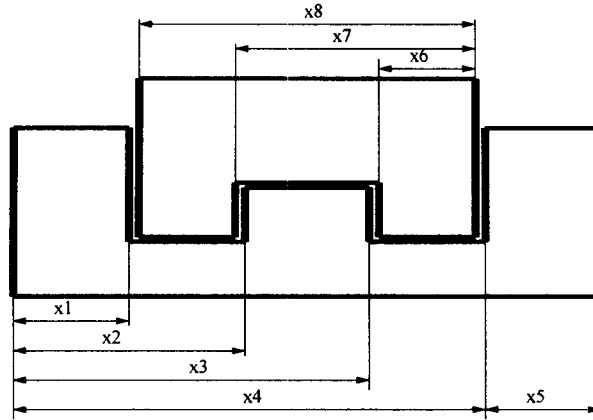
$$F_1(X) = -X_4 - X_5 + 5.005 \quad F_2(X) = X_2 - X_1 - X_8 + X_7 - 0.0003$$

$$F_3(X) = X_7 - X_6 - X_3 + X_2 + 0.001 \quad F_4(X) = X_4 - X_3 - X_6 - 0.0003$$

이 때 각각의 요소들의 설계변수는

$$X_1 = 1.0, X_2 = 2.0, X_3 = 3.0, X_4 = 4.0, X_5 = 1.0, X_6 = 0.998, X_7 = 2.0, X_8 = 2.998$$

이다. 또한 이 문제에 사용된 비용공차함수는 sutherland함수 형태인  $(A_i \times 10^{-3}) / t_i^{\beta}$  이며, 여기서 사용된 계수값은 다음과 같다.



[그림 5] 망목특성인 선형 제약조건 문제

$$A_1 = A_2 = 1.0, A_3 = A_4 = 1.5, A_5 = 0.8, A_6 = 0.9, A_7 = 0.8, A_8 = 0.6$$

$$B_1 = 2.0, B_2 = 1.8, B_3 = 1.7, B_4 = 2.0, B_5 = 3.0, B_6 = 2.0, B_7 = B_8 = 1.9$$

유전 알고리즘에 적용하는 매개변수와 몬테카를로 시뮬레이션의 샘플 수와 단위당 손실비용을 다음과 같이 설정하였다.

· 개체수(population size) = 100	· 최대세대수(generation) = 200
· 교배연산 확률 = 0.70	· 시뮬레이션 샘플 수 = 1000
· 돌연변이 확률 = 0.05	· 단위당 손실비용 = 1400

본 연구에서 적용된 비용공차함수와 비용계수 그리고 유전 알고리즘의 매개변수는 Lee, JinKoo의 논문과 동일하게 적용하였다.

선형 제약조건 문제를 본 연구에서 제안한 방법으로 공차를 배분한 결과를 [표 2]에 나타내었다. 결과를 살펴보면, Lee는 선형제약조건 문제에 벌칙함수를 적용하여 공차를 배분하였으며, Lee & Woo는 비선형계획법을 적용하여 공차를 배분하였다. 이들의 배분 결과와 본 연구에서 제안한 방법론과 비교해 보면 먼저 일률 면에서 Lee와 Lee & Woo보다 각각 3.28%, 2.96%만큼 증가를 보였으며, 제조비용 면에서는 각각 141.39, 481.93 만큼 감소를 보였다. 여기서 공정한 비교를 위해, 제조비용은 평균품질손실 비용(\*78.77)을 제외한 요소공차의 제조비용(1334.45)만을 나타내었다. 따라서 연구에서 제안한 방법론이 일률과 비용 면에서 더 좋은 결과를 얻었다.

## 5. 결론

본 연구에서는 몬테카를로 시뮬레이션과 유전 알고리즘을 이용하여 최적의 공차를 설정하였다. 특히 목적함수를 비용-공차함수와 다구찌의 품질손실함수로 설정함으로써 조립제품의 특성치에 대한 고품질, 저비용의 새로운 공차배분방법을 제시하였다. 또한



[표 2] 선형 제약조건 문제 결과

공차명	품질손실함수 적용	벌칙함수 (Lee)	비선형계획법(Lee&Woo)
$t_1$	0.00241	0.00333	0.00328
$t_2$	0.00189	0.00133	0.00124
$t_3$	0.00177	0.00143	0.00174
$t_4$	0.00273	0.00305	0.00403
$t_5$	0.01337	0.01429	0.01281
$t_6$	0.00187	0.00171	0.00123
$t_7$	0.00191	0.00133	0.00104
$t_8$	0.00178	0.00143	0.00273
일률	97.91(%)	94.63(%)	94.95(%)
제조 비용	1334.45*	1475.84	1816.38

\* 평균품질손실 비용 = 78.77

이를 위한 통합 시뮬레이션 모델을 개발하였다. 또한 개발된 시뮬레이션의 타당성을 검증하기 위해 기존 사례와 비교하였으며, 그 결과 일률과 비용면에서 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 향후 연구과제로는 설계변수가 100개 이상인 제품을 대상으로 최적의 공차를 설계하는 것이다.

## 6. 참고문헌

- [1] 기타노 히토아키, "GA의 기초이론, 공학응용 및 인공생명 유전자 알고리즘", 대청 컴 퓨터 월드, 1996.
- [2] Chase, K. W., Gao, J., Magleby, S. P. and Sorensen, C. D., "Including geometric feature variations in tolerance analysis of mechanical assemblies", IIE Trans., 28, pp 795-807, 1996
- [3] Chase, K. W. and Greenwood, W. H., "Design Issues in Mechanical Tolerance Analysis", Manufacturing Review, ASME, vol. 1, no. 1, pp.50-58, 1988
- [4] Chase, K. W., Greenwood, W. H. Loosli, Bruce G. and Hauglund, L. F., "Least Cost Tolerance Allocation for Mechanical Assemblies with Automated Process Selection", Journal of Engineering for Industry, ASME, pp.49-59, 1990
- [5] Creveling, C. M., Tolerance Design, Addison Wesley, 1997.
- [6] Feng, C. X. and Kusiak, A., "Robust Tolerance Design with the Integer Programming Approach", Trans. of ASME J. of Manufacturing Science and Engineering, Vol.119. November, pp 603-610, 1997
- [7] Gao, J., Chase K. W. and Magleby S. P., "Generalized 3-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustment", IIE Transactions, 30, pp367-377, 1998

- [8] Iannuzzi, M, P. and Sandgren, E., "Tolerance Optimization Using Genetic Algorithms: Benchmarking with Manual Analysis", Proc. of 4th CIRP Design seminars on Computer Aided Tolerancing, pp 219-234, 1995
- [9] Kanai, S., Onozuka, M. and Takahashi, H., "Optimal Tolerance Synthesis by Genetic Algorithm under the Machining and Assembling Constraints", Proc. of 4th CIRP Design Seminars on Computer Aided Tolerancing, pp 235-250, 1995
- [10] Lee, J. K., "Tolerance Optimization Using Genetic Algorithm and Approximated Simulation," Ph.D. dissertation, Department of Mechanical Engineering, The University Michigan, 1992
- [11] Lee, W. J., Woo, T. C., "Tolerancing : Its Distribution, Analysis, and Synthesis", Technical Report No. 86-30, Department of Industrial and Operations Engineering, The University of Michigan, 1986
- [12] Lee, W. J., Woo, T. C. and Chou, S. Y., "Tolerance Synthesis for Nonlinear Systems Based on Sensitivity Analysis", Technical Report No. 89-18, Department of Industrial and Operations Engineering, The University of Michigan, 1989
- [13] Ostwald, P. F., Huang, J., "A Method for Optimal Tolerance Selection", Trans ASME Journal of Engineering for Industry, pp.558-565, 1977
- [14] Spotts, M. F., "Allocation of Tolerances to Minimize Cost of Assembly", Journal of Engineering for Industry, ASME , pp.762-764, 1973
- [15] Roy, U. and Fang, Y. C., "Optimal Tolerance Re-Allocation for the Generative Process Sequence", IIE Transaction, 29, pp37-44, 1997.
- [16] Taguchi, G., Introduction to Quality Engineering-Designing Quality into Products and Processes-, Asian Productivity Organization, 1986.
- [17] Wu, Z., Eimaraghy, W. H., Eimaraghy, H. A., "Evaluation of Cost-Tolerance Algorithms for Design Tolerance Analysis and Synthesis", Journal of Engineering for Industry, ASME, pp.168-179, 1988.
- [18] Zhang C. and Wang H. P., "Robust Design of Assembly and Machining Tolerance Allocation", IIE Transactions, 30, pp 17-29, 1998.

## 저 자 소 개

장 현 수 :

명지대학교 산업공학과를 졸업하고, 동 대학원에서 석사 및 박사학위를 취득하였다. 현재 경기공업대학 품질경영학과에 재직중이며, 주요 관심분야는 품질공학, TQM, 6 $\sigma$ , 제품설계, 시뮬레이션 등 이다.