

음성엔코더 시뮬레이션에 사용되는 난수발생기 설계

Design of Random Number Generator for Simulation of Speech-Waveform Coders

박 중 후*

(Joong-Hoo Park*)

*한양대학교 공학대학 전자컴퓨터공학부

(접수일자: 2000년 11월 23일; 수정일자: 2000년 12월 30일; 채택일자: 2001년 1월 26일)

본 논문에서는 음성엔코더 (speech-waveform coder) 시뮬레이션에 사용할 수 있는 난수발생기를 설계하였다. 설계된 난수발생기는 규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족해야 하는 환경에서 필요로 하는 것이다. 선형필터와 메모리가 없는 비선형 회로로 구성되는 Sondhi 알고리즘 [1]을 기반으로 하여 난수발생기를 구현하였고, 균일 분포, 이진 분포, 감마 분포와 같은 연속적인 확률분포함수들을 얻기 위해 필요한 선형필터와 비선형 회로를 구현하는 방법을 연구하였다. 또한 분석적인 방법을 통하여 구현해야 하는 비선형 회로가 비대칭 형태로 표현되지 않는 경우 (카이-제곱 분포, lognormal 분포)와 수학식으로 표현할 수 없는 경우 (Student-t 분포, F 분포)에는 Sondhi 알고리즘이 동작하지 않음을 보였다.

핵심용어: 난수발생기, 음성엔코더, 확률분포함수, 스펙트럼

투고분야: 음향신호처리 분야 (1.2)

In this paper, a random number generator for simulation of speech-waveform coders was designed. A random number generator having a desired probability density function and a desired power spectral density is discussed and experimental results are presented. The technique is based on Sondhi algorithm which consists of a linear filter and a memoryless nonlinearity. Several methods of obtaining memoryless nonlinearities for some typical continuous distributions are discussed. Sondhi algorithm is analyzed in the time domain using the diagonal expansion of the bivariate Gaussian probability density function. It is shown that the Sondhi algorithm gives satisfactory results when the memoryless nonlinearity is given in an antisymmetric form as in uniform, Cauchy, binary and gamma distribution. It is shown that the Sondhi algorithm does not perform well when the corresponding memoryless nonlinearity cannot be obtained analytically as in Student-t and F distributions, and when the memoryless nonlinearity can not be expressed in an antisymmetric form as in chi-squared and lognormal distributions.

Key words: Random number generator, Speech-waveform coder, Probability density function, Spectral density function

Subject classification: Acoustic signal processing (1.2)

I. 서 론

음성엔코더 (speech-waveform coder) 시뮬레이션을 실행하기 위해서는 규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족시키는 난수를 발생시킬 필요가 있다. 음성엔코더의 성능은 코딩을 해야 하는 신호의 확률밀도함수와 스펙트럼 모두에 좌우되기 때문이다[1]. 규정된 확률밀도함수나 규정된 스펙트럼 중 어느 하나만을 만족시키는

난수를 발생시키는 방법은 수많은 사람들에 의해 연구되어 왔고, 여러 가지 방법이 제안되어 있다[2-4]. 그러나 규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족시키는 난수를 발생시키는 것은 쉬운 일이 아니다.

규정된 확률밀도함수를 갖는 난수를 발생시키는 방법에는 역변환 방법 (inversion method), rejection technique, composition technique 등이 있다[2,3]. 역변환 방법은 누적분포함수 (cumulative distribution function)의 역함수를 이용하여 난수를 발생시키는 방법으로, 연속변수나 불연속변수 등을 가리지 않고 적용할 수 있어서 가장 일반적으로 사용되는 방법이다. 그러나 역변환 방법을 사용하기 위해서는 누적분포함수를 미리 알고 있어야 하는데, 정규

책임저자: 박중후 (jhpark1@email.hanyang.ac.kr)
425-791 경기도 안산시 사 1동 1271번지
한양대학교 공학대학 전자컴퓨터공학부
(전화: 031-400-5298; 팩스: 031-501-7502)

분포와 같은 경우에는 누적분포함수가 closed-form으로 주어지지 않기 때문에 이런 경우에는 확률밀도함수만을 필요로 하는 rejection technique이나 composition technique을 사용해야 한다.

규정된 스펙트럼을 갖는 난수를 발생시키는 것은, 주어진 확률밀도함수가 정규분포를 따르는 경우에는 어렵지 않게 할 수 있다.

예를 들어 $H(j\omega)$ 가 시불변 선형필터 (linear time-invariant filter)의 전달함수이고, 필터 입력이 스펙트럼이 $S_x(\omega)$ 인 가우시안 랜덤 프로세스 (Gaussian random process)라고 하면, 필터의 출력 스펙트럼은 $S_y(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_x(\omega)$ 의 관계식을 만족하도록 선형필터 $H(j\omega)$ 를 설계하면 된다[4]. 주어진 필터는 선형이기 때문에 필터 출력은 스펙트럼이 $S_y(\omega)$ 인 가우시안 랜덤 프로세스이다.

본 연구에서는 규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족시키는 난수를 발생시키는 방법을 설명하고자 한다. 이것은 선형필터와 메모리가 없는 비선형 회로로 구성되는 Sondhi 알고리즘[1]에 기반을 두고 있다. 여기서 제안된 방법은 대체적으로 Sondhi 알고리즘을 따르고 있으나, 선형필터를 설계하는 방법에서 차이가 있다. 또한 2차원 정규분포의 diagonal expansion 기법을 사용하여 잘 알려진 여러 종류의 분포[4]에 대해 Sondhi 알고리즘을 적용할 수 있는가 하는 것을 광범위하게 분석하고자 한다. 우선 II장에서는 선형필터를 설계하기 위해 필요한 메모리가 없는 비선형 회로를 얻는 방법을 설명한다. III장에서는 2차원 정규분포함수의 diagonal expansion을 이용하여 II장에서 설계한 비선형 회로의 입력과 출력 신호의 자기상관 (autocorrelation) 함수간의 관계식을 유도한다. 또한 출력신호의 자기상관 함수를 입력신호의 자기상관 함수를 변수로 하는 수학적식으로 표현하는 방법을 설명하고자 한다. 이런 과정을 통해서 Sondhi 알고리즘이 잘 동작하는 경우와 동작하지 않는 경우를 분석하게 된다. IV장에서는 선형필터의 전달함수를 구하는 방법을 논의한다. 여기에서는 주어진 자기상관 함수에 대해 어떤 주파수에서 스펙트럼이 음수가 되는 경우에 선형필터를 설계하는 방법도 같이 논하게 된다. V장에서는 시플레이션을 통해 균일 분포 (uniform distribution), 이진 분포 (binary distribution), 감마 분포 (gamma distribution)의 경우에 대한 확률밀도함수와 스펙트럼을 검증하고, VI장에서 결론을 내린다.

II. 랜덤프로세스 생성

이 연구에 사용한 난수 발생기를 그림 1에 개략적으로 나타내었다. 먼저 균일 분포를 갖는 백색잡음 (white noise) 프로세스 $\{u(t)\}$ 를 메모리가 없는 비선형회로에 통과시켜 가우시안 랜덤프로세스 $\{w(t)\}$ 를 얻는다. 이 신호 $\{w(t)\}$ 를 선형필터 $H(j\omega)$ 에 통과시키고 진폭을 K만큼 증폭하여 평균이 0이고, 분산값이 1인 가우시안 랜덤프로세스를 만든다. 마지막으로 규정된 확률밀도함수와 스펙트럼을

갖는 프로세스 $\{y(t)\}$ 를 $g(x)$ 로 표시되는 비선형 회로를 이용하여 얻게 된다. 함수 $g(x)$ 는 다음과 같은 과정을 통해서 구할 수 있다.

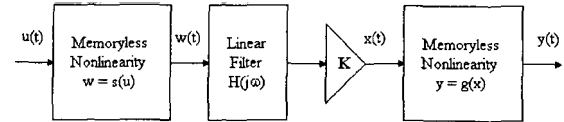


그림 1. 랜덤 프로세스 생성과정
Fig. 1. Generation of the random process.

프로세스 $\{x(t)\}$ 와 $\{y(t)\}$ 를 각각 메모리가 없는 비선형 회로 $g(x)$ 의 입력 프로세스와 출력 프로세스라고 하면 (stationary process라고 가정한다), $X = x(t_0)$ 와 $Y = y(t_0)$ 는 난수이고 $Y = g(X)$ 가 된다. 난수 X 와 Y 의 누적분포함수를 각각 $F_X(x)$ 와 $F_Y(y)$ 라고 하면, $g(x)$ 는 다음과 같이 주어진다[4].

$$g(x) = F_Y^{-1}(F_X(x)) \quad (1)$$

많은 경우에 함수 $g(x)$ 를 쉽게 구할 수 있다. 확률밀도함수가 식 (2)으로 주어지는 균일 분포의 경우를 생각해 보자.

$$f_Y(y) = \begin{cases} 1/(2c), & |y| \leq c, c > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

난수 Y 의 누적분포함수가

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y 1/(2c) dt = (y+c)/(2c), \quad |y| \leq c \quad (3)$$

이기 때문에 $F_X(x)$ 의 역함수는

$$F_Y^{-1}(y) = 2c(y-0.5) \quad (4)$$

이다. 따라서 함수 $g(x)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$g(x) = 2c(F_X(x) - 0.5) \quad (5)$$

다른 예로서, 난수 Y 가 확률밀도함수가 식 (6)과 같이 주어지는 exponential 분포를 따르는 경우를 살펴보자.

$$f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y}, & y > 0, \lambda > 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases} \quad (6)$$

이 때 $F_Y(y)$ 의 역함수는

$$F_Y^{-1}(y) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-y) \quad (7)$$

이기 때문에 함수 $g(x)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$g(x) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - F_X(x)) \quad (8)$$

어떤 경우에는 난수 Y 의 누적분포함수 $F_Y(y)$ 의 역함수 $F_Y^{-1}(y)$ 가 존재하지 않으며, 또한 $F_Y^{-1}(y)$ 가 closed form으로 표시되지 않는 경우가 있다. 이런 경우에는 식 (1)을 이용하여 함수 $g(x)$ 를 구할 수 없다. 다행히도 난수 Y 가 카이-제곱 분포 (chi-squared distribution) 식 (9) 참조 나 lognormal 분포 식 (1) 참조 등과 같은 분포를 가질 때는 함수 $g(x)$ 를 알 수 있다[4].

$$g(x) = x^2 \quad (9)$$

$$g(x) = e^x \quad (10)$$

간혹 함수 $g(x)$ 를 직관적으로 얻을 수 있다. 난수 Y 가 이진 분포를 따르는 경우에 확률밀도함수는 식 (11)과 같이 주어진다.

$$f_Y(y) = [\delta(y+1) + \delta(y-1)]/2 \quad (11)$$

난수 X 의 확률밀도함수가 평균이 0이고 분산값이 1인 정규 분포를 따르므로 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \text{sgn}(x) \quad (12)$$

가 된다. 다른 예로서 식 (13)과 같이 주어지는 감마 분포를 생각해 보자.

$$f_Y(y) = \frac{3^{1/4}}{\sqrt{8\pi}} \frac{1}{\sqrt{|y|}} e^{-1.5|y|^{3/2}} \quad (13)$$

이 경우에 난수 Y 의 확률밀도함수는 카이-제곱 분포 [4]와 비슷하므로 직관적으로

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} x^2 \text{sgn}(x) \quad (14)$$

라고 생각할 수 있다. 마지막으로 Student-t 분포나 F 분포의 경우에는 함수 $g(x)$ 를 수학적 식으로 표현할 수 없으며, 따라서 Sondhi 알고리즘은 동작하지 않는다.

III. 자기상관 함수

두 개의 stationary 프로세스 $\{x(t)\}$ 와 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 (autocorrelation) 함수를 각각 $R_{xx}(\tau)$ 와 $R_{yy}(\tau)$ 라고 하자. 그러면 프로세스 $\{x(t)\}$ 의 자기상관 함수는

$$R_{xx}(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\} \quad (15)$$

로 주어진다. 프로세스 $u(t) = x(t)$ 와 $v(t) = x(t+\tau)$ 에서 얻어지는 난수들을 $U = u(t_0)$ 와 $V = v(t_0)$ 라고 하면, $y(t) = g(x(t))$ 이기 때문에 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{yy}(\tau) &= E\{y(t)y(t+\tau)\}E\{g(u)g(v)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u)g(v)f_{UV}(u, v)du dv \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $f_{UV}(u, v)$ 는 난수 U 와 V 의 상호확률밀도함수 (joint probability density function)이다. 비선형 회로에 있어서 입력신호의 상호확률밀도함수가 Rice double series [5]로 전개되는 경우에 출력신호를 서로 상관관계가 없는 항들의 합으로 나타낼 수 있다는 것이 알려져 있다[6]. 이 성질을 이용하여 식 (16)을 시간 영역에서 다음과 같이 풀 수 있다. 몇몇 중요한 형태의 stationary 랜덤프로세스인 경우에 난수 U 와 V 의 상호확률밀도함수 $f_{UV}(u, v)$ 는 식 (17)과 같은 diagonal form으로 표현할 수 있다[6].

$$f_{UV}(u, v) = f_U(u)f_V(v) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n(\tau)}{F_n} p_n(u)p_n(v) \quad (17)$$

여기서 $f_U(u)$ 와 $f_V(v)$ 는 난수 U 와 V 의 자기확률밀도함수 (marginal probability density function)이고, 함수 $a_n(\tau)$ 는 식 (18)으로 주어진다.

$$a_n(\tau) = E\{p_n(u)p_n(v)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u)g(v)f_{UV}(u, v)du dv \quad (18)$$

또한 F_n 은 식 (19)과 같이 주어진다.

$$F_n = E\{p_n^2(u)\} = \int_{-\infty}^{\infty} p_n^2(u)f_U(u)du \quad (19)$$

식 (17)을 (16)에 대입하면

$$\begin{aligned} R_{yy}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u)g(v)f_U(u)f_V(v) \\ &\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n(\tau)}{F_n} p_n(u)p_n(v) du dv \end{aligned} \quad (20)$$

이 되고, 식 (21)과 같이 표현할 수 있다.

$$R_{yy}(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n(\tau)}{F_n} \left[\int_{-\infty}^{\infty} p_n(u)p_n(v) du dv \right]^2 \quad (21)$$

그러므로 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{yy}(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_n^2}{F_n} a_n(\tau) \quad (22)$$

여기서

$$h_n = E\{g(u)p_n(u)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(u)p_n(u)f_U(u) du \quad (23)$$

이다. 함수 $g(u)$ 는 식 (24)과 같이 간략화 할 수 있다[6].

$$g(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_n}{F_n} p_n(u) \quad (24)$$

비선형 회로의 입력신호가 평균이 0이고 분산값이 1인 stationary 가우시안 프로세스인 경우에는 입력신호의 확률밀도함수가 식 (25)으로 주어지며

$$f_U(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} \quad (25)$$

이때 함수 $a_n(\tau)$, $p_n(u)$, F_n 는 식 (26)으로 주어진다.

$$a_n(\tau) = R_{xx}^n(\tau) \quad (26a)$$

$$p_n(u) = H_n(u) \quad (26b)$$

$$F_n = n! \quad (26c)$$

여기서 $H_n(u)$ 는 n 차 Hermite 다항식이다[7]. 한편 함수 $g(x)$ 가 식 (27)과 같이 (26b)에서 사용된 Hermite 다항식을 사용하여 표현할 수 있는 경우에는 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 간단한 형태로 주어지게 된다.

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \frac{H_n(x)}{\sqrt{n!}} \quad (27)$$

즉 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수는 식 (28)과 같이 주어진다.

$$r_{yy}(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^2 R_{xx}^n(\tau) \quad (28)$$

II장에서 살펴본 것처럼 균일 분포, 이진 분포, 감마 분포의 경우에는 함수 $g(x)$ 가 비대칭 형태 (x 의 기함수)이기 때문에 식 (27)과 식 (28)에서 짝수 항들은 없어진다. 그러면 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 $R_{xx}(\tau)$ 의 기함수가 된다. 즉,

$$R_{yy}(\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} f_{2m+1}^2 R_{xx}^{2m+1}(\tau) \quad (29)$$

이 경우에는 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 가 -1에서 1사이의 모든 값을 가질 수 있다. 반면에 exponential 분포와 카이-제곱 분포의 경우처럼 함수 $g(x)$ 가 대칭형이면 식 (27)과 식 (28)에서 홀수 항들이 모두 사라지기 때문에 식 (30)

처럼 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 $R_{xx}(\tau)$ 의 우함수가 된다.

$$R_{yy}(\tau) = f_0^2 + \sum_{m=1}^{\infty} f_{2m}^2 R_{xx}^{2m}(\tau) \quad (30)$$

이 때는 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 가 0에서 1사이의 값만 가질 수 있으므로 유효한 자기상관 함수라고 할 수 없다. 이런 경우에는 Sondhi 알고리즘이 동작하지 않는다. 마지막으로 lognormal 분포와 같이 함수 $g(x)$ 가 x 의 기함수도 아니고 우함수도 아닌 경우에는 상황에 따라 유효한 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 가 존재할 수도 있고 존재하지 않을 수도 있다. 유효한 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 가 존재하는 균일 분포, 이진 분포, 감마 분포의 경우에 식 (16)을 풀변 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 각각 식 (31), (33)으로 주어진다[1].

$$R_{yy}(\tau) = \frac{6}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{R_{xx}(\tau)}{2}\right) \quad (31)$$

$$R_{yy}(\tau) = \frac{2}{\pi} \sin^{-1}(R_{xx}(\tau)) \quad (32)$$

$$R_{yy}(\tau) = \frac{2}{3\pi} \left[(1 + 2R_{xx}^2(\tau)) \sin^{-1}(R_{xx}(\tau)) + 3R_{xx}(\tau) \sqrt{1 - R_{xx}^2(\tau)} \right] \quad (33)$$

IV. 선형필터 전달함수

균일 분포, 이진 분포, 감마 분포의 경우에는 프로세스 $\{x(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{xx}(\tau)$ 의 모든 범위 (-1에서 1사이)에 걸쳐 프로세스 $\{y(t)\}$ 의 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 단조증가함수이기 때문에 역함수가 존재한다. 따라서 식 (31), (33)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_{xx}(\tau) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} R_{yy}(\tau)\right) \quad (34)$$

$$R_{xx}(\tau) = \sin\left(\frac{\pi}{2} R_{yy}(\tau)\right) \quad (35)$$

$$R_{xx}(\tau) = \Phi(R_{yy}(\tau)) \quad (36)$$

여기서 $\Phi(R_{yy}(\tau))$ 는 식 (33)으로부터 얻을 수 있다. 만일 $S_x(\omega)$ 와 $S_y(\omega)$ 가 각각 자기상관 함수 $R_{xx}(\tau)$ 와 $R_{yy}(\tau)$ 의 푸리에 변환식이라고 하자. 규정된 스펙트럼 $S_y(\omega)$ 가 주어지면 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 는 스펙트럼 $S_x(\omega)$ 에 푸리에 역변환을 적용하여 얻을 수 있다. 그리고 자기상관 함수 $R_{xx}(\tau)$ 는 식 (34), (36)으로 주어진 $R_{xx}(\tau)$ 와 $R_{yy}(\tau)$ 의 관계식들을 이용하여 구할 수 있다. 이 과정에서 필요로 하는 선형필터 $H(j\omega)$ 는 다음 조건을 만족해야 한다.

$$K^2 H(j\omega) H^*(j\omega) = S_x(\omega) \quad (37)$$

불행하게도 주어진 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 에 대해 어떤 주파수에서는 $S_x(\omega)$ 가 음수가 될 수 있다. 이 때에는 선형필터 $H(j\omega)$ 를 정확하게 설계할 수 없고 다음과 같이 근사식을 이용하여 설계할 수 있다. 즉, 식 (38)과 같이 정의된 $S_x^+(\omega)$ 를 기반으로 해서 선형필터 $H(j\omega)$ 를 설계한다.

$$S_x^+(\omega) = \begin{cases} S_x(\omega), & \text{if } S_x(\omega) > 0 \\ -S_x(\omega), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (38)$$

이 때 선형필터 $H(j\omega)$ 는

$$K^2 H(j\omega) H^*(j\omega) = S_x^+(\omega) \quad (39)$$

을 만족하도록 설계한다. 참고로 [1]에서는 $S_x(\omega) < 0$ 인 경우에 $S_x^+(\omega) = 0$ 으로 설정하고 있다.

V. 실험결과

규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족시키는 난수를 발생시키기 위해서 균일 분포, 이진 분포, 감마 분포에 대해 시뮬레이션을 실행하였다. 규정된 스펙트럼으로는 식 (40)과 같은 exponential 자기상관 함수를 푸리에 변환시켜 사용하였다.

$$R_{yy}(\tau) = e^{-\alpha\tau}, \quad \alpha = 2\pi \times 200 \quad (40)$$

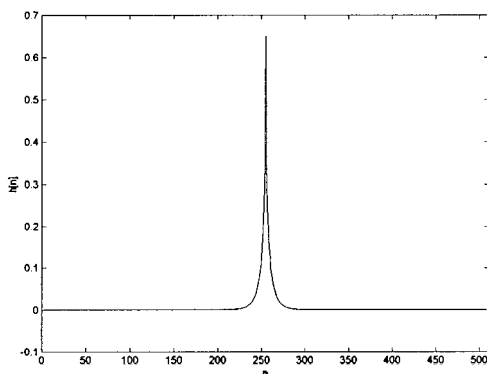


그림 2. 선형필터의 임펄스 응답
Fig. 2. Impulse response of the linear filter.

우선 선형필터를 transversal filter 형태로 설계하여 필터의 임펄스 응답 (impulse response)을 다음과 같이 유도하였다. 규정된 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 를 10KHz [8]로 샘플링하여 $R_{yy}[n]$, $-N+1 \leq n \leq N$ 를 얻는다. 블럭길이 N 은 효율적인 FFT 알고리즘을 사용하기 위하여 2의 제승

이 되도록 선택하며, 여기서는 $N = 256 = 2^8$ 으로 선택하였다. 다음에 III장에 서술된 관계식을 이용하여 자기상관 시퀀스 $R_{xx}[m]$ 을 계산한다. 자기 자기상관 시퀀스 $R_{xx}[m]$ 에 FFT를 적용한다. 만일 결과가 음수가 나오면 0으로 설정한다. 이렇게 해서 변형된 푸리에 변환식 $S_x^+(\omega)$ 를 얻게 된다. 마지막으로 시퀀스 $\sqrt{S_x^+[k]}$ 에 IFFT를 적용하여 선형필터의 임펄스 응답 $h[n]$ 을 얻을 수 있다. 그림 2는 규정된 확률밀도함수가 균일 분포를 따르는 경우에 설계된 선형필터의 임펄스 응답을 보여주고 있다.

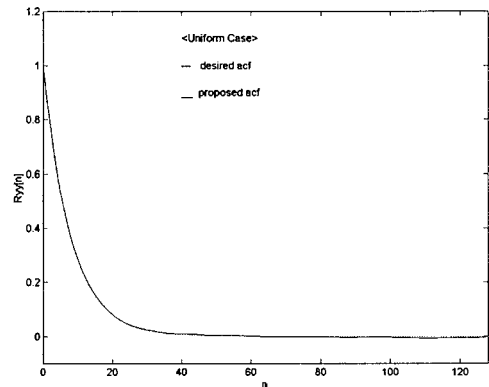


그림 3. 균일 분포 경우의 자기상관 함수
Fig. 3. Autocorrelation function of the uniform case.

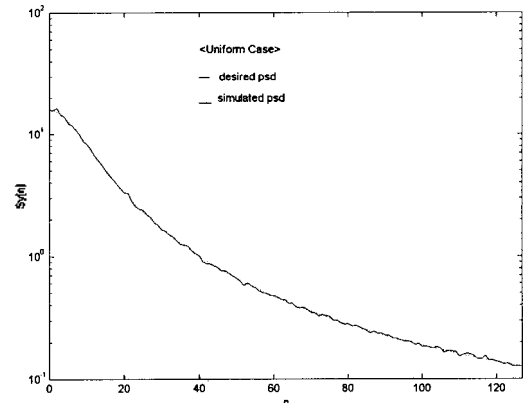


그림 4. 균일 분포 경우와 스펙트럼
Fig. 4. Power spectral density of the uniform case.

다음에는 규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족시키는 난수를 발생시키기 위하여 균일 분포를 갖는 10,000개의 난수를 발생시켜 그림 1에 나타난 시스템에 통과시켰다. 시스템 출력단에서 나오는 신호를 사용하여 자기상관 함수와 스펙트럼을 계산하였다. 자기상관 함수와 스펙트럼은 난수이기 때문에 seed를 달리 하면서 같은 실험을 100번 반복하여 ensemble average를 구하였다. 이렇게 해서 얻어진 자기상관 함수와 스펙트럼을 그림 3에서 그림 8까지 표시하였다. 각 그림에 있어서 실선은 규정된 함수를 나타내고 점선은 실험에서 얻은

결과를 나타낸다. 각각의 경우에 있어서 규정된 자기상관 함수가 주어질 때 만족스러운 결과를 보여줌을 알 수 있다.

마지막으로 유효한 자기상관 함수 $R_{yy}(\tau)$ 에 대해 어떤 주파수에서 $S_x(\omega)$ 가 음수가 될 수 있는 경우에 대해서 실험을 하였다. 자기상관 함수가 다음과 같은 식으로 주어진다고 가정하자[9].

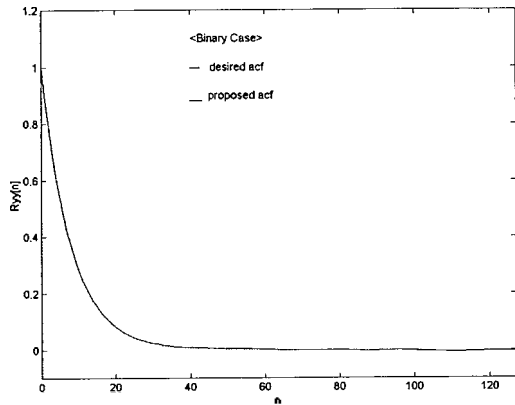


그림 5. 이진 분포 경우의 자기상관 함수
Fig. 5. Autocorrelation function of the binary case.

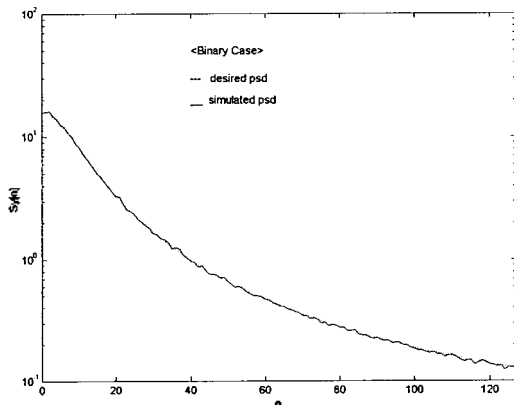


그림 6. 이진 분포 경우의 자기상관 함수
Fig. 6. Power spectral density of the binary case.

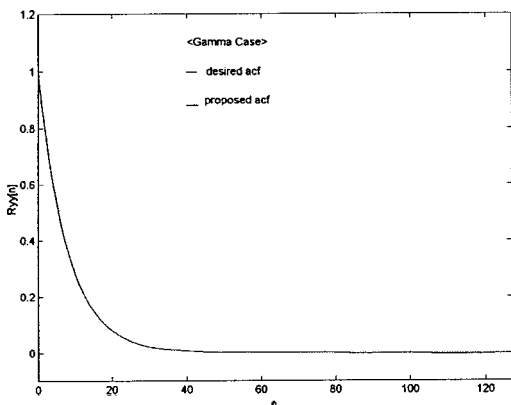


그림 7. 감마 분포 경우의 자기상관 함수
Fig. 7. Autocorrelation function of the gamma case.

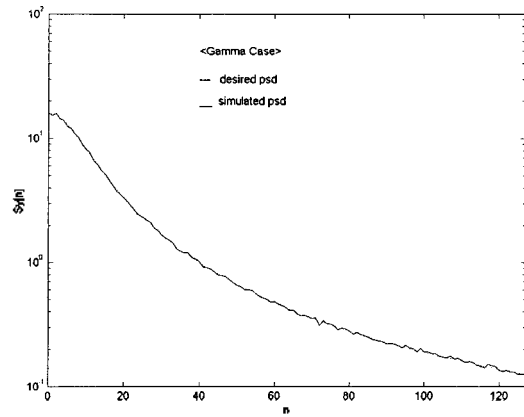


그림 8. 감마 분포 경우의 스펙트럼
Fig. 8. Power spectral density of the gamma case.

$$R_{yy}(\tau) = C(T - |\tau|), \quad C = 10^3, \quad T = 10^{-3} \quad (41)$$

시뮬레이션 환경은 앞에서와 같이 설정하였다. 그림 9와 그림 10에 균일 분포를 갖는 난수에 대해 실험을 통해서 얻어진 자기상관 함수와 스펙트럼을 각각 규정된 값과 비교하여 표시하였다. 그림 9에서 볼 수 있는 것처럼 Sondhi 알고리즘을 변형시킨 것이 성능이 좋음을 알 수 있다.

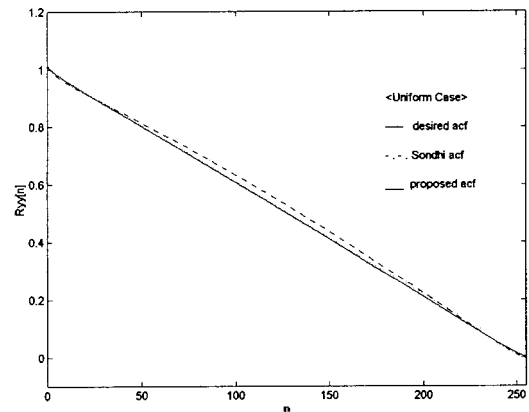


그림 9. 자기상관 함수 비교
Fig. 9. Comparisons of autocorrelation functions.

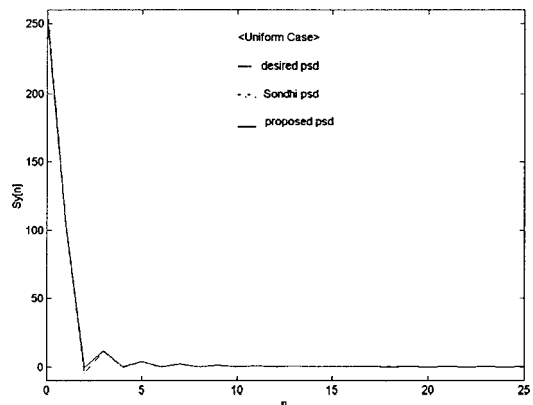


그림 10. 스펙트럼 비교
Fig. 10. Comparisons of power spectral density.

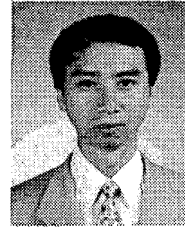
VI. 결 론

본 연구에서는 규정된 확률밀도함수와 규정된 스펙트럼을 동시에 만족시키는 난수 발생기를 설계하였다. 이것은 Sondhi 알고리즘에 기반을 두고 있다. 본문에서 살펴본 것처럼 균일 분포, 이진 분포, 감마 분포를 포함한 몇몇의 경우에는 만족할만한 결과를 얻을 수 있었다. 일반적으로 메모리가 없는 비선형 회로를 설계하는 것이 쉽지 않다. Student-t 분포나 F 분포의 경우에는 함수 $g(x)$ 을 얻을 수 없다. 설사 비선형 회로 $g(x)$ 을 얻을 수 있다고 하더라도 자기상관 함수 $R_{xx}(\tau)$ 와 $R_{yy}(\tau)$ 의 수학적 관계식을 얻는 것이 쉽지 않다. 자기상관 함수 $R_{xx}(\tau)$ 와 $R_{yy}(\tau)$ 의 관계식이 얻어진 경우에도 때에 따라서는 자기상관 함수로서 요구되는 성질을 만족하지 못하는 함수 $R_{yy}(\tau)$ 를 얻는 경우도 있다. Exponential 분포와 카이-제곱 분포가 이런 경우에 해당된다. 결론적으로 말하면 Sondhi 알고리즘은 비선형 회로 $g(x)$ 가 비대칭 형태로 주어지고, 선형필터 $H(j\omega)$ 를 정확하게 설계할 수 있는 경우에 유용한 알고리즘이라고 할 수 있다.

참 고 문 헌

1. M. M. Sondhi, "Random Process with Specified Spectral Density and First-Order Probability Density," Bell Sys. Tech. Journal, vol. 62, pp. 679-701, March, 1983.
2. B. W. Schmeiser, "Random Variate Generation: A Survey," Proc. of the 1980 Winter Simulation Conference, Orlando, Florida, pp. 79-104, 1980.
3. P. Bratley, B. L. Fox and L. E. Schrage, A Guide to Simulation, 2nd ed., Springer-Verlag, pp. 146-163, 1987.
4. A. Papoulis, Probability, Random Variables and Stochastic Process, 3rd ed., McGraw-Hill, 1991.
5. S. O. Rice, "Mathematical Analysis of Random Noise," Bell Sys. Tech. Journl., vol. 24, pp. 46-157, January, 1945.
6. N. M. Blackman, "The Uncorrelated Output Components of a Nonlinearity," IEEE Trans. Info. Theory, vol. IT-14, pp. 250-255, March, 1968.
7. H. Cramer, Mathematical Methods of Statistics, Princeton Univ. Press, pp. 133, 1946.
8. 허만택, 김재창, "확산필터뱅크를 전처리기로 사용한 한국어 단모음 인식," 한국음향학회지, vol. 16, no. 1, pp. 81-87, 1997. 1.
9. A. M. Yaglom, Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions vol. I: Basic Results, Springer-Verlag, pp. 114-140, 1987.

▲ 박 중 후 (Joong-Hoo Park) 1962년 10월 13일생



1985년 2월 : 서울대학교 전자공학과 학사

1987년 2월 : 서울대학교 공과대학원 전자공학과 석사

1995년 5월 : University of Missouri-Rolla 전기공학과 석사

1997년 12월 : University of Missouri-Rolla 전기공학과 박사

1987년 1월~1992년 6월 : LG전자 중앙연구소 (선임연구원)

1992년 8월~1993년 3월 : 나다가연 연구소 (선임연구원)

1997년 11월~2000년 2월 : 삼성전자 통신연구소 (수석연구원)

2000년 3월~현재 : 한양대학교 공학대학 전자컴퓨터공학부 전임강사

※ 주 관심분야: 디지털 신호처리, 디지털 통신