

공기 혼합오일에 대한 고속 저어널 베어링 열유체 유티할 해석

전 상 명[†]

국민대학교 자동차공학 전문대학원

Thermohydrodynamic Bubbly Lubrication Analysis of High-Speed Journal Bearing

Sang Myung Chun[†]

Graduate School of Automotive Engineering at Kookmin University

Abstract – The influence of aerated oil on high-speed journal bearing is examined by thermohydrodynamic lubrication theory to lubrication with mixtures of a Newtonian liquid and an ideal gas. For this purpose, analytical models for viscosity and density of aerated oil in fluid-film bearing are applied. Convection to the walls, mixing with supply oil and re-circulating oil, and some degree of journal misalignment are considered. The results show that deliberate oil aeration can increase the load capacity of high-speed plain journal bearing. And the load capacity is increased more by oil aeration under the conditions of shaft misalignment and higher speed.

Key words – aerated oil, aeration level, flow mixing, shaft misalignment, high-speed journal bearing.

1. 서 론

회전 베어링과 연계된 난류발생에 관한 확증은 1950년 Wilcock[1]의 일련의 실험 통해 베어링 성능에 대한 난류 유동의 영향이 입증된 후이다. 한편 난류 유티할에 대한 기본 이론은 여러 학자[2-7]에 의해 정립되었으며, 1998년[8]에는 표면조도의 효과를 고려한 난류유티할로 확장되었다. 상기 연구들은 순수오일 상태에서 비압축성으로 다루어졌다.

한편, 공기 혼합오일의 점도에 대한 식은 1961년 Hayward[9]에 의해서 공기-오일 부피의 비를 변수로 한 식이 발표되었다. 1908년 Smith[10]는 공기 혼합오일의 밀도가 공기방울의 표면장력에 의해서 변하는 것을 고려하였으나 공기 혼합 오일의 점도는 등점도로 보았다. 이와 같은 가정 하에서는 공기함유량에 의해 베어링 하중이 거의 변화가 없음을 보였다.

Abdel-Latif 등[11]은 환형 패드 트러스트(circular pad

thrust) 베어링에 대해서 온도의 영향을 고려한 그들의 공기 혼합오일에 대한 밀도와 점도의 모델을 사용하여 베어링 하중을 계산한 결과 약간의 영향이 있는 것을 발견했다.

Chamnprasart 등[12]은 공기 혼합오일을 비 뉴턴유체로 보는 보강된 레이놀즈 방정식을 유도하였고 혼합오일 점도는 Hayward[9]의 점도 모델을 사용하였다. 그들의 해석결과는 공기가 적게 함유한 혼합오일에서는 베어링 내 유막 압력이 증가하였으나 공기가 많이 함유되어 가스같이 될 때는 오히려 감소한다는 것을 보였다.

오일 내 혼입된 공기 방울의 표면 장력을 고려하여 공기 혼합오일의 점도에 대한 첫번째 해석적 모델은 Nikolajsen[13]에 의하여 발표되었다. 이 모델은 공기 함유 수준이 증가하면 공기 방울의 표면 장력으로 인해 점도가 증가한다는 것을 예측하였고, 이러한 현상은 Hayward[9]의 시험 결과에 의해 검증되었다. 또한 공기 방울의 표면장력을 고려한 밀도에 대한 식도 Nikolajsen[13]에 의해 발표되었다. 그는 공기 혼합오일의 혼합 밀도와 점도식을 검증하기 위해 긴 베어링(long bea-

[†]주저자 · 책임저자 : smchun@kookmin.ac.kr

ring)에 적합하게 간략화 된 일차원 레이놀즈 방정식에 적용하였다[14]. 그러나 에너지 방정식은 고려하지 않았다.

공기 혼합 오일이 윤활유로 사용될 때, 베어링의 성능을 예측하는 문제는 두 가지 방법으로 접근할 수 있다. 하나는 Chamniprasart 등[12]과 같이 혼합오일의 점도를 단순한 형태로 놓고 레이놀즈 방정식 자체를 혼합오일을 다루도록 보강하는 방법이며, 다른 하나는 Nikolajsen[13]과 같이 유효 점도 및 밀도 방정식을 유도한 후 이를 고전적 레이놀즈 방정식에 대입하여 문제를 해결하는 방법이 있다.

본 연구에서는 Nikolajsen[13]의 공기 혼합오일의 밀도와 점도에 대한 모델을 고전적 레이놀즈 방정식에 적용하는 한편 추가로 에너지 방정식을 함께 고려할 시 고속 저어널 베어링에서 공기 함유량이 베어링 윤활에 미치는 영향을 예측하였다.

한편, 본 논문에서는 축 방향 윤활홀을 갖는 유막 베어링의 난류 운동 조건에서의 베어링 벽으로의 대류 열전달 조건과 주입유와 재순환유의 혼합이 이루지는 조건 하에서, 점도와 밀도와 비열을 베어링 내 실 온도에 따라 변하는 가운데 공기 혼합이 밀도와 점도에 미치는 영향을 함께 고려한 경우의 윤활 해석의 결과를 순수 오일 경우의 결과와 비교 조사하였다. 또한 한정된 범위 내에서 베어링 경사도에 대한 영향도 평가하였다.

2. 이 론

2-1. 지배방정식

난류 유동 조건에서 각 상태량의 순간 값들은 시간적인 평균값과 변동값의 합계로서 표시하며[15] 미소 시간 간격에서의 변동성분의 시간평균값은 영이므로 결과적으로 각 변수들은 시간평균값에 의해 표현된다. 단, 2개의 변동성분을 곱한 것의 시간 평균값은 영이 아니며 별도의 시간평균값으로 표시된다.

위의 난류 개념 하에 정적하중을 받는 유한 폭 베어링의 2차원 난류 레이놀즈 방정식[2,3]은 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} G_x \frac{\partial \bar{p}_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} G_z \frac{\partial \bar{p}_x}{\partial z} \right) = \frac{U \partial(\rho h)}{\partial x} \quad (1)$$

여기서 G_x 와 G_z 의 값은 $1,000 \leq \text{Re} \leq 30,000$ 범위 내에서 다음과 같이 주어진다[4,5].

$$G_x = \frac{1}{12 + 0.0136 \left(\frac{hU}{\nu} \right)^{0.9}} \quad (2)$$

$$G_z = \frac{1}{12 + 0.0043 \left(\frac{hU}{\nu} \right)^{0.96}} \quad (3)$$

2차원 정상상태 난류 에너지 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다[5-7].

$$\rho \left\{ \left(\frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{\mu} G_x \frac{\partial \bar{p}_x}{\partial x} \right) \frac{\partial (c_p \bar{T})}{\partial x} - \frac{h^3}{\mu} G_z \frac{\partial \bar{p}_x}{\partial z} \frac{\partial (c_p \bar{T})}{\partial z} \right\} = \tau_c U + \frac{h^3}{\mu} \left\{ G_x \left(\frac{\partial \bar{p}_x}{\partial x} \right)^2 + G_z \left(\frac{\partial \bar{p}_x}{\partial z} \right)^2 \right\} - (q_{st} + q_{bt}) \quad (4)$$

여기서,

$$q_{st} = H_{st}(\bar{T} - T_s)$$

$$q_{bt} = H_{bt}(\bar{T} - T_b)$$

또한 H_{st} 와 H_{bt} [16]의 값은 Table 3에 명기되어있다. 레이놀즈 수 $1,000 \leq \text{Re} \leq 30,000$ 범위내에서, $\bar{\tau}_c (= \tau_c \frac{\mu U}{h})$ 값은 다음과 같이 표시되어진다[4,5].

$$\bar{\tau}_c = 1 + 0.0012 \left(\frac{\rho U h}{\mu} \right)^{0.94} \quad (5)$$

오일의 밀도(kg/m^3)와 점도(cSt)는 온도와 다음과 같은 이중 자연로그 함수관계를 갖고 있다[17].

$$\rho_{oil} = 0.0361(\alpha\alpha - 0.000354\gamma) \cdot 27680, \quad (6)$$

$$\nu_{oil} = \frac{\mu_{oil}}{\rho_{oil}} = 10^{10^{(ab - c \log_{10}(T_s))}} - 0.6. \quad (7)$$

여기서 T_f 와 T_c 는 각각 화씨온도와 랭킨온도를 나타낸다. 그리고 a, b, c는 오일의 종류에 따라 다른 상수 값을 갖는다. 본 연구의 대상 오일에 대해서 0.9070, 9.8500, 3.5180을 사용하였다. 또한 오일에 대한 비열 C_p (J/kg. °C)는 섭씨온도 T_c 에 대해 다음과 같이 변환다[18].

$$C_p = 1796 + \frac{691}{160} T_c \quad (8)$$

공기가 함유된 오일의 밀도(kg/m^3)와 점도(Pa.s)는 Nikolajsen[13]이 제시한 관계식을 사용하였다. 즉 무차

원 밀도는 다음 식과 같다.

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{oil}} = \frac{(1+\delta)\left(\bar{p}_{oil} + 2\frac{\bar{\sigma}}{r}\right)}{\delta + \bar{p}_{oil} + 2\frac{\bar{\sigma}}{r}} \quad (9)$$

$$\text{여기서, } \delta = \frac{m_{dir}}{m_{oil}} = \frac{(\bar{p}_{oil})_{in} + 2\bar{\sigma}/\bar{r}_{in}}{\frac{3}{4\pi}\left(\frac{\bar{r}_{in}}{\bar{d}_{in}}\right) - 1}$$

$\bar{\sigma} = \sigma/(\rho_{oil}RTc)$, $\bar{p} = \bar{p}/(\rho_{oil}RT)$, \bar{r} 는 다항식 $\bar{p}_{oil}\bar{r}^3 + 2\bar{\sigma}\bar{r}^2 - [(\bar{p}_{oil})_{in} + 2\bar{\sigma}/\bar{r}_{in}]\bar{r}_{in}^3 = 0$ 의 실근이며, 0과 \bar{r}_{in} 사이의 값을 갖는다.

그리고 ν 는 공기방울의 반경이며, c 는 베어링 틈새이다. T 는 오일의 절대온도이며, ρ_{oil} 순수오일의 밀도이다. σ 는 공기방울의 표면장력(N/m)이고, R 은 이상기체 상수이다(J/kg K).

또한 무차원 점도[13]는 다음 식과 같다.

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_{oil}} = \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2 \quad (10)$$

$$\text{여기서 } \bar{\mu}_1 = \frac{\mu_1}{\mu_{oil}} = \frac{\bar{p}}{1+\delta}, \quad \bar{\mu}_2 = \frac{\mu_2}{\mu_{oil}} = \Gamma \bar{r}_{in}^{3/2} \bar{r} / \sqrt{\bar{h}}, \quad \Gamma =$$

$$\frac{\pi^2 \sigma}{\sqrt{2} \mu_{oil} U \bar{r}_{in}^3} \left[\frac{\bar{r}_{in}}{\bar{d}_{in}} \right]^3, \quad \bar{h} = \frac{h}{c}, \quad \bar{d} = \frac{d}{c}.$$

그리고 U 는 베어링 회전 속도이고, d 는 공기 방울 간의 거리이다. 여기서 $\bar{\mu}_1$ 은 공기의 영에 가까운 작은 점도로 인한 혼합점도의 감소를 의미하며, $\bar{\mu}_2$ 는 공기 방울의 표면장력으로 인한 점도의 증가를 의미한다.

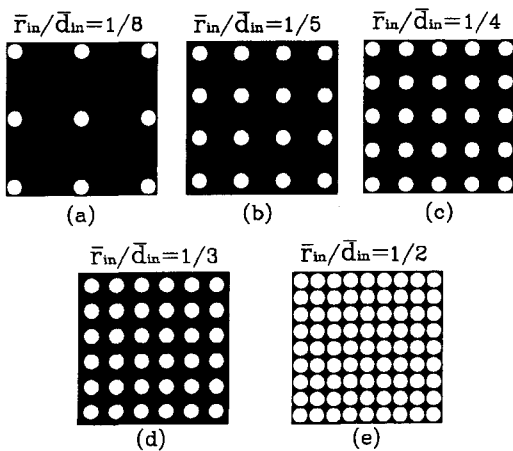


Fig. 1. Oil aeration levels.

$\frac{\bar{r}_{in}}{\bar{d}_{in}}$ 는 공기 함유수준(aceration level)을 나타내며, 여러 가지 공기 함유수준에 대한 구성도는 Fig. 1과 같다.

공기의 부피 함량비는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V = \frac{4\pi}{3A^3} \quad (11)$$

$$\text{여기서 } A = \frac{1}{2\left(\frac{\bar{r}}{\bar{d}}\right)} + 1 \text{ 이다.}$$

한가지 주의할 사항은 공기 혼합밀도 식(9)와 공기 혼합점도 식(10)은 절대 오일 유막 압력 \bar{p} 를 사용하였고, 레이놀즈 방정식(1)과 에너지 방정식(4)에는 게이지 압력 \bar{p}_g 을 사용한 것이다.

유막 두께, h 는 베어링 좌표계[19]로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h = c(1 + \epsilon \cos(\theta - \phi)) \quad (12)$$

$$\text{여기서 } \epsilon(z) = \sqrt{\{\epsilon_o^2 + 2\eta\epsilon_o \cos(\phi - \phi_o) + \eta^2\}},$$

$$\phi(z) = \phi_o + \arctan\left(\frac{\eta \sin(\phi - \phi_o)/\epsilon_o}{1 + \eta \cos(\phi - \phi_o)/\epsilon_o}\right), \quad \eta = \beta z/c$$

이다.

베어링 경사도(degree of misalignment), D_m [20]은 다음과 같이 정의되어진다.

$$D_m = \eta_e/\eta_m \quad (13)$$

여기서, η_e 는 베어링 끝 단에서의 기울기 비(misalignment ratio)이다. η_m 은 η_e 의 최대값이다.

2.2. 경계조건

베어링 내 유막의 압력과 온도 경계조건은 다음과 같다.

유한 길이의 베어링 양쪽 측면에서의 압력은 대기 압력과 같다고 가정한다. 즉, 게이지압력으로 0이다.

$$\bar{p}_{z=\pm L/2} = 0 \quad (14)$$

그리고 주입 홈에서의 윤활유 압력은 주입 윤활유의 압력과 같다고 보았다. 또한 윤활유의 유막의 압력은 항상 대기의 압력보다 높다고 본다. 유막의 붕괴가 시작되는 지점의 압력 경계조건은 다음과 같다.

$$\bar{p} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} = 0 \text{ at } \theta = \theta^* \quad (15)$$

온도 경계조건으로는 베어링 양쪽 측면에서 축 방향

주위로 전달되는 열이 없다고 보았다.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{z=\pm L/2} = 0 \tag{16}$$

또한 본 논문에서 취급된 온도관련 경계조건은 다음과 같다. 즉, 베어링과 축 벽면의 온도는 일정한 상태에서 베어링과 축 벽면으로의 열전달을 고려하였으며, 주입 흡의 온도는 주입유 온도와 원주 방향으로 재순환하여 돌아오는 재 순환유의 온도와의 혼합온도로 보았다. 순환유와 주입유의 혼합현상에 대한 개념도는 Fig. 2에 나타나 있으며 혼합온도의 표현식은 다음과 같다.

$$T_{mix} = \frac{(Q_{in} - Q_L)T_{in} + L_c Q_{rec} T_{rec}}{(Q_{in} - Q_L) + L_c Q_{rec}} \tag{17}$$

여기서 L_c 는 유막의 수축율(contraction ratio)[21]로 다음과 같이 정의된다.

$$L_c(\theta) = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{\theta^*(\theta, z)} u(\theta^*, z) dy dz}{\int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{\theta(\theta, z)} u(\theta, z) dy dz} \tag{18}$$

이 유막 수축율은 캐비테이션 지역 내에서 베어링 벽의 유효 유막폭을 나타낸다. 따라서 캐비테이션 지역에서 줄어든 실 유막 폭 때문에 베어링 벽으로의 열

전달 계수는 유막 수축율에 의하여 보정되어야 한다. 그 표현식은 다음과 같다.

$$H_b = L_c H_{bo}^* + (1 - L_c) H_{bg} \tag{19}$$

여기서 H_{bo}^* 는 공기 혼합오일 내의 혼합 열전달 계수로 공기와 오일의 공존을 고려하기 위해 공기의 부피 함량비(V)에 의해서 보정한 것으로 $H_{bo}^* = H_{bo}(1 - V) + H_{bg}V$ 이다.

캐비테이션에 대한 연구와 알고리즘은 여러학자들 [22-24]에 의해 발표된 바 있으나, 본 연구의 캐비테이션 지역 모델링은 Fig. 2에서와 같으며, 잘 알려진 바와 같이 수 개의 윤활유 띠를 형성하는 것으로 보았으며, 축 표면에는 윤활유가 덮여 있는 것으로 보았다. 더 나아가 공기와 오일이 섞여있는 혼합 윤활유에 대하여는 공기의 크기는 압력에 따라 변하나 오일 내에 균일하게 분포한다고 보았으며 캐비테이션 지역에 존재하는 윤활유 띠에도 공기가 균일하게 존재한다고 가정하였다. 또한 본 연구에서는 캐비테이션 지역의 가스만 존재하는 부분의 온도는 혼합 유막의 온도와 같다고 보았으며 가스 압력 계산은 고려하지 않았고 경계조건에 나타난 바와 같이 이 지역의 압력은 오일과 가스 모두 게이지압력으로 영으로 보았다.

2.3. 수치해석 수식

무차원 레이놀즈 방정식은 중앙 차분기법(central difference scheme)을 적용하였고, 에너지 방정식은 무차원화 한 후에 원주방향으로는 후방 차분기법(backward difference scheme)을 적용하고, 축방향으로는 베어링 중앙으로부터 아래쪽은 전방 차분기법(forward difference scheme), 위쪽은 후방 차분기법을 적용하였다.

캐비테이션 지역의 유한 차분 모델링을 위해 수 개의 띠로 인한 유막 수축율을 2방향 격자 수 만큼의 일정 비율로 나누어 각 격자에 할당하여 매 격자마다 혼합 윤활유의 띠가 존재하는 것으로 보고 수치해석을 수행했다.

유사 난류인자를 포함하는 난류 레이놀즈 방정식 및 에너지 방정식의 유한 차분 수식은 이완상수(relaxation factor)를 적용하여 풀었다. 참고로 몇 가지 경우에 적용한 이완상수는 다음의 Table 1과 Table 2와 같다. 즉, Reynolds 방정식을 풀기 위해서는 1보다 큰 이완상수가 사용되었고 에너지 방정식을 풀기 위해서는 1보다 작은 이완상수를 사용하였다.

본 연구를 위해 사용한 격자 크기는 일정 간격의

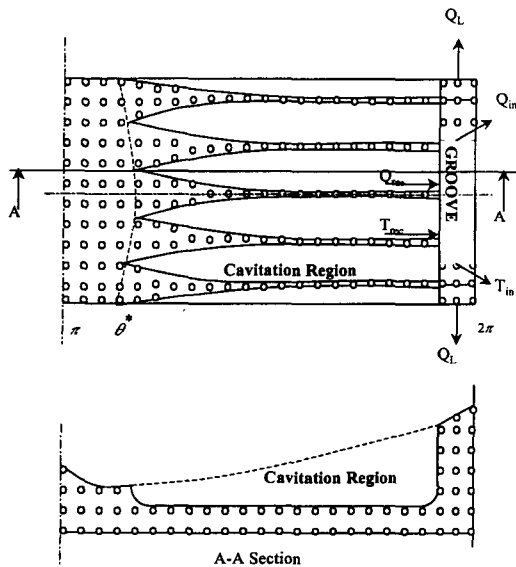


Fig. 2. Diagram of lubricant flow, with Q_{in} the inlet oil flow rate, Q_{rec} the re-circulating flow rate and Q_L the side oil flow rate going through groove land. θ^* is the angle of the beginning of the cavitation region.

Table 1. 축 경사도에 따른 이완상수 (relaxation factors), 40,000 rpm, $r = 20 \mu\text{m}$, $r_{in}/d_{in} = 1/5$

Degree of Misalignment	Relaxation Factors	
	Reynolds Eqn./Energy Eqn.	
0.0	1.01/0.45	
0.1	1.30/0.45	
0.2	1.30/0.45	
0.3	1.30/0.45	
0.4	1.30/0.45	
0.5	1.30/0.45	
0.6	1.30/0.30	

Table 2. RPM 변화에 따른 이완상수 (relaxation factors), $D_m = 0$, $r = 20 \mu\text{m}$, $r_{in}/d_{in} = 1/5$

RPM	Relaxation Factors	
	Reynolds Eqn./ Energy Eqn.	
20,000	1.01/0.45	
30,000	1.01/0.45	
40,000	1.01/0.45	
50,000	1.01/0.45	
60,000	1.01/0.45	
70,000	1.01/0.45	
80,000	1.01/0.45	

43×15(원주방향×축방향)이다. 본 격자 크기를 결정하기 위해 격자 크기를 증가시켜 보기도 하고, 온도와 압력이 급하게 변하는 지역에서는 세밀한 격자를 사용한 불규칙한 격자도 사용해 보았으나 현저하게 개선된 결과를 얻지 못했으며, 따라서 43×15 격자는 계산시간을 고려하여 선택한 격자 크기이다.

2.4. 베어링 하중과 마찰력과 유량 계산

베어링의 성능을 파악하기 위한 주요 인자는 베어링의 부하량과 마찰로 인한 손실 그리고 유막을 보전하기 위해 필요한 공급 유량 등이다. 이러한 값들의 무차원화된 표현은 다음과 같다.

무차원 베어링 하중의 베어링 중심선에 대한 수평 수직 성분은 \bar{W}_c 와 \bar{W}_p 이다.

$$\bar{W}_c = \frac{W_c}{LD} \left(\frac{c}{R}\right) \left(\frac{L}{D}\right) \mu_o N = -\frac{1}{4} \int_0^{2\pi/LD} \int_{-L/D}^0 P \cos \theta d\bar{z} d\theta \quad (20a)$$

그리고

$$\bar{W}_p = \frac{W_p}{LD} \left(\frac{c}{R}\right) \left(\frac{L}{D}\right) \mu_o N = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi/LD} \int_{-L/D}^0 P \sin \theta d\bar{z} d\theta \quad (20b)$$

이로부터 전체하중, \bar{W} 는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\bar{W} = \sqrt{\bar{W}_c^2 + \bar{W}_p^2} \quad (20c)$$

베어링 내 난류유동에 대해 유막 축소율을 고려한 점성 마찰력의 무차원화 된 표현은 다음과 같다.

$$\bar{F}_t = \frac{F_t}{LD} \left(\frac{c}{R}\right) \left(\frac{L}{D}\right) \mu_o N = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi/LD} \int_{-L/D}^0 \left(G_s \frac{H \partial \bar{P}}{2 \partial \theta} + \bar{\tau}_s \frac{-2\pi}{H} \right) d\bar{z} d\theta \quad (21)$$

마찰 토크는 점성 마찰력에 베어링 반경을 곱한 값이며, 마찰 동력 손실은 점성 마찰력에 베어링 축 속도를 곱한 값으로 나타낼 수 있다.

3. 결과 및 고찰

본 장에서는 축 방향 유효율을 갖는 유막 베어링의 난류 운동 조건에서의 베어링 벽으로의 대류 열전달 조건과 주입유와 재순환유의 혼합이 이루지는 조건 하에서 혼합오일의 점도와 밀도와 비열을 베어링 내 실온도에 따라 변하는 가운데 공기의 함량이 밀도와 점도에 미치는 영향을 함께 고려한 경우의 유효 해석의 결과를 순수 오일경우의 결과와 비교 조사하였다. 또한 한정된 범위 내에서 베어링 경사도에 대한 영향도 평가하였다.

본 연구의 대상이 되는 베어링의 형상 치수 및 유효율 유 물성치는 Table 3에 요약되어 있다. 본 논문의 계산을 위해 사용된 기본적인 수치해석 모델의 신뢰도는 Chun의 논문[25]을 통해 검증된 바 있다.

Chamnprasart 등 [12]의 모델은 균일한 혼합 개념에 기초한다. 즉, 만약 $\bar{r} = r/c$ 비가 충분히 적다면, 표면 조도의 스케일 측면에서 혼합이 균일하다고 볼 수 있다. 그러나 이 비의 최대 허용한계는 알려지지 않고 있다. 그들은 $D = 38.1 \text{ mm}$, $L/D = 1.3$, $C/R = 0.005984$, $\epsilon = 0.4$, $N = 4,000 \text{ rpm}$ 에서 \bar{r}_{in} 가 0.1에서 0.45 사이에서 변할 때, 공기 방울의 크기는 베어링 내 유막의 압력에 작은 영향을 미친다고 결론을 지었다. 그러나 공기부피 함량비 V_f 가 0.02에서 0.2까지 변할 때, 유막 압력이 크게 변하는 것으로 결론을 지었다.

Nikolajsen[14]는 $D = 50 \text{ mm}$, $C/R = 0.001$ 인 긴 베어링에 대하여 \bar{r}_{in} 가 1/20 (0.05) 이하의 값에 대하여 적용했다. \bar{r}_{in} 이 1/20일 때는 공기함유수준, \bar{r}_{in}/d_{in} 이 1/8

Table 3. Journal bearing operating conditions

Bearing Diameter	$D = 73.6 \text{ mm}$
L/D Ratio	0.5
c/R Ratio	0.0039837
Eccentricity Ratio	$\epsilon = 0.65$
Rotational Speed	$N = 40,000 \text{ rpm}$
Lubricant Viscosity at 40°C	$\mu_o = 0.0206 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Lubricant Density at 40°C	$\rho = 869.53 \text{ Kg/m}^3$
Lubricant Specific Heat	$C_o = 1968.75 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$
Convective Heat Transfer Coefficient of Lubricant to Bush	$H_{boT} = 7700 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$
Convective Heat Transfer Coefficient of Gas(Air) to Bush	$H_{bgT} = 2400 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$
Convective Heat Transfer Coefficient of Lubricant to Shaft	$H_{sT} = 7700 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$
Bush and Shaft Temperature	$T_{b,s} = 45^\circ\text{C}$
Inlet Lubricant Temperature	$T_{in} = 40^\circ\text{C}$
Inlet Lubricant Pressure (gage)	$P_{in} = 0.7 \times 10^5 \text{ Pa}$
Axial Groove Width	17.1° (2 grids size)

일 때와 1/2일 때를 비교시 베어링 하중이 거의 변하지 않았다. 그러나 \bar{r}_{in} 가 1/200 (0.005)일 때는 공기함유 수준이 증가할수록 베어링 하중에 큰 증가를 보였다.

본 연구에서 취급된 공기 함유 수준, \bar{r}_{in}/\bar{d} 은 1/8, 1/5, 1/4, 1/3.5이다. 참고로 이 값들을 공기부피 함량비 V 로 나타내면 0.0335, 0.0977, 0.1551, 0.2383이다. 또한 공기 방울 크기 \bar{r}_{in}/\bar{d} 은 $\bar{r}_{in}/\bar{d} = 1/5$ 경우는 $10 \mu\text{m}$ (0.0682), $20 \mu\text{m}$ (0.1364), $50 \mu\text{m}$ (0.3410)을, $\bar{r}_{in}/\bar{d} = 1/8$ 경우는 $2 \mu\text{m}$ (0.01364), $20 \mu\text{m}$ (0.1364), $50 \mu\text{m}$ (0.3410)을 적용하였다. \bar{r}_{in}/\bar{d} 이 커질수록 작은 공기 방울 크기에 대해서는 계산상의 어려움으로 취급이 불가능 했다.

Table 3의 베어링 형상 및 운전 조건과 오일 물성 하에서 공기 방울 지름이 0.02 mm일 때, 공기함유 수준 변화에 따른 베어링 중심부의 오일 압력 분포, 온도 분포, 점도 분포, 밀도 분포 및 비열의 분포는 각각 Fig. 3, Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7 및 Fig. 8과 같으며, 최고 압력이 존재하는 곳(180°)에서의 축 방향의 오일 압력 분포는 Fig. 4와 같다.

공기 함유수준이 증가할수록 오일 압력 분포는 증가하였으며 이는 공기가 증가할수록 전체표면적이 증가하여 표면장력이 증가하여 점도를 증가시키기 때문이다. 공기함유 수준이 1/5일 때 압력분포는 순수 오일의 경우의 압력분포와 유사하였으나, 공기함유 수준이 1/5보다 클 경우는 베어링 내 유막의 압력이 증가하였

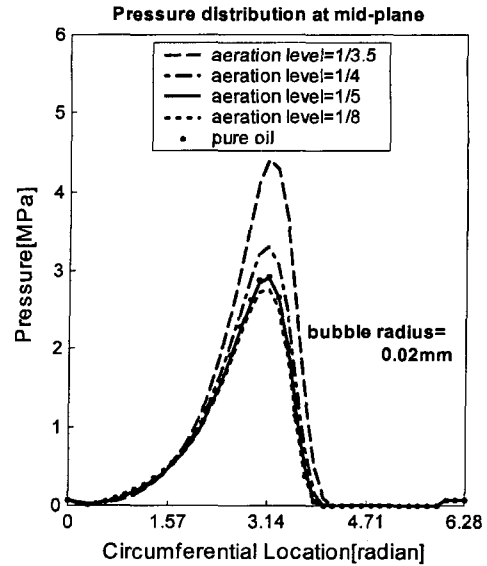


Fig. 3. Pressure distribution at bearing mid-plane, $r_{in} = 0.02 \text{ mm}$.

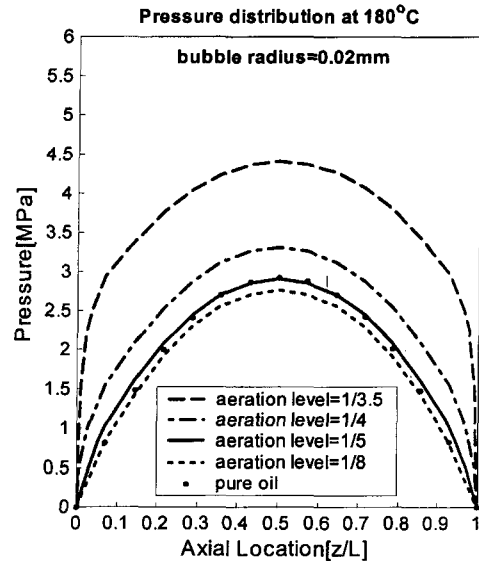


Fig. 4. Pressure distribution in axial direction at 180°, $r_{in} = 0.02 \text{ mm}$.

다. 즉, 공기함유 수준이 1/3.5일 경우는 최고 50.1%, 1/4일 경우는 최고 12.9% 증가하였다. 그러나 1/5보다 작은 경우인 1/8일 때는 압력이 최고 5.4% 저하하였다. 그 이유는 공기 함유수준이 낮아 공기방울로 인한 표면장력의 증가가 크게 영향을 못 미치는 반면 온도 증가로 인한 점도 저하가 영향을 미치기 때문이다.

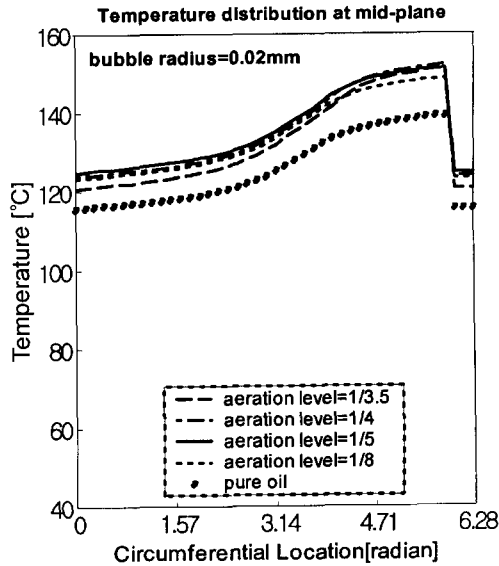


Fig. 5. Temperature distribution at bearing mid-plane, $r_{in} = 0.02$ mm.

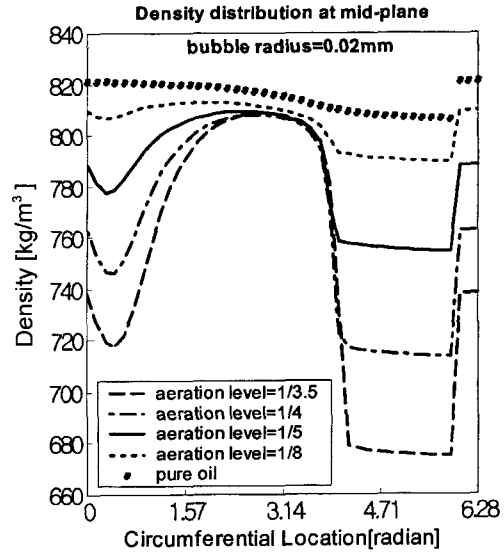


Fig. 7. Density distribution at bearing mid-plane, $r_{in} = 0.02$ mm.

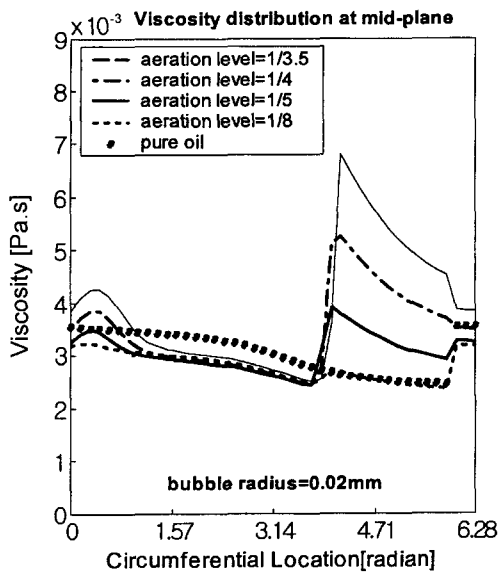


Fig. 6. Viscosity distribution at bearing mid-plane, $r_{in} = 0.02$ mm.

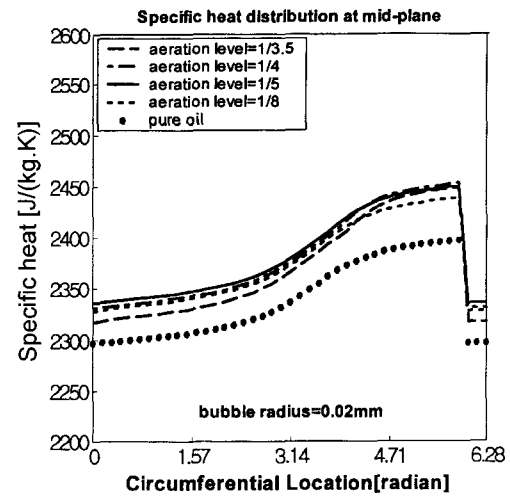


Fig. 8. Specific heat distribution at bearing mid-plane, $r_{in} = 0.02$ mm.

축 방향으로 압력 분포는 원주 방향 압력 분포와 마찬가지로 Fig. 4와 같이 공기 함유수준이 증가할수록 증가하였으며 베어링 끝 단으로 갈수록 감소하였고, 공기 함유수준이 큰 경우 높은 압력 증가로 베어링 끝 단에서의 압력 강하가 심하게 나타났다.

유막의 온도 분포는 공기함유 오일에서 그 함유 수

준에 따라 변화는 크지 않았으나 약 7-9% 정도 증가하였다. 이러한 온도 증가는 유막 내 공기방울로 인한 오일의 질량유량이 적어졌기 때문이다. 한편 최고 압력이 존재하는 곳에서의 축 방향 온도분포는 Fig. 5의 180°에서의 온도로서 거의 균일하게 분포한다.

베어링 내 오일의 점도 분포는 Fig. 6과 같이 변하며 공기 함유수준이 증가할수록 증가하였다. 또한 공기 혼합 오일의 점도는 고압일수록 줄어드는 것을 볼

수 있으며, 압력 분포가 존재하는 지역의 온도를 고려한 혼합오일의 점도는 오히려 순수오일을 고려한 점도보다 낮게 나타났다. 또한 공기 함유수준에 따른 차이도 작게 나타났다. 이는 주입 공기방울이 고압 쪽으로 끌려갈 때, 고압으로 인해 그 크기가 작아져서 전체 표면적이 줄어들고, 따라서 점도에 대한 표면장력 효과가 줄어들기 때문이다. 캐비테이션 전 지역에서는 압력을 대기압과 같다고 보았으므로 온도가 증가함에 따라 점도는 감소한다. 공기 혼합오일의 최고 점도는 압력이 대기압이 되는 캐비테이션 시작부근에 존재하며 오일 함유수준이 클수록 증가했다. 이는 이 지역에서 낮은 압력으로 공기 방울의 크기가 증가하여 표면적이 증가하여서 표면 장력이 점도가 증가하는 쪽으로 작용했기 때문이다. 예를들어, 공기 함유수준이 1/3.5일 경우는 순수 오일 경우의 점도와 비교시 153%까지 증가하였다. 한편 최고 압력이 존재하는 곳에서의 축 방향 점도 분포는 Fig. 6의 180°에서의 점도로써 거의 균일하게 분포한다.

공기 혼합오일의 밀도 분포는 Fig. 7과 같으며, 고압일수록 공기방울 크기가 작아져 밀도는 증가하였다. 공기 혼합수준이 증가할수록 밀도분포는 낮아졌다. 최저 밀도는 캐비테이션 지역의 끝에서 나타났으며, 공기 혼합수준이 1/3.5일 때 최저 밀도는 순수오일을 고려한 점도보다 16.3% 낮아졌다. 한편 최고 압력이 존재하는 곳에서의 축 방향 밀도 분포는 Fig. 7의 180°에서의 밀도로써 거의 균일하게 분포한다.

공기 혼합오일의 비열 분포는 Fig. 8과 같으며, 온도 증가로 인해 순수 오일을 고려한 비열 값보다 전반적으로 약 2%정도 증가하였다. 한편 최고 압력이 존재하는 곳에서의 축 방향 비열 분포는 Fig. 8의 180°에서의 비열로써 거의 균일하게 분포한다.

Table 3의 조건 하에서 공기 혼합수준이 1/5일 경우, 공기방울의 반지름을 변화시켰을 때 베어링 중심부의 압력과 점도 분포는 Fig. 9와 Fig. 10과 같다.

공기방울의 크기가 감소할수록 압력은 증가하였으며, 이는 같은 공기 함유율로 공기 혼합오일을 주입하는 공기방울이 작을수록 유막내로 들어가는 공기방울의 전체 표면적이 점점 더 커지므로 점도에 대한 표면장력의 효과가 점점 커지기 때문이다. 공기방울 반지름이 0.01 mm일 때 압력은 순수오일의 경우보다 최고 16.1%까지 증가했으나 0.05 mm일 경우에는 압력이 최고 5.3% 감소하였다. 이는 Fig. 3에서의 이유와 같다.

베어링 중심부의 점도 분포는 공기방울 크기가 작을

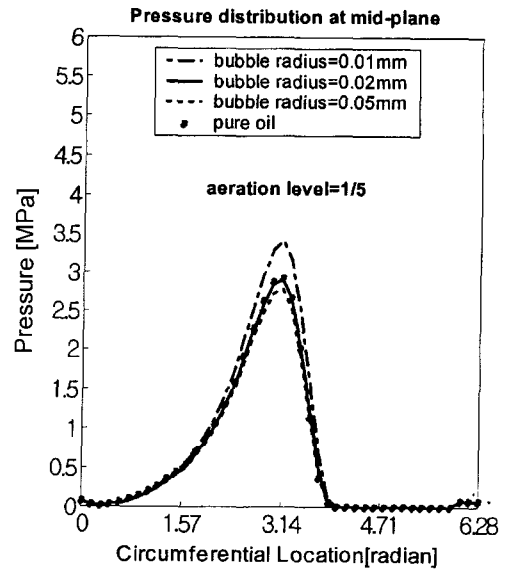


Fig. 9. Pressure distribution at bearing mid-plane, $r_{in}/d_m = 1/5$.

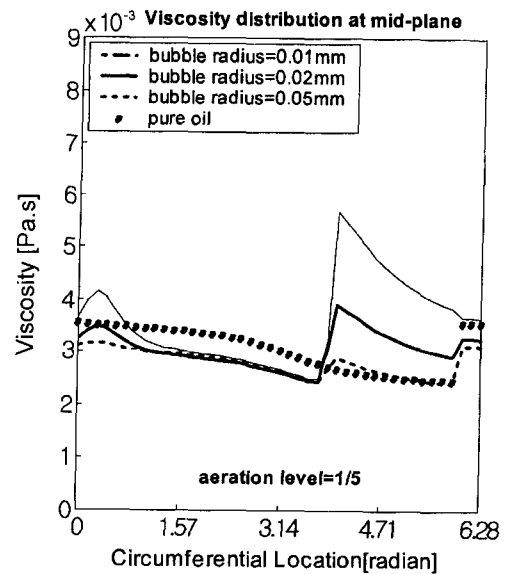


Fig. 10. Viscosity distribution at bearing mid-plane, $r_{in}/d_m = 1/5$.

수록 증가했으며, 공기방울 반지름이 0.01 mm일 경우 최고 점도는 순수오일의 경우와 비교시 112% 증가했다. 역시 압력 증가 시 점도는 감소하는 것을 볼 수 있다.

Table 3의 조건 하에서 공기 혼합수준이 낮은 1/8일 경우, 공기방울의 반지름을 더 작게 변화시켰을 때 베어링 중심부의 압력과 점도 분포는 Fig. 11과 Fig. 13

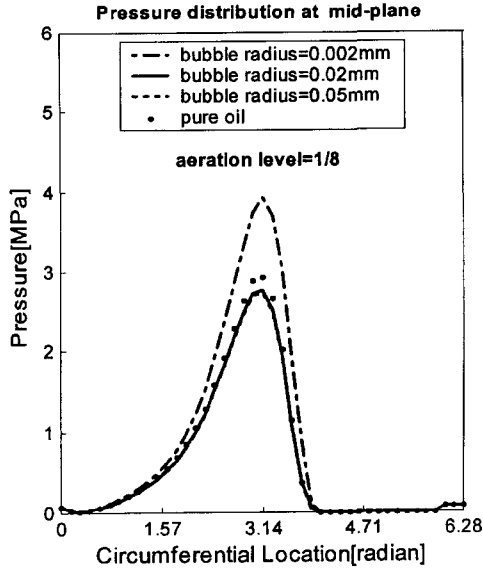


Fig. 11. Pressure distribution at bearing mid-plane, $r_{in}/d_{in} = 1/8$.

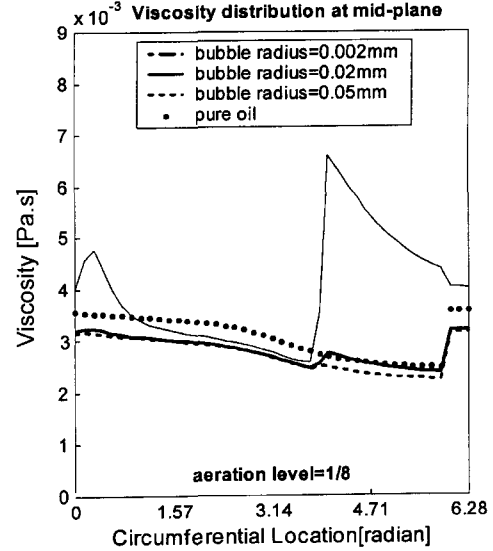


Fig. 13. Viscosity distribution at bearing mid-plane, $r_{in}/d_{in} = 1/8$.

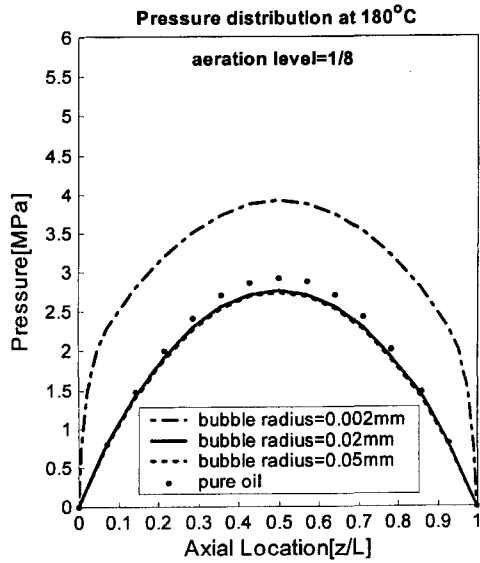


Fig. 12. Pressure distribution in axial plane at 180° , $r_{in}/d_{in} = 1/8$.

와 같고 최고 압력이 존재하는 곳에서의 축 방향의 오일 압력 분포는 Fig. 12와 같다.

공기방울 반지름이 0.002 mm로 아주 작을 경우는 비록 공기 혼합수준이 1/8로 낮더라도 최고 압력은 순수 오일의 경우와 비교시 33.5% 증가했으며 이는 Fig. 9의 공기 혼합수준이 1/5, 공기방울 반지름이

0.01 mm인 경우의 16.1% 증가와 비교시 두 배 정도의 증가이다. 공기 방울의 지름이 작을 경우, 축 방향 압력 분포도 크게 증가하였으며 베어링 끝 단에서의 압력변화는 급하게 나타났다.

점도 분포도 역시 공기방울 크기가 아주 작은 0.002 mm인 경우 더 많이 증가했으며 최고 점도는 순수오일의 경우와 비교시 146% 증가했다.

Fig. 14에서부터 Fig. 17까지는 공기 함유수준 및 공방울 크기의 변화에 따른 최고 압력 및 온도와 베어링 하중 및 동력 손실의 변화를 보여주고 있다.

공기 함유수준이 1/5과 공기방울 반지름이 0.02 mm 일 때는 순수오일의 경우와 유사한 최고 압력, 베어링 하중 및 근소하게 적은 동력 손실을 가지며 최고 온도는 약 15°C 증가한 값을 가진다. 공기 함유수준이 1/5 이상 증가할 때 최고 압력과 베어링하중은 상당한 증가를 보였으나 최고 온도와 동력 손실은 조금 증가함을 보였다. 예를 들어, 공기방울 반지름이 0.02 mm일 때 공기 함유수준이 1/3.5일 경우, 순수 오일의 경우보다 베어링 하중이 약 70%정도 증가하였다. 한편 공기 함유수준이 1/8로 작더라도 공기방울 반지름이 0.002 mm와 같이 작을 경우 베어링 하중의 증가는 순수 오일의 경우와 비교시 40%이상 증가함을 보인다.

한편 공기방울 크기가 0.02 mm 보다 작을 경우는 최고 압력과 베어링 하중의 증가가 크게 나타났으나,

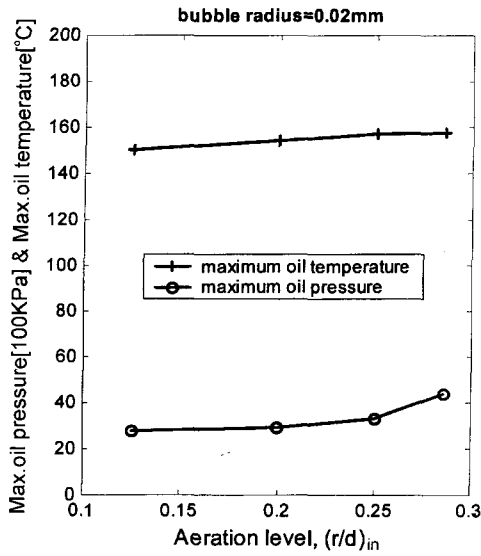


Fig. 14. Maximum oil pressure and maximum oil temperature vs. aeration level, $r_{in} = 0.02$ mm.

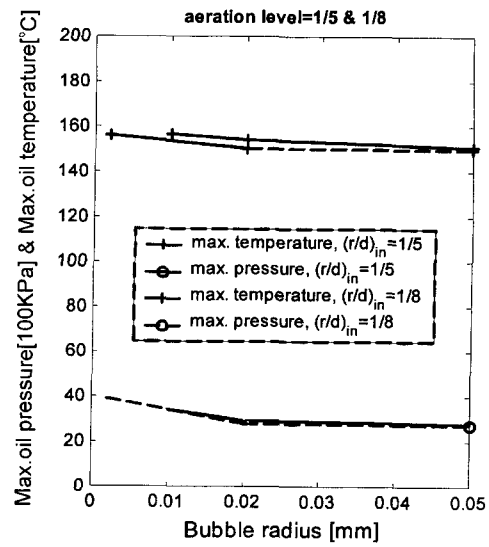


Fig. 16. Maximum oil pressure and maximum oil temperature vs. bubble radius, $r_{in}/d_{in} =$ and $1/5$ and $1/8$.

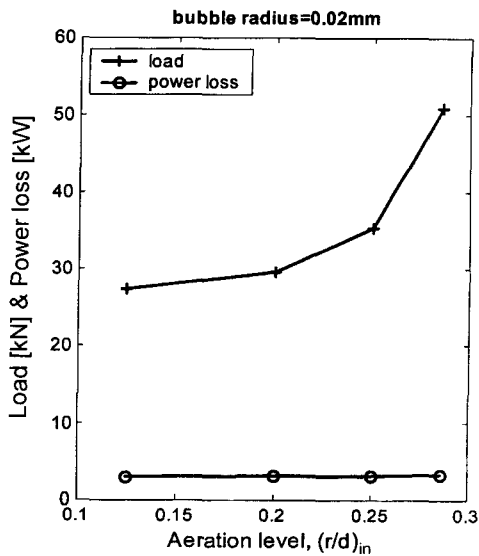


Fig. 15. Bearing load and power loss vs. aeration level, $r_{in} = 0.02$ mm.

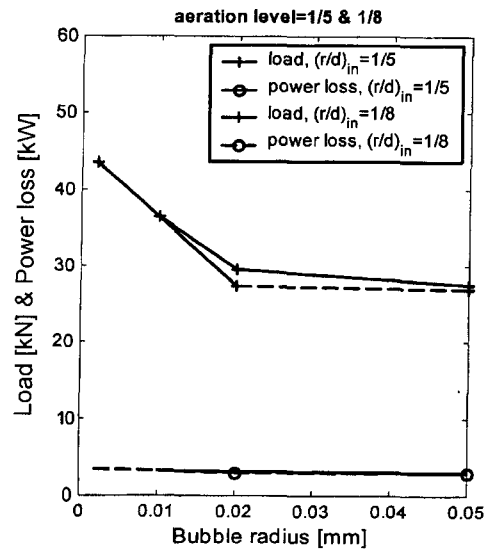


Fig. 17. Bearing load and power loss vs. bubble radius, $r_{in}/d_{in} =$ and $1/5$ and $1/8$.

역시 최고 온도와 동력 손실의 변화는 작게 나타났다.

이상에서와 같이 공기 혼합오일의 공기함유 수준을 1/5이상 증가시키거나 공기방울 크기를 0.02 mm 보다 작게하여 순수 오일을 사용하는 경우 보다 동력 손실을 오히려 조금 줄이고 베어링 하중을 증가시킬 수 있다는 결론을 얻을 수 있다.

다음은 베어링이 기울어짐으로 인해 생길 수 있는

국부적인 작은 틈새로 인한 전단흐름이 생길 경우에 공기 혼합오일과의 상호 영향을 조사하고자 한다. Fig. 18에서 Fig. 21까지는 공기 함유수준이 1/5과 공기방울 반지름이 0.02 mm일 때, 베어링 축의 경사도 변화에 따른 최고 압력 변화, 최고 온도 변화, 무차원 베어링 하중 변화 및 무차원 마찰 손실 변화를 순수 오일과 공기 혼합 오일을 사용시 비교하였다. 베어링 운

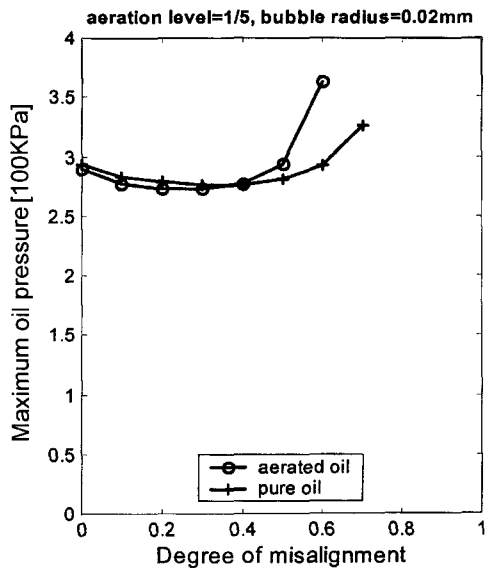


Fig. 18. Maximum oil pressure vs. degree of misalignment, aeration level = 1/5, bubble radius = 0.02 mm.

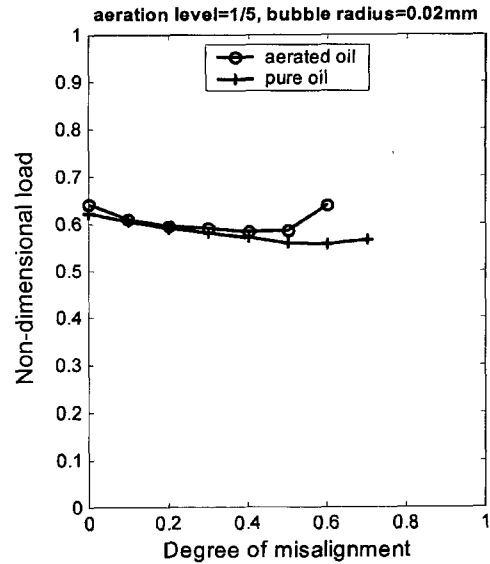


Fig. 20. Non-dimensional load vs. degree of misalignment, aeration level = 1/5, bubble radius = 0.02 mm.

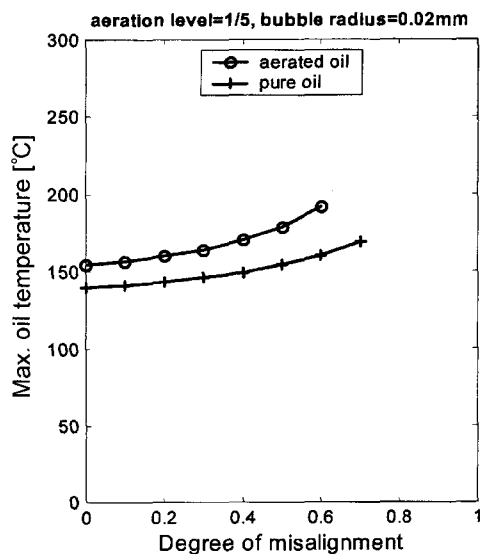


Fig. 19. Maximum oil temperature vs. degree of misalignment, aeration level = 1/5, bubble radius = 0.02 mm.

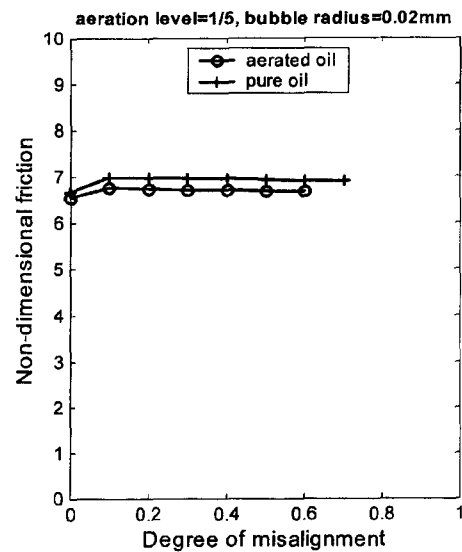


Fig. 21. Non-dimensional friction vs. degree of misalignment, aeration level = 1/5, bubble radius = 0.02 mm.

전조건은 Table 3와 같다.

최고 압력과 무차원 베어링 하중은 축 경사도가 0.4 미만에서는 공기 혼합오일의 경우와 순수오일의 경우가 별차이 없었으나, 0.4 이상일 때 급격히 증가 함을

볼 수 있으며 0.6일 때 각각 24.0%와 15.1% 증가하였다. 한편 최고 오일 온도와 무차원 마찰손실은 경사가 없을 경우부터 각각 15°C 이상 증가 및 3%정도 감소를 나타내고 있다.

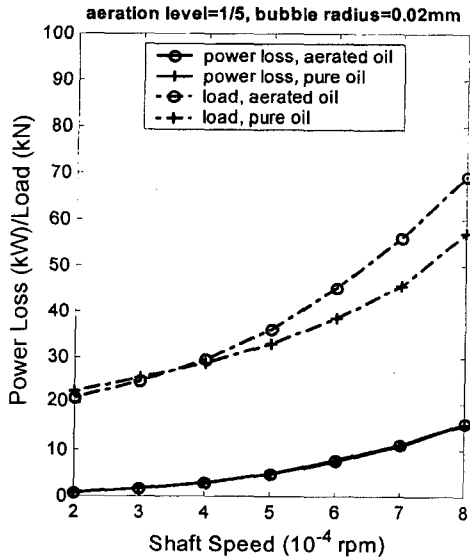


Fig. 22. Load capacity and power loss vs. shaft speed for an aligned bearing.

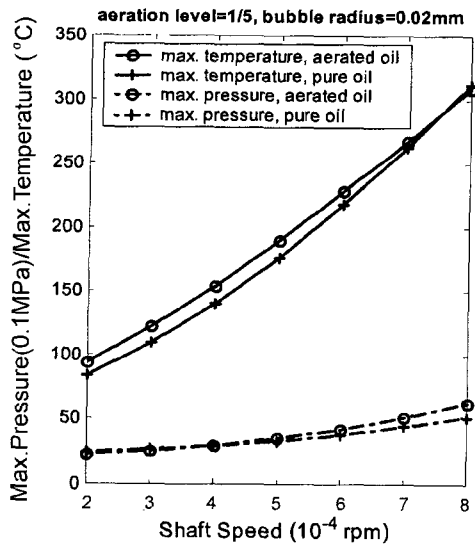


Fig. 23. Maximum pressure and temperature vs. shaft speed for an aligned bearing.

Table 3의 운전 조건에서 공기 함유수준이 1/5과 공기방울 반지름이 0.02 mm일 경우 베어링 축 속도를 20,000 rpm에서 80,000 rpm까지 변화할 때, 공기 혼합 오일의 영향이 Fig. 22와 Fig. 23에 나타내었다. 속도가 증가함에 따라 예상대로 베어링 하중과 동력 손실은 증가하는 것으로 나타났다. 한편 공기 혼합의 영향을 보면, 베어링 하중은 속도가 증가함에 따라 공기

혼합오일의 경우와 순수오일의 경우의 편차가 증가하여 최고 21.1% 증가했는데 이는 최고 압력의 변화가 최고 20.95% 증가한데 따른 것이다. 공기혼합에 따른 동력손실의 증가는 1% 이하로 거의 증가가 없었다. 유막 온도는 10% 이하의 소폭 증가를 보였으나 고속 베어링의 동력 손실은 베어링의 속도에 의해서 지배적이기 때문에 공기 혼합으로 인한 증가는 적게 나타난 것이다.

4. 결 론

1. 에너지방정식을 함께 사용하여 온도 변화를 고려할 때, 공기 함유수준을 높이고 공기방울 크기를 작게 하여 베어링 하중 능력을 증가시킬 수 있으나 공기 함유수준이 낮고 공기방울 크기가 클 경우는 오히려 온도에 의하여 베어링 하중이 적은 양이지만 감소할 수도 있다.

2. 고속 베어링의 열유체 윤회해석에 의한 결과로 볼 때 비록 공기 함유수준이 적더라도 공기방울 크기가 작을 경우에는 베어링 하중 능력이 크게 변하는 것으로 나타났다.

3. 베어링 축 경사도가 낮은 경우에는 베어링 하중에 큰 영향을 미치지 않으나, 경사도가 어느 수준으로 이상 증가하면 갑자기 증가하는데 이는 축 경사도 인한 전단 흐름의 발생으로 함유된 공기방울의 표면장력의 효과가 커지기 때문이다.

4. 베어링 속도의 증가에 따라 공기 함유에 의한 베어링 하중의 변화는 순수 오일을 사용한 경우 보다 증가하나 동력 손실의 변화는 거의 없었다.

NOMENCLATURE

- c = radial clearance between journal and its bearing (m)
- c_p = specific heat of lubricant (kJ/kg°C)
- d = distance between two bubbles (m)
- d_{in} = distance between two bubbles at inlet condition (m)
- \bar{d} = non-dimensional distance between two bubbles = d/c
- \bar{d}_{in} = non-dimensional distance between two bubbles at inlet condition = d_{in}/C

D	= bearing diameter (m)	T_{in}	= inlet oil temperature ($^{\circ}\text{C}$)
D_m	= degree of misalignment (the percentage reduction of minimum film thickness at the bearing ends)	T_b	= temperature of the bush ($^{\circ}\text{C}$)
e	= eccentricity (the offset distance between journal and bearing centers)	T_s	= temperature of the shaft ($^{\circ}\text{C}$)
F	= friction force	T_f	= Fahrenheit temperature ($^{\circ}\text{F}$)
\bar{F}	= non-dimensional friction force = $(F/LD) (c/R)/(\mu_o N)(L/D)$	T_r	= Rankin temperature ($^{\circ}\text{R}$)
h	= oil film thickness (m)	U	= speed of journal (m/s)
\bar{h}	= non-dimensional film thickness = h/c	V	= air volume fraction
h_{in}	= oil film thickness at inlet (m)	W	= applied load
\bar{h}_{in}	= non-dimensional film thickness at inlet = h_{in}/C	\bar{W}	= non-dimensional load parameter = $\left(\frac{W}{LD}\left(\frac{c}{R}\right)^2\left(\frac{L}{D}\right)/(\mu_o N)\right)$
$H_{bt,st}$	= convective heat transfer coefficient at bush and shaft ($\text{W}/\text{m}^2\text{C}$)	x, z	= coordinates of circumferential and axial directions, respectively
L	= bearing length (m)	$\bar{\theta}, \bar{z}$	= non-dimensional coordinates ($\theta = x/R, z = z/R$)
N	= rotational speed (rpm)	α	= viscosity-temperature coefficient ($1/^{\circ}\text{C}$)
\bar{p}	= mean absolute pressure for turbulent flow (Pa)	δ	= air/oil mass ratio
\bar{p}_g	= mean gage pressure for turbulent flow (Pa)	ϵ	= eccentricity ratio = e/c
$\bar{\bar{p}}$	= $\bar{p}/(\rho_{oil} \bar{R}T)$	μ	= oil viscosity (Pa.s)
\bar{p}	= non-dimensional mean pressure ($\bar{p}_g(c/R)^2/\mu_o N$)	μ_o	= inlet oil viscosity (Pa.s)
$\bar{\bar{P}}$	= non-dimensional effective pressure ($H^{3/2} \bar{P}/\bar{\mu}^{1/2}$)	μ_{oil}	= pure oil viscosity (Pa.s)
P_{in}	= inlet gage pressure (Pa)	$\bar{\mu}$	= μ/μ_{oil}
$q_{bt,st}$	= turbulent heat transfer to the bush and shaft (W)	ρ	= oil density (kg/m^3)
Q_{st}	= lubricant side leakage (m^3/s)	ρ_{oil}	= pure oil density (kg/m^3)
\bar{Q}_{st}	= non-dimensional lubricant side leakage (Q_{st}/NcR^2)	$\bar{\rho}$	= non-dimensional density = ρ/ρ_{oil}
r	= bubble radius (m)	σ	= surface tension of air bubble (N/m)
r_{in}	= bubble radius at inlet condition (m)	$\bar{\sigma}$	= $\sigma/(\rho_{oil} \bar{R}Tc)$
\bar{r}	= non-dimensional bubble radius = $\frac{r}{c}$	ν	= oil kinematic viscosity (cSt)
\bar{r}_{in}	= non-dimensional bubble radius at inlet condition = r_{in}/c	ν_{oil}	= pure oil kinematic viscosity (cSt)
R	= journal bearing radius (m)	ϕ	= misalignment directional angle, i.e., the angle between the plane of the misalignment and the axial plane containing the load vector
\bar{T}	= mean temperature for turbulent flow ($^{\circ}\text{C}$)	ϕ	= attitude angle, i.e., angle between the line of centers and the axial plane containing the load vector
$\bar{\bar{T}}$	= non-dimensional mean temperature = $\frac{\rho C_o (c/R)^2}{2\pi \mu_o N} (\bar{T} - T_{in})$		

참고문헌

1. Wilcock, D. F., "Turbulence in High Speed Journal Bearing," *Trans. of the ASME*, Vol. 72, 1950, pp. 825-834.
2. Constantinescu, V. N., "Theory of Turbulent Lubrica-

- tion," *Proc. Int. Symp. on Lubrication and Wear*, University of Houston, 1965, pp. 153-213.
3. Ng, C. W. and Pan, C. H. T., "A Linearized Turbulent Lubrication Theory," *Trans. of the ASME, J. of Basic Engineering*, Vol. 87, 1965, pp. 675-688.
 4. Taylor, C. M., "Turbulent Lubrication Theory Applied to Fluid Film Bearing Design," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 184, Part 3L, 1969-1970, pp. 40-47.
 5. Constantinescu, V. N., "Basic Relationships in Turbulent Lubrication and Their Extension to Include Thermal Effects," *Trans. of the ASME, J. of Lubrication Technology*, Vol. 95, 1973, pp. 147-154.
 6. Safar, Z. and Szeri, A. Z., "Thermohydrodynamic Lubrication in Laminar and Turbulent Regimes," *Trans. of the ASME, J. of Lubrication Technology*, Vol. 96, 1974, pp. 48-57.
 7. Szeri, A. Z., *Tribology: Friction, Lubrication and Wear*, Chapter 5, "Turbulence, Inertia, and Thermal Effects in Fluid Film Bearings," Hemisphere Publishing Corp., 1980, pp. 229-294.
 8. Hashimoto, H., "Thermohydrodynamic Lubrication Theory for Turbulent Journal Bearings with Surface Roughness (1st Report, Modified Energy Equation and Adiabatic Approximate Solution). *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Part C. Vol. 57, No. 539, Jul. 1991, pp. 2414-2421.
 9. Hayward, A. T. J., 1961, "The viscosity of bubbly Oil," National Engineering Laboratory, Fluids Report No. 99, Glasgow, U. K.
 10. Smith, E. H., 1980, "The Influence of Surface Tension on Bearings Lubricated With Bubbly Liquids," *Trans. of the ASME, Jour. Of Lub. Tech.*, vol. 102, pp 91-96.
 11. Abdel-Latif, L. A., Peeken, H. and Benner, J., 1985, "Thermohydrodynamic Analysis of Trust-Bearing With Circular Pads Running on Bubbly Oil (BTHD-Theory)," *Trans. of the ASME, Jour. Of Trib.*, vol. 107, pp 527-537.
 12. Chamniprasart, K., Al-Sharif, A., Rajagopal, K. R. and Szeri, A. Z., 1993, "Lubrication with Binary Mixtures: Bubbly Oil," *Trans. of the ASME, Jour. Of Trib.*, vol. 115, pp 253-260.
 13. Nikolajsen, J. L., 1999, "Viscosity and Density Models for Aerated Oil in Fluid-Film Bearings," *STLE, Tribology Transactions*, vol. 42, no. 1, pp 186-191.
 14. Nikolajsen, J. L., 1999, "The Effect of Aerated Oil on the Load Capacity of Plain Journal Bearing," *STLE, Tribology Transactions*, vol. 42, no. 1, pp 58-62.
 15. Cebeci, T. and Smith, A. M. O., *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press Inc., Chapter 1-3, 1974.
 16. Gazley, C. Jr., "Heat-Transfer Characteristics of the Rotational Axial Flow Between Concentric Cylinders," *Trans. of the ASME*, Vol. 80, Jan. 1958, pp. 79-90.
 17. Lin, H. S., "Viscosity of Motor Oil," Federal Mogul, Engineering Report, 1981.
 18. Holman, J. P., *Heat Transfer*, McGraw-Hill, Inc., 1986, pp. 641.
 19. S. M. Chun and D. P. Lalas, "Parametric Study of Inlet Oil Temperature and Pressure for a Half-Circumferential Grooved Journal Bearing," *STLE, Tribology Transaction*, vol. 35, no. 2, pp. 213-224, 1992.
 20. Smalley, A. J. and McCallion, H., "The effect of Journal Misalignment on Performance of a Journal Bearing under Steady Running Conditions," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 181, Part 3B, 1966-1967, pp. 45-54.
 21. Boncompain, R., Fillon, M. and Frene, J., "Analysis of Thermal Effects in Hydrodynamic Bearings," *Trans. of the ASME, Jour. Of Trib.*, Vol. 108, 1986, pp. 219-224.
 22. Dowson, D. and Taylor, C. M., 1979, "Cavitation in Bearings," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 11, pp 35-66.
 23. Mitsui, J., Hori, Y. And Tanaka, M., 1983, "Thermohydrodynamic Analysis of Cooling Effects of Supply Oil in Circular Journal Bearing," *Trans. of the ASME, Jour. of Trib.*, vol. 105, pp 414-421.
 24. Mistry, K., Biswas, S. and Athre, K., 1997, "A New Theoretical Model for Analysis of the Fluid Film in the Cavitation Zone of a Journal Bearing," *Trans. of the ASME, Jour. of Trib.*, vol. 119, pp 741-746.
 25. Chun, S. M. and Jang, S., "A Study on Thermohydrodynamic Turbulent Lubrication of High Speed Journal Bearing Considering Thermal Conditions on Walls," *Journal of the KSTLE*, Vol. 16, No. 3, June 2000, pp. 208-217.