운용가용도 제약하에서의 소모성 예비부품의 구매량 결정을 위한 해법

An Algorithm for Determining Consumable Spare Parts Requirements under Availability Constraint

오근태*, 나윤균*
Geun Tae Oh, Yoon Kyoon Na

Abstract

In this paper, the consumable spare parts requirement determination problem of newly procured equipment systems is considered. The problem is formulated as the cost minimization problem with operational availability constraint. Assuming part failure rate is constant during operational period, an analytical method is developed to obtain spare part requirements. Since this solution tends to overestimate the requirements, a fast search simulation procedure is introduced to adjust it to the realistic solution. The analytical solution procedure and the simulation procedure are performed recursively until a near optimal solution is achieved. The experimental results show that the near optimal solution is approached in a fairly short amount of time.

Key Words : Poisson process, Lagrange Multiplier Method, Simulation, near optimal solution

* 수원대학교 공과대학 산업정보공학과

1. 서 론

학교나 정부기관, 또는 기업에서 PC와 같은 장비를 일괄 구입할 경우 납품업체 측에서는 원가를 낮추기 위해 단위부품들을 분해하여 교체할 수 없도록 단위부품들을 묶어서 일체형(subassembly)으로 제작하여 납품하기 때문에 일체형 부품안에 있는 단위부품 하나가 고장나도 일체형 부품 전체를 교환해야 되며 불과 1년만 지나도 해당부품이 없어서 A/S를 받기 어려운 지경이 되고 만다. 특히 PC의 경우 BOARD와 CPU를 일체형으로 만들어 CPU upgrade도 되지 않고 RAM이나 확장카드를 꽂을 공간 등을 확보하지 않은 경우가 대부분이며 단위부품만의 교환은 불가능하다. 이런 경우를 대비하여 장비의 운용기간 동안 일정한 수준으로 장비운용가용도를 유지하기 위해서는 장비 구입시에 필요한 부품들을 예비부품으로 함께 구입할 수밖에 없다.

특히 군에서는 이를 동시조달부품(Concurrent Spare Part : CSP)이라 하며, 초도 배치되는 체계/장비에 대하여 목표전투준비태세 보장 및 원활하고 효율적인 운용/유지를 위해 CSP 운용기간을 설정하고 일정 수량의 CSP를 획득하여 장비 배치와 동시에 보급하도록 규정하고 있다.

이 분야의 연구는 주로 수리순환부품을 대상으로 보급 및 정비 체계가 다계단 다단계(Multi-echelon Multi-indenture)인 경우에 각종 신뢰성 자료와 정비정책에 관련된 자료가 모두 갖춰져 있다는 전제하에서 예비부품 구매량을 산출하는 모형들이 개발되었다. 1968년 미 공군을 위해 개발한 [13]의 METRIC 모형은 장비에 고장이 발생하였을 때 예비부품이 있으면 즉시 교체하고, 품절시에는 (S-1, S) 재고정책에 의해 부품을 발주하는 2계단 발주체계를 사용할 때 구입해야할 예비부품의 수를 결정하는 방법을 제시하였다. 이후 [11], [14]는 [13]의 METRIC 모형을 계층적 부품구조를 갖는 모형으로 발전시켰다. 국내에서 다계단을 고려한 것으로는 [1], [3], [4], [8] 등이 있고, 다계단을 고려하지 않은 것으로는 [5]를 들 수 있는데 운용경험이 없는 장비의 CSP 소요량 산출에 필요한 자료로서 공급업체로부터 부품의 단가, *MTBF* 정도의 기본적인 자료만 확보할 수 있는 경우에 수리순환부품의 최적소요량을 산출할 수 있는 모델을 제시했다.

하지만 실제로 CSP 품목들은 신개발된 장비의 부품들로서 대부분 정비능력을 갖추지 못한 상태에서 장비들이 배치되기 때문에 CSP 기간 동안은 고장시 수리하지 않고 교체를 하는 소모성부품이 많다. 이러한 소모성부품을 대상으로 예비부품 소요량을 구하는 방법을 개발한 논문은 대표적으로 미 해군에 적용되었던 [12]를 들 수 있다. 국내에서는 [2]와 [6]을 들 수 있으며 [7]은 소모성부품과 수리순환부품을 동시에 고려했다. [6]과 [7]에서는 [5]에서와 같이 기본적인 RAM 자료만을 확보할 수 있는 경우를 다루었다.

지금까지 언급된 연구들은 수리순환부품을 대상으로 하는 경우나 소모성부품을 대상으로 하는 경우나 모두 부품 고장의 발생은 Poisson process를 따르며 장비의 운용기간 동안 각 부품의 고장률이 일정하다고 가정하였다. 그러나, 실제로는 고장을 발생시킬 수 있는 모집단의 수(장비의 수)는 한정되어 있으며 시간이 지남에 따라 각 장비의 각 부품별로 고장이 발생하여 장비 구입시에 같이 구입한 예비부품을 사용하게 되는데, 예비부품의 재고가 품절된 부품이 고장나면 그 장비는 그 부품의 고장으로 인해 가동이 중단되기 때문에 전체 모집단의 크기(가동되는 장비의 수)는 점차 작아지게 되어 장비체계 전체에 대한 각 부품별 고장률(각 예비부품의 소모율)은 점차 줄어들게 된다. 따라서, 계산 편의상 장비의 운용기간 동안 각 부품의 고장률이 일정하다는 가정하에서 구한 예비부품 구입량은 실제 필요한 양보다 과도한 물량이 된다.

결국 이 문제를 해결하기 위해서는 시뮬레이션을 이용하는 것이 좋겠지만 이 또한 모든 가능한 경우를 탐색해야 되기 때문에 만일 고속전철 같이 수많은 부품들로 구성된 장비를

대상으로 최적구입량을 도출하기 위해서는 적지 않은 시간을 요하게 된다.

본 논문에서는 소모성부품을 대상으로 장비 운용가용도 제약하에서 투자비용을 최소화하는 구입량을 구하기 위해 먼저 운용기간동안 고장률이 일정하다는 전제하에서 최적해를 구할 수 있는 해석적인 방법을 개발하고, 그 방법과 시뮬레이션을 결합하여 현실적으로 최적해에 근사한 해에 빠르게 접근할 수 있는 탐색절차를 개발하였다.

2. 기본 가정 및 기호의 정의

본 논문에서 기본적으로 전제하고 있는 가정은 다음과 같다.

- 부품 고장의 발생은 Poisson process를 따른다고 가정한다.
- 고장의 발생은 부품 상호간에 독립적으로 발생하며, 부품의 교체시간은 무시한다.
- 장비운용기간 동안은 부품을 재보급하지 못한다. 따라서, 고장난 부품의 교체용 재고가 품절되면 장비는 가동이 중지된다.
- 동시에 전체 장비가 배치된다.
- 장비가 가동중지 상태로 될 때 하나의 장비에 둘 이상의 결손 부품은 발생하지 않는다. 즉, 장비의 가동중지는 단 하나의 부품결손으로 발생한다.

이후 본 논문에서 사용될 기호는 다음과 같다.

N : 장비의 총 수.

G : 부품종류의 총 수.

S_i : 부품 i의 구입량으로 결정해야 할 값.

S : $(S_1, S_2, \cdots, S_G)$를 의미.

c_i : 부품 i의 단가.

T : 장비운용기간.

$Y(T)$: 장비운용기간 동안 가동 중단된 평균 장비 · 시간(machine · hour).

t : $(0, T]$기간동안 소요(고장)가 발생되는 시점.

λ_i : 부품 i의 단위시간당 고장률.

$S_i^{\max}$: 부품 i의 최대구입량(예산이나 장비의 수를 고려하거나 공급업체에 의해 제한된 양).

$X_i(t)$: t 시점까지 고장난 부품 i의 수를 나타내는 변수, 평균 $\lambda_i t$의 Poisson 분포를 따른다고 가정.

$$p_i(x, t) = P\left\{\sum_{l=0}^{N} X_i(t) = x\right\} = \frac{e^{-N\lambda_i t}(N\lambda_i t)^x}{x!}.$$

$$H_i(x, t) = P\left\{\sum_{l=0}^{N} X_i(t) \ge x\right\}.$$

3. 해석적 모형의 정립

본 논문에서는 "장비운용기간 동안 단위시간당 전체 장비에 대한 정상가동중인 장비의 평균비율"이 문제가 되므로 "장비운용기간 동안 단위시간당 정상가동중인 평균장비수"를 "전체 장비수"로 나눈 것을 운용가용도로 정의한다.

이를 수식으로 표현하면 $Y(T)$는 "장비운용기간인 T시간 동안 부품 부족으로 장비를 사용하지 못한 장비 · 시간"의 기대치이므로 $Y(T)/T$는 장비운용기간 동안 단위시간당 고장상태에 있는 평균장비수가 된다. 따라서 운용가용도는 $\dfrac{N - Y(T)/T}{N}$가 된다.

목표운용가용도를 A_0라 할 때 최적 S를 구하기 위한 모형을 정립하면 다음과 같다.

$$\text{minimize } \sum_i c_i S_i$$

$$\text{subject to } \frac{N - Y(T)/T}{N} \ge A_0 \qquad (1)$$

단, S_i는 음이 아닌 정수.

4. 해석적 모형의 최적해 탐색절차

임의의 t시점에 부품 부족으로 인하여 가동 중단된 상태에 있는 장비의 수는 $\sum_i${임의의 t시점에 부품 i의 부족으로 인하여 가동 중단된 상태에 있는 장비의 수}이기 때문에 $Y(T)$는

$$\sum_i \{\text{임의의 } t \text{ 시점에 부품 } i\text{의 부족량}\}$$
$$= \sum_i \max\ \{X_i(t) - S_i,\ 0\}$$

이 된다. 따라서

$$Y(T)$$
$$= E[\text{장비수명 기간인 } T\text{시간 동안 가동 중단된 장비} \cdot \text{시간}]$$
$$= \sum_{k=0}^{N} k\{(0,\ T] \text{ 동안 } k\text{개의 장비가 고장난 상태에 있는 시간의 기대치}\}$$
$$= \sum_{k=0}^{N} k \int_0^T P\left\{ \sum_{i=1}^{G} \max\{X_i(t) - S_i, 0\} = k\right\} dt$$
$$= \int_0^T \left[\sum_{k=0}^{N} kP\left\{ \sum_{i=1}^{G} \max\{X_i(t) - S_i, 0\} = k\right\}\right] dt$$
$$= \int_0^T E[\text{임의의 } t \text{ 시점에 가동 중단된 장비의 수}]dt$$
$$= \int_0^T \sum_{i=1}^{G} E[\text{임의의 } t \text{ 시점에 부품 } i\text{의 부족에 의해 가동 중단된 장비의 수}]dt.$$

여기서 부품 i의 구입량이 S_i일 때 임의의 t 시점까지 누적하여 k개의 부품이 고장날 확률을 $\phi_i(k,\ S_i,\ t)$ 라고 하면,

$$Y(T) = \int_0^T \sum_{i=1}^{G} \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} (k - S_i)\ \phi_i(k,\ S_i,\ t)dt$$

가 된다.

그러나 $\phi_i(k,\ S_i,\ t)$의 분포함수를 정확하게 도출하기는 힘들다. 고장이 발생되는 모집단의 수(장비의 수)가 처음에는 N개이며 고장의 발생은 Poisson process를 따르기 때문에 부품 i의 고장률은 $N\lambda_i$이지만 시간이 흐르면서 부품들의 예비부품의 재고가 바닥나는 경우가 발생함에 따라 가동이 정지되는 장비의 수가 늘어나게 되므로 부품의 고장률이 $N\lambda_i$ 보다 작아지게 된다. 이를 수식으로 표현하기가 어렵기 때문에 장비운용기간 동안 부품 i의 고장률이 $N\lambda_i$로 일정하다고 가정하면 $\phi_i(k,\ S_i,\ t)$는 다음과 같이 개략적으로 표현된다.

$$\phi_i(k,\ S_i,\ t) \approx \begin{cases} p_i(k,\ t), & 0 \le k \le N + S_i - 1 \\ 1 - \sum_{k=0}^{N+S_i-1} p_i(k,\ t), & k = N + S_i \end{cases}$$

이를 이용하면

$$Y(T) = \int_0^T \sum_{i=1}^{G} \left\{ N - N \sum_{k=0}^{S_i} p_i(k,\ t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N - k + S_i)\, p_i(k,\ t) \right\} dt$$

가 된다. 따라서 $Y(T)$를 실제보다 과장되게 추정하게 된다.

모형 (1)의 조건식은 $Y(T) \le (1 - A_0)NT$가 되므로, 이 모형은 제약조건이 하나있는 분리가능한 비선형 최적화 문제로 정리됨으로써 라그랑즈 승수법 (Lagrange Multiplier Method)을 사용하여 최적해를 찾을 수 있는 계산절차를 유도할 수 있다.

모형 (1)을 라그랑즈 승수법으로 표현하면,

$$\text{Minimize } L(S;\theta) = \sum_{i=1}^{G} c_i S_i - \theta\{(1-A_0)NT - Y(T)\} \quad (2)$$
$$= \left\{\sum_{i=1}^{G} c_i S_i + \theta Y(T)\right\} - \theta(1-A_0)NT$$

가 된다. 단, S는 $(S_1, S_2, \cdots\cdots, S_G)$를 의미한다.

$L_i(S_i;\theta)$를

$$c_i S_i + \theta \int_0^T \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} (k-S_i)\phi_i(k, S_i, t)dt$$

라 하면 식 (2)는

$$\text{Minimize } L(S;\theta) = \sum_{i=1}^{G} L_i(S_i;\theta) - \theta(1-A_0)NT$$

로 다시 표현된다. 그러므로, $L(S;\theta)$의 최적 S는 각 $L_i(S_i;\theta)$를 최적화시키는 S_i의 집합으로 이루어진다.

θ가 주어져 있을 때 최적 S_i를 찾기 위해 $\triangle L_i(S_i;\theta)$를 $L_i(S_i+1;\theta) - L_i(S_i;\theta)$라고 하면

$$\triangle L_i(S_i;\theta) = c_i - \frac{\theta}{N\lambda_i}\sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} H_i(k+1, T)$$

이고,

$$\triangle L_i(S_i+1;\theta) - \triangle L_i(S_i;\theta) = \frac{\theta}{N\lambda_i}\sum_{j=S_i+2}^{N+S_i+1}\frac{e^{-N\lambda_i T}(N\lambda_i T)^j}{j!} \geq 0$$

이므로 $L_i(S_i;\theta)$는 S_i에 대해 convex이다. 그러므로 최적 S_i는

$$\begin{cases} \triangle L_i(S_i-1;\theta) \leq 0, \\ \triangle L_i(S_i;\theta) \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

과 가용도조건

$$\sum_{i=1}^{G}\int_0^T\left\{N - N\sum_{k=0}^{S_i} p_i(k,t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1}(N-k+S_i)p_i(k,t)\right\}dt \quad (4)$$
$$\leq (1-A_0)NT$$

를 동시에 만족하는 최소의 S_i 값이다.

관계식 (3)을 다시 표현하면

$$\begin{cases} c_i - \dfrac{\theta}{N\lambda_i}\displaystyle\sum_{k=S_i}^{N+S_i-1} H_i(k+1, T) \leq 0, \\ c_i - \dfrac{\theta}{N\lambda_i}\displaystyle\sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} H_i(k+1, T) \geq 0, \end{cases} \quad (5)$$

이 된다.

θ가 주어졌을 때 관계식 (5)의 조건을 만족하는 최적의 S_i를 $S_i^*(\theta)$라 할 때, $S_i^*(\theta)$와 θ와의 관계를 표현하면

$$\frac{Nc_i\lambda_i}{\sum_{k=S_i^*(\theta)}^{N+S_i^*(\theta)-1} H_i(k+1, T)} \leq \theta \leq \frac{Nc_i\lambda_i}{\sum_{k=S_i^*(\theta)+1}^{N+S_i^*(\theta)} H_i(k+1, T)}$$

이 되므로, 위의 가용도조건 (4)를 무시하면 품목 i에 대해

i) $0 \le \theta \le \min\left\{\frac{Nc_j\lambda_j}{\sum_{k=1}^{N} H_j(k+1, T)}\right\}$ 일 때

$$S_i^*(\theta) = 0,$$

ii) $\min\left\{\frac{Nc_j\lambda_j}{\sum_{k=1}^{N} H_j(k+1, T)}\right\} < \theta < \frac{Nc_i\lambda_i}{\sum_{k=S_i^{max}+1}^{N+S_i^{max}} H_i(k+1, T)}$ 일 때

$$0 \le S_i^*(\theta) \le S_i^{max},$$

iii) $\theta \ge \frac{Nc_i\lambda_i}{\sum_{k=S_i^{max}+1}^{N+S_i^{max}} H_i(k+1, T)}$ 일 때

S_i는 S_i^{max} 보다 클 수 없으므로

$$S_i^*(\theta) = S_i^{max}.$$

또한 가용도조건 (4)의 좌변을 정리하면

$$GNT - \sum_{i=1}^{G} \frac{1}{N\lambda_i}\left\{N\sum_{k=0}^{S_i} H_i(k+1, T) + \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i)H_i(k+1, T)\right\}$$

이므로, 가용도조건은

$$\sum_{i=1}^{G} \frac{1}{N\lambda_i}\left\{N\sum_{k=0}^{S_i} H_i(k+1, T) + \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i)H_i(k+1, T)\right\} \ge (G-1+A_0)NT \quad (6)$$

로 표현할 수 있다.

여기서 $U(S)$와 $U_i(S_i)$를 $\sum_{i=0}^{G} U_i(S_i)$와

$$\frac{\left\{N\sum_{k=0}^{S_i} H_i(k+1, T) + \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i)H_i(k+1, T)\right\}}{N\lambda_i}$$

라 하자. $U(S)$는 식 (6)의 좌변이 된다.

$U_i(S_i)$의 특성을 파악하기 위해 $\triangle U_i(S_i)$를 $U_i(S_i+1) - U_i(S_i)$라고 하면

$$\triangle U_i(S_i) = \frac{\sum_{k=S_i+2}^{N+S_i+1} H_i(k, T)}{N\lambda_i}$$

이고,

$$\triangle U_i(S_i+1) - \triangle U_i(S_i) = \frac{\{H_i(N+S_i+2, T) - H_i(S_i+2, T)\}}{N\lambda_i} \le 0,$$

$$\lim_{S_i \to \infty} \{\triangle U_i(S_i+1) - \triangle U_i(S_i)\} = 0$$

이다. 그리고,

$$\triangle U_i(0) = \frac{NH_i(1, T) + \sum_{k=1}^{N-1}(N-k)H_i(k+1, T)}{N\lambda_i} \ge 0$$

이 성립하므로, $U_i(S_i)$는 S_i가 커짐에 따라 처음에는 커지다가 일정한 값에 수렴하게 된다.

따라서, $U_i(S_i)$의 특성과 앞의 $S_i^*(\theta)$와 θ와의 관계로부터 $U(S)$를 작게 하기 위해서는 S를 작게 하고, S를 작게 하기 위해서

는 θ를 작게 하여야 함을 알 수 있다.

이상의 여러 특성들로부터 최적 S_i를 S_i^*라 할 때 S_i^*를 다음과 같은 탐색절차를 통하여 구할 수 있다.

Step 1 : 모든 S_i를 0으로 두고

$\sum_{i=1}^{G} U_i(0) \geq (G-1+A_0)NT$ 이면 모든 S_i^*는 0이 되며 계산을 중지한다. 아니면 Step 2로 간다.

Step 2 : 모든 S_i를 $S_i^{\max}$로 두고

$\sum_{i=1}^{G} U_i(S_i^{\max}) < (G-1+A_0)NT$

이면 모든 S_i^*는 $S_i^{\max}$가 되며 계산을 중지한다. 아니면 Step 3으로 간다.

Step 3: $$\theta_M = \min\left\{ \frac{Nc_1\lambda_1}{\sum_{k=S_1^{\max}+1}^{N+S_1^{\max}} H_1(k+1, T)}, \cdots, \frac{Nc_G\lambda_G}{\sum_{k=S_G^{\max}+1}^{N+S_G^{\max}} H_G(k+1, T)} \right\}$$

로 둔다.

Step 4 : $\theta = \theta_M$으로 하여 식 (5)를 만족하는 최소의 $S_i(i=1, 2, \cdots, G)$를 구한다.

Step 5 : 임의의 작은 수 ε에 대해

$$\left| \sum_{i=1}^{G} U_i(S_i) - (G-1+A_0)NT \right| \leq \varepsilon$$

이면 반복계산을 중지하고, 이때의 S_i가 S_i^*가 된다. 그렇지 않으면서

$$\sum_{i=1}^{G} U_i(S_i) > (G-1+A_0)NT$$

이면 Step 6으로 가고, 그렇지 않으면 Step 12로 간다.

Step 6 : θ의 초기 하한(θ_L)과 상한(θ_U)을 다음과 같이 적용한다.

$$\theta_L = \min\left\{ \frac{Nc_1\lambda_1}{\sum_{k=1}^{N} H_1(k+1, T)}, \cdots, \frac{Nc_G\lambda_G}{\sum_{k=1}^{N} H_G(k+1, T)} \right\}$$

$$\theta_U = \theta_M$$

Step 7 : $n = 1$로 둔다.

Step 8 : $\theta_n = \dfrac{\theta_L + \theta_U}{2}$로 하여 식 (6)을 만족하는 최소의 $S_i(i=1, 2, \cdots, G)$를 구한다.

Step 9 : 현재의 θ_n에 대한 $U(S)$를 $\hat{U}(\theta_n)$라 할 때,

$$\left| \hat{U}(\theta_n) - (G-1+A_0)NT \right| \leq \varepsilon$$

이면 반복계산을 중지하고, 이때의 S_i가 S_i^*가 된다. 그렇지 않으면 Step 10을 수행한다.

Step 10 : $\hat{U}(\theta_n) < (G-1+A_0)NT$ 이면 $\theta_L = \theta_n$으로 놓고,

$\hat{U}(\theta_n) > (G-1+A_0)NT$ 이면 $\theta_U = \theta_n$으로 놓는다.

Step 11 : $n = n+1$로 하고 Step 8을 수행.

Step 12 : θ의 초기 하한(θ_L)과 상한(θ_U)을 다음과 같이 적용하고 Step 7로 간다.

$$\theta_L = \theta_M,$$

$$\theta_U = \max\left\{ \frac{Nc_1\lambda_1}{\sum_{k=1}^{N} H_1(k+1, T)}, \cdots, \frac{Nc_G\lambda_G}{\sum_{k=1}^{N} H_G(k+1, T)} \right\}$$

5. 최적해 탐색절차

운용가용도가 A로 주어졌다는 가정하에서 4장에 주어진 탐색절차를 이용하여 구한 예비부품 구입량으로 시뮬레이션을 하면 실제 운용가용도는 A를 초과하게 된다. 그 이유는 앞에서 언급한대로 해석적 모형을 구축할 때 장비 운용기간 동안의 예비부품에 대한 수요가 과잉으로 예측되기 때문이다. 따라서 이와 같은 특성을 이용해 해석적 방법과 시뮬레이션을 결합하여 다음 순서로 "현실적으로 최적해에 근사한 해"를 도출한다. 본 논문에서는 이 해를 "근사최적해(near optimal solution)"로 명한다

[Phase I]

Step 1: 원하는 가용도 A_0를 $A_1 = A_0$로 한다.

Step 2: $k = 1$.

Step 3: 가용도 A_k 조건에서 4장에 주어진 탐색절차를 이용하여 구매량 $S_1^k, S_2^k, \ldots, S_G^k$를 계산한다.

Step 4: 구매량 $S_1^k, S_2^k, \ldots, S_G^k$가 주어졌을 때의 실제가용도 B_k를 시뮬레이션으로 구한다.

Step 5: ε_1과 $\varepsilon_2(<\varepsilon_1)$에 대해

① $|B_k - A_0| < \varepsilon_2$이면 이때의 해가 근사최적해가 되며 계산 종료.

② 만일 $B_k > A_0$이고 $B_k - A_0 \geq \varepsilon_1$이면 Step 6으로,
$\varepsilon_2 \leq B_k - A_0 < \varepsilon_1$이면 Step 8로 간다.

③ $B_k < A_0$이고 $A_0 - B_k \geq \varepsilon_2$이면 Step 8로 간다.

Step 6: $k = k+1$.

Step 7: $A_k = A_{k-1} - \dfrac{B_{k-1} - A_0}{2}$로 변환하고 Step 3으로 간다.

[Phase II]

Step 8: $k = k+1,\ i = 1$로 하고

$$\begin{cases} S_1^k = S_1^{k-2} - 1, \\ S_j^k = S_j^{k-2},\ \forall\ j \neq 1 \end{cases}$$

로 변경한 후 시뮬레이션하여 B_k를 구한다.

Step 9: $k = k+1,\quad i = i+1$로 하고

$$\begin{cases} S_{i-1}^k = S_{i-1}^{k-1} + 1, \\ S_i^k = S_i^{k-1} - 1, \\ S_j^k = S_j^{k-1},\ \forall\ j \neq (i-1, i) \end{cases}$$

로 변경한 후 시뮬레이션하여 B_k를 구한다.

Step 10: ① $i < N$이면 Step 9로 간다.

② $i = N$이면 $B_{k-N+1}, \ldots, B_k$ 중에서 $|B_k - A_0| \leq \varepsilon_2$를 만족하며 구입비용이 가장 적은 값을 주는 경우가 근사최적해가 되며 계산 종료.

6. 수치예

장비운용기간이 5000시간이고, 구성 부품의 수가 10개인 장비를 15대 도입하는 경우 고장률, 단가 및 최대구입량의 자료가 다음 <표 1>과 같이 주어졌을 때 목표운용가용도의 변화에 따른 예비부품의 구입량을 위의 탐색절차를 적용하여 구하였다. 이 예제에서는 ε_1을 0.001, ε_2는 0.0009로 정하였고, 시뮬레이션 소프트웨어는 ARENA를 사용하였으며 모든 시뮬레이션 결과는 2500회를 반복한 것이다.

목표운용가용도 A_0가 0.99일 경우와 0.95일 경우의 탐색 결과가 <표 2>와 <표 3>에 주어져 있다. 0.99일 경우는 주어진 목표운용가용도 하에서 해석적 방법에 의한 해를 찾은 후 시뮬레이션을 하고 그 결과로 나온 가용도로 다시 해석적 방법에 의한 해를 찾고 또 시뮬레이션

<표 1> 부품별 고장률, 단가, 최대구입량

부품번호 / 자료	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
고장률 λ_i	0.8×10^{-4}	1.6×10^{-4}	2.4×10^{-4}	0.8×10^{-4}	1.6×10^{-4}	2.4×10^{-4}	0.8×10^{-4}	1.6×10^{-4}	2.4×10^{-4}	0.8×10^{-4}	1.6×10^{-4}	2.4×10^{-4}	0.8×10^{-4}	1.6×10^{-4}	2.4×10^{-4}
단가 c_i	5	5	5	10	10	10	15	15	15	20	20	20	25	25	25
최대구입량 $S_i^{\max}$	25	30	25	20	19	34	22	25	30	15	25	25	12	20	30

<표 2> 목표운용가용도 A_0가 0.99일 때의 탐색 결과

k	A_k	S_1^*	S_2^*	S_3^*	S_4^*	S_5^*	S_6^*	S_7^*	S_8^*	S_9^*	S_{10}^*	S_{11}^*	S_{12}^*	S_{13}^*	S_{14}^*	S_{15}^*	B_k	총비용
1	0.9900	9	15	20	8	14	19	8	13	18	8	13	18	7	12	17	0.9910	2895
②	0.9895	9	14	20	8	14	18	8	13	18	8	13	17	7	12	17	0.9900	2860

<표 3> 목표운용가용도 A_0가 0.95일 때의 탐색 결과

최적구입량 / 목표가용도	S_1^*	S_2^*	S_3^*	S_4^*	S_5^*	S_6^*	S_7^*	S_8^*	S_9^*	S_{10}^*	S_{11}^*	S_{12}^*	S_{13}^*	S_{14}^*	S_{15}^*	Ph I 회수	PhII 여부	총비용
0.9900	9	14	20	8	14	18	8	13	18	8	13	17	7	12	17	2	×	2860
0.9800	8	13	18	7	13	17	7	12	16	7	12	16	7	11	16	5	○	2640
	8	13	18	8	12	17	7	12	16	7	12	16	7	11	16			
	8	13	18	8	13	16	7	12	16	7	12	16	7	11	16			
0.9700	8	13	18	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	11	15	7	×	2505
0.9500	7	11	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	12	○	2320
	7	12	16	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14			
0.9000	6	11	16	6	10	14	5	9	13	5	9	13	5	8	12	21	○	2035
	7	10	16	6	10	14	5	9	13	5	9	13	5	8	12			
	7	11	15	6	10	14	5	9	13	5	9	13	5	8	12			
0.8500	6	11	15	5	9	13	5	9	12	4	8	11	4	7	11	12	×	1830
0.8000	6	10	14	5	8	12	4	8	11	4	7	10	3	7	10	23	○	1665
0.7500	5	10	13	4	8	12	4	7	10	3	6	10	3	6	9	20	×	1525

을 하는 절차(Phase I)만을 불과 2회 적용하여 근사최적해를 찾을 수 있음을 보여준다. 그러나 0.95일 경우 Phase I 이 12회 시행되었음을 알 수 있다. 11회에 나온 결과가 0.951-0.950 $\geq \epsilon_1$이고 12회의 실행 결과가 0.949 < 0.950이면서 0.950-0.949 $\geq \epsilon_2$이므로 11회 결과를 이용해 근사최적해 를 찾는 절차(Phase II)를 시행하면 14회와 15회의 결과가 최적임을 알 수 있다. 14회 해는 2번 부품과 3번 부품이 각각 11, 17개이고 15회 해는 12, 16개인 것이 차이점이다. 2번과 3번 부품은 단가는 같고 고장률은 다르지만 운용가용도는 같게 나오게 되는데, 이 경우처럼 복수의 해가 나올 수는 경우도 많이 발생한다. 또한 일단 Phase II에 들어가면 예외없이 G(구성부품수)회를 탐색해야 하는데, 가용도는 같더라도 비용이 더 작은 경우가 발생

할 수 있기 때문이다.

목표운용가용도의 변화에 따른 예비부품 구입량을 계산해 본 결과가 <표 4>에 요약되어 있다. 목표운용가용도를 0.99, 0,98, 0,97, 0.95, 0.85, 0.80, 0.75일 경우로 변경시켜가면서 몇 회의 탐색절차를 거쳐서 근사최적해를 찾아내고 구입량이 어떻게 변해가는지를 검토하였다.

어떤 경우에나 Phase I을 몇 번의 반복하면 근사최적해에 가까운 해에 근접함을 알 수 있다. 여기서 ○는 Phase II를 실행했음을, ×는 실행하지 않았음을 의미한다. 예외도 있지만 대체로 목표가용도수준이 높을수록 Phase I 탐색절차의 수가 적다는 것을 알 수 있는데, 이는 목표가용도수준이 높을수록 $\phi_i(k, S_i, t)$가 실제분포와 유사해지므로 해석적 방법으로 구한 해가 최적해에 빨리 접근한다는 것을 의미한다.

만일 해석적인 방법을 같이 사용하지 않고 시뮬레이션만으로 최적해를 구하기 위해서는 있을 수 있는 거의 모든 경우를 시험해야 하기 때문에 이와 같이 작은 문제에도 많은 시간이 필요하다.

계산 결과 예상대로 목표운용가용도의 수준이 높을수록 전체 구입비용이 증가함을 볼 수 있으며, 고장률 λ_i의 값이 크고 단가 c_i가 싼 부품일수록 구입량이 많고, 같은 부품이라도 목표운용가용도가 커짐에 따라 구입량이 많아짐을 알 수 있다. 단가가 5인 1, 2, 3번 부품을 보면 고장률의 크기에 따라 1, 2, 3번 부품 순으로

<표 4> 목표운용가용도의 변화에 따른 최적구입량의 변화

k	A_k	S_1^*	S_2^*	S_3^*	S_4^*	S_5^*	S_6^*	S_7^*	S_8^*	S_9^*	S_{10}^*	S_{11}^*	S_{12}^*	S_{13}^*	S_{14}^*	S_{15}^*	B_k	총비용
1	0.9500	8	13	17	7	12	16	6	11	15	6	10	15	6	10	14	0.9580	2390
2	0.7650	8	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	15	6	10	14	0.9560	2375
3	0.7375	8	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	6	10	14	0.9540	2355
4	0.7190	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	6	10	14	0.9540	2350
5	0.7030	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
6	0.6905	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
7	0.6800	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
8	0.6740	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
9	0.6680	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
10	0.6620	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
11	0.6575	7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9510	2325
12	0.6530	7	12	17	7	11	16	6	10	15	6	10	14	5	10	14	0.9490	2310
13		6	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9490	2320
⑭		7	11	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9500	2320
⑮		7	12	16	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9500	2320
16		7	12	17	6	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9490	2315
17		7	12	17	7	10	16	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9490	2315
18		7	12	17	7	11	15	6	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9490	2315
19		7	12	17	7	11	16	5	11	15	6	10	14	5	10	14	0.9470	2310
20		7	12	17	7	11	16	6	10	15	6	10	14	5	10	14	0.9490	2310
21		7	12	17	7	11	16	6	11	14	6	10	14	5	10	14	0.9480	2310
22		7	12	17	7	11	16	6	11	15	5	10	14	5	10	14	0.9470	2305
23		7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	9	14	5	10	14	0.9470	2305
24		7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	13	5	10	14	0.9470	2305
25		7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	4	10	14	0.9430	2300
26		7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	9	14	0.9470	2300
27		7	12	17	7	11	16	6	11	15	6	10	14	5	10	13	0.9470	2300

구입량이 많게 나타났으며, 목표운용가용도가 커짐에 따라 구입량이 증가함을 보여준다. 고장률이 0.00016으로 같은 2, 5, 8, 11, 14번 부품들의 경우에 목표운용가용도의 수준에 관계없이 단가의 크기가 커짐에 따라 2, 5, 8, 11, 14번 부품 순으로 구입량이 적게 나타났다. 또한 전체적으로 목표운용가용도가 낮아짐에 따라 각 부품별로는 물론 각 부품간에도 구입량의 차이가 작아짐을 보여준다.

한편 목표운용가용도 0.95수준에서 단가가 10일 때 고장률이 0.00008, 0.00016, 0.00024로 0.00008의 등간격으로 변하는 동안 부품구입량은 7, 11, 16으로 비교적 큰 차이를 갖고 변하지만 고장률을 0.00016으로 고정하고 단가를 5, 10, 15, 20, 25로 5의 등간격으로 변화시켰을 때 부품구입량은 11(12), 11, 11, 10, 10 으로 작은 차이를 갖고 변한다. 이는 다른 목표가용도 수준이나 다른 고장률과 단가에서도 같은 성향을 보인다. 따라서 부품구입량은 단가보다는 고장률에 더 민감한 것으로 판단된다.

7. 결 론

본 논문의 상황에서는 시간이 흐름에 따라 운용가능한 장비의 수가 줄어들게 되는 점을 반영하여 부품 i의 구입량이 S_i일 때 임의의 t 시점까지 누적하여 k개의 부품이 고장날 확률을 정확하게 유도할 수 없기 때문에 실제 상황을 완벽하게 반영하여 각 부품별 소모량을 구할 수 있는 해석적인 방법을 개발하기가 매우 어렵다.

따라서 본 논문에서는 각 부품별 고장발생률이 시간에 관계없이 일정하다고 가정하고 해석적으로 구입량을 구하는 방법을 개발한 후 이 결과를 시뮬레이션하여 현실적으로 최적해에 근접하는 해를 찾는 탐색절차를 제시하였다.

이와 같은 해석적인 방법과 시뮬레이션의 결합없이 처음부터 시뮬레이션으로만 최적해를 찾으려고 한다면 많은 시간을 필요로 하게 되지만 본 논문에 제시한 방법을 이용하면 단시간내에 최적해에 근접할 수 있음을 보였다.

본 논문에서는 부품고장이 Poisson process를 따른다고 가정했는데 만일 고장발생이 독립증분(independent increment)와 정상증분(stationary increment)의 성격을 갖는 일반적인 계수과정(counting process)을 따른다면 본 논문에서 제시한 최적해 탐색절차를 적용하여도 되지만 그렇지 않을 경우는 근사해를 찾기 위한 탐색적 방법(heuristic method)을 적용해야 할 것이다. 또한 운용가용도의 정의가 다를 경우에는 본 논문에서 개발된 방법과는 다른 방법으로 탐색절차를 구해야 할 것이다.

본 논문은 수리가 가능한 부품으로 이루어지거나 소모성부품과 수리순환부품이 혼재된 경우진 경우나 작동불능한 장비에서 가용한 부품을 찾아내서 재활용하는 문제(cannibalization)로 확장할 수 있을 것으로 보이며, 다계단, 즉 정비창(depot)가 존재하는 2-Tier나 3-Tier의 구조를 가진 공급사슬(supply chain)의 운용, 제조업의 A/S 체계 등에 응용될 수 있으리라 기대된다.

참고 문헌

[1] 김 영호, 정 일교, 전 치혁, "예산제약하에서의 동시조달수리부속의 적정소요 산출," 「산업공학」, 제14권, 제3호(2001), pp. 286-295.

[2] 김 재원, "SYMD - 515 - 87228," 「국방과학연구소」, 1987.

[3] 김 종수, 허 선, 신 규철, "중앙창 재고를 가진 수리가능시스템의 최적해법," 「대한산업공학회지」, 제24권, 제3호(1998), pp. 387 -396.

[4] 박 삼준, "동시조달수리부속(CSP) 소요 산출 모델연구," 「국방과학연구소」, 1994.

[5] 오 근태, "자금 제약하에서의 동시조달부품의 최적 구매량 결정," 「한국공업경영학회지」, 제20권, 제41집(1997), pp. 123-134.

[6] 오 근태, 김 명수, "운용가용도 제약하에서의 소모성 동시조달부품의 최적구매량 결

정," 「한국공업경영학회지」, 제21권, 제48집(1998), pp. 113-122.

[7] 오 근태, 김 명수, "운용가용도 제약하에서의 소모성 부품과 수리순환부품이 혼재된 동시조달부품의 최적구매량 결정," 「한국공업경영학회지」, 제23권, 제59집(2000), pp. 53-67.

[8] 우제웅, 강맹규, "장비가용도를 고려한 최적 수리부품 재고수준 결정," 「한국공업경영학회지」, 제21권, 제47집(1998), pp. 87-99.

[9] Daeschner, William E. Jr., "Models for Multi-item Inventory Systems with Constraints," Doctoral Dissertation, Naval Postgraduate School, 1975.

[10] Everett Hugh, "Generalized Lagrange Multiplier for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources, "*Operations Research*, Vol. 11(1963), pp. 399-417.

[11] Muckstadt, J. A., "A Model for Multi-Echelon Multi-Indenture Inventory System," *Management Science*, vol. 20, No. 4.(1973), pp. 472-481.

[12] Richards, F. Russell, and McMasters, Alan W., "Wholesale Provisioning Models : Model Development," Naval Postgraduate School, 1983.

[13] Sherbrooke, C. C., "METRIC : A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control," *Operations Research*, Vol. 16 (1968), pp. 122-144.

[14] Sherbrooke, C. C., "VARI - METRIC : Improved Approximations for Multi-Indenture, MultI-Echelon Availability Models," *Operations Research*, Vol. 34, No. 2(1986), pp. 311-319.

● 저자소개 ●

오근태

1980년 고려대학교 산업공학과 공학사
1982년 한국과학기술원 산업공학과 공학석사
1987년 한국과학기술원 산업공학과 공학박사
1985년~현재 수원대학교 산업정보공학과 부교수
관심 분야 : 물류관리, 시뮬레이션, ERP, 신뢰성, 품질공학

나윤균

1977년 서울대학교 산업공학과 공학사
1982년 미국 죠지아 공과대학 산업공학과 공학석사
1987년 미국 텍사스 A&M 산업공학과 공학박사
1987년~1988년 미국 남일리노이 주립대학교 산업공학과 조교수
1989년~현재 수원대학교 산업정보공학과 부교수
관심 분야 : 자동창고시스템, 유연제조시스템, 컴퓨터시뮬레이션, 물류관리